

並列機械モデルにおける 最大待ち時間最小化問題の計算論的分析

宋研究室 天本 祐希 (15713004)

1 研究背景

多くの高級自動車メーカーは、顧客の注文を受けた後に、製品の製造工場と製造開始日を決定し、それらの情報を顧客に伝える。高級自動車メーカーは、生産拠点が少ないため、発注から製造を開始するまでに日数がかかる場合がある。製造開始までの待ち時間によっては、顧客からのクレームや注文のキャンセルを受けることがある。このような問題を解決するために、各製品の製造開始までの待ち時間を短縮する必要がある。そのために、製品をどの工場ですべて製造を開始するかを考える。

上記の課題を解決することは、タスクをどの資源で、いつ処理を開始するかを決定を意味する。注文を受けた日を処理開始可能時刻、注文を受けてから製造開始日までの期間を待ち時間としたとき、上記の問題は、最大待ち時間最小化問題 (SWT) として捉えることができる。SWT は、処理開始可能時刻を制約とし、最大待ち時間 (W_{\max}) の最小化を目的とするスケジューリング問題である。 W_{\max} を目的関数としたスケジューリング問題は、どの機械モデルにおいても未解決問題である。

2 研究目的

SWT の関連研究として、処理開始可能時刻付き最大遅れ時間最小化問題 (SRTD) や JIT ジョブ荷重和最大化問題 (SJIT) などがある。SRTD は単一機械モデルにおいて、SJIT は無関連並列機械モデルにおいて機械数が入力の一部の場合、それぞれ強 NP 困難であることが示されている [1][2]。本研究では、SWT に対して、以下を目的とする。

目的 1 : SWT の計算複雑さを明らかにする。

SWT を決定問題として定義し、機械モデルおよび機械数に着目することで、どのような特徴が問題の難しさに影響を与えるかを明らかにする。

目的 2 : SWT に対する効率的解法の提案。

SWT の計算複雑さに基づいて、解法の提案を行う。また、計算機を用いて解法の実験的評価を行う。

3 研究成果

本研究では、SWT に関して、以下の成果を得た。

成果 1 : 無関連並列機械モデルにおいて機械数が入力の一部の場合、SWT の NP 完全性を示した。

SJIT における 3-SAT からの還元手法に着目し、SWT の NP 完全性を示した。

成果 2 : 同一並列機械モデルにおける SWT に対し、ヒューリスティックを提案した。

貪欲的解法に基づいたヒューリスティックを開発した。ヒューリスティックによる解から得られた最大待ち時間を W_h 、最適解から得られた最大待ち時間を W_{opt} としたとき、 $\max \{W_h/W_{opt}\} = ???$ の結果が得られた。

成果 3 : 以下の改良を加え、同一並列機械モデルにおける SWT に対し、分割生成アルゴリズムおよび分枝限定法に基づいて、厳密解法を提案した。

- 分割生成アルゴリズムに対し、分割の要素数 = 機械数となる改良を加えた。
- 分枝限定法に対し、SRTD の部分問題に対する多項式アルゴリズムの概念を導入した。

分割生成アルゴリズムの改良により、考慮する分割の数を減らすことで計算効率を向上させた。また、分枝限定法の改良により、列挙する実行可能解を減らし、計算効率を向上させた。その結果、同じインスタンスに対して、計算時間を約 ??? 倍にすることに成功した。

参考文献

- [1] Garey, Johnson. Computers and Intractability A Guide to the Theory of NP-Completeness. W. H. Freeman And Co, pp. 13-244, 1990.
- [2] Sung, Vlach. Maximizing Weighted Number of Just-In-Time Jobs on Unrelated Parallel Machines. J SCHED 8, pp. 453-460, 2005.