

# 並列機械モデルにおける 最大待ち時間最小化問題の計算論的分析

宋研究室 天本 祐希 (15713004)

## 1 研究背景

一般に、Web サービスを運用している会社では、運用しているサービスの応答が遅いと、顧客離れやクレームの被害を受けることがある。そのため、計算サーバーの応答の早さは重要である。応答の早い計算サーバーを作るためには、与えられたタスクをどのように割り当て、処理するかを考える必要がある。計算サーバーにおけるタスク処理の開始時刻は、サービスの利用者が、ネットワークを介して、そのサービスを運用している会社の計算サーバーにタスク処理の要求を行い、そのタスクが計算サーバーに到着した後である。

タスクの到着時刻とは、スケジューリング問題における処理開始可能時刻である。また、待ち時間とは、タスクが到着してから、タスクの処理が開始されるまでの時間である。最大待ち時間最小化問題 (SWT) は、処理開始可能時刻を制約とし、最大の待ち時間 ( $W_{\max}$ ) の最小化を目的とするスケジューリング問題である。 $W_{\max}$  を目的関数としたスケジューリング問題は、どの機械モデルにおいても未解決問題である。

## 2 研究目的

SWT は JIT ジョブ荷重和最大化問題 (SJIT) の拡張問題、処理開始可能時刻付き最大遅れ時間最小化問題 (SRTD) の部分問題として捉えることができる。SJIT は無関連並列機械モデルにおいて機械数が入力の一部の場合、SRTD は単一機械モデルにおいて、それぞれ強 NP 困難であることが証明されている [1][2]。

目的 1 : SWT の計算複雑さを明らかにする。

SWT を決定問題として定義し、機械モデルおよび機械数に着目し、問題の難しさに影響を与える特徴を明らかにする。

目的 2 : SWT に対する効率的解法の提案。

SWT の計算複雑さに基づいて、解法の提案を行う。また、計算サーバーにおける解法の実験的評価を行う。

## 3 研究成果

本研究では、SWT に関して、以下の成果を得た。

**成果 1 :** 無関連並列機械モデルにおいて機械数が入力の一部の場合、SWT の NP 完全性を示した。

SJIT における 3-SAT からの還元手法に基づき SWT の NP 完全性を証明した。

**成果 2 :** 同一並列機械モデルにおける SWT に対する ヒューリスティックを開発し、有効性を示した。

貪欲アルゴリズムに基づいたヒューリスティックを開発した。ヒューリスティックにより出力された解から得られた最大待ち時間を  $W_h$ 、最適解から得られた最大待ち時間を  $W_{opt}$  としたとき、 $\max \{W_h/W_{opt}\} = ???$  の結果が得られた。

**成果 3 :** 同一並列機械モデルにおける SWT に対する 厳密解法を開発し、解法に対する計算時間の評価を行い、有用性を示した。

- 分割の要素数 = 機械数となる分割のみを生成するアルゴリズムに改良した。
- 分枝限定法に対して、SRTD の部分問題に対する多項式アルゴリズムの概念を導入した。

分割生成アルゴリズムの改良により、考慮する分割の数を減らすことで計算効率を向上させた。また、部分問題に対する多項式アルゴリズムの概念を取り入れることで、列挙する実行可能解を減らし、計算効率を向上させた。その結果、同じインスタンスに対して、計算時間を約 ??? 倍にすることに成功した。

## 参考文献

- [1] Sung, Vlach. Maximizing Weighted Number of Just-In-Time Jobs on Unrelated Parallel Machines. J SCHED 8, pp. 453-460, 2005.
- [2] Garey, Johnson. Computers and Intractability A Guide to the Theory of NP-Completeness. W. H. Freeman And Co, pp. 13-244, 1990.