

Definition 1. 방향 그래프 $G = (V, E)$ 와, V 의 모든 정점을 도달할 수 있는 정점 $s \in V$ 가 주어졌을 때, (G, s) 에서 정점 u 가 정점 v 의 "Dominator"라는 것은, $u \neq v$ 이며 s 에서 v 로 가는 모든 경로가 u 를 거침을 뜻한다.

" V 의 모든 정점을 도달할 수 있는 정점 s "에 대해서만 정의되는 게 끌끄러울 수는 있으나, 실제로는 문제 상황상 s 에서 도달할 수 없는 정점에 신경 쓸 이유가 존재하지 않는다. 고로 어떠한 정점이 s 에서 도달할 수 없다면, 그 정점을 그래프에서 지움으로써 정의에 맞게 G 를 바꿔줄 수 있다.

Definition 2. (G, s) 에서 정점 u 가 정점 v 의 "Immediate Dominator"이라는 것은, 정점 u 가 정점 v 의 Dominator이며, 정점 v 의 모든 다른 Dominator들은 u 의 Dominator임을 뜻한다.

Theorem 1. (G, s) 가 주어졌을 때, s 를 제외한 모든 정점 v 에 대해서 Immediate Dominator $idom(v)$ 가 정확히 하나 존재한다.

Proof. 정의에 의해 s 는 s 를 제외한 모든 정점의 Dominator이기 때문에, s 를 제외한 모든 정점에 대해서 최소 하나의 Dominator가 존재한다. 어떠한 정점 $x \neq s$ 의 Dominator의 집합을 $D(x)$ 라 하자. 정점 u 가 정점 v 의 Dominator이거나 $u = v$ 일 때 $u \leq v$ 라는 순서가 성립한다고 하면, 다음과 같은 방식으로 해당 순서가 $D(x)$ 에 대해 Total ordering임을 증명할 수 있다.