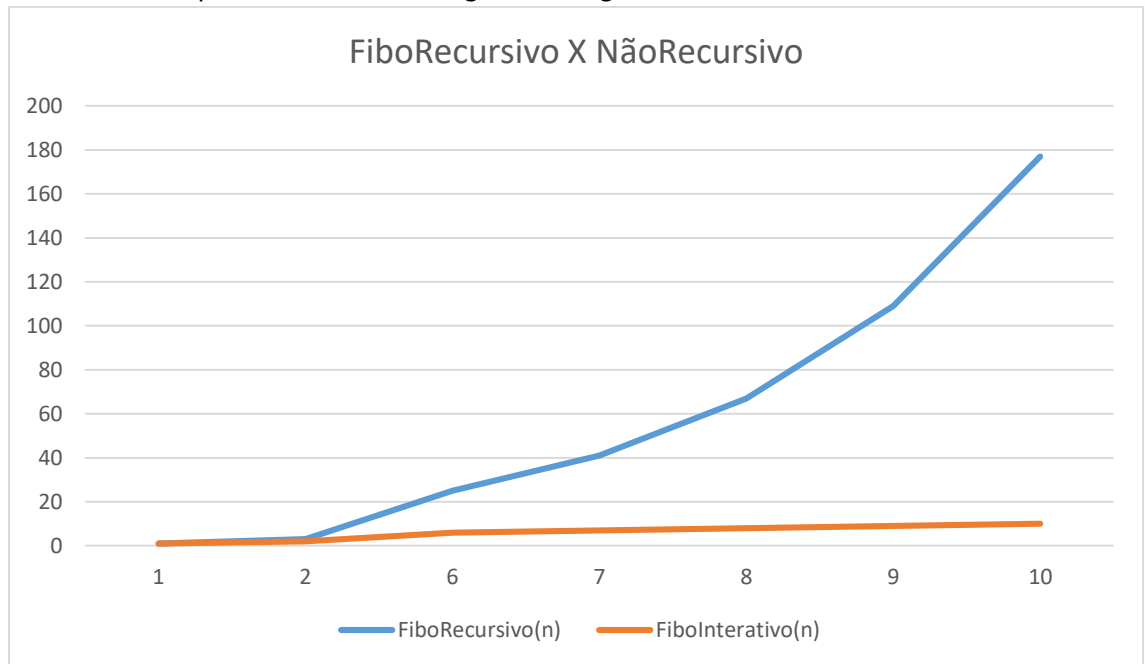


Respostas

Questao 1

- a) Para o referido problema foi implementado um código em C utilizando a IDE “DEV – C++” foi feita uma função recursiva que obteve complexidade de $O(2^n)$ e uma função não recursiva de complexidade $O(n)$. após escrever as duas funções fiz o teste com valores de entrada de 1 a 40 e pude observar que quanto maior o número a função recursiva demora mais por executar bem mais chamadas do que a função não recursiva como podemos observar no gráfico a seguir.



Como exemplo usei apenas o intervalo de 1 a 10 para melhor visualizar a quantidade de chamadas executadas. Enquanto o fiboIterativo se mantém mais linear o recursivo tem uma curva bem maior. (à esquerda os valores de y são as quantidades de chamadas que o programa executa para encontrar o e-nesimo termo).

Para executar o programa na IDE utilizada basta abrir o código e clicar em “Execute – Compile & Run”, o programa já roda ambos os códigos mostrando a quantidade de chamadas e o e-nesimo termo da sequência Fibonacci. Onde “FiboRecursivo(n)” representa a função recursiva, “m chamada” a quantidade que o programa foi executado e “y” após a virgula é o e-nesimo termo da sequência fibonacci.

```
C:\Users\jean_\Documents\Jean Bertrand\UFRR\analise de algoritmo\lista_2.exe
FiboRecursivo(1), 1 chamada, 1
FiboInterativo(1), 1 chamada, 1
FiboRecursivo(2), 3 chamada, 1
FiboInterativo(2), 2 chamada, 1
FiboRecursivo(3), 5 chamada, 2
FiboInterativo(3), 3 chamada, 2
FiboRecursivo(4), 9 chamada, 3
FiboInterativo(4), 4 chamada, 3
FiboRecursivo(5), 15 chamada, 5
FiboInterativo(5), 5 chamada, 5
FiboRecursivo(6), 25 chamada, 8
FiboInterativo(6), 6 chamada, 8
FiboRecursivo(7), 41 chamada, 13
FiboInterativo(7), 7 chamada, 13
FiboRecursivo(8), 67 chamada, 21
FiboInterativo(8), 8 chamada, 21
FiboRecursivo(9), 109 chamada, 34
FiboInterativo(9), 9 chamada, 34
FiboRecursivo(10), 177 chamada, 55
FiboInterativo(10), 10 chamada, 55
FiboRecursivo(11), 287 chamada, 89
FiboInterativo(11), 11 chamada, 89
FiboRecursivo(12), 465 chamada, 144
FiboInterativo(12), 12 chamada, 144
FiboRecursivo(13), 753 chamada, 233
FiboInterativo(13), 13 chamada, 233
FiboRecursivo(14), 1219 chamada, 377
FiboInterativo(14), 14 chamada, 377
FiboRecursivo(15), 1973 chamada, 610
FiboInterativo(15), 15 chamada, 610
```

Exemplo entrada e saída

A conclusão seria que o melhor caso para ambos é quando solicitamos $n = 0$ ou $n = 1$ pois o custo seria apenas 1. E o pior caso seria quando n é um valor muito grande.

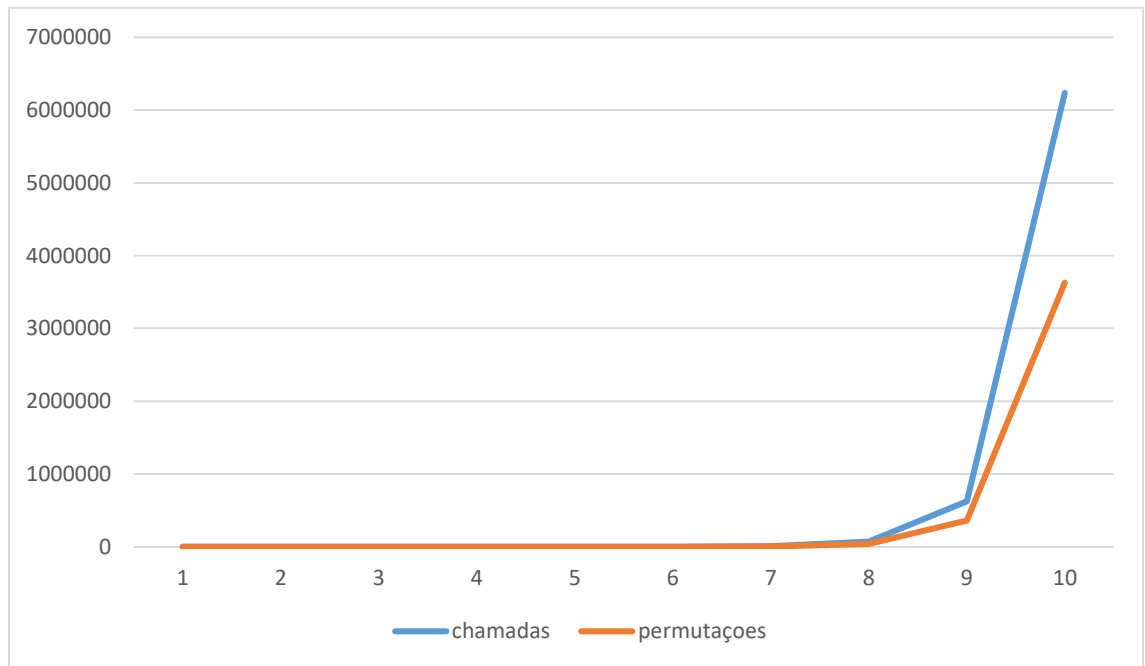
Sendo ainda que o recursivo é muito pior do que o não recursivo.

O código pode ser acessado em

https://github.com/shaolinbertrand/JeanBertrand_AA_Lista2_rr_2019/blob/master/FiboRecursivoXFiboInterativo

- b) Para este problema foi feito um algoritmo em C na IDE "DEV-C++", a ideia é o usuário digitar o tamanho do número que ele deseja digitar e em seguida digitar o número que é armazenado em um vetor e depois disso é gerado todas as permutações para o determinado número. É importante levar em consideração que o usuário deve entrar com números distintos.

após fazer algumas pesquisas constatei que dado um arranjo de tamanho n a quantidade de permutações geradas é de $n!$. ou seja para $n = 4$ temos um total de 24 permutações. O programa recursivo por tanto é chamado tem complexidade $O(n!)$. fiz o teste com números de tamanho 1 até 10 e tive os seguintes resultados:



Numero de prmutações e chamadas recursivas para valores de 1 a 10

Logo podemos constatar que o melhor caso seria $n = 1$ pois gera apenas uma permutação e uma chamada da função recursiva. E quanto maior o valor de n pior fica o programa pois para $n = 10$ gera $10!$ Permutações e $2 * 10!$ Chamadas da função recursiva.

O programa após gerar todas as permutações mostra a quantidade de permutações e qauntas chamadas foram realizadas.

```
C:\Users\jean_\Documents\Jean Bertrand\UFRR\analise de algoritmo\lista_2.exe
digite o tamanho do numero que deseja fazer a permuta
4
digite o valor 1: 1
digite o valor 2: 2
digite o valor 3: 3
digite o valor 4: 4
1 2 3 4
1 2 4 3
1 3 2 4
1 3 4 2
1 4 3 2
1 4 2 3
2 1 3 4
2 1 4 3
2 3 1 4
2 3 4 1
2 4 3 1
2 4 1 3
3 2 1 4
3 2 4 1
3 1 2 4
3 1 4 2
3 4 1 2
3 4 2 1
4 2 3 1
4 2 1 3
4 3 2 1
4 3 1 2
4 1 3 2
4 1 2 3
24 permutas realizadas
funcao recursiva chamada 41 vezes
-----
Process exited after 5.006 seconds with return value 0
Pressione qualquer tecla para continuar. . .
```

Exemplo entrada e saída para um número de tamanho 4

Infelizmente não consegui implementar um código que resolvesse o problema de forma não recursiva, pensei em algumas soluções mas na hora de colocar em prática não obtive sucesso. Pois muitas vezes ele acabava repetindo as mesmas saídas logo não coloquei o código neste trabalho.

Código disponível em

(https://github.com/shaolinbertrand/JeanBertrand_AA_Lista2_rr_2019/blob/master/Permuta%C3%A7%C3%B5esRecursiva)

2)

a) Um grafo $G(V,A)$ é definido pelo par de conjuntos V e A , onde:

V - conjunto não vazio: os **vértices** ou **nodos** do grafo;

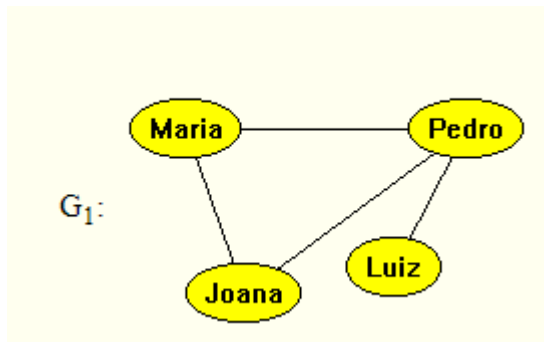
A - conjunto de pares ordenados $a=(v,w)$, v e $w \in V$: as **arestas** do grafo.

Seja, por exemplo, o grafo $G(V,A)$ dado por:

$V = \{ p \mid p \text{ é uma pessoa} \}$
 $A = \{ (v,w) \mid v \text{ é amigo de } w \}$

Esta definição representa toda uma família de grafos. Um exemplo de elemento desta família (ver G_1) é dado por:

$V = \{ \text{Maria, Pedro, Joana, Luiz} \}$
 $A = \{ (\text{Maria, Pedro}), (\text{Pedro, Maria}), (\text{Joana, Maria}), (\text{Maria, Joana}), (\text{Pedro, Luiz}), (\text{Luiz, Pedro}), (\text{Joana, Pedro}), (\text{Pedro, Joana}) \}$



Fonte(["http://www.inf.ufsc.br/grafos/definicoes/definicao.html"](http://www.inf.ufsc.br/grafos/definicoes/definicao.html))

c) GRAFO CONEXO

Um grafo $G(V,A)$ é dito ser conexo se há pelo menos uma cadeia ligando cada par de vértices deste grafo G .

Fonte(["http://www.inf.ufsc.br/grafos/definicoes/definicao.html"](http://www.inf.ufsc.br/grafos/definicoes/definicao.html))

CICLO

um ciclo em um grafo é um caminho fechado sem vértices repetidos. Mais precisamente, um ciclo (= cycle) é um caminho $(v_0, a_1, v_1, a_2, v_2, \dots, a_k, v_k)$ com $k > 1$ onde

$v_k = v_0$ mas $v_0, v_1, v_2, \dots, v_{k-1}$ são distintos dois a dois.

Fonte(["https://www.ime.usp.br/~pf/algoritmos_em_grafos/aulas/dag.html"](https://www.ime.usp.br/~pf/algoritmos_em_grafos/aulas/dag.html))

ACÍCLICO

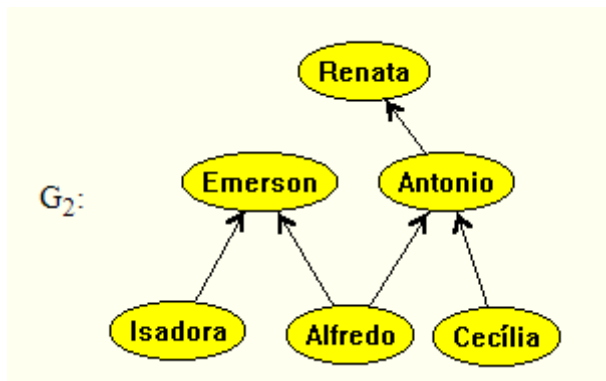
Um grafo é acíclico (= acyclic) se não tem ciclos. Grafos acíclicos são conhecidos pelas iniciais DAG da expressão directed acyclic graph

Fonte(["https://www.ime.usp.br/~pf/algoritmos_em_grafos/aulas/dag.html"](https://www.ime.usp.br/~pf/algoritmos_em_grafos/aulas/dag.html))

c) Em um grafo simples dois vértices v e w são adjacentes (ou vizinhos) se há uma aresta $a=(v,w)$ em G . Esta aresta é dita ser incidente a ambos, v e w . No caso do grafo ser dirigido, a adjacência (vizinhança) é especializada em:

Sucessor: um vértice w é sucessor de v se há um arco que parte de v e chega em w . Em G_2 , por exemplo, diz-se que Emerson e Antonio são sucessores de Alfredo.

Antecessor: um vértice v é antecessor de w se há um arco que parte de v e chega em w . Em G_2 , por exemplo, diz-se que Alfredo e Cecília são antecessores de Antonio.

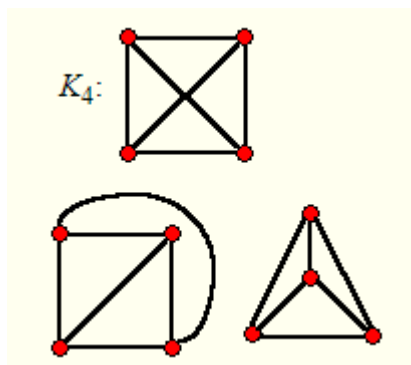


Fonte(“<http://www.inf.ufsc.br/grafos/definicoes/definicao.html>”)

d)

Um grafo $G(V,A)$ é dito ser planar quando existe alguma forma de se dispor seus vértices em um plano de tal modo que nenhum par de arestas se cruze.

Há abaixo aparecem três representações gráficas distintas para uma K_4 (grafo completo de ordem 4). Apesar de haver um cruzamento de arestas na primeira das representações gráficas, a K_4 é um grafo planar pois admite pelo menos uma representação num plano sem que haja cruzamento de arestas (duas possíveis representações aparecem nas figuras ao lado).



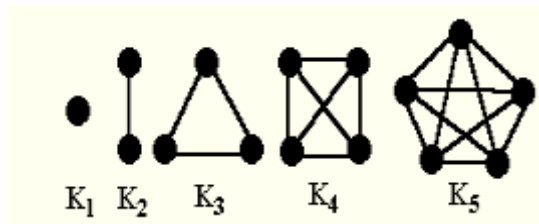
Fonte(“<http://www.inf.ufsc.br/grafos/definicoes/definicao.html>”)

e)

GRAFO COMPLETO

Um grafo é dito ser completo quando há uma aresta entre cada par de seus vértices. Estes grafos são designados por K_n , onde n é a ordem do grafo.

Um grafo K_n possui o número máximo possível de arestas para um dados n . Ele é, também regular- $(n-1)$ pois todos os seus vértices tem grau $n-1$.



GRAFO BIPARTIDO

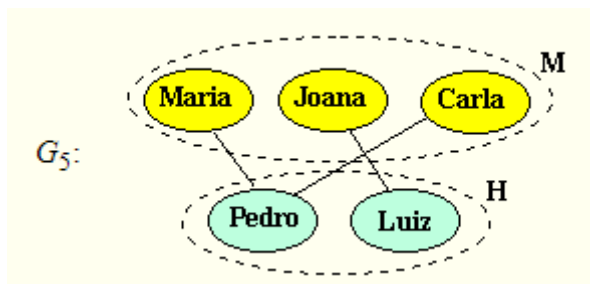
Um grafo é dito ser bipartido quando seu conjunto de vértices V puder ser particionado em dois subconjuntos V_1 e V_2 , tais que toda aresta de G une um vértice de V_1 a outro de V_2 .

Para exemplificar, sejam os conjuntos $H = \{h \mid h \text{ é um homem}\}$ e $M = \{m \mid m \text{ é um mulher}\}$ e o grafo $G(V, A)$ (ver o exemplo G_5) onde:

$$V = H \cup M$$

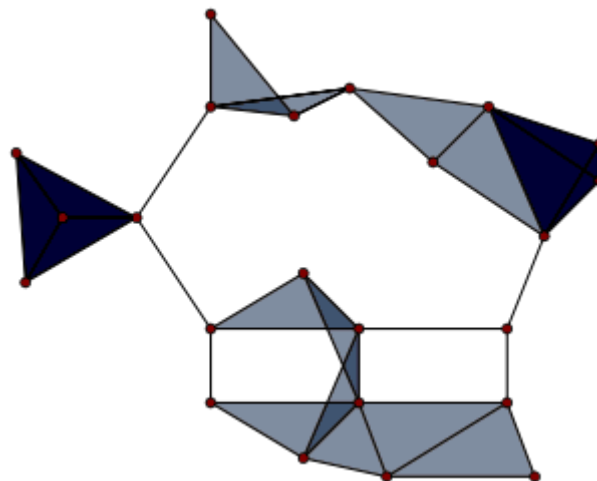
$$A = \{(v, w) \mid (v \in H \text{ e } w \in M) \text{ ou } (v \in M \text{ e } w \in H)\}$$

e $\langle v \text{ foi namorado de } w \rangle$



Clique - Em um grafo não-orientado é um subconjunto de seus vértices tais que cada dois vértices do subconjunto são conectados por uma aresta.

Exemplo:



f)

DIGRAFO (Grafo Orientado)

Considere, agora, o grafo definido por:

$V = \{ p \mid p \text{ é uma pessoa da família Castro} \}$

$A = \{ (v,w) \mid v \text{ é pai/mãe de } w \}$

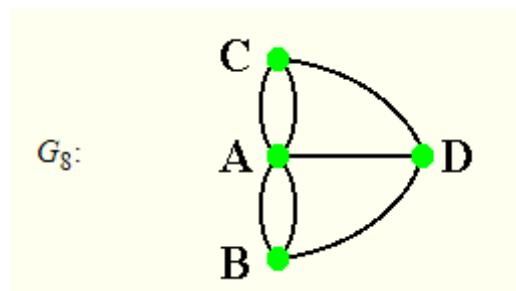
Um exemplo de deste grafo (ver G2) é:

$V = \{ \text{Emerson, Isadora, Renata, Antonio, Cecília, Alfredo} \}$

$A = \{ (\text{Isadora, Emerson}), (\text{Antonio, Renata}), (\text{Alfredo, Emerson}), (\text{Cecília, Antonio}), (\text{Alfredo, Antonio}) \}$

MULTIGRAFO

Um grafo $G(V,A)$ é dito ser um multigrafo quando existem múltiplas arestas entre pares de vértices de G . No grafo G_8 , por exemplo, há duas arestas entre os vértices A e C e entre os vértices A e B , caracterizando-o como um multigrafo.



3)

Matriz de incidência – Uma matriz de incidência representa computacionalmente um grafo através de uma matriz bidimensional, onde uma das dimensões são vértices e a outra dimensão são arestas.

Matriz de Adjacência – Dado um grafo G , a matriz de adjacências $r = (r_{ij})$ é uma matriz $n \times n$ tal que:

n – numero de vértices

$r_{ij} = 1$ se (v_i, v_j) pertence a E

$r_{ij} = 0$

Vantagem – Tempo de acesso mais rápido.

Desvantagem – Maior espaço para armazenamento

Lista de adjacência – É um conjunto de n listas $A(v)$, uma para cada vértice v e contém vértices w adjacentes a v em g .

Vantagem – Menor espaço para armazenamento

Desvantagem – Tempo de acesso mais lento

Fonte(["http://www.professeurs.polymtl.ca/michel.gagnon/Disciplinas/Bac/Grafos/RepI mpl/rep_impl.html"](http://www.professeurs.polymtl.ca/michel.gagnon/Disciplinas/Bac/Grafos/RepI mpl/rep_impl.html))

4)

a)Enumeração Explícita x Implícita - enumeração explícita é uma técnica de força bruta,ou seja ele soluciona o problema mas nem sempre da a melhor solução,ja o algoritmo de enumeração implícita busca a solução mais eficiente possível.

Fonte(["http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0034-75901969000400001"](http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0034-75901969000400001))

b)Programação Dinamica - Programação dinâmica é um método para a construção de algoritmos para a resolução de problemas computacionais, em especial os de otimização combinatória.Exemplo: Multiplicação de Matrizes.

Fonte(["https://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/16007/000680180.pdf?sequence=1"](https://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/16007/000680180.pdf?sequence=1))

c) Algoritmo guloso - Um algoritmo guloso é míope: ele toma decisões com base nas informações disponíveis na iteração corrente, sem olhar as consequências que essas decisões terão no futuro. Um algoritmo guloso jamais se arrepende ou volta atrás: as escolhas que faz em cada iteração são definitivas. Exemplo: Algoritmo de Prim.

Fonte(["https://www.ime.usp.br/~pf/analise_de_algoritmos/aulas/guloso.html"](https://www.ime.usp.br/~pf/analise_de_algoritmos/aulas/guloso.html))

d)backtracking - É um algoritmo genérico que busca, por força bruta, soluções possíveis para problemas computacionais (tipicamente problemas de satisfações à restrições).

Fonte(["https://pt.stackoverflow.com/questions/103184/o-que-%C3%A9-um-algoritmo-backtracking/103670"](https://pt.stackoverflow.com/questions/103184/o-que-%C3%A9-um-algoritmo-backtracking/103670))

6)

a) SAT x NP-Completo

A classe dos problemas NP-difíceis contém os problemas de complexidade maior ou igual a do problema SAT. A complexidade de SAT é um limite inferior para a complexidade de um problema P se e somente se existe uma redução polinomial de SAT a este problema P.

Fonte(["http://www.cin.ufpe.br/~katiag/cursos/pos_NoACCESS/ComputCientifica_ModuloAlgoritmos/NocoasNPC.ppt"](http://www.cin.ufpe.br/~katiag/cursos/pos_NoACCESS/ComputCientifica_ModuloAlgoritmos/NocoasNPC.ppt))

b)

Classe P - Consiste nos problemas que podem ser resolvidos em tempo Polinomial,são problemas que podem ser resolvidos no tempo $O(n^k)$.Exemplo:Encontrar um numero primo.

Classe NP – Consiste em problemas que são verificáveis em tempo polinomial.Exemplo: Problema do ciclo hamiltoniano.

Classe NP-Difícil – Um problema é NP-difícil se todos os problemas NP não são mais difíceis que ele. Exemplo:Problema da Parada.

Classe NP-Completo – Um problema é NP-completo se for NP-difícil e estiver em NP.Exemplo : Problema do Caixeiro Viajante.

Fonte(["https://www.ime.usp.br/~pf/analise_de_algoritmos/aulas/NPcompleto.html"](https://www.ime.usp.br/~pf/analise_de_algoritmos/aulas/NPcompleto.html))