

並列機械モデルにおける 最大実行開始待ち時間最小化問題の計算論的評価

宋研究室 天本 祐希 (15713004)

1 研究背景

一般に、Web サービスを運用している会社では、運用しているサービスの応答が遅いと、顧客離れやクレームの被害を受けることがある。そのため、計算サーバーの応答の早さは重要である。応答の早い計算サーバーを作るためには、与えられたタスクをどのように割り当て、処理するかを考える必要がある。計算サーバーのタスクの処理開始は、サービスの利用者が、ネットワークを介して、そのサービスを運用している会社の計算サーバーにタスク処理の要求を行い、そのタスクが計算サーバーに到着した後である。

タスクの到着時刻とは、スケジューリング問題における処理開始可能時刻である。また、実行開始待ち時間とは、タスクが到着してから、タスクの処理が開始されるまでの時間である。最大実行開始待ち時間最小化問題 (SPWT) は、処理開始可能時刻を制約とし、最大の実行開始待ち時間 (W_{\max}) の最小化を目的とするスケジューリング問題である。 W_{\max} を目的関数としたスケジューリング問題は、どの機械モデルにおいても未解決問題である。

2 研究目的

目的 1 : SPWT の計算複雑さを明らかにする。

SPWT は JIT ジョブ荷重と最大化問題 (SJIT) の拡張問題、処理開始可能時刻付き最大遅れ時間最小化問題 (SL) の部分問題として捉えることができる。SJIT は無関連並列機械モデルにおいて、SL は単一機械モデルにおいて強 NP 困難であると証明されている。SPWT とこれらの問題の対応を取り、SPWT の NP 完全性の証明を行う。また、機械モデルおよび機械数に着目し、問題の難しさに影響を与える特徴を明らかにする。

目的 2 : SPWT に対する効率的解法の提案。

各機械モデルにおける SPWT の計算複雑さに基づいて、解法の提案を行う。

3 研究成果

成果 1 : SPWT を決定問題として定義したとき、無関連並列機械モデルにおいて機械数が入力の一部の場合、SPWT が NP 完全であることを示した。

SPWT の部分問題である SJIT との対応を取り、3-SAT からの還元により SPWT の NP 完全性を証明した。

成果 2 : 同一並列機械モデルにおける SPWT に対して、ヒューリスティックを開発し、有効性を示した。

貪欲アルゴリズムに基づいたヒューリスティックを開発した。ヒューリスティックにより出力された解から得られた最大実行開始待ち時間を W_h 、最適解から得られた最大実行開始待ち時間を W_{opt} としたとき、 $\max \{W_h/W_{opt}\} = ???$ の結果が得られた。

成果 3 : 分枝限定法を改良し、分析規模を拡大した。

ジョブの機械への割り当てに対応する分割生成アルゴリズムの計算効率を向上させるため、分割の要素数 = 機械数となる分割のみを生成するアルゴリズムに改良した。また、SL の部分問題に対する多項式アルゴリズムの概念を取り入れることで、列挙する順列を減らし、分析規模の拡大を可能にした。その結果、同じ計算時間に対して、??? から ??? に分析規模の拡大を可能にした。

参考文献

- [1] Sung, Vlach. Maximizing Weighted Number of Just-In-Time Jobs on Unrelated Parallel Machines. J SCHED 8, pp. 453-460, 2005.
- [2] Garey, Johnson. Computers and Intractability; A Guide to the Theory of NP-Completeness W. H. Freeman And Co, pp. 18-44, 1990.