

# 並列機械モデルにおける 最大待ち時間最小化問題の計算論的分析

宋研究室 天本 祐希 (15713004)

## 1 研究背景

多くの高級自動車メーカーは、顧客の注文を受けた後に、製品の製造工場と製造開始日を決定し、それらの情報を顧客に伝える。生産拠点の数が限られているため、高級自動車メーカーは、製造開始日までの待ち時間が長いというクレームを受けることがある。その上、顧客によっては注文をキャンセルする場合もある。その待ち時間を最小化するためには、注文された製品をどの工場ですべて製造を開始するかを考える必要がある。

上記の問題を解決することは、タスクをどの資源で、いつ処理を開始するかを決定することを意味する。注文を受けた日を処理開始可能時刻、注文を受けてから製造開始日までの期間を待ち時間としたとき、上記の問題は、最大待ち時間最小化問題 (SWT) として捉えることができる。SWT は、処理開始可能時刻を制約とし、最大待ち時間 ( $W_{\max}$ ) の最小化を目的とするスケジューリング問題である。 $W_{\max}$  を目的関数としたスケジューリング問題は、どの機械モデルにおいても未解決問題である。

## 2 研究目的

SWT は、処理開始可能時刻付き最大遅れ時間最小化問題 (SRTD) の部分問題として捉えることができる。また、SRTD は単一機械モデルにおいて、強 NP 困難であることが証明されている [1]。本研究では、SWT に対して、以下を目的とする。

目的 1 : SWT の計算複雑さを明らかにする。

SWT を決定問題として定義し、機械モデルおよび機械数に着目し、問題の難しさに影響を与える特徴を明らかにする。

目的 2 : SWT に対する効率的解法の提案。

SWT の計算複雑さに基づいて、解法の提案を行う。また、計算機を用いて解法の実験的評価を行う。

## 3 研究成果

本研究では、SWT に関して、以下の成果を得た。

成果 1 : 無関連並列機械モデルにおいて機械数が入力の一部の場合、SWT の NP 完全性を示した。

JIT ジョブ荷重和最大化問題における 3-SAT からの還元手法 [2] に基づき SWT の NP 完全性を証明した。

成果 2 : 同一並列機械モデルにおける SWT に対する ヒューリスティックを開発し、有効性を示した。

貪欲的解法に基づいたヒューリスティックを開発した。ヒューリスティックによる解から得られた最大待ち時間を  $W_h$ 、最適解から得られた最大待ち時間を  $W_{opt}$  としたとき、 $\max \{W_h/W_{opt}\} = ???$  の結果が得られた。

成果 3 : 以下の改良を加え、同一並列機械モデルにおける SWT に対する 厳密解法を開発し、有用性を示した。本研究では、厳密解法に分割生成、分枝限定法アルゴリズムを用いた。

- 分割生成アルゴリズムに対して、分割の要素数 = 機械数となる分割のみを生成するアルゴリズムに改良した。
- 分枝限定法アルゴリズムに対して、SRTD の部分問題に対する多項式アルゴリズムの概念を導入した。

分割生成アルゴリズムの改良により、考慮する分割の数を減らすことで計算効率を向上させた。また、部分問題に対する多項式アルゴリズムの概念を取り入れることで、列挙する実行可能解を減らし、計算効率を向上させた。その結果、同じインスタンスに対して、計算時間を約 ??? 倍にすることに成功した。

## 参考文献

- [1] Garey, Johnson. Computers and Intractability A Guide to the Theory of NP-Completeness. W. H. Freeman And Co, pp. 13-244, 1990.
- [2] Sung, Vlach. Maximizing Weighted Number of Just-In-Time Jobs on Unrelated Parallel Machines. J SCHED 8, pp. 453-460, 2005.