

塔式太阳能聚光系统太阳影象方程

张国勋 饶孝枢

(天津大学) (呼和浩特交通学校)

摘 要

本文就塔式太阳能聚光系统太阳影象计算问题,提出了一种理论分析方法,并推演出太阳影象方程式。此法可适用于各种形状的受光器,比较精确而简便地解决了太阳影象与有效镜面场的计算问题,为受光器能流密度的分析提供了依据。

前 言

塔式太阳能聚光系统利用大量的定日镜,将太阳光线定向反射到置于塔顶的受光器上,能获得很大的功率。在理论上,投射给受光器的总能量应等于全部定日镜反射能量的总和。但是就受光器上的每一点来说,所得到的能量是不同的。因此,对于受光器表面能流密度分布规律的研究是非常重要的,它不单是设计受光器的主要依据,而且对于提高受光器的效率、保障受光器安全运转有着密切关系。然而,影响受光器能流密度的因素是多方面的,它包括:受光器的几何形状和尺寸、镜面场与定日镜的几何特性⁽¹⁾、定日镜的运动规律⁽²⁾,以及太阳的圆盘角和跟踪误差的影响等。因此能流密度的计算十分复杂。而计算能流密度的前提是定日镜影象的计算。

近年来,塔式太阳能聚光系统的试验研究工作有很大进展,许多国外学者对受光器的能流密度计算,提出了不同的计算方法^(3,4)。

文献[3]根据定日镜在受光器的假想平面上的太阳影象用积分的方法来计算能流密度。由于所建立的几何模型具有特定的形状,所以给出的计算方法没有普遍意义。此外,用标准椭圆代替太阳影象,这种假定与实际影象有不可忽视的偏差。

本文用受光器表面方程和反射光束锥面方程联立求解的方法建立太阳影象方程,它适用各种类型受光器太阳影象的计算,而且是非近似的。此法还可以用来确定受光器上任意点相对于镜面场的有效范围。

太 阳 影 象 方 程

为了建立影象方程以计算太阳影象和分布规律,首先来分析镜面场中某一微元镜面 M 在影象平面 (I) 上的成象情况。参见图1,其中示出了两个坐标系统—— $O-xyz$ 地平坐标系和 $O_1-x_1y_1z_1$ 影象平面坐标系(下面简称 O 系与 O_1 系)。考虑到与赤道坐标转换的方便,在 O 系中规定 Z 轴指向天顶, y 轴指南, x 轴指西。 F ——焦点,它在 O 系中坐标为 $(0\ 0\ h)$; M ——镜心,在 O 系中坐标为 $(m_a m_b m_c)$; N_1 ——影象平面的法线,其延长线通过焦点 F ;

本文1980年11月15日收到

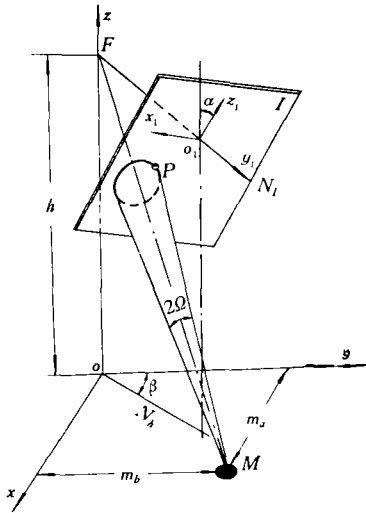


图 1 太阳影象的几何关系

o_1 —— N_I 与 I 平面之交点, o_1 点在 o 系之坐标为 (x_0, y_0, z_0) 。

在 o_1 系中, Z_1 轴指向上, x_1 轴为水平方向, y_1 轴的指向与 N_I 相同。 N_h —— N_I 的水平投影; β —— N_I 的方位角, 即 N_h 与 y 轴之夹角; α —— Z 与 Z_1 轴之夹角; 2Ω ——太阳圆盘角。

P 点, 在影象平面 I 上, 太阳影象轮廓线上之任意点, 它既在 I 平面上, 又在反射光锥面上。

P_a, P_b, P_c ——在 o 系内 P 点之坐标; x_1, y_1, z_1 ——在 o_1 系内 P 点之坐标。

当微元镜面之面积趋于无限小时, 从 M 点视向太阳得一圆锥, 其顶角为 2Ω ; 反射后, 仍为一顶角为 2Ω 之锥体。该锥体与平面 I 之交线, 即为太阳影象的轮廓线。

在 o_1 系中, P 点的坐标 x_1, y_1, z_1 , 实际上就是矢量 $\vec{o_1P}$ 在 x_1, y_1, z_1 轴上之投影, 即

$$\vec{o_1P} = x_1\vec{i} + y_1\vec{j} + z_1\vec{k} \quad (1)$$

而在 o 系中,

$$\vec{o_1P} = (P_a - x_0)\vec{i} + (P_b - y_0)\vec{j} + (P_c - z_0)\vec{k} \quad (2)$$

将式(1)、(2)进行坐标变换, 设两个坐标系的转换因子为 c_{ij} , 则

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} = c_{ij} \begin{bmatrix} P_a - x_0 \\ P_b - y_0 \\ P_c - z_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

式(3)展开为一线性方程组,

$$c_{ij} = \begin{bmatrix} \cos \beta & -\cos \alpha \sin \beta & \sin \alpha \sin \beta \\ \sin \beta & \cos \alpha \cos \beta & -\sin \alpha \cos \beta \\ 0 & \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$$

把它代入(3)式并展开, 整理后得到:

$$\left. \begin{aligned} (P_a - x_0) \cos \beta - (P_b - y_0) \cos \alpha \sin \beta + (P_c - z_0) \sin \alpha \sin \beta &= x_1 - x_0 = A_1 \\ (P_a - x_0) \sin \beta + (P_b - y_0) \cos \alpha \cos \beta - (P_c - z_0) \sin \alpha \cos \beta &= y_1 - y_0 = B_1 \\ (P_b - y_0) \sin \alpha + (P_c - z_0) \cos \alpha &= z_1 - z_0 = C_1 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

用行列式解方程组(4)。 Δ 为其系数行列式, 将变量 $(P_a - x_0)$ 、 $(P_b - y_0)$ 、 $(P_c - z_0)$ 的系数以常数项代替, 则分别为 Δ_1 、 Δ_2 、 Δ_3 。因为 Δ 实际上是对转换因子 c_{ij} 进行行列式运算, 显然 $\Delta=1$, 则

$$\left. \begin{aligned} P_a - x_0 &= \frac{\Delta_1}{\Delta} = A_1 \cos \beta + B_1 \sin \beta \\ P_b - y_0 &= \frac{\Delta_2}{\Delta} = -A_1 \cos \alpha \sin \beta + B_1 \cos \alpha \cos \beta + C_1 \sin \alpha \\ P_c - z_0 &= \frac{\Delta_3}{\Delta} = A_1 \sin \alpha \sin \beta - B_1 \sin \alpha \cos \beta + C_1 \cos \alpha \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

为了便于代入下面的锥面约束方程式, 消去 P_a 、 P_b 、 P_c , 可将方程组(5)中每个方程等式两边分别加上 $-m_a$ 、 $-m_b$ 、 $-m_c$, 进一步整理成

$$\left. \begin{aligned} P_a - m_a &= A_1 \cos \beta + B_1 \sin \beta + x_0 - m_a \\ P_b - m_b &= -A_1 \cos \alpha \sin \beta + B_1 \cos \alpha \cos \beta + C_1 \sin \alpha + y_0 - m_b \\ P_c - m_c &= A_1 \sin \alpha \sin \beta - B_1 \sin \alpha \cos \beta + C_1 \cos \alpha + z_0 - m_c \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

因为 P 点是太阳影象轮廓线上的一个点, 故该点应该在反射光锥的母线上, 必然满足锥面约束方程, 即锥面各点应满足

$$\overrightarrow{MF} \cdot \overrightarrow{MP} = |\overrightarrow{MF}| \cdot |\overrightarrow{MP}| \cos \Omega \quad (7)$$

式中, \overrightarrow{MF} ——镜心 M 至焦点 F 的矢量; \overrightarrow{MP} ——镜心至 P 点的矢量。该约束条件是独立的, 与影象平面 I 坐标的选择无关。在 O 系统中

$$\begin{aligned} \overrightarrow{MF} &= -m_a i - m_b j + (h - m_c) k \\ \overrightarrow{MP} &= (P_a - m_a) i + (P_b - m_b) j + (P_c - m_c) k \end{aligned}$$

将式(7)两端平方, 代入 \overrightarrow{MF} 、 \overrightarrow{MP} 值, 得到

$$\begin{aligned} &[-m_a(P_a - m_a) - m_b(P_b - m_b) + (h - m_c)(P_c - m_c)]^2 \\ &= [m_a^2 + m_b^2 + (h - m_c)^2][(P_a - m_a)^2 + (P_b - m_b)^2 + (P_c - m_c)^2] \cos^2 \Omega \end{aligned} \quad (8)$$

再将式(6)中 $P_a - m_a$ 、 $P_b - m_b$ 、 $P_c - m_c$ 的表达式代入式(8)中, 则可以消去 P_a 、 P_b 、 P_c , 得到只包含有: A_1 、 B_1 、 C_1 (即 x_1 、 y_1 、 z_1)、 x_0 、 y_0 、 z_0 、 α 、 β 、 Ω 和 m_a 、 m_b 、 m_c 的关系式。当影象平面坐标选定以后, x_0 、 y_0 、 z_0 与 α 、 β 均为常量, 则锥面方程仅仅包括了 x_1 、 y_1 、 z_1 与 m_a 、 m_b 、 m_c 的函数关系, 即

$$G(x_1 y_1 z_1, m_a m_b m_c) = 0 \quad (9)$$

只用式(9)还不能解决影象计算问题, 因为 P 点不仅仅在锥面上, 而且在影象面上, 还必须以影象面(受光器表面)方程为另一约束条件, 并与(9)式联立求解。对于各种不同类型的受光器, 这一约束条件是不同的, 但这类方程并不难建立。

下面以平面受光器和圆柱形受光器为例, 来进一步讨论太阳影象方程的建立步骤。平面受光器的影象面与受光器表面重合。为简便起见, 设 $\beta = 0$ (朝南放置), m_a 、 m_b 、 m_c 为已知量。当 $\beta = 0$ 时, 则 $x_0 = 0$, $\sin \beta = 0$, $\cos \beta = 1$, 将以上条件代入(6)式, 可以得到

$$\left. \begin{aligned} P_a - m_a &= A_1 - m_a \\ P_b - m_b &= B_1 \cos \alpha + C_1 \sin \alpha + y_0 - m_b \\ P_c - m_c &= -B_1 \sin \alpha + C_1 \cos \alpha + z_0 - m_c \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

影象平面的约束条件是 $y_1 = 0$, 即 $B_1 = -y_0$, 代入(10)式, 再将(10)式代入锥面方程(8), 得到影象方程为

$$\begin{aligned} &[-m_a(A_1 - m_a) - m_b(-y_0 \cos \alpha + C_1 \sin \alpha + y_0 - m_b) + (h - m_c) \\ &\times (y_0 \sin \alpha + C_1 \cos \alpha + z_0 - m_c)]^2 = [m_a^2 + m_b^2 + (h - m_c)^2] \\ &\times [(A_1 - m_a)^2 + (-y_0 \cos \alpha + C_1 \sin \alpha + y_0 - m_b)^2 \\ &+ (y_0 \sin \alpha + C_1 \cos \alpha + z_0 - m_c)^2] \cos^2 \Omega \end{aligned} \quad (11)$$

将式(11)展开并按 A_1 、 C_1 为变量进行整理, 影象方程便变为典型的二次方程形式, 即

$$AA_1^2 + BA_1 C_1 + CC_1^2 + DA_1 + EC_1 + F = 0 \quad (12)$$

上式中的系数为

$$\begin{aligned} A &= [m_a^2 + m_b^2 + (h - m_c)^2] \cos^2 \Omega - m_a^2 \\ B &= 2m_a [(h - m_c) \cos \alpha - m_b \sin \alpha] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
C &= [m_a^2 + m_b^2 + (h - m_c)^2] \cos^2 \Omega - [(h - m_c) \cos \alpha \\
&\quad - m_b \sin \alpha]^2 \\
D &= -2m_a [m_a^2 + m_b^2 + (h - m_c)^2] \cos^2 \Omega + 2m_a [m_a^2 \\
&\quad - m_b (y_0 - y_0 \cos \alpha - m_b) + (h - m_c)(y_0 \sin \alpha + z_0 - m_c)] \\
E &= 2[m_a^2 + m_b^2 + (h - m_c)^2] [(y_0 - m_b) \sin \alpha + (z_0 - m_c) \\
&\quad \times \cos \alpha] \cos^2 \Omega - 2[(h - m_c) \cos \alpha - m_b \sin \alpha] [m_a^2 - m_b \\
&\quad \times (y_0 - y_0 \cos \alpha - m_b) + (h - m_c)(y_0 \sin \alpha + z_0 - m_c)] \\
F &= [m_a^2 + m_b^2 + (h - m_c)^2] [y_0^2 - 2y_0(y_0 - m_b) \cos \alpha - 2y_0 \\
&\quad \times (z_0 - m_c) \sin \alpha + (x_0 - m_a)^2 + (y_0 - m_b)^2 + (z_0 - m_c)^2] \\
&\quad \times \cos^2 \Omega - [m_a^2 - m_b (y_0 - y_0 \cos \alpha - m_b) + (h - m_c) \\
&\quad \times (y_0 \sin \alpha + z_0 - m_c)]^2
\end{aligned}$$

从式(12)可以看出,在一般情况下,太阳影象并非是标准椭圆。因此用标准椭圆来计算影象面积会产生较大的偏差。

对于一般由回转体所构成的受光器(如圆柱形、圆锥形、球形等),因为受光器的中心轴线与塔中心线相重合,不需要移轴。在此情况下,以柱坐标表示比较简便。下面以圆柱形受光器为例介绍影象方程的推演过程。

如图2所示,定日镜在地平面上,镜心 M 与塔之距离为 R ;反射光 MF 的方位角为 β_i 、高度角为 θ_i ;圆柱的半径为 r 、圆柱面上给定点 P 的法线的方位角为 β_r 。

不难看出,各点的坐标为

$$\begin{aligned}
M &(R \sin \beta_i, R \cos \beta_i, 0) \\
F &(0, 0, h) \\
P &(r \sin \beta_r, r \cos \beta_r, z) \\
\overrightarrow{MF} &= -R \sin \beta_i i - R \cos \beta_i j + hk
\end{aligned}$$

柱面约束方程为

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{FP} &= r \sin \beta_r i + r \cos \beta_r j + (z - h)k \\
\overrightarrow{MP} &= \overrightarrow{MF} + \overrightarrow{FP} \\
&= (r \sin \beta_r - R \sin \beta_i) i + (r \cos \beta_r - R \cos \beta_i) j + zk
\end{aligned}$$

将 \overrightarrow{MF} 、 \overrightarrow{MP} 代入锥面约束方程(7)得

$$\begin{aligned}
&[-R \sin \beta_i (r \sin \beta_r - R \sin \beta_i) - R \cos \beta_i (r \cos \beta_r - R \cos \beta_i) + hz] \\
&= h \csc \theta_i [r \sin \beta_r - R \sin \beta_i]^2 + (r \cos \beta_r - R \cos \beta_i)^2 + z^2]^{\frac{1}{2}} \cos \Omega
\end{aligned}$$

展开整理后得到影象方程

$$\begin{aligned}
&4R^2 r^2 \cos^2 (\beta_r - \beta_i) + 2Rr (h^2 \csc^2 \theta_i + \cos^2 \Omega - R^2 - zh) \\
&\times \cos (\beta_r - \beta_i) + (R^2 + zh)^2 - h^2 \csc^2 \theta_i \cos^2 \Omega (r^2 + R^2 + z^2) = 0
\end{aligned}$$

即

$$A' \cos^2 (\beta_r - \beta_i) + B' \cos (\beta_r - \beta_i) + C' = 0 \quad (13)$$

式中,各系数为:

$$\begin{aligned}
A' &= 4R^2 r^2; \\
B' &= 2Rr [h^2 \csc^2 \theta_i \cos^2 \Omega - R^2 - zh]; \\
C' &= (R^2 + zh)^2 - h^2 \csc^2 \theta_i \cos^2 \Omega (r^2 + R^2 + z^2)
\end{aligned}$$

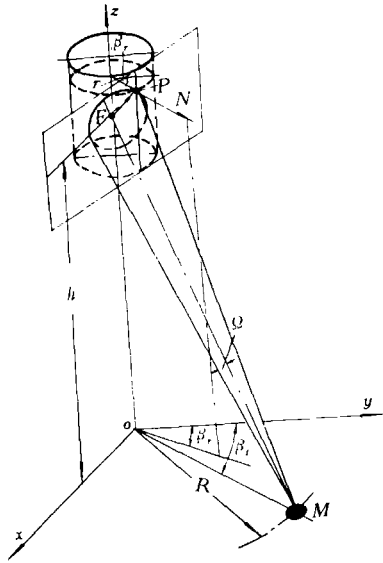


图2 太阳影象与圆柱形受光器的几何关系

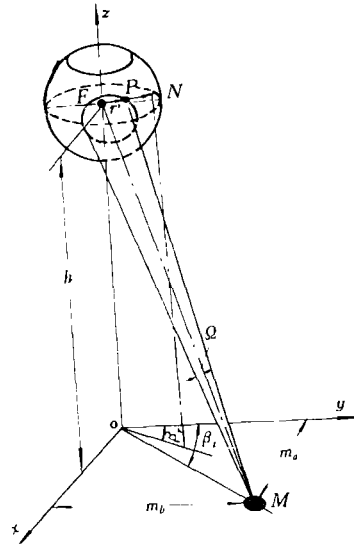


图3 太阳影象与球形受光器的几何关系

受光器上任意点的有效镜面场

在讨论受光器上能流密度时,除了需要知道单片定日镜影象计算外,还要知道对所求点那些定日镜是有效的,即所谓有效镜面场问题。知道了定日镜的有效范围后,就可以利用叠加或积分的方法算出所求点的能流密度。

求有效镜面场的范围,仍然可以利用太阳影象方程,但此时要把 m_a 、 m_b 、 m_c (通常 $m_c = 0$) 看作变量,而 x_0 、 y_0 、 z_0 、 α 、 β 均为已知量, Ω 为定数。

根据式(8)有

$$[-m_a(P_a - m_a) - m_b(P_b - m_b) + hP_c]^2 = (m_a^2 + m_b^2 + h^2) \\ \times [(P_a - m_a)^2 + (P_b - m_b)^2 + P_c^2] \cos^2 \Omega$$

可将上式整理成以 m_a 为变量的函数式,设

$$Q = m_b(P_b - m_b) + hP_c$$

$$R = m_b^2 + h^2$$

$$S = (P_b - m_b)^2 + P_c^2$$

并代入式(8),得到

$$[-m_a(P_a - m_a) - Q]^2 = (m_a^2 + R)[(P_a - m_a)^2 + S] \cos^2 \Omega$$

展开整理得

$$m_a^2(P_a - m_a)^2(1 - \cos^2 \Omega) = [m_a^2 S + (P_a - m_a)^2 R + RS] \cos^2 \Omega \\ - [2Qm_a(P_a - m_a) + Q^2] \quad (14)$$

式(14)为四次方程,可用来计算受光器上任意点的镜面场有效范围。计算时,先给定 m_b 值,可以求出 m_a 四个根,如果有两个虚根,舍去后,两实根 $|m_{a1} - m_{a2}|$ 即为有效范围;如果有四个实根,则有效范围是 $|m_{a1} - m_{a2}|$ 与 $|m_{a3} - m_{a4}|$;如果有两个重根,则非重根之差

即为有效范围, 而重根则表示边界点。

表面约束条件视受光器的几何形状由 P_a 、 P_b 、 P_c 给定。四次方程 (14) 可用塔尔塔里亚-弗拉里公式计算^[5]。

对于回转体形式的受光器, 同样可以比较简便地建立起有效镜面场关系式。下面以球形受光器为例来加以分析, 见图 3。设镜面 M 的坐标为 m_a 、 m_b 、 $m_c=0$ 。球形受光器的中心 F 即为焦点, 球面上 P 点的坐标为 x 、 y 、 z ; 球的半径为 r' 。

球面约束方程的矢量形式为

$$\overrightarrow{FP} = r' = xi + yj + (z-h)k$$

另外

$$\overrightarrow{MF} = -m_a i - m_b j + hk$$

则

$$\overrightarrow{MP} = \overrightarrow{MF} + \overrightarrow{FP}$$

$$= (x-m_a)i + (y-m_b)j - zk$$

将 \overrightarrow{MF} 与 \overrightarrow{MP} 代入锥面约束方程 (7), 则得到

$$\begin{aligned} [-m_a(x-m_a) - m_b(y-m_b) + hz]^2 &= [m_a^2 + m_b^2 + h^2] \\ &\times [(x-m_a)^2 + (y-m_b)^2 + z^2] \cos^2 \Omega \end{aligned} \quad (15)$$

把已知条件 x 、 y 、 z 、 h 、 Ω 代入式 (15) 后, 得到一个包含有 m_a 、 m_b 的四次方程。对于给定的每个 m_b , 就可以求出相应的 m_a 值的范围。

结 论

利用坐标变换和受光器表面方程与反射光束锥面约束方程联立求解的方法, 可以得到精确的影象方程式。该方程式可以用来计算太阳影象和镜面场的有效范围。

对于回转体所组成的受光器, 由于不需要转轴, 所得到的公式尤为简单, 使用十分方便。

这种计算太阳影象的方法, 适用于各类受光器, 具有实用价值。

参 考 文 献

- [1] 张国勋, 塔式太阳能聚光系统与受光器的几何特性, 太阳能学报, 第 1 卷第 1 期, 1980。
- [2] M. Riaz, A Theory of concentrators of solar energy on a central receiver for electric power generation, *Engineering for power*, Vol. 98, No. 3, 1976.
- [3] M. Riaz and T. GURR, Solar flux density distributions on central tower receivers, *Solar Energy*, Vol. 19, pp. 185—194, 1977.
- [4] F. W. Lipps, Four different views of the heliostat flux density integral, *Solar Energy*, Vol. 18, 1976.
- [5] 王祖越编, 方程式与多项式, 浙江人民出版社, 1979。

AN IMAGE EQUATION FOR A SOLAR TOWER CONCENTRATOR SYSTEM

Zhang Guo-xun

Rao Xiao-shu

(Tienjin University) (Huhehot Secondary Technical School of Transportation)

Abstract

The purpose of this paper is to deal with the image calculation for a solar tower concentrator system. A theoretical analysis is obtained and image equations for receivers of various shapes are derived. Equations can conveniently be used to solve the calculations of image and effective mirror field and to be the basis of calculation of solar flux density on receiver.