

並列機械モデルにおける 最大実行開始待ち時間最小化問題の計算論的評価

宋研究室 天本 祐希 (15713004)

1 研究背景

一般に、Web サービスを運用している会社では、運用しているサービスの応答が遅いと、顧客離れやクレームの被害を受けることがある。そのため、計算サーバーの応答の早さは重要である。応答の早い計算サーバーを作るためには、与えられたタスクをどのように割り当て、処理するかを考える必要がある。計算サーバーのタスクの処理開始は、サービスの利用者が、ネットワークを介して、そのサービスを運用している会社の計算サーバーにタスク処理の要求を行い、そのタスクが計算サーバーに到着した後である。

タスクの到着時刻とは、スケジューリング問題における処理開始可能時刻である。また、実行開始待ち時間とは、タスクが到着してから、タスクの処理が開始されるまでの時間である。最大実行開始待ち時間最小化問題 (SWT) は、処理開始可能時刻を制約とし、最大の実行開始待ち時間 (W_{\max}) の最小化を目的とするスケジューリング問題である。 W_{\max} を目的関数としたスケジューリング問題は、どの機械モデルにおいても未解決問題である。

2 研究目的

SWT は JIT ジョブ荷重和最大化問題 (SJIT) の拡張問題、処理開始可能時刻付き最大遅れ時間最小化問題 (SRTD) の部分問題として捉えることができる。SJIT は無関連並列機械モデルにおいて機械数が入力の一部の場合、SRTD は単一機械モデルにおいて、それぞれ強 NP 困難であることが証明されている [1][2]。

目的 1 : SWT の計算複雑さを明らかにする。

SWT を決定問題として定義し、機械モデルおよび機械数に着目し、問題の難しさに影響を与える特徴を明らかにする。

目的 2 : SWT に対する効率的解法の提案。

SWT の計算複雑さに基づいて、解法の提案を行う。また、計算サーバーにおける解法の実験的評価を行う。

3 研究成果

本研究では、SWT に関して、以下の成果を得た。

成果 1 : 無関連並列機械モデルにおいて機械数が入力の一部の場合、SWT の NP 完全性を示した。

SJIT における 3-SAT からの還元手法に基づき SWT の NP 完全性を証明した。

成果 2 : 同一並列機械モデルにおける SWT に対して、ヒューリスティックを開発し、有効性を示した。

貪欲アルゴリズムに基づいたヒューリスティックを開発した。ヒューリスティックにより出力された解から得られた最大実行開始待ち時間を W_h 、最適解から得られた最大実行開始待ち時間を W_{opt} としたとき、 $\max \{W_h/W_{opt}\} = ???$ の結果が得られた。

成果 3 : 同一並列機械モデルにおける SWT に対する厳密解法を開発し、解法に対する計算時間の評価を行い、実用性を示した。

- 分割の要素数 = 機械数となる分割のみを生成するアルゴリズムに改良した。
- 分枝限定法に対して、SRTD の部分問題に対する多項式アルゴリズムの概念を導入した。

分割生成アルゴリズムの改良により、考慮する分割の数を減らすことで計算効率を向上させた。また、部分問題に対する多項式アルゴリズムの概念を取り入れることで、列挙する実行可能解を減らし、計算効率を向上させた。その結果、同じインスタンスに対して、計算時間を約 ??? 倍にすることに成功した。

参考文献

- [1] Sung, Vlach. Maximizing Weighted Number of Just-In-Time Jobs on Unrelated Parallel Machines. J SCHED 8, pp. 453-460, 2005.
- [2] Garey, Johnson. Computers and Intractability A Guide to the Theory of NP-Completeness. W. H. Freeman And Co, pp. 13-244, 1990.