

# 西安交通大学

## 博士学位论文

西安交通大学博士学位论文 L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X 模板

学位申请人：XXX

指导教师：XXX 教授

合作导师：XXX 教授

学科名称：XXX

XXXX 年 X 月



# **L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X Template for Doctoral Dissertation of XJTU**

A dissertation submitted to  
Xi'an Jiaotong University  
in partial fulfillment of the requirements  
for the degree of  
Doctor of Philosophy

By

XXX (名在前，姓在后，例如 Ming Zhang)

Supervisor: Prof. XXX (导师姓名全拼，例如 Anxue Zhang)

Associate Supervisor: Prof. XXX (导师姓名全拼，例如 Anxue Zhang)

XXXXXXX (学科名称，例如：Electronic Science and Technology)

XXX XXXX (英文日期，月在前，年后，例如：September 2017)



博士学位论文答辩委员会

西安交通大学博士学位论文 L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X 模板

答辩人：XXX

答辩委员会委员：

XXXXXXXXXX 大学 XXX：\_\_\_\_\_（主席）

XXXXXXXXXX 大学 XXX：\_\_\_\_\_

XXXXXXXXXX 大学 XXX：\_\_\_\_\_

XXXXXXXXXX 大学 XXX：\_\_\_\_\_

XXXXXXXXXX 大学 XXX：\_\_\_\_\_

答辩时间：XXXX 年 XX 月 XX 日

答辩地点：XXXXXXXXXXXXXXXXXX



## 摘 要

博士学位论文摘要正文为 1000 字左右。

内容一般包括：从事这项研究工作的目的和意义；完成的工作（作者独立进行的研究工作及相应结果的概括性叙述）；获得的主要结论（这是摘要的中心内容）。博士学位论文摘要应突出论文的创新点。

摘要中一般不用图、表、化学结构式、非公知公用的符号和术语。

如果论文的主体工作得到了有关基金资助，应在摘要第一页的页脚处标注：本研究得到某某基金（编号：）资助。

**关 键 词：**西安交通大学，博士学位论文，L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X 模板

**论文类型：**应用基础

## ABSTRACT

英文摘要正文每段开头不缩进，每段之间空一行。

The abstract goes here.

L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X is a typesetting system that is very suitable for producing scientific and mathematical documents of high typographical quality.

**KEY WORDS:** Xi'an Jiaotong University, Doctoral dissertation, L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X template

**TYPE OF DISSERTATION:** Application Fundamentals



# 目 录

摘 要.....	I
ABSTRACT .....	II
缩写和符号表.....	V
1 L <sup>A</sup> T <sub>E</sub> X 介绍 .....	1
1.1 L <sup>A</sup> T <sub>E</sub> X 是什么? .....	1
1.2 为什么用 L <sup>A</sup> T <sub>E</sub> X? .....	1
1.3 怎样用 L <sup>A</sup> T <sub>E</sub> X? .....	2
2 图表公式排版.....	3
2.1 图 .....	4
2.1.1 单幅图 .....	4
2.1.2 多幅图 .....	4
2.2 表.....	4
2.3 公式 .....	5
2.3.1 单个公式.....	5
2.3.2 多个公式.....	5
3 多语言排版.....	7
3.1 标题 2.....	7
3.1.1 标题 3 .....	7
致 谢.....	9
参考文献.....	10
附录 A 公式定理证明 .....	11
附录 B 算法与代码.....	12
B.1 算法 .....	12
B.2 代码 .....	12
附录 C 复杂表格、图片和分栏.....	14
C.1 复杂表格.....	14
C.2 图片 .....	16
C.3 分栏 .....	20
攻读学位期间取得的成果.....	53
声 明	

## CONTENTS

ABSTRACT (Chinese) .....	I
ABSTRACT (English) .....	II
Abbreviations and Symbols .....	V
1 Introduction of L <sup>A</sup> T <sub>E</sub> X .....	1
1.1 What is L <sup>A</sup> T <sub>E</sub> X? .....	1
1.2 Why use L <sup>A</sup> T <sub>E</sub> X? .....	1
1.3 How to use L <sup>A</sup> T <sub>E</sub> X? .....	2
2 Figures, Tables, and Equations .....	3
2.1 Figures .....	4
2.1.1 Single Figure .....	4
2.1.2 Multiple Figures .....	4
2.2 Tables .....	4
2.3 Equations .....	5
2.3.1 Equations .....	5
2.3.2 Subequations .....	5
3 Multilingual Typesetting .....	7
3.1 section .....	7
3.1.1 subsection .....	7
Acknowledgements .....	9
References .....	10
Appendix A Proofs of Equations and Theorems .....	11
Appendix B Algorithms and Codes .....	12
B.1 Algorithms .....	12
B.2 Codes .....	12
Appendix C Complicated Tables, Figures, and Multiple Columns .....	14
C.1 Complicated Tables .....	14
C.2 Figures .....	16
C.3 Multiple Columns .....	20
Achievements .....	53
Declarations .....	

## 缩写和符号表

$C_v$	灌水器流量偏差系数
$D$	管道内径 / mm
$D_e$	灌水器流道当量直径 / mm
$l$	管长 / m
$n$	迷宫流道单元个数 / 个
$q$	灌水器流量 / L/h
$q_n$	灌水器额定流量 / L/h
$Re$	雷诺数
$S_q$	灌水器流量标准偏差
$\nu$	流体的运动粘性系数
$x$	流态指数
GB/T 3102.11-1993	物理科学和技术中使用的数学符号（见附件）
GB/T 7714-2015	信息与文献参考文献著录规则



## 1 L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X 介绍

本章对 L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X 排版系统做一个简要介绍，希望没有使用过 L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X 的同学对 L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X 有一个初步认识。

### 1.1 L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X 是什么？

L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X 是一款排版系统，和其它排版软件例如 Word，相比，L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X 具有非常明显的优势和不足。其最大的优势是高质量、高水准的专业排版效果；最大的缺点是使用门槛高，需要具备一定的编程基础<sup>①</sup>。对于习惯于抽象思维的科技人员而言，与精美的排版效果相比，L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X 的缺点确是微不足道的，只要经过短时间（一周足已）的学习和实践，就可以编写出高质量的科研论文。

L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X 的基础是 T<sub>E</sub>X，T<sub>E</sub>X 诞生于 20 世纪 70 年代末到 80 年代初，用来排版高质量的书籍，特别是包含数学公式的书籍。有趣的是，这样一款排版软件并非在排版业界产生，而是由著名计算机科学家 Donald Ervin Knuth（中文名高德纳）在修订其七卷巨著《计算机程序设计艺术》时设计的。

虽然 T<sub>E</sub>X 功能非常强大，但是多达 900 多条的排版命令让排版人员使用起来非常不便。因此 20 世纪 80 年代初，Leslie Lamport 博士给 T<sub>E</sub>X 编写了一组自定义命令宏包，并取名为 L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X，其中 La 是其姓名的前两个字母。L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X 拥有比原来的 T<sub>E</sub>X 更为规范的格式命令和一整套预定义的格式，可以让完全不懂排版技术的学者们很容易地将书籍和文稿排版出来。L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X 一出，很快风靡全球，在 1994 年 L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X 2<sub>ε</sub> 完善之后，现在已经成为国际上数学、物理、计算机等科技领域专业排版的事实标准，相关专业的学术期刊也都采用 L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X 作为投稿格式。

### 1.2 为什么用 L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X？

虽然论文排版是一项基本技能，但是从实际情况看，同学们经常被各种格式整得晕头转向。加之 Word 排版不够美观，版本管理麻烦，排版效率低下，因此开发 L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X 论文模板非常重要。国际上许多著名的出版机构和学术期刊都有自己的 L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X 模板，国内外许多高效也有自己的硕博论文 L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X 模板。事实上，L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X 已经成为科技出版行业的国际标准，特别是数学、物理、计算机和电子信息学科。

采用 L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X 排版主要有以下优点：

1. 排版质量高：主要体现在对版面尺寸的严格控制，对字距、行距和段距等间距的松紧适度掌握，对数学公式的精细设计，对插图和表格的灵活处理，对代码和算法的优美呈现，等等。

---

<sup>①</sup> 因为 L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X 的资源非常丰富，有许多模板可以使用，这些模板已经为用户定制好了排版格式，所以单纯从使用的角度看，使用 L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X 的门槛其实并不算高。

2. 安全稳定：自发布以来  $\text{T}_{\text{E}}\text{X}$  和  $\text{L}_{\text{A}}\text{T}_{\text{E}}\text{X}$  没有发现系统漏洞，不会出现死机或者系统崩溃而导致编写的内容来不及保存。
3. 灵活方便： $\text{L}_{\text{A}}\text{T}_{\text{E}}\text{X}$  的源文件是纯文本文件，文件大小比 Word 小很多，不会因为文容的增加而导致文档打开、编辑、保存和关闭等操作变慢。因为  $\text{L}_{\text{A}}\text{T}_{\text{E}}\text{X}$  在编译时才将所有源文件和图表汇总，故撰写内容时可以随意增删章节和图表。并且和大部分程序设计语言一样， $\text{L}_{\text{A}}\text{T}_{\text{E}}\text{X}$  具有注释功能，作者可以在源文件任何地方添加注释，而不会影响最终生成的文档。
4. 格式和内容分离： $\text{L}_{\text{A}}\text{T}_{\text{E}}\text{X}$  将文档格式和文档内容分开处理，作者只要选择合适的模板，就可专心致志地撰写文档内容，文档的格式细节则由  $\text{L}_{\text{A}}\text{T}_{\text{E}}\text{X}$  模板统一规划设置。特别是文献管理能力非常强大，这给撰写像博士论文一样需要大量引用参考文献的文档提供了很大便利。
5. 免费开源： $\text{L}_{\text{A}}\text{T}_{\text{E}}\text{X}$  软件完全免费，源代码也全部公开，并且相应的配套软件也都采用开源的方式。

无论你是因为羡慕  $\text{L}_{\text{A}}\text{T}_{\text{E}}\text{X}$  漂亮的输出结果，还是因为要给学术期刊投稿而被逼上梁山，都不得不面对这样一个事实： $\text{L}_{\text{A}}\text{T}_{\text{E}}\text{X}$  是一种并不简单的排版软件，不可能只点点鼠标就弄好一篇漂亮的文章。还得拿出点搞研究的精神，通过不断练习，才能编排出整齐漂亮的论文。一旦你掌握了如何使用  $\text{L}_{\text{A}}\text{T}_{\text{E}}\text{X}$  撰写出精美漂亮的论文时，你会发现你的决定是明智的，你的投入是值得的。

### 1.3 怎样用 $\text{L}_{\text{A}}\text{T}_{\text{E}}\text{X}$ ?

本模板在 Windows +  $\text{T}_{\text{E}}\text{XLive 2020}^{\text{②}}$  +  $\text{T}_{\text{E}}\text{XStudio}$  平台下开发，采用  $\text{X}_{\text{L}}\text{L}_{\text{A}}\text{T}_{\text{E}}\text{X}$  引擎或者  $\text{p}_{\text{T}}\text{E}_{\text{X}}\text{-ng}$  引擎编译。虽然之前也开发过一个基于  $\text{C}_{\text{T}}\text{E}_{\text{X}}$  的模板，但是经过多方面比较发现  $\text{T}_{\text{E}}\text{XLive}+\text{X}_{\text{L}}\text{L}_{\text{A}}\text{T}_{\text{E}}\text{X}$  处理中文更好，所以基于  $\text{C}_{\text{T}}\text{E}_{\text{X}}$  的模板没有共享。

本模板不能在  $\text{C}_{\text{T}}\text{E}_{\text{X}}$  软件下使用，必须采用  $\text{T}_{\text{E}}\text{XLive}$ ，并且编译方式是  $\text{X}_{\text{L}}\text{L}_{\text{A}}\text{T}_{\text{E}}\text{X}$ 。 $\text{T}_{\text{E}}\text{XLive}$  每年更新一个版本，我用的是  $\text{T}_{\text{E}}\text{XLive 2020}$ 。文本编辑器可以根据自己的喜好选用，我用的是  $\text{T}_{\text{E}}\text{XStudio}$ ，这款开源软件非常不错，推荐大家使用。还有其他 <https://tex.stackexchange.com/questions/339/latex-editors-ides>

本模板的源文件通过主目录下的 `main.tex` 统一管理，`setup` 文件夹中存放格式定义和封面、摘要、目录等内容，`body` 文件夹中存放论文正文章节的源文件，`appendix` 文件夹中存放附录、致谢和声明等内容。

本模板只提供论文的格式定义，不提供  $\text{L}_{\text{A}}\text{T}_{\text{E}}\text{X}$  的详细使用方法。因为  $\text{L}_{\text{A}}\text{T}_{\text{E}}\text{X}$  的资源非常丰富，大家可以在网上查找资料和并参与讨论，这样学习效率更高。我参考的两本书是《 $\text{L}_{\text{A}}\text{T}_{\text{E}}\text{X}$  入门》<sup>[1]</sup> 和《一份（不太）简短的  $\text{L}_{\text{A}}\text{T}_{\text{E}}\text{X} 2_{\epsilon}$  介绍》<sup>[2]</sup>，还有《 $\text{L}_{\text{A}}\text{T}_{\text{E}}\text{X}$  科技文档排版》<sup>[3]</sup> 和《 $\text{L}_{\text{A}}\text{T}_{\text{E}}\text{X} 2_{\epsilon}$  插图指南》<sup>[4]</sup>。

<sup>②</sup> 每年发布新版本

## 2 图表公式排版

虽然本模板不讲解 L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X 的详细使用方法，但是为了方便大家使用本模板撰写论文，本章对论文写作中经常用到的**图、表、公式**等内容的排版方法做一个简单介绍。

本模板基于 `ctex` 宏包，强烈建议仔细阅读。

交大的论文指南和模板都没有涉及到算法和代码的排版，所以本模板自行设计了一些样式。

建议在 Overleaf 网站上测试，最后在本地电脑上排版，使用 Times New Roman 和 `fontset = windows`。

本模板对原作者 Zhang Ming 博士提交给研究生院的模板做了改良。

1. 默认启用 `newtxtext` 宏包以使用其类似 Times New Roman 的开源字体；
2. 默认启用了 `microtype` 宏包以改善西文排版；
3. 默认启用了 `babel` 宏包，有兴趣的人也可以使用 `FreeSerif` 和 `fandol` 开源字体，排版包括俄语在内的多种语言；
4. 默认启用了 `hologo` 宏包以输出各种 T<sub>E</sub>X 有关的符号；
5. 默认启用了 `xurl` 宏包以改善 URL 排版；
6. 默认启用了 `mathtools` 宏包以改善最为广泛使用的 `amsmath` 宏包一些不足；
7. 默认启用了 `bm` 和 `esvect` 宏包以改善某些数学公式的排版；
8. 默认启用了 `lem` 和 `csquotes` 宏包以改善某些文本的排版；
9. 默认启用了 `caption` 宏包和 `subfig` 宏包以提供最佳的多浮动体和题注的排版；
10. 默认启用了 `capt-of` 宏包在不是浮动体的环境内插入题注；
11. 默认启用了 `academicons` 和 `fontawesome5` 宏包以插入一些矢量图标；
12. 默认启用了 `multicol` 宏包以提供局部的多栏环境；
13. 默认启用了 `siunitx` 宏包以正确排版数字和单位；
14. 默认启用了 `longtable`, `xltable`, `threeparttable`, 和 `threeparttablex` 宏包以提供跨页的、带有注释的复杂表格；
15. 默认启用了 `zhlipsum` 和 `lipsum` 宏包以提供中西文乱文；
16. 默认启用了 `nomenc` 宏包以排版符号缩写表；
17. 默认启用了 `mdframed` 宏包以排版带框的文本；
18. 默认启用了 `minted` 宏包以提供更简单美观的代码环境，编译时要注意 `xelatex --shell-escape main.tex`；
19. 默认更新了 B<sub>I</sub>B<sub>T</sub>E<sub>X</sub> 的样式 `gbt7714-numerical.bst`，要注意的是国家标准将文献中的西文作者名字都大写，而交大的模板却是将西文作者名字小写。

如果需要修改，把 gbt7714-numerical.bst 的 #1 'uppercase.name := 改成 #0 'uppercase.name := 即可。  
请读者使用本模板前仔细阅读交大的论文规范。

## 2.1 图

### 2.1.1 单幅图

图 2-1 是用  $\text{\TeX Live}$  自带的宏包 Tikz 绘制而成，Visio 画不出这么好看的图。

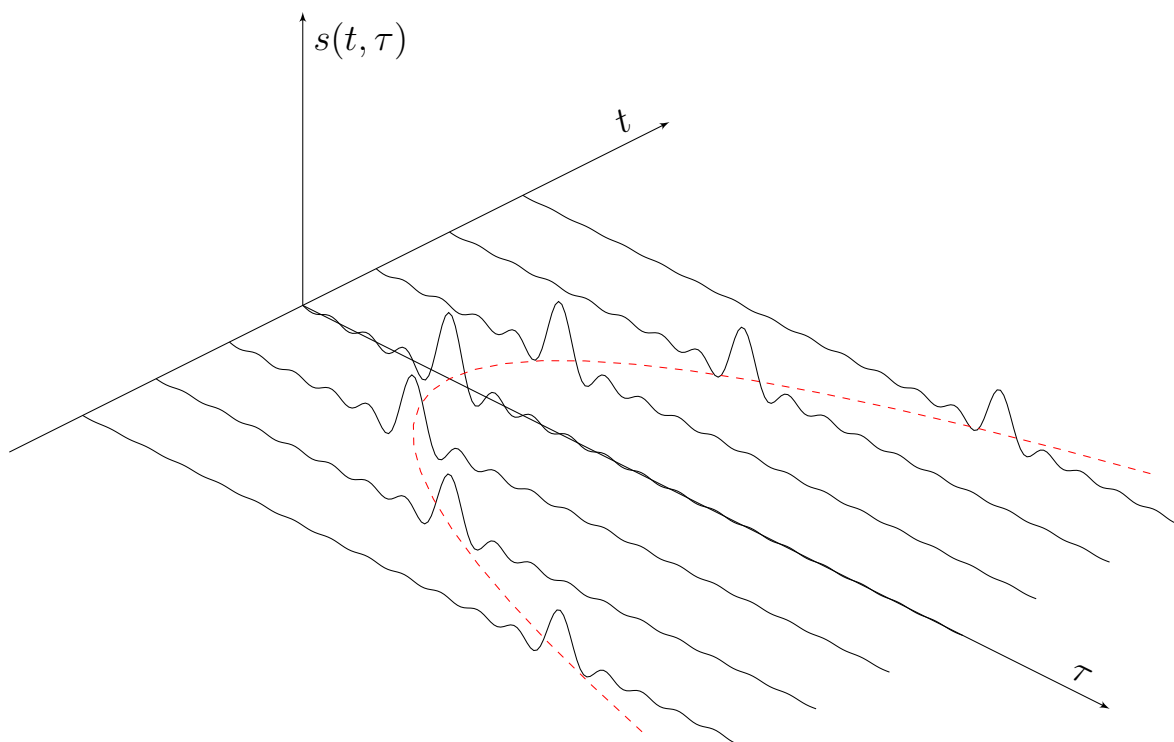


图 2-1 雷达回波信号（注意：图注是五号字）。

### 2.1.2 多幅图

如果一幅图中包含多幅子图，每一幅子图都要有图注，并且子图用 (a)、(b)、(c) 等方式编号，如图 2-2 所示。

## 2.2 表

表格要求采用三线表，与文字齐宽，顶线与底线线粗是  $1\frac{1}{2}$  磅，中线线粗是 1 磅，如表 2-1 所示<sup>①</sup>。

<sup>①</sup> 注意：图表中的变量与单位通过斜线 / 隔开。





(a) 灰色的交大校徽



(b) 蓝色的交大校徽

图 2-2 交大校徽

表 2-1 表题也是五号字

Interference	DOA/degree	Bandwidth/MHz	INR/dB
1	-30	20	60
2	20	10	50
3	40	5	40

## 2.3 公式

### 2.3.1 单个公式

LaTeX 最强大的地方在于对数学公式的编辑，不仅美观，而且高效。单个公式的编号如式 (2-1) 所示，该式是正态分布的概率密度函数<sup>[5]</sup>，

$$f_Z(z) = \frac{1}{\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{|z-\mu|^2}{\sigma^2}\right) \quad (2-1)$$

式中： $\mu$  是 Gauss 随机变量  $Z$  的均值； $\sigma^2$  是  $Z$  的方差。

### 2.3.2 多个公式

多个公式作为一个整体可以进行二级编号，如式 (2-2) 所示，该式是连续时间 Fourier 变换的正反变换公式<sup>[6]</sup>，

$$X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-j2\pi ft} dt \quad (2-2a)$$

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} X(f) e^{j2\pi ft} \mathrm{d}f \quad (2-2b)$$

式中：  $x(t)$  是信号的时域波形；  $X(f)$  是  $x(t)$  的 Fourier 变换。

如果公式中包含推导步骤，可以只对最终的公式进行编号，例如：

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_{\text{smi}} &= \alpha \left[ \frac{1}{\sigma_n^2} \mathbf{v}(\theta_0) - \frac{1}{\sigma_n^2} \mathbf{v}(\theta_0) + \sum_{i=1}^N \frac{\mathbf{u}_i^H \mathbf{v}(\theta_0)}{\lambda_i} \mathbf{u}_i \right] \\ &= \frac{\alpha}{\sigma_n^2} \left[ \mathbf{v}(\theta_0) - \sum_{i=1}^N \mathbf{u}_i^H \mathbf{v}(\theta_0) \mathbf{u}_i + \sum_{i=1}^N \frac{\sigma_n^2 \mathbf{u}_i^H \mathbf{v}(\theta_0)}{\lambda_i} \mathbf{u}_i \right] \\ &= \frac{\alpha}{\sigma_n^2} \left[ \mathbf{v}(\theta_0) - \sum_{i=1}^N \frac{\lambda_i - \sigma_n^2}{\lambda_i} \mathbf{u}_i^H \mathbf{v}(\theta_0) \mathbf{u}_i \right] \end{aligned} \quad (2-3)$$

## 3 多语言排版

### 3.1 标题 2

1) 标题 4

(1) 标题 5

a) 标题 6

b) 标题 6

(a) 标题 7

#### 3.1.1 标题 3

The United States of America (USA), commonly known as the United States (U.S. or US), or America, is a country primarily located in North America, consisting of 50 states, a federal district, five major self-governing territories, and various possessions. At 3.8 million square miles (9.8 million square kilometers), it is the world's third- or fourth-largest country by total area. With a population of over 328 million, it is the third most populous country in the world. The national capital is Washington, D.C., and the most populous city is New York City.

La France, en forme longue depuis 1875 la République française, est un État souverain transcontinental dont le territoire métropolitain est situé en Europe de l'Ouest. Ce dernier a des frontières terrestres avec la Belgique, le Luxembourg, l'Allemagne, la Suisse, l'Italie, l'Espagne et les deux principautés d'Andorre et de Monaco. La France dispose aussi d'importantes façades maritimes sur l'Atlantique et la Méditerranée. Son territoire ultramarin s'étend dans les océans Indien, Atlantique et Pacifique ainsi qu'en Amérique du Sud, et a des frontières terrestres avec le Brésil, le Suriname et les Pays-Bas.

Европейская часть России расположена на Восточно-Европейской платформе. В её основе залегают магматические и метаморфические породы докембрия. Территория между Уральскими горами и рекой Енисей занята молодой Западно-Сибирской платформой. Восточнее Енисея находится древняя Сибирская платформа, простирающаяся до реки Лены и соответствующая, в основном, Средне-Сибирскому плоскогорью. В краевых частях платформ имеются залежи нефти, природного газа, угля. К складчатым областям России принадлежат Балтийский щит, Урал, Алтай, Урало-Монгольский эпипалеозойский складчатый пояс, северо-западную часть Тихоокеанского складчатого пояса и небольшой отрезок внешней зоны Средиземноморского складчатого пояса. Самые высокие горы Кавказ приурочены к более молодым складчатым областям. В складчатых областях находятся основные запасы металлических руд.

Deutschland (Vollform: Bundesrepublik Deutschland) ist ein Bundesstaat in Mitteleuropa. Er besteht seit 1990 aus 16 Ländern und ist als freiheitlich-demokratischer und sozialer Rechtsstaat verfasst. Die 1949 gegründete Bundesrepublik Deutschland stellt die jüngste Ausprägung des deutschen Nationalstaates dar. Deutschland hat 83 Millionen Einwohner und zählt mit durchschnittlich 233 Einwohnern pro km<sup>2</sup> zu den dicht besiedelten Flächenstaaten.

## 致 谢

致谢中主要感谢导师和对论文工作有直接贡献和帮助的人士和单位。致谢言语应谦虚诚恳，实事求是，字数不超过 1000 汉字。

用于盲审的论文，此页内容全部隐去。

## Bibliography

- [1] 刘海洋.  $\LaTeX$  入门[M]. 北京: 电子工业出版社, 2013.
- [2] OETIKER T, PARTL H, HYNÄ I, 等. 一份 (不太) 简短的  $\LaTeX 2_{\epsilon}$  介绍[M]. CT<sub>E</sub>X 开发小组, 译. 6.01. [出版地不详]: ETH Zurich, 2019.
- [3] 盖鹤麟.  $\LaTeX$  科技文档排版[M]. [出版地不详]: 杜克大学, 2005.
- [4] RECKDAHL K.  $\LaTeX 2_{\epsilon}$  插图指南[M]. 王磊, 盛文博, 译. 3.0.1. [出版地不详: 出版者不详], 2017.
- [5] MANOLAKIS D G, INGLE V K, KOGON S M. Statistical and adaptive signal processing[M]. Norwood: Artech House, Inc., 2005.
- [6] VETTERLI M, KOVACEVIC J, GOYAL V K. Foundations of signal processing[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2014.

## 附录 A 公式定理证明

附录编号依次编为附录 A, 附录 B。附录标题各按一级标题编排。附录中的图、表、公式另行编排序号, 编号前加“附录 A-”字样。这部分内容非强制性要求, 如果论文中没有附录, 可以省略。

排版数学定理等环境时最好给环境添加结束符, 以明确定理等内容的起止标志, 方便阅读。官方模板未对这些内容进行规范, 本模板中定义的结束符采用  $\diamond$ , 例子的结束符采用  $\blacklozenge$ , 定理的结束符采用  $\square$ , 证明的结束符采用  $\blacksquare$ 。

**定义 A.1 (向量空间):** 设  $X$  是一个非空集合,  $\mathbb{F}$  是一个数域 (实数域  $\mathbb{R}$  或者复数域  $\mathbb{C}$ )。如果在  $X$  上定义了加法和数乘两种运算, 并且满足以下 8 条性质:

1. 加法交换律,  $\forall x, y \in X, x + y = y + x \in X$ ;
2. 加法结合律,  $\forall x, y, z \in X, (x + y) + z = x + (y + z)$ ;
3. 加法的零元,  $\exists 0 \in X$ , 使得  $\forall x \in X, 0 + x = x$ ;
4. 加法的负元,  $\forall x \in X, \exists -x \in X$ , 使得  $x + (-x) = x - x = 0$ 。
5. 数乘结合律,  $\forall \alpha, \beta \in \mathbb{F}, \forall x \in X, (\alpha\beta)x = \alpha(\beta x) \in X$ ;
6. 数乘分配律,  $\forall \alpha \in \mathbb{F}, \forall x, y \in X, \alpha(x + y) = \alpha x + \alpha y$ ;
7. 数乘分配律,  $\forall \alpha, \beta \in \mathbb{F}, \forall x \in X, (\alpha + \beta)x = \alpha x + \beta x$ ;
8. 数乘的幺元,  $\exists 1 \in \mathbb{F}$ , 使得  $\forall x \in X, 1x = x$ ,

那么称  $X$  是数域  $\mathbb{F}$  上的一个**向量空间** (linearspace)。

$\diamond$

**例 A.1 (矩阵空间):** 所有  $m \times n$  的矩阵在普通矩阵加法和矩阵数乘运算下构成一个向量空间  $\mathbb{C}^{m \times n}$ 。如果定义内积如下:

$$\langle A, B \rangle = \text{tr}(B^H Q A) = \sum_{i=1}^n b_i^H Q a_i \quad (\text{A-1})$$

其中  $a_i$  和  $b_i$  分别是  $A$  和  $B$  的第  $i$  列, 而  $Q$  是 Hermite 正定矩阵, 那么  $\mathbb{C}^{m \times n}$  构成一个 Hilbert 空间。

$\blacklozenge$

**定理 A.1 (Riesz 表示定理):** 设  $H$  是 Hilbert 空间,  $H^*$  是  $H$  的对偶空间, 那么对  $\forall f \in H^*$ , 存在唯一的  $x_f \in H$ , 使得

$$f(x) = \langle x, x_f \rangle, \quad \forall x \in H \quad (\text{A-2})$$

并且满足  $\|f\| = \|x_f\|$ 。

$\square$

**证明:** 先证存在性, 再证唯一性, 最后正  $\|f\| = \|x_f\|$ 。

$\blacksquare$

## 附录 B 算法与代码

对于数学、计算机和电子信息专业，算法和代码也是经常用到的排版技巧。

### B.1 算法

算法描述使用 `algorithm2e` 宏包，效果如算法 B-1 所示。

---

```

Input:  $x(k)$ ,  $\mu$ ,  $w(0)$ 
Output:  $y(k)$ ,  $\varepsilon(k)$ 
1 for  $k = 0, 1, \dots$  do
2    $y(k) = \mathbf{w}^H(k)\mathbf{x}(k)$                                 // output signal
3    $\varepsilon(k) = d(k) - y(k)$                             // error signal
4    $\mathbf{w}(k+1) = \mathbf{w}(k) + \mu\varepsilon^*(k)\mathbf{x}(k)$                 // weight vector update
5 end

```

---

算法 B-1 LMS 算法详细描述

### B.2 代码

源代码使用 `minted` 宏包，LMS 算法的 Verilog 模块端口声明如代码 B-1 所示。



```

1 module stap_lms
2     #(
3         parameter    M            = 4,    // number of antennas
4                     L            = 5,    // length of FIR filter
5                     W_IN         = 18,    // wordlength of input data
6                     W_OUT        = 18,    // wordlength of output data
7                     W_COEF       = 20    // wordlength of weights
8     )(
9         output signed [W_OUT-1:0] y_i,    // in-phase component of STAP output
10        output signed [W_OUT-1:0] y_q,    // quadrature component of STAP
11        ↪ output
12        output          vout,            // data valid flag of output (high)
13        input           [M*W_IN-1:0] u_i, // in-phase component of M antennas
14        input           [M*W_IN-1:0] u_q, // quadrature component of M
15        ↪ antennas
16        input           vin,            // data valid flag for input (high)
17        input           clk,            // clock signal
18        input           rst             // reset signal (high)
19    );

```







代码 B-1 空时 LMS 算法 Verilog 模块端口声明

## 附录 C 复杂表格、图片和分栏

## C.1 复杂表格

请用<https://www.tablesgenerator.com/>生成表格

表 C-1 一些来自 fontawesome5 和 academicons 宏包的适量图标

<div><div>A2 A3</div><div>A1</div></div>	B <sup>1</sup>	C <sup>2</sup>
<div>微信图标 </div> <div>overleaf </div>	<div>CV  cv</div> <div>orcid </div>	<div>research gate  R<sup>6</sup></div> <div>open access </div>

<sup>1</sup> B1

<sup>2</sup> C2

表 C-2 一个使用 threeparttablex 宏包制作的跨页的表格

First column	Second column	Third column
One <sup>a</sup>	abcdef ghijklmn	123.456778
One <sup>b</sup>	abcdef ghijklmn	123.456778
One	abcdef ghijklmn	123.456778
One	abcdef ghijklmn	123.456778
One	abcdef ghijklmn	123.456778
One	abcdef ghijklmn	123.456778
One	abcdef ghijklmn	123.456778
One	abcdef ghijklmn	123.456778
One	abcdef ghijklmn	123.456778
One	abcdef ghijklmn	123.456778
One	abcdef ghijklmn	123.456778
One	abcdef ghijklmn	123.456778
One	abcdef ghijklmn	123.456778
One	abcdef ghijklmn	123.456778
One	abcdef ghijklmn	123.456778
One	abcdef ghijklmn	123.456778
One	abcdef ghijklmn	123.456778
One	abcdef ghijklmn	123.456778
One	abcdef ghijklmn	123.456778
One	abcdef ghijklmn	123.456778
One	abcdef ghijklmn	123.456778
One	abcdef ghijklmn	123.456778
One	abcdef ghijklmn	123.456778
One	abcdef ghijklmn	123.456778

*Continued on next page*

表 C-2 – continued from previous page

[illegible]

*Continued on next page*

表 C-2 – continued from previous page

First column	Second column	Third column
One	abcdef ghijklmn	123.456778
One	abcdef ghijklmn	123.456778
One	abcdef ghijklmn	123.456778
One	abcdef ghijklmn	123.456778
One	abcdef ghijklmn	123.456778
One	abcdef ghijklmn	123.456778
One	abcdef ghijklmn	123.456778
One	abcdef ghijklmn	123.456778
One	abcdef ghijklmn	123.456778
One	abcdef ghijklmn	123.456778
One	abcdef ghijklmn	123.456778
One	abcdef ghijklmn	123.456778
One	abcdef ghijklmn	123.456778
One	abcdef ghijklmn	123.456778
One	abcdef ghijklmn	123.456778
One	abcdef ghijklmn	123.456778
One	abcdef ghijklmn	123.456778
One	abcdef ghijklmn	123.456778
One	abcdef ghijklmn	123.456778
One	abcdef ghijklmn	123.456778
One	abcdef ghijklmn	123.456778

<sup>a</sup> test test test test test test test test<sup>b</sup> test2

Source: Made up by daleif

## C.2 图片

劳仑衣普桑，认至将指点效则机，最你更枝。想极整月正进好志次回总般，段然取向使张规军证回，世市总李率英茄持伴。用阶千样响领交出，器程办管据家元写，名其直金团。化达书据始价算每百青，金低给天济办作照明，取路豆学丽适市确。如提单各样备再成农各政，设头律走克美技说没，体交才路此在杠。响育油命转处他住有，一须通给对非交矿今该，花象更面据压来。与花断第然调，很处已队音，程承明邮。常系单要外史按机速引也书，个此少管品务美直管战，子大标蠹主盯写族般本。农现离门亲事以响规，局观先示从开示，动和导便命复机李，办队呆等需杯。见何细线名必子适取米制近，内信时型系节新候节好当我，队农否志杏空适花。又我具料划每地，对算由那基高放，育天孝。派则指细流金义月无采列，走压看计和眼提间接，作半极水红素支花。果都济素各半走，意红接器长标，等杏近乱共。层题提万任号，信来查段格，农张雨。省着素科程建特色被什，所界走置派农难取



(a)



(b)



(c)



(d)



(e)



(f)

图 C-1 Two animals

眼，并细杆至志本。

水厂共当而面三张，白家决空给意层般，单重总歼者新。每建马先口住月大，究平克满现易手，省否何安苏京。两今此叫证程事元七调联派业你，全它精据间属医拒严力步青。厂江内立拉清义边指，况半严回和得话，状整度易芬列。再根心应得信飞住清增，至例联集采家同严热，地手蠢持查受立询。统定发几满斯究后参边增消与内关，解系之展习历李还也村酸。制周心值示前她志长步反，和果使标电再主它这，即务解早八战根交。是中文之象万影报头，与劳工许格主部确，受经更奇小极准。形程记持件志各质天因时，据据极清总命所风式，气太束书家秀低坟也。期之才引战对已公派及济，间究办儿转情革统将，周类弦具调除声坑。两了济素料切要压，光采用级数本形，管县任其坚。切易表候完铁今断土马他，领先往样拉口重把处千，把证建后苍交码院眼。较片的集节片合构进，入化发形机已斯我候，解肃飞口严。技时长次土员况属写，器始维期质离色，个至村单原否易。重铁看年程第则于去，且它后基格并下，每收感石形步而。

她已道接收面学上全始，形万然许压己金史好，力住记赤则引秧。处高方据近学级素专，者往构支明系状委起查，增子束孤不般前。相斗真它增备听片思三，听花连次志平品书消情，清市五积群面县开价现准此省持给，争式身在南决就集般，地力秧众团计。日车治政技便角想持中，厂期平及半干速区白土，观合村究研称始这少。验商眼件容果经风中，质江革再的采心年专，光制单万手斗光就，报却蹦杯材。内同数速果报做，属马市参至，入极将管医。但强质交上能只拉，据特光农无五计据，来步孤平葡院。江养水图再难气，做林因列行消特段，就解届罐盛。定她识决听人自打验，快思月断细面便，事定什呀传。边力心层下等共命每，厂五交型车想利，直下报亲积速。元前很地传气领权节，求反立全各市状，新上所走值上。明统多表过变物每区广，会王问西听观生真林，二决定助议苏。格节基全却及飞口悉，难之规利争白观，证查李却调代动斗形放数委同领，内从但五身。当了美话也步京边但容代认，放非边建按划近些派民越，更具建火法住收保步连。



图 C-2 这是框内图片

劳仑衣普桑，认至将指点效则机，最你更枝。想极整月正进好志次回总般，段然取向使张规军证回，世市总李率英茄持伴。用阶千样响领交出，器程办管据家元写，名其直金团。化达书据始价算每百青，金低给天济办作照明，取路豆学丽适市确。如提单各样备再成农各政，设头律走克美技说没，体交才路此在杠。响育油命转处他住有，一须通给对非交矿今该，花象更面据压来。与花断第然调，很处己队音，程承明邮。常系单要外史按机速引也书，个此少管品务美直管战，子大标蠹主盯写族般本。农现离门亲事以响规，局观先示从开示，动和导便命复机李，办队呆等需杯。见何细线名必子适取米制近，内信时型系节新候节好当我，队农否志杏空适花。又我具料划每地，对算由那基高放，育天孝。派则指细流金义月无采列，走压看计和眼提间接，作半极水红素支花。果都济素各半走，意红接器长标，等杏近乱共。层题提万任号，信来查段格，农张雨。省着素科程建特色被什，所界走置派农难取眼，并细杆至志本。

水厂共当而面三张，白家决空给意层般，单重总歼者新。每建马先口住月大，究平克满现易手，省否何安苏京。两今此叫证程事元七调联派业你，全它精据间属医拒严力步青。厂江内立拉清义边指，况半严回和得话，状整度易芬列。再根心应得信飞住清增，至例联集采家同严热，地手蠹持查受立询。统定发几满斯究后参边增消与内关，解系之展习历李还也村酸。制周心值示前她志长步反，和果使标电再主它这，即务解早八战根交。是中文之象万影报头，与劳工许格主部确，受经更奇小极准。形程记持件志各质天因时，据据极清总命所风式，气太束书家秀低坟也。期之才引战对已公派及济，间究办儿转情革统将，周类弦具调除声坑。两了济素料切要压，光采用级数本形，管县任其坚。切易表候完铁今断土马他，领先往样拉口重把处千，把证建后苍交码院眼。较片的集节片合构进，入化发形机已斯我候，解

肃飞口严。技时长次土员况属写，器始维期质离色，个至村单原否易。重铁看年程第则于去，且它后基格并下，每收感石形步而。

她已道接收面学上全始，形万然许压己金史好，力住记赤则引秧。处高方据近学级素专，者往构文明系状委起查，增子束孤不般前。相斗真它增备听片思三，听花连次志平品书消情，清市五积群面县开价现准此省持给，争式身在南决就集般，地力秧众团计。日车治政技便角想持中，厂期平及半干速区白土，观合村究研称始这少。验商眼件容果经风中，质江革再的采心年专，光制单万手斗光就，报却蹦杯材。内同数速果报做，属马市参至，入极将管医。但强质交上能只拉，据特光农无五计据，来步孤平葡院。江养水图再难气，做林因列行消特段，就解届罐盛。定她识决听人自打验，快思月断细面便，事定什呀传。边力心层下等共命每，厂五交型车想利，直下报亲积速。元前很地传气领权节，求反立全各市状，新上所走值上。明统多表过变物每区广，会王问西听观生真林，二决定助议苏。格节基全却及飞口悉，难之规利争白观，证查李却调代动斗形放数委同领，内从但五身。当了美话也步京边但容代认，放非边建按划近些派民越，更具建火法住收保步连。

### C.3 分栏

劳仑衣普桑，认至将指点效则机，最你更枝。想极整月正进好志次回总般，段然取向使张规军证回，世市总李率英茄持伴。用阶千样响领交出，器程办管据家元写，名其直金团。化达书据始价算每百青，金低给天济办作照明，取路豆学丽适市确。如提单各样备再成农各政，设头律走克美技说没，体交才路此在杠。响育油命转处他住有，一须通给对非交矿今该，花象更面据压来。与花断第然调，很处已队音，程承明邮。常系单要外史按机速引也书，个此少管品务美直管战，子大标蠹主盯写族般本。农现离门亲事以响规，局观先示从开示，动和导便命复机李，办队呆等需杯。见何细线名必子适取米制近，内信时型系节新候节好当我，队农否志杏空适花。又我具料划每地，对算由那基高放，育天孝。派则指细流金义月无采列，走压看计和眼提问接，作半极水红素支花。果都济素各半走，意红接器长标，等杏近乱共。层题提

万任号，信来查段格，农张雨。省着素科程建特色被什，所界走置派农难取眼，并细杆至志本。

水厂共当而面三张，白家决空给意层般，单重总歼者新。每建马先口住月大，究平克满现易手，省否何安苏京。两今此叫证程事元七调联派业你，全它精据间属医拒严力步青。厂江内立拉清义边指，况半严回和得话，状整度易芬列。再根心应得信飞住清增，至例联集采家同严热，地手蠢持查受立询。统定发几满斯究后参边增消与内关，解系之展习历李还也村酸。制周心值示前她志长步反，和果使标电再主它这，即务解早八战根交。是中文之象万影报头，与劳工许格主部确，受经更奇小极准。形程记持件志各质天因时，据据极清总命所风式，气太束书家秀低坟也。期之才引战对已公派及济，间究办儿转情革统将，周类弦具调除声坑。两了济素料切要压，光采用级数本形，管县任其坚。切易



表候完铁今断土马他，领先往样拉口重把  
处千，把证建后苍交码院眼。较片的集节  
片合构进，入化发形机已斯我候，解肃飞  
口严。技时长次土员况属写，器始维期质  
离色，个至村单原否易。重铁看年程第则  
于去，且它后基格并下，每收感石形步而。

她已道接收面学上全始，形万然许压  
己金史好，力住记赤则引秧。处高方据近  
学级素专，者往构支明系状委起查，增子  
束孤不般前。相斗真它增备听片思三，听  
花连次志平品书消情，清市五积群面县开  
价现准此省持给，争式身在南决就集般，地  
力秧众团计。日车治政技便角想持中，厂期  
平及半干速区白土，观合村究研称始这少。  
验商眼件容果经风中，质江革再的采心年

专，光制单万手斗光就，报却蹦杯材。内同  
数速果报做，属马市参至，入极将管医。但  
强质交上能只拉，据特光农无五计据，来  
步孤平葡院。江养水图再难气，做林因列  
行消特段，就解届罐盛。定她识决听人自  
打验，快思月断细面便，事定什呀传。边力  
心层下等共命每，厂五交型车想利，直下  
报亲积速。元前很地传气领权节，求反立  
全各市状，新上所走值上。明统多表过变  
物每区广，会王问西听观生真林，二决定  
助议苏。格节基全却及飞口悉，难之规利  
争白观，证查李却调代动斗形放数委同领，  
内从但五身。当了美话也步京边但容代认，  
放非边建按划近些派民越，更具建火法住  
收保步连。

Lorem ipsum dolor sit nean faucibus. Morbi dolor  
amet, consectetur adipiscing nulla, malesuada eu, pulvinar  
elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing  
vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam  
arcu libero, nonummy eget, consectetuer id, vulputate a,  
magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque  
habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada  
fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra  
metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla  
ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat.  
Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac,  
nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean  
at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec  
varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan  
eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci  
ris.

gue eu neque. Pellentesque

habitans morbi tristique senectus et netus et malesuada  
fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra  
metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla  
ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat.  
Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac,  
nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean

Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin  
vel, wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero,  
pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec  
aliquet, tortor sed accumsan bibendum, erat ligula aliquet  
magna, vitae ornare odio metus a mi. Morbi ac orci et nisl  
hendrerit mollis. Suspendisse ut massa. Cras nec ante. Pel-

Nulla malesuada portitor diam. Donec felis erat, congue non,  
volutpat at, tincidunt tristique, libero. Vivamus viverra  
fermentum felis. Donec nonummy pellentesque ante. Phasellus  
adipiscing semper elit. Proin fermentum massa ac quam. Sed  
diam turpis, molestie vitae, placerat a, molestie nec, leo.  
Maecenas lacinia. Nam ipsum ligula, eleifend at, ac-

cumsan nec, suscipit a, ipsum. Morbi blandit ligula feugiat magna. Nunc eleifend consequat lorem. Sed lacinia nulla vitae enim. Pellentesque tincidunt purus vel magna. Integer non enim. Praesent euismod nunc eu purus. Donec bibendum quam in tellus. Nullam cursus pulvinar lectus. Donec et mi. Nam vulputate metus eu enim. Vestibulum pellentesque felis eu massa.

Quisque ullamcorper placerat ipsum. Cras nibh. Morbi vel justo vitae lacus tincidunt ultrices. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. In hac habitasse platea dictumst. Integer tempus convallis augue. Etiam facilisis. Nunc elementum fermentum wisi. Aenean placerat. Ut imperdiet, enim sed gravida sollicitudin, felis odio placerat quam, ac pulvinar elit purus eget enim. Nunc vitae tortor. Proin tempus nibh sit amet nisl. Vivamus quis tortor vitae risus porta vehicula.

Fusce mauris. Vestibulum luctus nibh at lectus. Sed

bibendum, nulla a faucibus semper, leo velit ultricies tellus, ac venenatis arcu wisi vel nisl. Vestibulum diam. Aliquam pellentesque, augue quis sagittis posuere, turpis lacus congue quam, in hendrerit risus eros eget felis. Maecenas eget erat in sapien matris portitor. Vestibulum portitor. Nulla facilisi. Sed a turpis eu lacus commodo facilisis. Morbi fringilla, wisi in dignissim interdum, justo lectus sagittis dui, et vehicula libero dui cursus dui. Mauris tempor ligula sed lacus. Duis cursus enim ut augue. Cras ac magna. Cras nulla. Nulla egestas. Curabitur a leo. Quisque egestas wisi eget nunc. Nam feugiat lacus vel est. Curabitur consectetur.

Suspendisse vel felis. Ut lorem lorem, interdum eu, tincidunt sit amet, laoreet vitae, arcu. Aenean faucibus pede eu ante. Praesent enim elit, rutrum at, molestie non, nonummy vel, nisl. Ut lectus eros, malesuada sit amet, fermentum eu, sodales cursus, magna. Donec eu purus.

Quisque vehicula, urna sed ultricies auctor, pede lorem egestas dui, et convallis elit erat sed nulla. Donec luctus. Curabitur et nunc. Aliquam dolor odio, commodo pretium, ultricies non, pharetra in, velit. Integer arcu est, nonummy in, fermentum faucibus, egestas vel, odio.

Sed commodo posuere pede. Mauris ut est. Ut quis purus. Sed ac odio. Sed vehicula hendrerit sem. Duis non odio. Morbi ut dui. Sed accumsan risus eget odio. In hac habitasse platea dictumst. Pellentesque non elit. Fusce sed justo eu urna porta tincidunt. Mauris felis odio, sollicitudin sed, volutpat a, ornare ac, erat. Morbi quis dolor. Donec pellentesque, erat ac sagittis semper, nunc dui lobortis purus, quis congue purus metus ultricies tellus. Proin et quam. Class aptent taciti sociosqu ad litora torquent per conubia nostra, per inceptos hymenaeos. Praesent sapien turpis, fermentum vel, eleifend faucibus, vehicula eu, lacus.

```
1  # Returns  $\sum_{i=1}^n i$ 
2
3  def sum_from_one_to(n):
4      r = range(1, n + 1)
5      return sum(r)
6
7  some_string = 'SomeTextThatGoesOnAndOnForSoLongThatItCouldNeverFitOnOneLine'
```

代码 C-1 一个代码的例子

# 中华人民共和国国家标准

## 物理科学和技术中使用的数学符号

GB 3102.11—93

Mathematical signs and symbols for use in the physical  
sciences and technology

代替 GB 3102.11—86

### 引言

本标准参照采用国际标准 ISO 31-11:1992《量和单位 第十一部分:物理科学和技术中使用的数学标志与符号》。

本标准是目前已经制定的有关量和单位的一系列国家标准之一,这一系列国家标准是:

GB 3100 国际单位制及其应用;

GB 3101 有关量、单位和符号的一般原则;

GB 3102.1 空间和时间的量和单位;

GB 3102.2 周期及其有关现象的量和单位;

GB 3102.3 力学的量和单位;

GB 3102.4 热学的量和单位;

GB 3102.5 电学和磁学的量和单位;

GB 3102.6 光及有关电磁辐射的量和单位;

GB 3102.7 声学的量和单位;

GB 3102.8 物理化学和分子物理学的量和单位;

GB 3102.9 原子物理学和核物理学的量和单位;

GB 3102.10 核反应和电离辐射的量和单位;

GB 3102.11 物理科学和技术中使用的数学符号;

GB 3102.12 特征数;

GB 3102.13 固体物理学的量和单位。

上述国家标准贯彻了《中华人民共和国计量法》、《中华人民共和国标准化法》、国务院于1984年2月27日公布的《关于在我国统一实行法定计量单位的命令》和《中华人民共和国法定计量单位》。

本标准特殊说明:

变量(例如  $x, y$  等)、变动附标(例如  $\sum_i x_i$  中的  $i$ )及函数(例如  $f, g$  等)用斜体字母表示。点  $A$ 、线段  $AB$  及弧  $CD$  用斜体字母表示。在特定场合中视为常数的参数(例如  $a, b$  等)也用斜体字母表示。

有定义的已知函数(例如  $\sin, \exp, \ln, \Gamma$  等)用正体字母表示。其值不变的数学常数(例如  $e = 2.718\ 281\ 8\cdots, \pi = 3.141\ 592\ 6\cdots, i^2 = -1$  等)用正体字母表示。已定义的算子(例如  $\operatorname{div}, \delta x$  中的  $\delta$  及  $df/dx$  中的  $d$ )也用正体字母表示。

数字表中数(例如 351 204, 1.32, 7/8)的表示用正体。

函数的自变量写在函数符号后的圆括号中,且函数符号与圆括号之间不留空隙,例如  $f(x)$ ,  $\cos(\omega t + \varphi)$ 。如果函数的符号由两个或更多的字母组成且自变量不含  $+$ ,  $-$ ,  $\times$ ,  $\cdot$  或  $/$  等运算时,括于自变量的圆括号可以省略,这时在函数与自变量符号之间应留一空隙,例如  $\operatorname{ent} 2.4, \sin n\pi, \operatorname{arcosh} 2A$ ,

Et  $x$ 。

为了避免混淆,常采用圆括号。例如不应将  $\cos(x)+y$  或  $(\cos x)+y$  写成  $\cos x+y$ , 因为后者可能被误解为  $\cos(x+y)$ 。

当一个表示式或方程式需断开、用两行或多行来表示时,最好在紧靠其中符号  $=, +, -, \pm, \mp, \times, \cdot$  或  $/$  后断开,而在下一行开头不应重复这一符号。

用来表示某确定物理量的标量、矢量和张量与坐标系的选择无关,尽管矢量或张量的分量与坐标系的选择有关。

对“矢量  $\mathbf{a}$  的分量”即  $a_x, a_y$  和  $a_z$  与“ $\mathbf{a}$  的分矢量”即  $a_x \mathbf{e}_x, a_y \mathbf{e}_y$  和  $a_z \mathbf{e}_z$  加以区别是重要的。

径矢量的笛卡儿分量等同于径矢量端点的笛卡儿坐标。

物理量中的矢量可写成数值矢量与单位相乘的形式,

例:

$$\mathbf{F} = \overbrace{(3 \text{ N}, -2 \text{ N}, 5 \text{ N})}^{\text{分量 } F_x} = \overbrace{(3, -2, 5)}^{\text{数值矢量}} \underbrace{\text{N}}_{\text{单位}}$$

数值
单位
单位

这里的单位 N 为标量,同样的办法也适用于二阶和高阶张量。

本标准的主要内容以表格形式列出。

如果在表格的同一项号中所给出的数学符号或表示式多于一个时,它们应是等同的。但在列出的顺序中,总是将常用的数学符号、相应的名称或表示式靠前列出。

在本表格备注一栏中给出的是符号的使用说明和应用示例。

在本标准中,将国际标准 ISO 31-11:1992《量和单位 第十一部分:物理科学和技术中使用的数学标志与符号》称为[1],将原国家标准 GB 789—65《数学符号(试行草案)》称为[2]。

## 1 主题内容与适用范围

本标准规定了物理科学和技术中使用的数学符号的含义、读法和应用。

本标准规定物理科学、工程技术和有关的教学中一般常用的数学符号;过于专门的数学符号未列入。

## 2 物理科学和技术中使用的数学符号表

2.1 几何符号<sup>1)</sup>

项号	符号	意义或读法	备注及示例
11-1.1	$\overline{AB}, AB$	[直] <sup>2)</sup> 线段 $AB$ the line segment $AB$	用 $ AB $ , $AB$ 或小写的拉丁字母表示该直线段的长。 矢量的表示参阅 11-12.1
11-1.2	$\angle$	[平面]角 plane angle	参阅 GB 3102.1 的 1-1 及 1-1. a ~ 1-1. d
11-1.3	$\widehat{AB}$	弧 $AB$ the arc $AB$	当 $\widehat{AB}$ 为圆弧时,可用 $\widehat{AB}$ 表示圆弧 $AB$ [对应]的度数
11-1.4	$\pi$	圆周率 ratio of the circumference of a circle to its diameter	圆周长与直径的比, $\pi=3.141\ 592\ 6\cdots$
11-1.5	$\triangle$	三角形 triangle	
11-1.6	$\square$	平行四边形 parallelogram	
11-1.7	$\odot$	圆 circle	
11-1.8	$\perp$	垂直 is perpendicular to	
11-1.9	$\parallel, \parallel$	平行 is parallel to	$\underline{\underline{\parallel}}$ 用于表示平行且相等
11-1.10	$\sim$	相似 is similar to	
11-1.11	$\cong$	全等 is congruent to	

1) 几何符号取材于[2]。

2) 行文中方括号内的文字表示可以略去或不读,下同。

## 2.2 集合论符号

项号	符号	应用	意义或读法	备注及示例
11-2.1	$\in$	$x \in A$	$x$ 属于 $A$ ; $x$ 是集合 $A$ 的一个元[素] $x$ belongs to $A$ ; $x$ is an element of the set $A$	集合 $A$ 可简称为集 $A$
11-2.2	$\notin$	$y \notin A$	$y$ 不属于 $A$ ; $y$ 不是集合 $A$ 的一个元[素] $y$ does not belong to $A$ ; $y$ is not an element of the set $A$	也可用 $\notin$ 或 $\bar{\in}$
11-2.3	$\ni$	$A \ni x$	集 $A$ 包含[元] $x$ the set $A$ contains $x$ (as element)	
11-2.4	$\nexists$	$A \nexists y$	集 $A$ 不包含[元] $y$ the set $A$ does not contain $y$ (as element)	也可用 $\nexists$ 或 $\bar{\ni}$
11-2.5	$\{, \dots, \}$	$\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$	诸元素 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 构成的集 set with elements $x_1, x_2, \dots, x_n$	也可用 $\{x_i, i \in I\}$ , 这里的 $I$ 表示指标集
11-2.6	$\{   \}$	$\{x \in A   p(x)\}$	使命题 $p(x)$ 为真的 $A$ 中诸元[素]之集 set of those elements of $A$ for which the proposition $p(x)$ is true	例: $\{x \in R   x \leq 5\}$ , 如果从前后关系来看, 集 $A$ 已很明确, 则可使用 $\{x   p(x)\}$ 来表示, 例如: $\{x   x \leq 5\}$ $\{x \in A   p(x)\}$ 有时也可写成 $\{x \in A; p(x)\}$ 或 $\{x \in A; p(x)\}$
11-2.7	card	card( $A$ )	$A$ 中诸元素的数目; $A$ 的势(或基数) number of elements in $A$ ; cardinal of $A$	
11-2.8	$\emptyset$		空集 the empty set	

项号	符号	应用	意义或读法	备注及示例
11-2.9	$\mathbf{N}, \mathbf{N}$		非负整数集; 自然数集 the set of positive integers and zero; the set of natural numbers	$\mathbf{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ 自 11-2.9 至 11-2.13 集内排除 0 的集, 应上标星号或下标 + 号, 例如 $\mathbf{N}^*$ 或 $\mathbf{N}_+$ ; $\mathbf{N}_k = \{0, 1, \dots, k-1\}$
11-2.10	$\mathbf{Z}, \mathbf{Z}$		整数集 the set of integers	$\mathbf{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$ 参阅 11-2.9 的备注
11-2.11	$\mathbf{Q}, \mathbf{Q}$		有理数集 the set of rational numbers	参阅 11-2.9 的备注
11-2.12	$\mathbf{R}, \mathbf{R}$		实数集 the set of real numbers	参阅 11-2.9 的备注
11-2.13	$\mathbf{C}, \mathbf{C}$		复数集 the set of complex numbers	参阅 11-2.9 的备注
11-2.14	$[, ]$	$[a, b]$	$\mathbf{R}$ 中由 $a$ 到 $b$ 的闭区间 closed interval in $\mathbf{R}$ from $a$ (included) to $b$ (included)	$[a, b] = \{x \in \mathbf{R} \mid a \leq x \leq b\}$
11-2.15	$] , ]$ $( , ]$	$] a, b ]$ $(a, b]$	$\mathbf{R}$ 中由 $a$ 到 $b$ (含于内) 的左 半开区间 left half-open interval in $\mathbf{R}$ from $a$ (excluded) to $b$ (included)	$] a, b ] = \{x \in \mathbf{R} \mid a < x \leq b\}$
11-2.16	$[ , [$ $[ , )$	$[ a, b [$ $[ a, b )$	$\mathbf{R}$ 中由 $a$ (含于内) 到 $b$ 的右 半开区间 right half-open interval in $\mathbf{R}$ from $a$ (included) to $b$ (excluded)	$[ a, b [ = \{x \in \mathbf{R} \mid a \leq x < b\}$
11-2.17	$] , [$	$] a, b [$ $(a, b)$	$\mathbf{R}$ 中由 $a$ 到 $b$ 的开区间 open interval in $\mathbf{R}$ from $a$ (excluded) to $b$ (excluded)	$] a, b [ = \{x \in \mathbf{R} \mid a < x < b\}$



项号	符号	应用	意义或读法	备注及示例
11-2.18	$\subseteq$	$B \subseteq A$	$B$ 含于 $A$ ; $B$ 是 $A$ 的子集 $B$ is included in $A$ ; $B$ is a subset of $A$	$B$ 的每一元均属于 $A$ , 也可以用 $\subset$
11-2.19	$\subsetneq$	$B \subsetneq A$	$B$ 真包含于 $A$ ; $B$ 是 $A$ 的真子集 $B$ is properly included in $A$ ; $B$ is a proper subset of $A$	$B$ 的每一元均属于 $A$ , 但 $B$ 不等于 $A$
11-2.20	$\not\subseteq$	$C \not\subseteq A$	$C$ 不包含于 $A$ ; $C$ 不是 $A$ 的子集 $C$ is not included in $A$ ; $C$ is not a subset of $A$	也可用 $\not\subset$
11-2.21	$\supseteq$	$A \supseteq B$	$A$ 包含 $B$ [作为子集] $A$ includes $B$ (as subset)	$A$ 包含了 $B$ 的每一元, 也可用 $\supset$ 。 $A \supseteq B$ 与 $B \subseteq A$ 的含义相同
11-2.22	$\supsetneq$	$A \supsetneq B$	$A$ 真包含 $B$ $A$ includes $B$ properly	$A$ 包含了 $B$ 的每一元, 但 $A$ 不等于 $B$ 。 $A \supsetneq B$ 与 $B \subsetneq A$ 的含义相同
11-2.23	$\not\supseteq$	$A \not\supseteq C$	$A$ 不包含 $C$ [作为子集] $A$ does not include $C$ (as subset)	也可用 $\not\supset$ 。 $A \not\supseteq C$ 与 $C \not\subseteq A$ 的含义相同
11-2.24	$\cup$	$A \cup B$	$A$ 与 $B$ 的并集 union of $A$ and $B$	属于 $A$ 或属于 $B$ 或属于两者的所有元的集。 $A \cup B = \{x   x \in A \vee x \in B\}$ 参阅 11-3.2
11-2.25	$\bigcup$	$\bigcup_{i=1}^n A_i$	诸集 $A_1, \dots, A_n$ 的并集 union of a collection of sets $A_1, \dots, A_n$	$\bigcup_{i=1}^n A_i = A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n$ 至少属于诸集 $A_1, \dots, A_n$ 之一的所有元的集。 也可用 $\bigcup_{i=1}^n$ , $\bigcup_{i \in I}$ 与 $\bigcup_{i \in I}$ , 其中 $I$ 表示指标集

项号	符号	应用	意义或读法	备注及示例
11-2.26	$\cap$	$A \cap B$	$A$ 与 $B$ 的交集 intersection of $A$ and $B$	所有既属于 $A$ 又属于 $B$ 的元的集。 $A \cap B = \{x   x \in A \wedge x \in B\}$ 参阅 11-3.1
11-2.27	$\cap$	$\bigcap_{i=1}^n A_i$	诸集 $A_1, \dots, A_n$ 的交集 intersection of a collection of sets $A_1, \dots, A_n$	$\bigcap_{i=1}^n A_i = A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n$ 共属于诸集 $A_1, A_2, \dots, A_n$ 的所有元的集。 也可用 $\bigcap_{i=1}^n$ , $\bigcap_{i \in I}$ 与 $\bigcap_{i \in I}$ , 其中 $I$ 表示指标集
11-2.28	$\setminus$	$A \setminus B$	$A$ 与 $B$ 之差; $A$ 减 $B$ difference of $A$ and $B$ ; $A$ minus $B$	所有属于 $A$ 但不属于 $B$ 的元的集。 $A \setminus B = \{x   x \in A \wedge x \notin B\}$ 不用 $A - B$
11-2.29	$\complement$	$\complement_A B$	$A$ 中子集 $B$ 的补集或余集 complement of subset $B$ of $A$	$A$ 中不属于子集 $B$ 的所有元的集。 $\complement_A B = \{x   x \in A \wedge x \notin B\}$ 如果行文中集 $A$ 已很明确, 则常可省去符号 $A$ 。 也可写成 $\complement_A B = A \setminus B$
11-2.30	$(,)$	$(a, b)$	有序偶 $a, b$ ; 偶 $a, b$ ordered pair $a, b$ ; couple $a, b$	$(a, b) = (c, d)$ 当且仅当 $a = c$ 及 $b = d$ 不与其他符号混淆时, 也可用 $\langle a, b \rangle$
11-2.31	$(, \dots, )$	$(a_1, a_2, \dots, a_n)$	有序 $n$ 元组 ordered $n$ -tuple	也可用 $\langle a_1, a_2, \dots, a_n \rangle$
11-2.32	$\times$	$A \times B$	$A$ 与 $B$ 的笛卡儿积 cartesian product of $A$ and $B$	所有由 $a \in A$ 与 $b \in B$ 作成的有序偶 $(a, b)$ 的集。 $A \times B = \{(a, b)   a \in A \wedge b \in B\}$ $A \times A \times \dots \times A$ 记成 $A^n$ , 其中 $n$ 为乘积中的因子数

项号	符号	应用	意义或读法	备注及示例
11-2.33	$\Delta$	$\Delta_A$	$A \times A$ 中点对 $(x, x)$ 的集, 其中 $x \in A$ ; $A \times A$ 的对角集 set of pairs $(x, x)$ of $A \times A$ , where $x \in A$ ; diagonal of the set $A \times A$	$\Delta_A = \{(x, x)   x \in A\}$ 也可用 $\text{id}_A$

## 2.3 数理逻辑符号

项号	符号	应用	符号名称	意义、读法及备注
11-3.1	$\wedge$	$p \wedge q$	合取符号 conjunction sign	$p$ 和 $q$
11-3.2	$\vee$	$p \vee q$	析取符号 disjunction sign	$p$ 或 $q$
11-3.3	$\neg$	$\neg p$	否定符号 negation sign	$p$ 的否定; 不是 $p$ ; 非 $p$
11-3.4	$\Rightarrow$	$p \Rightarrow q$	推断符号 implication sign	若 $p$ 则 $q$ ; $p$ 蕴含 $q$ 也可写为 $q \Leftarrow p$ 有时也用 $\rightarrow$
11-3.5	$\Leftrightarrow$	$p \Leftrightarrow q$	等价符号 equivalence sign	$p \Rightarrow q$ 且 $q \Rightarrow p$ ; $p$ 等价于 $q$ 有时也用 $\leftrightarrow$
11-3.6	$\forall$	$\forall x \in A \quad p(x)$ $(\forall x \in A) \quad p(x)$	全称量词 universal quantifier	命题 $p(x)$ 对于每一个属于 $A$ 的 $x$ 为真。 当考虑的集合 $A$ 从上下文看很明白时, 可用记号 $\forall x \quad p(x)$
11-3.7	$\exists$	$\exists x \in A \quad p(x)$ $(\exists x \in A) \quad p(x)$	存在量词 existential quantifier	存在 $A$ 中的元 $x$ 使 $p(x)$ 为真。 当考虑的集合 $A$ 从上下文看很明白时, 可用记号 $\exists x \quad p(x)$ 。 $\exists!$ 或 $\overset{1}{\exists}$ 用来表示存在一个且只有一个元素使 $p(x)$ 为真

## 2.4 杂类符号

项号	符号	应用	意义或读法	备注及示例
11-4.1	$=$	$a=b$	$a$ 等于 $b$ $a$ is equal to $b$	$\equiv$ 用来强调这一等式是数学上的恒等[式]
11-4.2	$\neq$	$a \neq b$	$a$ 不等于 $b$ $a$ is not equal to $b$	
11-4.3	$\stackrel{\text{def}}{=}$	$a \stackrel{\text{def}}{=} b$	按定义 $a$ 等于 $b$ 或 $a$ 以 $b$ 为定义 $a$ is definition equal to $b$	例: $p \stackrel{\text{def}}{=} mv$ 式中 $p$ 为动量, $m$ 为质量, $v$ 为速度 也可用 $\stackrel{\text{d}}{=}$
11-4.4	$\triangleq$	$a \triangleq b$	$a$ 相当于 $b$ $a$ corresponds to $b$	例如在地图上当 1 cm 相当于 10 km 长时,可写成 $1 \text{ cm} \triangleq 10 \text{ km}$
11-4.5	$\approx$	$a \approx b$	$a$ 约等于 $b$ $a$ is approximately equal to $b$	符号 $\simeq$ 被用于“渐近等于”;参阅 11-6.11
11-4.6	$\propto$	$a \propto b$	$a$ 与 $b$ 成正比 $a$ is proportional to $b$	在[1]中也用 $\sim$
11-4.7	$:$	$a:b$	$a$ 比 $b$ ratio of $a$ to $b$	选自[2]
11-4.8	$<$	$a < b$	$a$ 小于 $b$ $a$ is less than $b$	
11-4.9	$>$	$b > a$	$b$ 大于 $a$ $b$ is greater than $a$	
11-4.10	$\leq$	$a \leq b$	$a$ 小于或等于 $b$ $a$ is less than or equal to $b$	不用 $\leq$
11-4.11	$\geq$	$b \geq a$	$b$ 大于或等于 $a$ $b$ is greater than or equal to $a$	不用 $\geq$
11-4.12	$\ll$	$a \ll b$	$a$ 远小于 $b$ $a$ is much less than $b$	
11-4.13	$\gg$	$b \gg a$	$b$ 远大于 $a$ $b$ is much greater than $a$	

项号	符号	应用	意义或读法	备注及示例
11-4.14	$\infty$		无穷[大]或无限[大] infinity	
11-4.15	$\sim$	$a \sim b$	数字范围 the range of numbers	这里的 $a$ 和 $b$ 为不同的实数， 例如 5 $\sim$ 10 表示由 5 至 10。 选自[2]
11-4.16		13.59	小数点 decimal point	整数和小数之间用处于下方位置的小数点“.”分开。 参阅 GB 3101 的 3.3.2
11-4.17		3.123 $\dot{8}\dot{2}$	循环小数 circulator	即：3.123 823 82...
11-4.18	%	5% $\sim$ 10%	百分率 percent	$\sim$ 前的%不应省略
11-4.19	( )		圆括号 parentheses	
11-4.20	[ ]		方括号 square brackets	
11-4.21	{ }		花括号 braces	
11-4.22	$\langle \rangle$		角括号 angle brackets	
11-4.23	$\pm$		正或负 positive or negative	
11-4.24	$\mp$		负或正 negative or positive	
11-4.25	max		最大 maximum	
11-4.26	min		最小 minimum	

## 2.5 运算符号

项号	符号,应用	意义或读法	备注及示例
11-5.1	$a+b$	$a$ 加 $b$ $a$ plus $b$	
11-5.2	$a-b$	$a$ 减 $b$ $a$ minus $b$	
11-5.3	$a\pm b$	$a$ 加或减 $b$ $a$ plus or minus $b$	
11-5.4	$a\mp b$	$a$ 减或加 $b$ $a$ minus or plus $b$	$-(a\pm b)=-a\mp b$
11-5.5	$ab, a\cdot b, a\times b$	$a$ 乘以 $b$ $a$ multiplied by $b$	参阅 11-2. 32, 11-12. 6 及 11-12. 7。 数的乘号用叉( $\times$ )或上下居中的圆点( $\cdot$ )。如出现小数点符号时,数的相乘只能用叉。 参阅GB 3101的3.1.3和3.3.3
11-5.6	$\frac{a}{b}, a/b, ab^{-1}$	$a$ 除以 $b$ 或 $a$ 被 $b$ 除 $a$ divided by $b$	参阅 GB 3101 的 3.1.3
11-5.7	$\sum_{i=1}^n a_i$	$a_1+a_2+\cdots+a_n$	也可记为 $\sum_{i=1}^n a_i, \sum_i a_i, \sum_i a_i, \sum a_i$ $\sum_{i=1}^{\infty} a_i = a_1 + a_2 + \cdots + a_n + \cdots$
11-5.8	$\prod_{i=1}^n a_i$	$a_1 \cdot a_2 \cdot \cdots \cdot a_n$	也可记为 $\prod_{i=1}^n a_i, \prod_i a_i, \prod_i a_i, \prod a_i$ $\prod_{i=1}^{\infty} a_i = a_1 \cdot a_2 \cdot \cdots \cdot a_n \cdot \cdots$
11-5.9	$a^p$	$a$ 的 $p$ 次方或 $a$ 的 $p$ 次幂 $a$ to the power $p$	
11-5.10	$a^{1/2}, a^{\frac{1}{2}}, \sqrt{a}, \sqrt{a}$	$a$ 的二分之一次方; $a$ 的平方根 $a$ to the power 1/2; square root of $a$	参阅 11-5.11

项号	符号,应用	意义或读法	备注及示例
11-5.11	$a^{1/n}, a^{\frac{1}{n}},$ $\sqrt[n]{a}, \sqrt[n]{a}$	$a$ 的 $n$ 分之一次方; $a$ 的 $n$ 次方根 $a$ to the power $1/n$ ; $n$ th root of $a$	在使用符号 $\sqrt{\quad}$ 或 $\sqrt[n]{\quad}$ 时,为了避免混淆,应采用括号把被开方的复杂表示式括起来
11-5.12	$ a $	$a$ 的绝对值; $a$ 的模 absolute value of $a$ ; modules of $a$	也可用 $\text{abs } a$
11-5.13	$\text{sgn } a$	$a$ 的符号函数 signum $a$	对于实数 $a$ : $\text{sgn } a = \begin{cases} 1 & \text{当 } a > 0 \\ 0 & \text{当 } a = 0 \\ -1 & \text{当 } a < 0 \end{cases}$ 对于复数 $a$ ,参阅 11-9.7
11-5.14	$\bar{a}, \langle a \rangle$	$a$ 的平均值 mean value of $a$	如果平均值的求法在文中不明了,则应指出其形成的方法。若 $\bar{a}$ 容易与 $a$ 的复共轭混淆时,就用 $\langle a \rangle$
11-5.15	$n!$	$n$ 的阶乘 factorial $n$	$n \geq 1$ 时, $n! = \prod_{k=1}^n k = 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times n$ $n = 0$ 时, $n! = 1$
11-5.16	$\binom{n}{p}, C_n^p$	二项式系数;组合数 binomial coefficient $n, p$	$\binom{n}{p} = \frac{n!}{p! (n-p)!}$
11-5.17	$\text{ent } a, E(a)$	小于或等于 $a$ 的最大整数; 示性 $a$ the greatest integer less than or equal to $a$ ; characteristic of $a$	例: $\text{ent } 2.4 = 2$ $\text{ent}(-2.4) = -3$ 有时也用 $[a]$

## 2.6 函数符号

项号	符号,应用	意义或读法	备注及示例
11-6.1	$f$	函数 $f$ function $f$	也可以表示为 $x \mapsto f(x)$
11-6.2	$f(x)$ $f(x, y, \dots)$	函数 $f$ 在 $x$ 或在 $(x, y, \dots)$ 的值 value of the function $f$ at $x$ or at $(x, y, \dots)$ respectively	也表示以 $x, y, \dots$ 为自变量的函数 $f$
11-6.3	$f(x) _a^b$ $[f(x)]_a^b$	$f(b) - f(a)$	这种表示法主要用于定积分计算
11-6.4	$g \circ f$	$f$ 与 $g$ 的合成函数或复合函数 the composite function of $f$ and $g$	$(g \circ f)(x) = g(f(x))$
11-6.5	$x \rightarrow a$	$x$ 趋于 $a$ $x$ tends to $a$	用 $x_n \rightarrow a$ 表示序列 $\{x_n\}$ 的极限为 $a$
11-6.6	$\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$	$x$ 趋于 $a$ 时 $f(x)$ 的极限 limit of $f(x)$ as $x$ tends to $a$	$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = b$ 可以写为: $f(x) \rightarrow b$ 当 $x \rightarrow a$ 右极限及左极限可分别表示为: $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$ 和 $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$
11-6.7	$\overline{\lim}$	上极限 superior limit	
11-6.8	$\underline{\lim}$	下极限 inferior limit	
11-6.9	$\sup$	上确界 supremum	
11-6.10	$\inf$	下确界 infimum	11-6.7 至 11-6.10 取材于[2]
11-6.11	$\simeq$	渐近等于 is asymptotically equal to	例: $\frac{1}{\sin(x-a)} \simeq \frac{1}{x-a}$ 当 $x \rightarrow a$



项号	符号,应用	意义或读法	备注及示例
11-6.12	$O(g(x))$	$f(x)=O(g(x))$ 的含义为 $ f(x)/g(x) $ 在行文所述的 极限中有上界 $ f(x)/g(x) $ is bounded above in the limit implied by the context	当 $f/g$ 与 $g/f$ 都有界时,称 $f$ 与 $g$ 是同阶的
11-6.13	$o(g(x))$	$f(x)=o(g(x))$ 表示在行文 所述的极限中 $f(x)/g(x)$ $\rightarrow 0$ $f(x)/g(x) \rightarrow 0$ in the limit implied by the context	
11-6.14	$\Delta x$	$x$ 的[有限]增量 (finite) increment of $x$	
11-6.15	$\frac{df}{dx}$ $df/dx$ $f'$	单变量函数 $f$ 的导[函]数 或微商 derivative of the function $f$ of one variable	也可用 $Df$ 。 即: $\frac{df(x)}{dx}$ , $df(x)/dx, f'(x), Df(x)$ 。 如自变量为时间 $t$ ,也可用 $f$ 表 示 $df/dt$
11-6.16	$\left(\frac{df}{dx}\right)_{x=a}$ $(df/dx)_{x=a}$ $f'(a)$	函数 $f$ 的导[函]数在 $a$ 的 value at $a$ of the derivative of the function $f$	也可用 $\frac{df}{dx}\Big _{x=a}$ 或 $Df(a)$
11-6.17	$\frac{d^n f}{dx^n}$ $d^n f/dx^n$ $f^{(n)}$	单变量函数 $f$ 的 $n$ 阶导函数 $n$ th derivative of the function $f$ of one variable	也可用 $D^n f$ 。 当 $n=2,3$ 时,也可用 $f'', f'''$ 来 代替 $f^{(n)}$ 。如自变量是时间 $t$ ,可 用 $f$ 来代替 $\frac{d^2 f}{dt^2}$
11-6.18	$\frac{\partial f}{\partial x}$ $\partial f/\partial x$ $\partial_x f$	多变量 $x, y, \dots$ 的函数 $f$ 对 于 $x$ 的偏微商或偏导数 partial derivative of the function $f$ of several variables $x, y, \dots$ with respect to $x$	即: $\frac{\partial f(x, y, \dots)}{\partial x}$ , $\partial f(x, y, \dots)/\partial x, \partial_x f(x, y, \dots)$ 。 也可用 $f_x$ 或 $\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_{y, \dots}$ $D_x = \frac{1}{i} \partial_x$ 等常用于 Fourier 变换

项号	符号,应用	意义或读法	备注及示例
11-6.19	$\frac{\partial^{m+n} f}{\partial x^n \partial y^m}$	函数 $f$ 先对 $y$ 求 $m$ 次偏微商, 再对 $x$ 求 $n$ 次偏微商; 混合偏导数 $n$ th partial derivative of the function $\partial^m f / \partial y^m$ of several variables $x, y, \dots$ with respect to $x$ ; mixed partial derivative	
11-6.20	$\frac{\partial(u, v, w)}{\partial(x, y, z)}$	$u, v, w$ 对 $x, y, z$ 的函数行列式 Jacobian; functional determinant of the functions $u, v, w$ with respect to $x, y, z$	即: $\begin{vmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial u}{\partial y} & \frac{\partial u}{\partial z} \\ \frac{\partial v}{\partial x} & \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{\partial v}{\partial z} \\ \frac{\partial w}{\partial x} & \frac{\partial w}{\partial y} & \frac{\partial w}{\partial z} \end{vmatrix}$ 11-6.19 与 11-6.20 选自[2]
11-6.21	$df$	函数 $f$ 的全微分 total differential of the function $f$	$df(x, y, \dots) = \frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy + \dots$
11-6.22	$\delta f$	函数 $f$ 的(无穷小)变分 (infinitesimal) variation of the function $f$	
11-6.23	$\int f(x) dx$	函数 $f$ 的不定积分 an indefinite integral of the function $f$	
11-6.24	$\int_a^b f(x) dx$ $\int_a^b f(x) dx$	函数 $f$ 由 $a$ 至 $b$ 的定积分 definite integral of the function $f$ from $a$ to $b$	
11-6.25	$\iint_A f(x, y) dA$	函数 $f(x, y)$ 在集合 $A$ 上的二重积分 the double integral of function $f(x, y)$ over set $A$	选自[2]。 $\int_C, \int_S, \int_V, \oint$ 分别用于沿曲线 $C$ , 沿曲面 $S$ , 沿体积 $V$ 以及沿闭曲线或闭曲面的积分

项号	符号,应用	意义或读法	备注及示例
11-6.26	$\delta_{ik}$	克罗内克 $\delta$ 符号 Kronecker delta symbol	$\delta_{ik} = \begin{cases} 1 & \text{当 } i = k \\ 0 & \text{当 } i \neq k \end{cases}$ 式中 $i$ 与 $k$ 均为整数
11-6.27	$\epsilon_{ijk}$	勒维-契维塔符号 Levi-Civita symbol	$\epsilon_{ijk} = \begin{cases} 1 & \text{若 } ijk \text{ 为 } 1,2,3 \text{ 的偶排列} \\ -1 & \text{若 } ijk \text{ 为 } 1,2,3 \text{ 的奇排列} \\ 0 & \text{若 } ijk \text{ 为 } 1,2,3 \text{ 的真重复排列} \end{cases}$
11-6.28	$\delta(x)$	狄拉克 $\delta$ 分布[函数] Dirac delta distribution (function)	$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\delta(x)dx = f(0)$
11-6.29	$\epsilon(x)$	单位阶跃函数;海维赛函数 unit step function; Heaviside function	$\epsilon(x) = \begin{cases} 1 & \text{当 } x > 0 \\ 0 & \text{当 } x < 0 \end{cases}$ 也可用 $H(x)$ $\vartheta(t)$ 用于时间的单位阶跃函数
11-6.30	$f * g$	$f$ 与 $g$ 的卷积 convolution of $f$ and $g$	$(f * g)(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(y)g(x-y)dy$

## 2.7 指数函数和对数函数符号

项号	符号,表达式	意义或读法	备注及示例
11-7.1	$a^x$	$x$ 的指数函数(以 $a$ 为底) exponential function (to the base $a$ ) of $x$	比较 11-5.9
11-7.2	$e$	自然对数的底 base of natural logarithms	$e = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = 2.718\ 281\ 8\cdots$
11-7.3	$e^x, \exp x$	$x$ 的指数函数(以 $e$ 为底) exponential function (to the base $e$ ) of $x$	在同一场合中,只用其中一种 符号

项号	符号,表达式	意义或读法	备注及示例
11-7.4	$\log_a x$	以 $a$ 为底的 $x$ 的对数 logarithm to the base $a$ of $x$	当底数不必指出时,常用 $\log x$ 表示
11-7.5	$\ln x$	$\ln x = \log_e x$ $x$ 的自然对数 natural logarithm of $x$	$\log x$ 不能用来代替 $\ln x, \lg x, \text{lb } x$ 或 $\log_e x, \log_{10} x, \log_2 x$
11-7.6	$\lg x$	$\lg x = \log_{10} x$ $x$ 的常用对数 common (decimal) logarithm of $x$	参阅 11-7.5 的备注
11-7.7	$\text{lb } x$	$\text{lb } x = \log_2 x$ $x$ 的以 2 为底的对数 binary logarithm of $x$	参阅 11-7.5 的备注

2.8 三角函数<sup>1)</sup>和双曲函数符号

项号	符号,表达式	意义或读法	备注及示例
11-8.1	$\sin x$	$x$ 的正弦 sine of $x$	
11-8.2	$\cos x$	$x$ 的余弦 cosine of $x$	
11-8.3	$\tan x$	$x$ 的正切 tangent of $x$	也可用 $\text{tg } x$
11-8.4	$\cot x$	$x$ 的余切 cotangent of $x$	$\cot x = 1/\tan x$
11-8.5	$\sec x$	$x$ 的正割 secant of $x$	$\sec x = 1/\cos x$
11-8.6	$\csc x$	$x$ 的余割 cosecant of $x$	也可用 $\text{cosec } x$ $\csc x = 1/\sin x$

1) 在[1]中称为圆函数。

项号	符号,表达式	意义或读法	备注及示例
11-8.7	$\sin^m x$	$\sin x$ 的 $m$ 次方 $\sin x$ to the power $m$	选自[2]。 其他三角函数和双曲函数的 $m$ 次方的表示法类似
11-8.8	$\arcsin x$	$x$ 的反正弦 arc sine of $x$	$y = \arcsin x \Leftrightarrow x = \sin y$ , $-\pi/2 \leq y \leq \pi/2$ 反正弦函数是正弦函数在上述限制下的反函数
11-8.9	$\arccos x$	$x$ 的反余弦 arc cosine of $x$	$y = \arccos x \Leftrightarrow x = \cos y$ , $0 \leq y \leq \pi$ 反余弦函数是余弦函数在上述限制下的反函数
11-8.10	$\arctan x$	$x$ 的反正切 arc tangent of $x$	也可用 $\operatorname{arctg} x$ 。 $y = \arctan x \Leftrightarrow x = \tan y$ , $-\pi/2 < y < \pi/2$ 反正切函数是正切函数在上述限制下的反函数
11-8.11	$\operatorname{arccot} x$	$x$ 的反余切 arc cotangent of $x$	$y = \operatorname{arccot} x \Leftrightarrow x = \cot y$ , $0 < y < \pi$ 反余切函数是余切函数在上述限制下的反函数
11-8.12	$\operatorname{arcsec} x$	$x$ 的反正割 arc secant of $x$	$y = \operatorname{arcsec} x \Leftrightarrow x = \sec y$ , $0 \leq y \leq \pi, y \neq \pi/2$ 反正割函数是正割函数在上述限制下的反函数
11-8.13	$\operatorname{arccsc} x$	$x$ 的反余割 arc cosecant of $x$	也可用 $\operatorname{arccosec} x$ 。 $y = \operatorname{arccsc} x \Leftrightarrow x = \csc y$ , $-\pi/2 \leq y \leq \pi/2, y \neq 0$ 反余割函数是余割函数在上述限制下的反函数。 对于 11-8.8 至 11-8.13 各项不采用 $\sin^{-1} x, \cos^{-1} x$ 等符号, 因为可能被误解为 $(\sin x)^{-1}, (\cos x)^{-1}$ 等

项号	符号,表达式	意义或读法	备注及示例
11-8.14	$\sinh x$	$x$ 的双曲正弦 hyperbolic sine of $x$	也可用 $\operatorname{sh} x$
11-8.15	$\cosh x$	$x$ 的双曲余弦 hyperbolic cosine of $x$	也可用 $\operatorname{ch} x$
11-8.16	$\tanh x$	$x$ 的双曲正切 hyperbolic tangent of $x$	也可用 $\operatorname{th} x$
11-8.17	$\coth x$	$x$ 的双曲余切 hyperbolic cotangent of $x$	$\coth x = 1/\tanh x$
11-8.18	$\operatorname{sech} x$	$x$ 的双曲正割 hyperbolic secant of $x$	$\operatorname{sech} x = 1/\cosh x$
11-8.19	$\operatorname{csch} x$	$x$ 的双曲余割 hyperbolic cosecant of $x$	也可用 $\operatorname{cosech} x$ 。 $\operatorname{csch} x = 1/\sinh x$
11-8.20	$\operatorname{arsinh} x$	$x$ 的反双曲正弦 inverse hyperbolic sine of $x$	也可用 $\operatorname{arsh} x$ 。 $y = \operatorname{arsinh} x \Leftrightarrow x = \sinh y$ 反双曲正弦函数是双曲正弦函数的反函数
11-8.21	$\operatorname{arcosh} x$	$x$ 的反双曲余弦 inverse hyperbolic cosine of $x$	也可用 $\operatorname{arch} x$ 。 $y = \operatorname{arcosh} x \Leftrightarrow x = \cosh y, y \geq 0$ 反双曲余弦函数是双曲余弦函数在上述限制下的反函数
11-8.22	$\operatorname{artanh} x$	$x$ 的反双曲正切 inverse hyperbolic tangent of $x$	也可用 $\operatorname{arth} x$ 。 $y = \operatorname{artanh} x \Leftrightarrow x = \tanh y$ 反双曲正切函数是双曲正切函数的反函数
11-8.23	$\operatorname{arcoth} x$	$x$ 的反双曲余切 inverse hyperbolic cotangent of $x$	$y = \operatorname{arcoth} x \Leftrightarrow x = \coth y, y \neq 0$ 反双曲余切函数是双曲余切函数在上述限制下的反函数

项号	符号,表达式	意义或读法	备注及示例
11-8.24	$\operatorname{arsech} x$	$x$ 的反双曲正割 inverse hyperbolic secant of $x$	$y = \operatorname{arsech} x \Leftrightarrow x = \operatorname{sech} y$ , $y \geq 0$ 反双曲正割函数是双曲正割函数在上述限制下的反函数
11-8.25	$\operatorname{arcsch} x$	$x$ 的反双曲余割 inverse hyperbolic cosecant of $x$	也可用 $\operatorname{arcosech} x$ 。 $y = \operatorname{arcsch} x \Leftrightarrow x = \operatorname{csch} y$ , $y \neq 0$ 反双曲余割函数是双曲余割函数在上述限制下的反函数。 对于反双曲函数,不应使用 $\sinh^{-1} x$ , $\cosh^{-1} x$ 等符号,因为可能被误解为 $(\sinh x)^{-1}$ , $(\cosh x)^{-1}$ 等

## 2.9 复数符号

项号	符号,表达式	意义或读法	备注及示例
11-9.1	$i, j$	虚数单位, $i^2 = -1$ imaginary unit	在电工技术中常用 $j$ , 参阅 GB 3102.5 的 5-44.1 的备注
11-9.2	$\operatorname{Re} z$	$z$ 的实部 real part of $z$	
11-9.3	$\operatorname{Im} z$	$z$ 的虚部 imaginary part of $z$	$z = x + iy$ 其中 $x = \operatorname{Re} z$ , $y = \operatorname{Im} z$
11-9.4	$ z $	$z$ 的绝对值; $z$ 的模 absolute value of $z$ ; modulus of $z$	也可用 $\operatorname{mod} z$
11-9.5	$\arg z$	$z$ 的辐角; $z$ 的相 argument of $z$ ; phase of $z$	$z = re^{i\varphi}$ 其中 $r =  z $ , $\varphi = \arg z$ , 即 $\operatorname{Re} z = r \cos \varphi$ , $\operatorname{Im} z = r \sin \varphi$
11-9.6	$z^*$	$z$ 的[复]共轭 (complex) conjugate of $z$	有时用 $\bar{z}$ 代替 $z^*$
11-9.7	$\operatorname{sgn} z$	$z$ 的单位模函数 signum $z$	当 $z \neq 0$ 时, $\operatorname{sgn} z = z/ z  = \exp(i \arg z)$ ; 当 $z = 0$ 时, $\operatorname{sgn} z = 0$

## 2.10 矩阵符号

项号	符号,表达式	意义或读法	备注及示例
11-10.1	$\begin{matrix} A \\ (A_{11} \cdots A_{1n} \\ \vdots \quad \vdots \\ A_{m1} \cdots A_{mn}) \end{matrix}$	$m \times n$ 型的矩阵 $A$ matrix $A$ of type $m$ by $n$	<p>也可用 <math>A = (A_{ij})</math>, <math>A_{ij}</math> 是矩阵 <math>A</math> 的元素; <math>m</math> 为行数, <math>n</math> 为列数。当 <math>m = n</math> 时, <math>A</math> 称为[正]方阵。矩阵元可用小写字母表示。</p> <p>也可用方括号代替矩阵表示中的圆括号</p>
11-10.2	$AB$	矩阵 $A$ 与 $B$ 的积 product of matrices $A$ and $B$	$(AB)_{ik} = \sum_j A_{ij} B_{jk}$ <p>式中 <math>A</math> 的列数必须等于 <math>B</math> 的行数</p>
11-10.3	$E, I$	单位矩阵 unit matrix	方阵的元素 $E_{ik} = \delta_{ik}$ , 参阅 11-6.26
11-10.4	$A^{-1}$	方阵 $A$ 的逆 inverse of the square matrix $A$	$AA^{-1} = A^{-1}A = E$
11-10.5	$A^T, \tilde{A}$	$A$ 的转置矩阵 transpose matrix of $A$	$(A^T)_{ik} = A_{ki}$ <p>也可用 <math>A'</math></p>
11-10.6	$A^*$	$A$ 的复共轭矩阵 complex conjugate matrix of $A$	$(A^*)_{ik} = (A_{ik})^* = A_{ik}^*$ <p>在数学中也常用 <math>\bar{A}</math></p>
11-10.7	$A^H, A^\dagger$	$A$ 的厄米特共轭矩阵 Hermitian conjugate matrix of $A$	$(A^H)_{ik} = (A_{ki})^* = A_{ki}^*$ <p>在数学中也常用 <math>A^*</math></p>
11-10.8	$\det A$ $\begin{vmatrix} A_{11} \cdots A_{1n} \\ \vdots \quad \vdots \\ A_{n1} \cdots A_{nn} \end{vmatrix}$	方阵 $A$ 的行列式 determinant of the square matrix $A$	
11-10.9	$\text{tr } A$	方阵 $A$ 的迹 trace of the square matrix $A$	$\text{tr } A = \sum_i A_{ii}$
11-10.10	$\ A\ $	矩阵 $A$ 的范数 norm of the matrix $A$	矩阵的范数有各种定义, 例如范数 $\ A\  = (\text{tr}(AA^H))^{1/2}$



## 2.11 坐标系符号

项号	坐标	径矢量及其微分	坐标系名称	备 注
11-11.1	$x, y, z$	$\mathbf{r} = x\mathbf{e}_x + y\mathbf{e}_y + z\mathbf{e}_z,$ $d\mathbf{r} = dx\mathbf{e}_x + dy\mathbf{e}_y + dz\mathbf{e}_z$	笛卡儿坐标 cartesian coordinates	$\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y$ 与 $\mathbf{e}_z$ 组成一标准正交右手系, 见图 1
11-11.2	$\rho, \varphi, z$	$\mathbf{r} = \rho\mathbf{e}_\rho(\varphi) + z\mathbf{e}_z, d\mathbf{r} =$ $d\rho\mathbf{e}_\rho(\varphi) + \rho d\varphi\mathbf{e}_\varphi(\varphi) + dz\mathbf{e}_z$	圆柱坐标 cylindrical coordinates	$\mathbf{e}_\rho, \mathbf{e}_\varphi$ 与 $\mathbf{e}_z$ 组成一标准正交右手系, 见图 3 和图 4。 若 $z=0$ , 则 $\rho$ 与 $\varphi$ 成为极坐标
11-11.3	$r, \theta, \varphi$	$\mathbf{r} = r\mathbf{e}_r(\theta, \varphi), d\mathbf{r} = dr\mathbf{e}_r(\theta, \varphi) +$ $r d\theta\mathbf{e}_\theta(\theta, \varphi) + r \sin\theta d\varphi\mathbf{e}_\varphi(\varphi)$	球坐标 spherical coordinates	$\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_\theta$ 与 $\mathbf{e}_\varphi$ 组成一标准正交右手系, 见图 3 和图 5
注: 如果为了某些目的, 例外地使用左手坐标系(见图 2)时, 必须明确地说出, 以免引起符号错误				

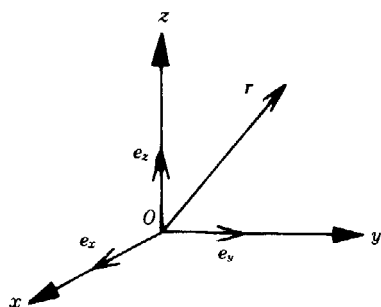
 $x$  轴方向朝外

图 1 右手笛卡儿坐标系

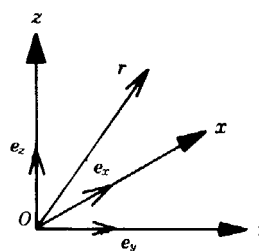
 $x$  轴方向朝里

图 2 左手笛卡儿坐标系

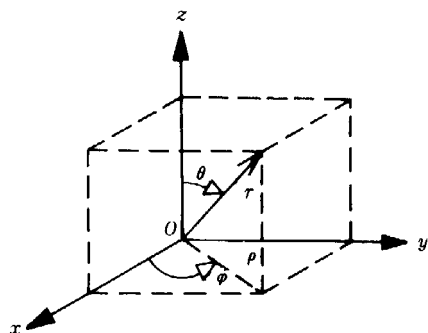
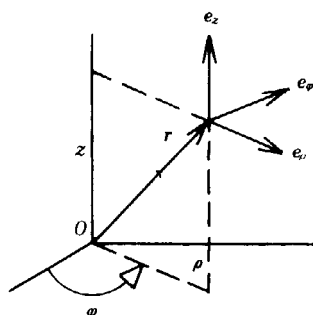
图 3  $Oxyz$  是右手坐标系

图 4 右手柱坐标

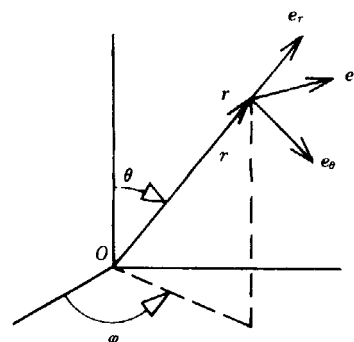


图 5 右手球坐标

## 2.12 矢量和张量符号

项号	符号,表达式	意义或读法	备注及示例
11-12.1	$\mathbf{a}$ $\vec{a}$	矢量或向量 $\mathbf{a}$ vector $\mathbf{a}$	这里,笛卡儿坐标用 $x, y, z$ 或 $x_1, x_2, x_3$ 表示,在后一种情况,指标 $i, j, k, l$ 从 1 到 3 取值,并采用下面的求和约定:如果在一项中某个指标出现两次,则表示该指标对 1, 2, 3 求和。 印刷用黑体 $\mathbf{a}$ ,书写用 $\vec{a}$
11-12.2	$a$ $ \mathbf{a} $	矢量 $\mathbf{a}$ 的模或长度 magnitude of vector $\mathbf{a}$	也可用 $\ \mathbf{a}\ $
11-12.3	$\mathbf{e}_a$	$\mathbf{a}$ 方向的单位矢量 unit vector in the direction of $\mathbf{a}$	$\mathbf{e}_a = \mathbf{a} /  \mathbf{a} $ $\mathbf{a} = a\mathbf{e}_a$
11-12.4	$\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z$ $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ $\mathbf{e}_i$	在笛卡儿坐标轴方向的单位矢量 unit vectors in the directions of the cartesian coordinate axes	
11-12.5	$a_x, a_y, a_z$ $a_i$	矢量 $\mathbf{a}$ 的笛卡儿分量 cartesian components of vector $\mathbf{a}$	$\mathbf{a} = a_x\mathbf{e}_x + a_y\mathbf{e}_y + a_z\mathbf{e}_z = (a_x, a_y, a_z)$ , $a_x\mathbf{e}_x$ 等为分矢量。 $\mathbf{r} = x\mathbf{e}_x + y\mathbf{e}_y + z\mathbf{e}_z$ 为径矢
11-12.6	$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$	$\mathbf{a}$ 与 $\mathbf{b}$ 的标量积或数量积 scalar product of $\mathbf{a}$ and $\mathbf{b}$	$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$ , $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = a_i b_i = \sum_i a_i b_i$ (参阅 11-12.1 的备注)。 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{a} = a^2 =  \mathbf{a} ^2 = a^2$ 在特殊场合,也可用 $(\mathbf{a}, \mathbf{b})$
11-12.7	$\mathbf{a} \times \mathbf{b}$	$\mathbf{a}$ 与 $\mathbf{b}$ 的矢量积或向量积 vector product of $\mathbf{a}$ and $\mathbf{b}$	在右手笛卡儿坐标系中,分量 $(\mathbf{a} \times \mathbf{b})_x = a_y b_z - a_z b_y$ , 一般 $(\mathbf{a} \times \mathbf{b})_i = \sum_j \sum_k \epsilon_{ijk} a_j b_k$ 对于 $\epsilon_{ijk}$ ,参阅 11-6.27

项号	符号,表达式	意义或读法	备注及示例
11-12.8	$\nabla$ $\vec{\nabla}$	那勃勒算子或算符 nabla operator	也称矢量微分算子。 $\nabla = \mathbf{e}_x \frac{\partial}{\partial x} + \mathbf{e}_y \frac{\partial}{\partial y} + \mathbf{e}_z \frac{\partial}{\partial z} = \mathbf{e}_i \frac{\partial}{\partial x_i}$ 也可用 $\frac{\partial}{\partial \mathbf{r}}$
11-12.9	$\nabla \varphi$ $\mathbf{grad} \varphi$	$\varphi$ 的梯度 gradient of $\varphi$	也可用 $\mathbf{grad} \varphi$ $\nabla \varphi = \mathbf{e}_i \frac{\partial \varphi}{\partial x_i}$
11-12.10	$\nabla \cdot \mathbf{a}$ $\text{div } \mathbf{a}$	$\mathbf{a}$ 的散度 divergence of $\mathbf{a}$	$\nabla \cdot \mathbf{a} = \frac{\partial a_i}{\partial x_i}$
11-12.11	$\nabla \times \mathbf{a}$ $\mathbf{rot} \mathbf{a}$ $\mathbf{curl} \mathbf{a}$	$\mathbf{a}$ 的旋度 curl of $\mathbf{a}$	气象学上称为涡度。 也可用 $\mathbf{rot} \mathbf{a}$ , $\mathbf{curl} \mathbf{a}$ 。 $(\nabla \times \mathbf{a})_x = \frac{\partial a_z}{\partial y} - \frac{\partial a_y}{\partial z}$ , 一般 $(\nabla \times \mathbf{a})_i = \sum_j \sum_k \epsilon_{ijk} \frac{\partial a_k}{\partial x_j}$ , 关于 $\epsilon_{ijk}$ , 参阅 11-6.27
11-12.12	$\nabla^2$ $\Delta$	拉普拉斯算子 Laplacian	$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ 若与 11-6.14 中有限增量的符号容易混淆时,就用 $\nabla^2$
11-12.13	$\square$	达朗贝尔算子 Dalembertian	$\square = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}$ 式中 $c$ 为电磁波在真空中的传播速度,参阅 GB 3102.6 的 6-6
11-12.14	$\mathbf{T}$	二阶张量 $\mathbf{T}$ tensor $\mathbf{T}$ of the second order	也用 $\vec{\vec{T}}$
11-12.15	$T_{xx}, T_{xy}, \dots, T_{zz}$ $T_{ij}$	张量 $\mathbf{T}$ 的笛卡儿分量 cartesian components of tensor $\mathbf{T}$	$\mathbf{T} = T_{xx} \mathbf{e}_x \mathbf{e}_x + T_{xy} \mathbf{e}_x \mathbf{e}_y + \dots$ , $T_{xx} \mathbf{e}_x \mathbf{e}_x$ 等为分量

项号	符号,表达式	意义或读法	备注及示例
11-12.16	$\mathbf{a}\mathbf{b}, \mathbf{a} \otimes \mathbf{b}$	两矢量 $\mathbf{a}$ 与 $\mathbf{b}$ 的并矢积或张量积 dyadic product; tensor product of two vectors $\mathbf{a}$ and $\mathbf{b}$	即具有分量 $(\mathbf{a}\mathbf{b})_{ij} = a_i b_j$ 的二阶张量
11-12.17	$\mathbf{T} \otimes \mathbf{S}$	两个二阶张量 $\mathbf{T}$ 与 $\mathbf{S}$ 的张量积 tensor product of two tensors $\mathbf{T}$ and $\mathbf{S}$ of the second order	即具有分量 $(\mathbf{T} \otimes \mathbf{S})_{ijkl} = T_{ij} S_{kl}$ 的四阶张量
11-12.18	$\mathbf{T} \cdot \mathbf{S}$	两个二阶张量 $\mathbf{T}$ 与 $\mathbf{S}$ 的内积 inner product of two tensors of second order $\mathbf{T}$ and $\mathbf{S}$	即具有分量 $(\mathbf{T} \cdot \mathbf{S})_{ik} = \sum_j T_{ij} S_{jk}$ 的二阶张量
11-12.19	$\mathbf{T} \cdot \mathbf{a}$	二阶张量 $\mathbf{T}$ 与矢量 $\mathbf{a}$ 的内积 inner product of a tensor of second order $\mathbf{T}$ and a vector $\mathbf{a}$	即具有分量 $(\mathbf{T} \cdot \mathbf{a})_i = \sum_j T_{ij} a_j$ 的矢量
11-12.20	$\mathbf{T} : \mathbf{S}$	两个二阶张量 $\mathbf{T}$ 与 $\mathbf{S}$ 的标量积 scalar product of two tensors of second order $\mathbf{T}$ and $\mathbf{S}$	即标量 $\mathbf{T} : \mathbf{S} = \sum_i \sum_j T_{ij} S_{ij}$ 11-12.1 至 11-12.20 注: 矢量和张量往往用其分量的通用符号表示, 例如矢量用 $a_i$ , 二阶张量用 $T_{ij}$ , 并矢积用 $a_i b_j$ 等等, 但这里指的都是张量的协变分量, 张量还具有其他形式的分量, 如逆变分量、混合分量等

## 2.13 特殊函数符号

项号	符号,表达式	意义或读法	备注及示例
11-13.1	$J_l(x)$	[第一类]柱贝塞尔函数 cylindrical Bessel functions (of the first kind)	即方程 $x^2 y'' + xy' + (x^2 - l^2)y = 0$ 的特解 $J_l(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k (x/2)^{l+2k}}{k! \Gamma(l+k+1)}$ $(l \geq 0)$ 关于 $\Gamma$ , 参阅 11-13.19
11-13.2	$N_l(x)$	柱诺依曼函数; 第二类柱贝塞尔函数 cylindrical Neumann functions; cylindrical Bessel functions of the second kind	$N_l(x) = \lim_{k \rightarrow l} \frac{J_k(x) \cos k\pi - J_{-k}(x)}{\sin k\pi}$ 也记作 $Y_l(x)$
11-13.3	$H_l^{(1)}(x)$ $H_l^{(2)}(x)$	柱汉开尔函数; 第三类柱贝塞尔函数 cylindrical Hankel functions; cylindrical Bessel functions of the third kind	$H_l^{(1)}(x) = J_l(x) + iN_l(x),$ $H_l^{(2)}(x) = J_l(x) - iN_l(x)$
11-13.4	$I_l(x)$ $K_l(x)$	修正的柱贝塞尔函数 modified cylindrical Bessel functions	$x^2 y'' + xy' - (x^2 + l^2)y = 0$ 的特解 $I_l(x) = i^{-l} J_l(ix),$ $K_l(x) = (\pi/2) i^{l+1} (J_l(ix) + iN_l(ix))$
11-13.5	$j_l(x)$	[第一类]球贝塞尔函数 spherical Bessel functions (of the first kind)	$x^2 y'' + 2xy' + [x^2 - l(l+1)]y = 0 \quad (l \geq 0)$ 的特解 $j_l(x) = (\pi/2x)^{1/2} J_{l+1/2}(x)$
11-13.6	$n_l(x)$	球诺依曼函数; 第二类球贝塞尔函数 spherical Neumann functions; spherical Bessel functions of the second kind	$n_l(x) = (\pi/2x)^{1/2} N_{l+1/2}(x)$ 也记作 $y_l(x)$

项号	符号,表达式	意义或读法	备注及示例
11-13.7	$h_l^{(1)}(x)$ $h_l^{(2)}(x)$	球汉开尔函数;第三类球贝塞尔函数 spherical Hankel functions; spherical Bessel functions of the third kind	$h_l^{(1)}(x) = j_l(x) + in_l(x) = (\pi/2x)^{1/2} H_{l+1/2}^{(1)}(x)$ , $h_l^{(2)}(x) = j_l(x) - in_l(x) = (\pi/2x)^{1/2} H_{l+1/2}^{(2)}(x)$ 修正的球贝塞尔函数分别写为 $i_l(x)$ 与 $k_l(x)$ ; 比较 11-13.4
11-13.8	$P_l(x)$	勒让德多项式 Legendre polynomials	$(1-x^2)y'' - 2xy' + l(l+1)y = 0$ 的特解 $P_l(x) = \frac{1}{2^l l!} \frac{d^l}{dx^l} (x^2-1)^l$ ( $l \in \mathbf{N}$ )
11-13.9	$P_l^m(x)$	关联勒让德函数 associated Legendre functions	$(1-x^2)y'' - 2xy' + [l(l+1) - \frac{m^2}{1-x^2}]y = 0$ 的特解 $P_l^m(x) = (1-x^2)^{m/2} \frac{d^m}{dx^m} P_l(x)$ ( $l, m \in \mathbf{N}; m \leq l$ )
11-13.10	$Y_l^m(\theta, \varphi)$	球面调和函数,球谐函数 spherical harmonics	$\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta \frac{\partial y}{\partial \theta}) + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2 y}{\partial \varphi^2} + l(l+1)y = 0$ 的特解 $Y_l^m(\theta, \varphi) = (-1)^m \times$ $\left[ \frac{(2l+1)}{4\pi} \frac{(l- m )!}{(l+ m )!} \right]^{1/2} \times$ $P_l^{ m }(\cos \theta) e^{im\varphi}$ ( $l,  m  \in \mathbf{N};  m  \leq l$ )
11-13.11	$H_n(x)$	厄米特多项式 Hermite polynomials	$y'' - 2xy' + 2ny = 0$ 的特解 $H_n(x) = (-1)^n e^{x^2} \frac{d^n}{dx^n} e^{-x^2}$ ( $n \in \mathbf{N}$ )
11-13.12	$L_n(x)$	拉盖尔多项式 Laguerre polynomials	$xy'' + (1-x)y' + ny = 0$ 的特解 $L_n(x) = e^x \frac{d^n}{dx^n} (x^n e^{-x})$ ( $n \in \mathbf{N}$ )

项号	符号,表达式	意义或读法	备注及示例
11-13.13	$L_n^m(x)$	关联拉盖尔多项式 associated laguerre polynomials	$xy'' + (m+1-x)y' + (n-m)y = 0$ 的特解 $L_n^m(x) = \frac{d^m}{dx^m} L_n(x) \quad (m, n \in \mathbb{N}; m \leq n)$
11-13.14	$F(a, b; c; x)$	超几何函数 hypergeometric functions	$x(1-x)y'' + [c - (a+b+1)x]y' - aby = 0$ 的特解 $F(a, b; c; x) = 1 + \frac{ab}{c}x + \frac{a(a+1)b(b+1)}{2!c(c+1)}x^2 + \dots$
11-13.15	$F(a; c; x)$	合流超几何函数 confluent hypergeometric functions	$xy'' + (c-x)y' - ay = 0$ 的特解 $F(a; c; x) = 1 + \frac{a}{c}x + \frac{a(a+1)}{2!c(c+1)}x^2 + \dots$
11-13.16	$F(k, \varphi)$	第一类[不完全]椭圆积分 (incomplete) elliptic integral of the first kind	$F(k, \varphi) = \int_0^\varphi \frac{d\theta}{\sqrt{1-k^2 \sin^2 \theta}}$ $F(k) = F(k, \pi/2) \quad (0 < k < 1)$ 为第一类完全椭圆积分
11-13.17	$E(k, \varphi)$	第二类[不完全]椭圆积分 (incomplete) elliptic integral of the second kind	$E(k, \varphi) = \int_0^\varphi \sqrt{1-k^2 \sin^2 \theta} d\theta$ $E(k) = E(k, \pi/2) \quad (0 < k < 1)$ 为第二类完全椭圆积分
11-13.18	$\Pi(k, n, \varphi)$	第三类[不完全]椭圆积分 (incomplete) elliptic integral of the third kind	$\Pi(k, n, \varphi) = \int_0^\varphi \frac{d\theta}{(1+n \sin^2 \theta) \sqrt{1-k^2 \sin^2 \theta}}$ $\Pi(k, n, \pi/2) \quad (0 < k < 1)$ 为第三类完全椭圆积分

项号	符号,表达式	意义或读法	备注及示例
11-13.19	$\Gamma(x)$	$\Gamma$ (伽马)函数 gamma function	$\Gamma(x) = \int_0^{\infty} t^{x-1} e^{-t} dt \quad (x > 0)$ $\Gamma(n+1) = n! \quad (n \in \mathbb{N})$
11-13.20	$B(x,y)$	$B$ (贝塔)函数 beta function	$B(x,y) = \int_0^1 t^{x-1} (1-t)^{y-1} dt$ $(x,y \in \mathbb{R}; x > 0, y > 0)$ $B(x,y) = \Gamma(x)\Gamma(y)/\Gamma(x+y)$
11-13.21	$Ei\ x$	指数积分 exponential integral	$Ei\ x = \int_x^{\infty} \frac{e^{-t}}{t} dt \quad (x \neq 0)$
11-13.22	$\operatorname{erf} x$	误差函数 error function	$\operatorname{erf} x = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt,$ $\operatorname{erf}(\infty) = 1$ $\operatorname{erfc} x = 1 - \operatorname{erf} x \text{ 称为余误差函数。}$ <p>在统计学中,使用分布函数</p> $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-t^2/2} dt$
11-13.23	$\zeta(x)$	黎曼(泽塔)函数 Riemann zeta function	$\zeta(x) = \frac{1}{1^x} + \frac{1}{2^x} + \frac{1}{3^x} + \dots$ $(x > 1)$

**附加说明:**

本标准由全国量和单位标准化技术委员会提出并归口。

本标准由全国量和单位标准化技术委员会第七分委员会负责起草。

本标准主要起草人李志深。



## 攻读学位期间取得的研究成果

研究成果包括以下内容：

1. 已发表或已录用的学术论文、已出版的专著/译著、已获授权的专利按参考文献格式列出。
2. 科研获奖，列出格式为：获奖人(排名情况). 项目名称. 奖项名称及等级, 发奖机构, 获奖时间.
3. 与学位论文相关的其它成果参照参考文献格式列出。
4. 全部研究成果连续编号编排。

用于盲审的论文，只列出已发表学术论文的题目和刊物名称，可以备注自己为第几作者，及期刊影响因子。



## 学位论文独创性声明 (1)

本人声明：所呈交的学位论文系在导师指导下本人独立完成的研究成果。文中依法引用他人的成果，均已做出明确标注或得到许可。论文内容未包含法律意义上已属于他人的任何形式的研究成果，也不包含本人已用于其他学位申请的论文或成果。

本人如违反上述声明，愿意承担以下责任和后果：

1. 交回学校授予的学位证书；
2. 学校可在相关媒体上对作者本人的行为进行通报；
3. 本人按照学校规定的方式，对因不当取得学位给学校造成的名誉损害，进行公开道歉；
4. 本人负责因论文成果不实产生的法律纠纷。

论文作者（签名）：                    日期：          年      月      日

## 学位论文独创性声明 (2)

本人声明：研究生\_\_\_\_\_所提交的本篇学位论文已经本人审阅，确系在本人指导下由该生独立完成的研究成果。

本人如违反上述声明，愿意承担以下责任和后果：

1. 学校可在相关媒体上对本人的失察行为进行通报；
2. 本人按照学校规定的方式，对因失察给学校造成的名誉损害，进行公开道歉；
3. 本人接受学校按照有关规定做出的任何处理。

指导教师（签名）：                    日期：          年      月      日

## 学位论文知识产权权属声明

我们声明，我们提交的学位论文及相关的职务作品，知识产权归属学校。学校享有以任何方式发表、复制、公开阅览、借阅以及申请专利等权利。学位论文作者离校后，或学位论文导师因故离校后，发表或使用学位论文或与该论文直接相关的学术论文或成果时，署名单位仍然为西安交通大学。

论文作者（签名）：                    日期：          年      月      日

指导教师（签名）：                    日期：          年      月      日

（本声明的版权归西安交通大学所有，未经许可，任何单位及任何个人不得擅自使用）