

# ساختمان داده‌ها و طراحی الگوریتم‌ها

نیم‌سال اول ۰۲-۰۳

مدرس: دکتر آبام



دانشکده‌ی مهندسی کامپیوتر

زمان آزمون: ۴ بهمن

میان‌ترم دوم

## مسئله‌ی ۱.

یک دایره به شعاع واحد داریم.  $n$  نقطه به صورت کاملاً تصادفی در داخل دایره انتخاب می‌کنیم. الگوریتمی با پیچیدگی زمانی  $O(n)$  ارائه دهید که بتوان به کمک آن، تمام نقاط را بر حسب فاصله تا مرکز دایره مرتب نمود.

## مسئله‌ی ۲.

درستی عبارات زیر را با ذکر دلیل مشخص کنید.

۱. گره‌های هر درخت دودویی جست و جو را می‌توان با رنگ‌های قرمز و سیاه رنگ کرد طوری که درخت حاصل قرمز-سیاه شود.

۲. گره‌های هر درخت دودویی جست و جو با  $n$  عنصر و ارتفاع حداکثر  $2 \log n$  را می‌توان با رنگ‌های قرمز و سیاه رنگ کرد طوری که درخت حاصل قرمز-سیاه شود.

۳. یک درخت دودویی جست و جوی کاملاً متوازن را می‌توان با رنگ‌های قرمز و سیاه رنگ کرد طوری که درخت حاصل قرمز-سیاه شود.

## مسئله‌ی ۳.

یک آرایه از  $n$  تا عدد داریم. می‌دانیم یک عدد  $x$  در این آرایه وجود دارد که اکیدا بیشتر از  $n/2$  بار در آرایه، تکرار شده است. یک الگوریتم زمان خطی ارائه بدید در این سوال، که این عدد را پیدا کند. دقت کنید این الگوریتم باید قطعی باشد و استفاده از hashmap برای مثال قابل قبول نیست.

## مسئله‌ی ۴.

یک آرایه از  $n$  تا عدد متمایز داریم. می‌دانیم که تعداد نابه‌جایی‌های این آرایه از اردر  $O(n)$  هستش. در زمان خطی این آرایه را سورت کنید.

## مسئله‌ی ۵.

فرض کنید دو عنصر  $a$  و  $b$  از یک درخت دودویی جستجو داده شده است. الگوریتمی پیشنهاد دهید که بزرگ‌ترین عنصر در مسیر دو عنصر داده شده را بیابد. توجه داشته باشید که مسیر بین دو عدد همواره خود اعداد را نیز شامل می‌شود. (پیچیدگی زمانی باید  $O(n)$  باشد که  $n$  ارتفاع درخت است.)