

Sprawozdanie z ćwiczenia laboratoryjnego nr 3.  
Wyznaczanie  $\frac{c_p}{c_v}$  dla powietrza metodą rezonansu akustycznego.  
Pomiar prędkości dźwięku w powietrzu.

Piotr Bródka, Ivan Rukhavets, Aliaksandr Sharapa

25 marca 2017

# 1 Wstęp

Celem zadania jest wyznaczanie stosunku  $c_p$  - ciepła właściwego pod stałym ciśnieniem do  $c_v$  - ciepła właściwego w stałej objętości dla powietrza. Stosunek ten oznaczamy w termodynamice przez  $\kappa$  i nazywamy stałą adiabaty. Drugim celem doświadczenia jest też wyznaczenie prędkości rozchodzenia się dźwięku w powietrzu.

## 2 Wyznaczanie $\frac{c_p}{c_v}$ dla powietrza metodą rezonansu akustycznego.

### 2.1 Wstęp teoretyczny

Przyjęta konwencja jednostek:

$v$  - prędkość  
 $\rho$  - gęstość  
 $T$  - okres  
 $f$  - częstotliwość  
 $\bar{T}$  - temperatura  
 $k$  - stała Boltzmanna

Są dwie popularne metody wyznaczania  $\kappa$ :

1. Clementa-Desormesa, oparta na przeprowadzeniu dwóch przemian gazu: adiabatycznej, a następnie izochorycznej
2. Laplace'a, która bazuje na własnościach fal dźwiękowych.

To doświadczenie dotyczy drugiej metody. Przedstawimy fakty, które pomogą zrozumieć to doświadczenie.

Fala dźwiękowa jest falą mechaniczną, więc potrzebuje do rozchodzenia się ośrodka (którego cząsteczek drgania są właśnie tą falą).

W naszym przypadku źródłem tej fali (źródłem drgań) będzie głośnik, a bardziej precyzyjnie - drgania membrany głośnika.

Fala dźwiękowa jest falą podłużną. Rozchodzi się w powietrzu. Drgania cząsteczek powietrza (naszego ośrodka) objawiają się miejscowymi nierównościami ilości cząsteczek na jednostkę objętości, co znaczy: miejscowymi nierównościami ciśnienia. Możemy przyjąć, że fala dźwiękowa rozchodzi się na tyle szybko, że te zmiany ciśnienia realizowane są w ramach przemiany adiabatycznej gazu (układ nie wymienia ciepła z otoczeniem), czyli spełnione jest:

$$pV^\kappa = \text{const.}$$

Ostatecznie:

$$\kappa = \frac{c_p}{c_v} = \frac{\lambda^2 f^2 M}{k\bar{T}}$$

lub

$$\kappa = \frac{c_p}{c_v} = \frac{\lambda^2 M}{kT^2\bar{T}}$$

## 2.2 Pomiary

Dokonałiśmy 9 pomiarów dla różnych częstotliwości. Na generatorze ustaliliśmy częstotliwość  $f_0$ . Generator nie jest jednak dokładny i żeby uzyskać dane do dalszych obliczeń - trzeba było zrobić coś innego. Na oscyloskopie zmierzylśmy czas jednego pełnego okresu i stąd dostaliśmy prawdziwą częstotliwość. Częstotliwość na generatorze  $f_0$  nie ma funkcji innej niż pokazanie, że wartość na generatorze jest obciążona dużym błędem.

Okres mierzyliśmy przy różnych skali. Błąd obserwatora w przypadku oscyloskopu to pół błędy wzorcowania.

Jest 9 pomiarów dla różnych częstotliwości, rozłożonych w przybliżeniu równomiernie od około 4kHz do około 8kHz. Dla każdego z tych pomiarów wyznaczaliśmy wektor (oznaczymy go  $w$ ) kolejnych punktów na linijce, gdy obserwujemy na oscyloskopie rezonans mechaniczny. Taki rezonans występuje co odległość  $\frac{1}{2}\lambda$  (połowa długości fali).

Następnie za pomocą odejmowania  $w_{i+1} - w_i$  dostajemy wektor (odznaczmy go  $d$ ) długości połówek fali (w centymetrach).

Liczymy średnią arytmetyczną

W pomiarze niepewności długości fali mamy błędy:

1. typu A: odchylenie standardowe średniej, niepewność średniej  $\frac{s_d}{\sqrt{|d|}}$ , gdzie  $s_d$  to odchylenie standardowe wektora  $d$ , a  $|d|$  to jego licznosc.
2. typu B: związana z niedokładnościami sprzętu pomiarowego.

$$u_B(d) = \sqrt{\frac{(\Delta x)^2}{3} + \frac{(\Delta x_E)^2}{3}}$$

U nas niepewność wzorcowania to długość jednej podziałki, czyli  $0.1\text{cm}$ , a niepewność eksperymentatora to pół długości jednej podziałki, czyli  $0.05\text{cm}$ . Zatem:  $u_B(d) = 0.0645497\text{cm}$

Niepewność typu B częstotliwości  $f$  obliczamy ze wzoru

$$\sqrt{\left(\frac{\partial \frac{1}{T}}{\partial T}\right)^2 U_B(T)^2} = \frac{1}{T^2} \sqrt{\frac{\Delta T^2}{3} + \frac{\Delta T_e^2}{3}}$$

### 2.2.1 Pomiar 1

$$T = 2.4 * 0.1ms \quad \Delta T = 0.2 * 0.1ms \quad \Delta T_e = 0.1 * 0.1ms$$

$$f_0 = 4023Hz \quad f = 4166.7Hz \quad u_B(f) = 0.2Hz$$

$$w[cm]: 4.8, 9.0, 13.3, 17.5, 21.8, 26.0, 30.3, 34.5, 38.8, 43.0, 47.3$$

$$d[cm]: 4.2 \ 4.3 \ 4.2 \ 4.3 \ 4.2 \ 4.3 \ 4.2 \ 4.3 \ 4.2 \ 4.3$$

$$\text{średnia: } 4.25cm$$

$$u_A(d) = 0.016666667cm$$

$$u_B(d) = 0.0645497cm$$

$$u_C(d) = 0.06666667cm$$

### 2.2.2 Pomiar 2

$$T = 4.4 * 0.05ms \quad \Delta T = 0.2 * 0.05ms \quad \Delta T_e = 0.1 * 0.05ms$$

$$f_0 = 4503Hz \quad f = 4545.5Hz \quad u_B(f) = 0.1Hz$$

$$w[cm]: 0.3, 4.1, 8.0, 11.8, 15.6, 19.5, 23.3, 27.1, 31.0, 34.8, 38.6, 42.5, 46.3$$

$$d[cm]: 3.8 \ 3.9 \ 3.8 \ 3.8 \ 3.9 \ 3.8 \ 3.8 \ 3.9 \ 3.8 \ 3.8 \ 3.9 \ 3.8$$

$$\text{średnia: } 3.833333cm$$

$$u_A(d) = 0.01421338cm$$

$$u_B(d) = 0.0645497cm$$

$$u_C(d) = 0.06609604cm$$

### 2.2.3 Pomiar 3

$$T = 4.0 * 0.05ms \quad \Delta T = 0.2 * 0.05ms \quad \Delta T_e = 0.1 * 0.05ms$$

$$f_0 = 4990Hz \quad f = 5000.0Hz \quad u_B(f) = 0.2Hz$$

$$w[cm]: 2.6, 6.0, 9.6, 13.0, 16.4, 19.8, 23.3, 26.7, 30.2, 33.6, 37.1, 40.6, 44.0, 47.5$$

$$d[cm]: 3.4 \ 3.6 \ 3.4 \ 3.4 \ 3.4 \ 3.5 \ 3.4 \ 3.5 \ 3.4 \ 3.5 \ 3.5 \ 3.4 \ 3.5$$

$$\text{średnia: } 3.453846cm$$

$$u_A(d) = 0.01831135cm$$

$$u_B(d) = 0.0645497cm$$

$$u_C(d) = 0.06709674cm$$

#### 2.2.4 Pomiar 4

$$T = 3.6 * 0.05ms \quad \Delta T = 0.2 * 0.05ms \quad \Delta T_e = 0.1 * 0.05ms$$

$$f_0 = 5497Hz \quad f = 5556.6Hz \quad u_B(f) = 0.2$$

w[cm]: 3.0, 6.1, 9.2, 12.4, 15.5, 18.7, 21.9, 25.0, 28.1, 31.3, 34.4, 37.6, 40.8, 43.9, 47.1

d[cm]: 3.1 3.1 3.2 3.1 3.2 3.2 3.1 3.1 3.2 3.1 3.2 3.2 3.1 3.2

średnia: 3.15cm

$$u_A(d) = 0.0138675cm$$

$$u_B(d) = 0.0645497cm$$

$$u_C(d) = 0.06602253cm$$

#### 2.2.5 Pomiar 5

$$T = 8.4 * 0.02ms \quad \Delta T = 0.2 * 0.02ms \quad \Delta T_e = 0.1 * 0.02ms$$

$$f_0 = 5986Hz \quad f = 5952.4Hz \quad u_B(f) = 0.1Hz$$

w[cm]: 2.3, 5.2, 8.1, 11.0, 13.9, 16.8, 19.7, 22.6, 25.5, 28.4, 31.3, 34.2, 37.1, 40.0, 42.9, 45.8, 48.7

d[cm]: 2.9 2.9 2.9 2.9 2.9 2.9 2.9 2.9 2.9 2.9 2.9 2.9 2.9 2.9 2.9

średnia: 2.9cm

$$u_A(d) = 0.00cm$$

$$u_B(d) = 0.0645497cm$$

$$u_C(d) = 0.06454972cm$$

#### 2.2.6 Pomiar 6

$$T = 7.8 * 0.02ms \quad \Delta T = 0.2 * 0.02ms \quad \Delta T_e = 0.1 * 0.02ms$$

$$f_0 = 6502Hz \quad f = 6410.3Hz \quad u_B(f) = 0.1Hz$$

w[cm]: 1.4, 4.0, 6.7, 9.4, 12.1, 14.7, 17.4, 20.0, 22.7, 25.4, 28.0, 30.7, 33.4, 36.0, 38.7, 41.3, 44.0, 46.7, 49.4

d[cm]: 2.6 2.7 2.7 2.7 2.6 2.7 2.6 2.7 2.7 2.6 2.7 2.7 2.6 2.7 2.6 2.7 2.7 2.7

średnia: 2.666667cm

$$u_A(d) = 0.01143324cm$$

$$u_B(d) = 0.0645497cm$$

$$u_C(d) = 0.06555445cm$$

### 2.2.7 Pomiar 7

$$T = 7.0 * 0.02ms \quad \Delta T = 0.2 * 0.02ms \quad \Delta T_e = 0.1 * 0.02ms$$

$$f_0 = 6995Hz \quad f = 7143.9Hz \quad u_B(f) = 0.1Hz$$

w[cm]: 0.6, 3.2, 5.6, 8.0, 10.5, 13.0, 15.5, 18.0, 20.5, 22.9, 25.4, 27.9, 30.4, 32.8, 35.3, 37.8, 40.3, 42.7, 45.2, 47.7

d[cm]: 2.6 2.4 2.4 2.5 2.5 2.5 2.5 2.5 2.4 2.5 2.5 2.5 2.4 2.5 2.5 2.5 2.4 2.5 2.5

średnia: 2.478947cm

$$u_A(d) = 0.0122807cm$$

$$u_B(d) = 0.0645497cm$$

$$u_C(d) = 0.06570755cm$$

### 2.2.8 Pomiar 8

$$T = 6.6 * 0.02ms \quad \Delta T = 0.2 * 0.02ms \quad \Delta T_e = 0.1 * 0.02ms$$

$$f_0 = 7504Hz \quad f = 7576.8Hz \quad u_B(f) = 0.1Hz$$

w[cm]: 2.1, 4.4, 6.8, 9.1, 11.4, 13.7, 16.0, 18.3, 20.6, 22.9, 25.2, 27.6, 29.8, 32.2, 34.5, 36.8, 39.1, 41.4, 43.7, 46.0, 48.3

d[cm]: 2.3 2.4 2.3 2.3 2.3 2.3 2.3 2.3 2.3 2.3 2.4 2.2 2.4 2.3 2.3 2.3 2.3 2.3 2.3 2.3

srednia: 2.31cm

$$u_A(d) = 0.01cm$$

$$u_B(d) = 0.06454972cm$$

$$u_C(d) = 0.06531973cm$$

### 2.2.9 Pomiar 9

$$T = 6.2 * 0.02ms \quad \Delta T = 0.2 * 0.2ms \quad \Delta T_e = 0.1 * 0.02ms$$

$$f_0 = 7988Hz \quad f = 8065.5Hz \quad u_B(f) = 0.2Hz$$

w[cm]: 1.0, 3.2, 5.3, 7.6, 9.8, 11.9, 14.1, 16.3, 18.4, 20.6, 22.8, 25.0, 27.2, 29.3, 31.4, 33.6, 35.1, 37.9, 40.1, 42.3, 44.5, 46.6, 48.8

d[cm]: 2.2 2.1 2.3 2.2 2.1 2.2 2.2 2.1 2.2 2.2 2.2 2.2 2.1 2.1 2.2 1.5 2.8 2.2  
2.2 2.2 2.1 2.2

średnia: 2.172727

$$u_A(d) = 0.04422582$$

$$u_B(d) = 0.0645497cm$$

$$u_C(d) = 0.07824698cm$$

Pod koniec zmierzylismy temperature która wyniosła  $21^\circ C = 294.15K$

### 2.3 Wyliczenie $\frac{c_p}{c_v}$

Dla każdego z 9 pomiarów wyznaczamy  $\kappa = \frac{c_p}{c_v}$  ze wzoru

$$\kappa = \frac{c_p}{c_v} = \frac{(2\bar{d})^2 f^2 M}{k\bar{T}}$$

Zapiszemy wyniki wszystkich pomiarów do tablicy

Lp.	k[J/K] *10 <sup>-23</sup>	M[Kg] *10 <sup>-26</sup>	T[K]	f[s <sup>-1</sup> ]	Δf[s <sup>-1</sup> ]	λ[cm]	κ
1	1.3806	4.81	291.15	4167.7	0.2	9.5	1.49
2				4545.5	0.1	7.66	1.44
3				5000.0	0.2	6.90	1.41
4				5556.6	0.2	6.30	1.45
5				5952.4	0.1	5.80	1.41
6				6410.3	0.1	5.34	1.38
7				7143.9	0.1	4.94	1.49
8				7576.8	0.1	4.62	1.45
9				8065.5	0.2	4.34	1.45

Tablica 1: Wyniki pomiarów i obliczone  $\kappa$

Średnia wartość  $\kappa$  wyniosła 1.4417 Obliczamy błąd średni kwadratowy średniej arytmetycznej *kappa* ze wzoru

$$\Delta\kappa = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\kappa - \kappa_i)^2}{n(n-1)}} = 0.011$$

Mamy

$$\kappa = 1.4417 \pm 0.011$$

### 3 Pomiar prędkości dźwięku w powietrzu.