

شکل ۱: مقطعی از بافت مغز که با روش گلگی رنگ آمیز شده است.

این‌ها با وارد کردن یک الکترود در سلول می‌توان دنباله فعالیت‌های آن را ثبت کرد. این ابزارها و مشابه‌های روزآمد آن‌ها انبوی از داده فراهم آورده و دریچه جدیدی را بر محققان باز کرده است که با آن به سؤالات فلسفی قدیمی نگاه دوباره بیاندازند. شاید تشییه وضعیت کنونی علم نرساینس با زمانی که تیکو برآهه^۹ اندازه‌گیری‌های دقیقی از اجرام آسمانی نمود که به پیدایش مکانیک نیوتونی منجر شد، بیراه نباشد.

برای درک این داده‌ها باید به تفسیرهای کوتاه و دقیق برسیم. بسیاری از فعالیت‌های ذهنی مانند دیدن، یادگرفتن، به خاطر سپردن، لذت بردن، درد کشیدن، مساله ریاضی حل کردن و برای ما روشن است ولی هنگامی که داده‌های مغزی نظری آن‌ها را ثبت می‌کنیم متوجه می‌شویم تا چه اندازه شرح اتفاقات مغزی آن مشکل است. اینجاست که برای دست یافتن به قوانین بنیادی این حوزه مدل‌سازی ریاضی مغز اهمیت پیدا می‌کند. در این سلسله نوشتارها قصد داریم مقدماتی از علوم اعصاب و مدل‌های معروف آن را بیان کنیم.

۱ مدل تک نرون

مغز از درده مهم سلولی تشکیل شده است: نرون‌ها^{۱۰} که اطلاعات را پردازش می‌کنند و سلول‌های گلیا^{۱۱} که نقش حمایت کننده رونها را دارند و مستقیماً دخالتی در پردازش اطلاعات ندارند. در مغز انسان به طور تقریبی ۱۰۰ میلیارد سلول نرونی و حدود ۱۰ برابر آن سلول گلیا وجود دارد[۱]. نرون‌ها از نظر آناتومی و تغییرات الکتریکی تنوع زیادی دارند با این حال یک نرون به طور معمول

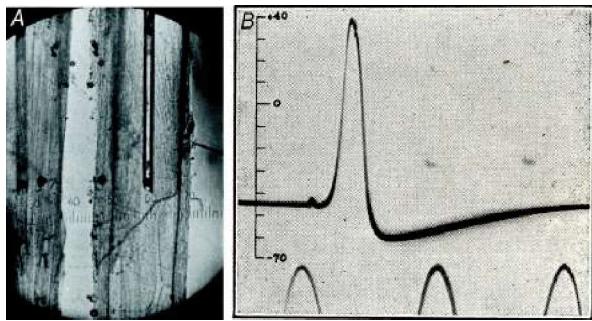
مقدمه‌ای بر مدل‌های علوم اعصاب (۱) روزبه فرهودی

از دیرباز نحوه کارکرد ذهن سوالی چالش برانگیز بوده است. شکل ظاهری مغز تردهای کم و بیش سفید رنگ و یکنواخت است که نشانی از ساختار اعجاب‌آورش نمی‌دهد. به همین دلیل تا مدت‌ها وظیفه اصلی آن در بدن مشخص نبود. رنه دکارت، فیلسوف و دانشمند شهیر، مغز را ماشینی از اندام‌های کوچک تصویر می‌کرد که به کمک مایع درون مغزی و قوانین هیدرولیکی مسبب حرکت‌های دست و پا و بدن است و در نتیجه نقشی در هوش و احساس ندارد. در سال ۱۸۷۳ گلگی^۱ که از پیشگامان علوم اعصاب است، با قرار دادن مقطعی از مغز در ترکیبی از جیوه به روشنی دست یافت که بتوان بعضی از اجزای آن را در زیر میکروسکوپ مشاهده کرد. جالب است بدانید که به علت پیچیدگی شکل ظاهری سلول‌های مغز تا مدت‌ها بین او و کاخال^۲ بحث‌های جدی بر سر این که آیا مغز ساختاری یکپارچه است^۳ و یا از اجزای سلولی تشکیل شده است، در گرفت. تا جایی که به علت تفوق نیافتن هیچ یک از این دو نظریه بر دیگری، در سال ۱۹۰۶ مشترکاً به هر دوی آن‌ها نوبت دادند. هرچند یافته‌های بعدی نظریه سلولی را مورد تایید قرار داد.

از آن تاریخ به بعد فن‌آوری‌های مختلفی برای بررسی ساختار مغز ابداع شد. به عنوان مثال با ای.ای.جی^۴ می‌توان تغییر پتانسیل سطح مغز و مشابه آن با ام.ای.جی^۵ تغییرات میدان مغناطیسی را اندازه گرفت، به وسیله ام.آر.آی^۶ می‌توان بدون هیچ گونه آسیبی به مغز تصویری نسبتاً دقیق از ساختار درونی آن بدست آورد و با اف.ام.آر.آی^۷ می‌توان به طور پیوسته و در طول زمان فعالیت‌های مغزی را ثبت نمود. علاوه بر این میکروسکوپ‌های قوی الکترونی و دو فوتونی^۸ می‌توانند با جزئیاتی در حد نانومتر بافت جدا شده‌ای از مغز را نشان دهند. در کنار

Camillo Golgi ^۱
Santiago Ramón y Cajal ^۲
Reticular Theory ^۳
EEG ^۴
MEG ^۵
MRI ^۶
fMRI ^۷
Two Photon Microscopy ^۸

Tycho Brahe^۹
neuronal cells^{۱۰}
glia cells^{۱۱}



شکل ۲: سمت راست: عکسی از تغییرات پتانسیل یک سلول نرونی ماهی مرکب که توسط هاجکین و هاکسلی گرفته شده، سمت چپ: الکتروودی که با آن تغییرات پتانسیل را ثبت کرده‌اند

نقل و انتقال بون‌های باردار به سلول می‌شود. در نرونی که هاجکین و هاکسلی کار می‌کردند دو نوع کanal سدیمی و پتانسیمی وجود داشت که تنها اجازه عبور آن‌ها را از یک طرف سلول به طرف دیگر می‌داد.^{۱۹} بنابراین دو جریان الکتریکی ($I_{Na}(t)$ و $I_K(t)$) بین درون سلول و خارج سلول ایجاد می‌شود. هر یون در یک محیط پتانسیل الکتریکی ایجاد می‌کند که تابعی از غلظت آن در محیط و بار الکتریکی آن یون است و از معادله نرنست^{۲۰} حساب می‌شود. علت اسپایک زدن نرون، متفاوت بودن پتانسیل‌های الکتریکی سدیم و پتانسیم است به نحوی که کاهش یکی باعث افزایش دیگری می‌شود و سلول را از حالت پایدار خارج می‌کند. هاجکین و هاکسلی می‌خواستند معادلاتی برای این تحولات بنویسند.

فرض کنید جریان ورودی سلول را با $I(t)$ نمایش دهیم. تاکنون می‌دانیم $I(t)$ جمعی از $I_{Na}(t)$ و $I_K(t)$ است. اما علاوه بر آن‌ها، دو جریان دیگر هم وجود دارد. یکی جریانی است که از کanal‌های نشیتی ایجاد می‌شود، (کanal‌هایی که به یون خاصی حساس نیستند) و دیگری جریانی است که از غشای خازن مانند سلول به درونش القا می‌شود ($I_{cap}(t)$). بنابراین می‌توان نوشت:

$$I(t) = I_{cap}(t) + I_{Na+}(t) + I_{K+}(t) + I_{leak}(t)$$

اگر $V(t)$ اختلاف پتانسیل دو طرف سلول و C ظرفیت خازنی غشای سلول باشد، با رابطه $I_{cap}(t) = CdV/dt$ بدست می‌آوریم:

$$CdV/dt = I(t) - I_{Na+}(t) - I_{K+}(t) - I_{leak}(t)$$

از رابطه اهم داریم: $I_x(t) = g_x(t)(V(t) - V_x)$ که رسانایی سلول برای کanal x و V_x پتانسیل استراحت آن است. هاجکین و هاکسلی می‌دانستند که رسانایی این کanal‌ها احتمالاً تابعی از ولتاژ هستند و با

^{۱۹} البته بعدها با بررسی نرون‌های دیگر و به طور خاص نرون‌های مغز انسان، کanal‌های دیگری از جمله کanal کلسیمی هم به این مجموعه اضافه شد.

Nernst equation^{۲۰}

یک هسته دارد که پروتئین‌های لازم برای سلول را تولید می‌کند و از آن تعدادی شاخه باریک منشعب می‌شود که به دندریت^{۱۲} معروف هستند و با شاخه شاخه شدن، شکلی شبیه درخت درست می‌کنند. علاوه بر این از هسته شاخه دیگری به نام آکسون^{۱۳} منشعب می‌شود که ضخیم‌تر از شاخه‌های دندریت است. دندریت مسؤول دریافت پیام‌های از نرون‌های دیگر است و آکسون پیام آن نرون را به نرون‌های دیگر انتقال می‌دهد. طبیعت پیام‌های عصبی الکتریکی است.

تفاوتی اساسی بین کارکرد دندریت و آکسون وجود دارد. دندریت‌ها معمولاً خطی هستند و پیام‌های ورودی را با هم جمع می‌کنند. حالی که آکسون انتقال دهنده‌های غیر خطی دارد و مواد شمیایی در طول آن به شکل موجی منتشر می‌شوند. به همین جهت پیام‌های یک نرون به شکل گسسته به نرون‌های دیگر انتقال می‌یابد. به هر واحد این پیام‌های گسسته اسپایک^{۱۴} می‌گویند. با یک الکتروودی حساس می‌توان دنباله اسپایک‌ها را در طول زمان ثبت کرد. ما در اینجا قصیده داریم اتفاقاتی که باعث به وجود آمدن یک اسپایک می‌شود را مدل کنیم. تاریخچه این کشف از داستان‌های آموزندۀ علم است. در سال ۱۹۳۹ دو دانشمند انگلیسی به نام‌های هاجکین^{۱۵} و هاکسلی^{۱۶} به این مسئله علاقه‌مند شدند اما اندکی بعد و با شروع جنگ جهانی دوم و ققهه‌ای در کارشان افتاد. در سال ۱۹۴۶ دوباره به این مسئله بازگشتد و تا سال ۱۹۵۲ به توصیف کاملی از آن رسیدند و نهایتاً بخارطه دستاوردهای نوبل پزشکی را در سال ۱۹۶۳ دریافت کردند.

برای این کار آن‌ها ابتدا نیاز به نرونی داشتند که از مابقی نرون‌ها جدا باشد و به اندازه‌ای بزرگ باشد که بتوان با ابزارهای آن زمان تغییرات پتانسیل آن را ثبت کنند. یکی از نرون‌های ماهی مرکب برای این کار مناسب بود. سپس باید راهی می‌یافتد که غلیظت مواد شمیای مختلف را در اطراف سلول به دلخواه خود تعیین کنند. روش ابداعی آن‌ها استفاده از لوله مویینی بود که با مکش قسمتی از سلول به درون خود، غلظت مواد را در اطراف آن ناحیه ثابت نگه می‌داشت.^{۱۷} سرانجام با تکرار آزمایش در حالت‌های مختلف به نمودارهای زیادی رسیدند و تلاش کردند آن‌ها را تفسیر کنند. قبل از آن نیاز به مقدماتی درباره نحوه تغییر پتانسیل سطح سلول داریم.

روی سطح هر سلول نرونی تعداد بسیار زیادی (از مرتبه چند میلیارد!) کanal‌های بسیار کوچک (از مرتبه چند نانومتر!) قرار دارد که باعث

dendrite^{۱۲}

axon^{۱۳}

spike^{۱۴}

Alan Hodgkin^{۱۵}

Andrew Huxley^{۱۶}

Squid^{۱۷}

Patch clamp technic^{۱۸}

پیشنهاد نمی‌دهد. البته قسمت‌هایی از مغز مانند هیپوکمپس^{۲۱} احتمالاً نقش مهمی در حافظه دارند، ولی به نظر می‌آید که حافظه در تمام سطح مغز پخش است و به نوعی با پردازش اطلاعات در هم تبیه است. در ثانی سازوکارهای زیستی با احتمالات و تصادف عجین هستند و درنتیجه تصور این که یک نرون اطلاعات مشخصی را برای مدت طولانی و بدون تغییر نگه دارد دور از واقعیت است.

فرضیه مورد قبول درباره حافظه، فعالیت شبکه‌ای نرون‌ها است. یعنی با تغییر در نحوه اتصال تعدادی از نرون‌ها اطلاعاتی ذخیره می‌شود. هاپفیلد محققی بود که در سال ۱۹۸۲ مدلی برای این کار پیشنهاد داد که در اینجا آن را شرح می‌دهیم^[۲].

فرض کنید N نرون داریم و وضعیت هر نرون به نحوی است که در هر لحظه فعال (که با ۱ نشان می‌دهیم) یا خاموش (که با ۰ نشان می‌دهیم) است. هر دو نرون می‌توانند با وزنی (که عددی حقیقی است) به یکدیگر وصل باشند. مقدار این وزن قدرت اتصال آنها را نشان می‌دهد. بنابراین ماتریس $\{T_{i,j}\}_{i,j=1}^N$ از اتصال نرون‌ها خواهیم داشت. همچنین هر نرون آستانه‌ی تحملی برای فعال شدن دارد که آن را با یک عدد حقیقی ثابت مانند U_i (برای نرون i) نمایش می‌دهیم. برای راحتی کار فرض کنید زمان گسسته است. دینامیک و یا تحول این نرون‌ها در زمان $t+1$ تنها به لحظه قبل آن یعنی t بستگی دارد. اگر وضعیت نرون i در زمان t با $V_i(t)$ نشان دهیم (که صفر یا یک است)، در لحظه $t+1$ یکی از نرون‌ها مانند نرون $-i$ را به طور دلخواه و با احتمال مساوی از بین تمام نرون‌ها انتخاب می‌کنیم و مقدار

$$\sum_{i \neq j} T_{i,j} V_j(t)$$

را حساب می‌کنیم. اگر حاصل بیش از آستانه‌ی نرون $-i$ باشد، یعنی U_i شد، $(1+V_i(t))$ را برابر یک و در غیر این صورت برابر صفر قرار می‌دهد. وضعیت بقیه نرون‌ها را در طی این عملیات ثابت نگه می‌داریم. با این دینامیک اگر وضعیت نرون‌ها را در لحظه شروع بدانیم، وضعیت آن‌ها در زمان‌های بعد یک فرایند تصادفی است.

این دینامیک هرچند ساده است ولی اساس تحولات جمعی نرون‌ها را بیان می‌کند و حقیقت آن است که از نظر تاریخی دهمها قبلتر و در سال ۱۹۴۳ توسط دو فیزیولوژیست ارایه شده بود^[۴]. ایده‌ی این دو نفر از آن زمان به بعد مورد توجه محققان قرار گرفت و با پیدایش عصر کامپیوتر، به یکی از ابزارهای پرکاربرد علوم کامپیوتر و رشته هوش مصنوعی بدل شد.

در مدل بالا هر لحظه تعدادی از نرون‌ها فعال و تعدادی خاموش هستند که این به یادآوری چیزی در آن لحظه تعبیر می‌شود. در hippocampus^{۲۱} ناحیه‌ای در عمق مغز است که آسیب به آن در تثبیت حافظه کوتاه مدت به بلند مدت اثرات مخربی دارد.

بررسی نمودارهای مختلف ولتاژ (نمودار بالا) به دنبال بهترینتابع برای g_x گشتند و سرانجام به توابع غیر خطی زیر رسیدند:

$$g_{Na} = \bar{g}_{Na} m^{\gamma} h \quad g_K = \bar{g}_K n^{\beta} \quad g_{leak} = \bar{g}_{leak}$$

که \bar{g}_{Na} و \bar{g}_K ثابتاند و سه تابع n , h و m در معادلات نمایی زیر صدق می‌کنند:

$$\frac{dX}{dt} = \frac{\alpha_X(V) - X}{\tau_X(V)} \quad X = m, n, h$$

که α و β توابعی پله‌ای هستند.

با دانش امروز می‌دانیم هر کدام از توابع n , h و m معادل عملکرد قسمتی از کانال‌های یونی هستند. مثلاً کانال سدیمی از چهار قسمت مستقل تشکیل شده است که سه تا از آن‌ها ساختار یکسان دارند که اگر به معادله آن نگاه کنید توان یکی از توابع سه و دیگری یک است. سیستم دینامیکی بالا به قدری پیچیده بود که شبیه‌سازی کامپیوتری آن با دستگاه‌های آن زمان حدود ۶ ماه طول می‌کشید. اما این دو موفق به یافتن روشنی برای شبیه‌سازی سریع آن شدند^[۳].

معادله هاچکین و هاکسلی معادله‌ای پایه‌ای در علوم اعصاب است که نحوه فعالیت واحدهای مغزی را می‌گوید ولی اطلاعاتی از عملکرد گروهی آن‌ها نمی‌دهد.

۲ مدل حافظه‌ی هاپفیلد

یکی از سوالاتی که احتمالاً بارها به آن فکر کرده‌اید، چگونگی ذخیره اطلاعات در ذهن است. مثلاً وقتی شروع به حفظ کردن یک شعر می‌کنیم چه تغییراتی در ذهن ما در حال رخدادن است؟ تکرار یک موضوع به حفظ آن کمک می‌کند. اما گاهی موضوعی را تنها یک بار شنیده‌ایم ولی به روشنی آن را به یاد داریم. این امر چگونه ممکن است؟

با الهام از فناوری‌های روز می‌توانیم تصور کنیم که ذهن ما مشابه یک دستگاه ضبط صدا یا دوربین عکاسی اطلاعات را ذخیره می‌کند. یعنی مکان مشخصی در مغز وجود دارد که اطلاعات به طور ایستاده در آن پیاده می‌شوند و به طور مثال هر داده باعث فعل و افعالاتی در یک سلول نرونی می‌شود که حالت آن را عوض می‌کند به این شکل بیت به بیت اطلاعات نگه‌داری می‌شوند. اما تا حدودی بر عکس حافظه‌های کامپیوتری، این نگاه در عمل چالش‌های جدی دارد. اولاً دانش روز عصب شناسی یک جای مشخص از مغز را برای حافظه

با اندکی محاسبه داریم:

$$\begin{aligned} \sum_j T_{i,j} P_s(j) &= \\ \sum_{s'=1}^n (2P_{s'}(i) - 1) &\left(\sum_j P_s(j)(2P_{s'}(j) - 1) \right) \\ &:= \sum_{s'=1}^n (2P_{s'}(i) - 1) M_{s,s'} \end{aligned}$$

به راحتی می‌توان دید که $M_{s,s} = \frac{N}{4}$ ، و هر کدام از $M_{s,s'}$ ها متغیر تصادفی‌هایی با میانگین صفر هستند و با قضیه حد مرکزی از مرتبه \sqrt{N} اند. در نتیجه با فاکتور گرفتن از \sqrt{N} ، مجموع $1 - \sum_{s'=1}^n (2P_{s'}(i) - 1)$ جمله مستقل نرمال استاندارد خواهد شد که دوباره با قضیه حد مرکزی از مرتبه \sqrt{n} است. در نتیجه بدون در نظر گرفتن جمله $M_{s,s}$ مجموع بقیه جملات از مرتبه \sqrt{N} است که از $\frac{N}{4}$ کمتر است و نشان می‌دهد حاصل جمع کل هم علامت با $1 - 2P_s(i)$ است. \square

هاپفیلد تابع زیر را برای این مدل معرفی کرد:

$$E = -\frac{1}{4} \sum_i \sum_j T_{i,j} V_i(t) V_j(t)$$

و نشان داد تحت دینامیک مقدار E کاهش پیدا می‌کند و در نتیجه به یکی از مینیمم‌های خواهیم رسید. در حالت کلی تابع E تعداد زیادی مینیمم دارد ولی اگر n کم باشد با احتمال زیاد تنها مینیمم‌ها الگوها هستند. برای چک کردن آن می‌توان شبیه‌سازی کرد که مشاهده می‌شود اگر $N \sim 15$ این مدل الگوها ابتدایی را یاد می‌گیرد و قادر به یادآوری آن‌هاست. تاکنون تعمیم‌های متفاوتی از مدل هاپفیلد داده شده است. در عین حال تلاش‌هایی جدی برای سازش پذیری آن داده‌های زیستی به عمل آمده است.

مراجع

- [۱] M F Bear, B W Connors, and M A Paradiso. Neuro-science: exploring the brain. LippincottWilliams and Wilkins, 2001.
- [۲] JJ Hopfield - Proceedings of the national academy of Science of the United States of America, Vol. 79, No.8, 1982 - National Acad Sciences
- [۳] <http://jp.physoc.org/content/590/11/2571.full>

نتیجه معادل هر اطلاعاتی که قرار است به خاطر سپرده شود، الگویی از فعالیت نرون‌ها متناظر می‌شود. تصور کنید می‌خواهیم الگوهای P_1, P_2, \dots, P_n را به خاطر بسپاریم که هر P_i برداری N مؤلفه‌ی است که وضعیت نرون‌ها را نشان می‌دهد. ($P_i \in \{0, 1\}^N$) هدف این است که T_{ij} ها را طوری انتخاب کنیم که تقریباً با هر شرط اولیه‌ای بر روی N نرون در لحظه t ، بعد از طی چند مرحله به یکی از الگوهای P_1, P_2, \dots, P_n برسیم. این را مقایسه کنید با هنگامی که تلاش می‌کنیم که موضوعی را به یاد آوریم.

در دهه چهل میلادی روانشناسی به نام دنالد هب^{۲۲} با رفتارشناسی بیماران مغزی که تحت عمل جراحی قرار گرفته بودند، به فرضیه‌ی مهمی در کارکرد مغز رسید. طبق فرضیه‌ی وی اگر رفتار دو نرون در طول زمان تشابه زیادی داشته باشد (مثلًا در اکثر موقع همزمان اسپاک بزنند یا پتانسیل یکسانی داشته باشند) این مشابهت به تقویت اتصال بین این دو کمک می‌کند. به عبارت دیگر نرون‌ها رفتار نرون‌های دیگر را در نظر می‌گیرند و هنگامی که مشابهت‌های زیادی بین رفتار آن‌ها و خود می‌یابند به یکدیگر متصل می‌شوند و یا اتصالشان را قوی‌تر می‌کنند.

این موضوع، هاپفیلد را به این نتیجه رساند برای پیدا کردن بهترین $T_{i,j}$ باید به تشابهات فعالیت نرون i و نرون j در الگوهای P_1, P_2, \dots, P_n توجه کرد و بر اساس آن مقدار زیر را برای آن پیشنهاد داد:

$$T_{i,j} = \sum_{s=1}^n (2P_s(i) - 1)(2P_s(j) - 1) \cdot T_{i,i} = 0.$$

فرض کنید آستانه‌ی تحمل هر نرون صفر باشد. در این صورت قبل از این که ببینیم آیا با هر شروع اولیه‌ای به یکی از الگوها خواهیم رسید یا خیر، باید بدانیم که آیا الگوها نقاط ثابت دینامیک نرونی هستند؟

قضیه ۱. فرض کنید $n = o(N)$ و الگوهای P_1, P_2, \dots, P_n به طور مستقل و یکنواخت از مجموعه $\{0, 1\}^N$ انتخاب شوند. در این صورت احتمال این که تمام الگوها نقطه ثابت دینامیک باشند با افزایش N به یک میل می‌کند.

اثبات. در اینجا طرحی از اثبات را ارایه می‌دهیم. باید نشان دهیم با شروع از حالت P_s در آن باقی می‌مانیم یا به بیان دیگر برای هر $1 \leq i \leq N$ ، دو عدد $1 - 2P_s(i)$ و $\sum_j T_{ij} P_s(j)$ هم علامت هستند.

Donald Hebb^{۲۳}

[¶] W.MacCulloch & W.H.Pitts. "A logical calculus of
the ideas immanent in nervous activity" Bulletin of
Mathematical BioPhysics vol. 5, 1943, p 115-133