

# 並列機械モデルにおける 最大待ち時間最小化問題の計算論的分析

宋研究室 天本 祐希 (15713004)

## 1 研究背景

受注生産方式では、顧客注文を受けてから、その受注製品の生産を全体の生産計画に組み込むため、どの生産拠点でいつ製造開始するかを決定する。高級自動車メーカー、SIer など、受注生産方式を採用しており、Web サービスなどタスク処理も受注生産方式とみなすことができる。保有する生産拠点の数と受注状況によって、受注から製造開始までの待ち時間が長くなることがあり、顧客満足度の低下や注文のキャンセルなどに繋がる。よって、製造開始までの待ち時間を短縮させるための生産計画を立てることは重要な課題である。

各注文をジョブに対応させ、受注日時を処理開始可能時刻、製造期間を処理時間、受注日時と製造期間の和を納期とすると、処理開始可能時刻付き最大遅れ時間最小化問題 (SRTD) における最大遅れ時間は最大待ち時間に対応し、JIT ジョブ荷重和最大化問題 (SJIT) において全てのジョブを JIT で処理することは最大待ち時間が 0 の場合に対応する。SRTD は単一機械モデルにおいて、SJIT は無関連並列機械モデルにおいて機械数が入力の一部の場合、それぞれ強 NP 困難であることが示されている [1][2]。しかし、直接的に目的関数を待ち時間とするスケジューリング問題を扱う従来研究は、調査した限り存在しない。

## 2 研究目的

上記の問題を最大待ち時間最小化問題 (SWT) として定式化したとき、SWT の拡張問題である SRTD は単一機械モデルにおいても強 NP 困難である。そのため、SWT も NP 困難であることが予想されるが、明らかではない。

目的 1 : SWT の計算複雑さを明らかにする。

SWT を決定問題として定義し、機械モデルおよび機械数に着目することで、どのような特徴が問題の難しさに影響を与えるかを明らかにする。

目的 2 : SWT に対する効率的解法の提案。

SWT の計算複雑さに基づいて、解法の提案を行う。また、計算機を用いて解法の実験的評価を行う。

## 3 研究成果

本研究では SWT に対して以下の成果を得た。

成果 1 : 無関連並列機械モデルにおいて機械数が入力の一部の場合、SWT の NP 完全性を示した。

SJIT における 3-SAT からの還元手法に着目し、SWT の NP 完全性を示した。

成果 2 : 以下の改良を加え、同一並列機械モデルにおける SWT に対し、分割生成アルゴリズムおよび分枝限定法に基づいて、厳密解法を提案した。

- 分割生成アルゴリズムに対し、分割の要素数 = 機械数となる改良を加えた。
- 分枝限定法に対し、SRTD の部分問題に対する多項式アルゴリズムの概念を導入した。

分割生成アルゴリズムの改良により、考慮する分割の数を減らすことで計算効率を向上させた。また、分枝限定法の改良により、列挙する実行可能解を減らし、計算効率を向上させた。その結果、同じインスタンスに対して、計算時間を約 ??? 倍にすることに成功した。

成果 3 : 同一並列機械モデルにおける SWT に対し、ヒューリスティックを提案した。

貪欲的解法に基づいたヒューリスティックを開発した。ヒューリスティックによる解から得られた最大待ち時間を  $W_h$ 、最適解から得られた最大待ち時間を  $W_{opt}$  としたとき、 $\max \{W_h/W_{opt}\} = ???$  の結果が得られた。

## 参考文献

- [1] Garey, Johnson. Computers and Intractability A Guide to the Theory of NP-Completeness. W. H. Freeman And Co, pp. 13-244, 1990.

- [2] Sung, Vlach. Maximizing Weighted Number of Just-In-Time Jobs on Unrelated Parallel Machines. J SCHED 8, pp. 453-460, 2005.