ΘΕΜΑ 4

4.1. Το βάρος του δορυφόρου παίζει το ρόλο της κεντρομόλου δύναμης, οπότε:

$$F = F_{\kappa} \Leftrightarrow \frac{G \cdot M_{\Gamma} \cdot m}{r^2} = \frac{m \cdot u^2}{r} \Leftrightarrow \frac{G \cdot M_{\Gamma}}{r} = u^2 \Leftrightarrow u = \sqrt{\frac{G \cdot M_{\Gamma}}{r}} (1)$$

όπου ΜΓ η μάζα της Γης και r= R_{Γ}+h=4R_{Γ} η ακτίνα της κυκλικής τροχιάς. Οι δύο δορυφόροι κινούνται στην ίδια κυκλική τροχιά, άρα έχουν το ίδιο μέτρο ταχύτητας. Για την επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης έχουμε το

$$g_0 = \frac{G \cdot M_{\Gamma}}{{R_{\Gamma}}^2} \Leftrightarrow G \cdot M_{\Gamma} = g_0 \cdot {R_{\Gamma}}^2 (2)$$

και με αντικατάσταση στην (1) παίρνουμε:

$$u = \sqrt{\frac{G \cdot M_{\Gamma}}{r}} = u = \sqrt{\frac{g_0 \cdot {R_{\Gamma}}^2}{4\, R_{\Gamma}}} = \sqrt{\frac{g_0 \cdot R_{\Gamma}}{4}} \Leftrightarrow u = \sqrt{\frac{10\, {}^{m}/_{s^2} \cdot 6400 \cdot 10^3 m}{4}} \Leftrightarrow u = 4000\, {}^{m}/_{s}$$

άρα και οι δύο δορυφόροι έχουν μέτρο ταχύτητας $\mathrm{u} = 4000\, {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}}$

Μονάδες 6

4.2. Η περίοδος περιφοράς του κάθε δορυφόρου υπολογίζεται από τη σχέση

$$T = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{u}$$

που από τον τύπο παρατηρώ ότι εξαρτάται από την ταχύτητα u του κάθε δορυφόρου καθώς και από την ακτίνα r της κυκλικής τροχιάς. Οι δορυφόροι κινούνται στην ίδια κυκλική τροχιά, άρα έχουν ίδια μέτρα ταχυτήτων και ίδια ακτίνα r.

Η περίοδος

$$T = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{u} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 4R_{\Gamma}}{u} \Leftrightarrow T = \frac{2 \cdot \pi \cdot 4 \cdot 6400 \cdot 10^3 m}{4000\, {}^{m}/_{s}} \Leftrightarrow T = 12800 \cdot \pi s$$

Μονάδες 6

4.3. Οι δύο δορυφόροι κινούνται αντίρροπα και συναντιούνται μετά από χρόνο t. Στο χρόνο αυτό οι δύο δορυφόροι έχουν διανύσει ίσα μήκη τόξων $s_1 = s_2 = u \cdot t$.

Το άθροισμα των μηκών των τόξων, που διανύουν οι δορυφόροι είναι ίσο με το μήκος της περιφέρειας του κύκλου στην οποία κινούνται οι δορυφόροι.

Δηλαδή:

$$s_1 + s_2 = 2\pi \cdot r \Leftrightarrow u \cdot t + u \cdot t = 2\pi \cdot r \Leftrightarrow 2u \cdot t = 2\pi \cdot r \Leftrightarrow t = \frac{2\pi r}{2 \cdot u} \Leftrightarrow t = \frac{\pi r}{u} \Leftrightarrow t = \frac{\pi \cdot 4R_{\Gamma}}{u}$$

$$t = 4\pi \cdot \frac{6400 \cdot 10^3 m}{4000\, {}^{m}/_{s}} \Leftrightarrow t = 6400 \cdot \pi s$$

Μονάδες 6

4.4. Στην οριζόντια διεύθυνση (διεύθυνση κίνησης) στην διάρκεια της κρούσης δεν ασκούνται εξωτερικές δυνάμεις στο σύστημα των οχημάτων, οπότε για το σύστημα θα ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής. Συνεπώς σε όλη τη διάρκεια της κρούσης η ολική ορμή του συστήματος διατηρείται.

$$\vec{P}_{\alpha\rho\chi\ \sigma\upsilon\sigma} = \vec{P}_{\tau\varepsilon\lambda\ \sigma\upsilon\sigma}$$

$$\vec{P}_1 + \vec{P}_2 = \vec{P}_{\sigma\upsilon\sigma}$$

$$m \cdot u - m \cdot u = (m + m) \cdot u_{\sigma\upsilon\sigma}$$

$$0 = 2 \cdot m \cdot u_{\sigma\upsilon\sigma} \Leftrightarrow u_{\sigma\upsilon\sigma} = 0$$

Από την αρχή διατήρησης ενέργειας έχω:

$$E_{\alpha\pi\omega\lambda} = K_{\sigma\upsilon\sigma\pi\rho\iota\nu} - K_{\sigma\upsilon\sigma\mu\varepsilon\tau\alpha}$$

$$E_{\alpha\pi\omega\lambda} = K_1 + K_2 - K_{\sigma\upsilon\sigma} \xLeftrightarrow{K_{\sigma\upsilon\sigma}=0}$$

$$E_{\alpha\pi\omega\lambda} = K_1 + K_2$$

$$E_{\alpha\pi\omega\lambda} = \frac{1}{2}\, m \cdot u^2 + \frac{1}{2}\, m \cdot u^2$$

$$E_{\alpha\pi\omega\lambda} = 2\frac{1}{2}\, m \cdot u^2 \Leftrightarrow E_{\alpha\pi\omega\lambda} = m \cdot u^2$$

$$E_{\alpha\pi\omega\lambda} = 100kg\ \cdot \left(4000\frac{m}{s}\right)^2$$

$$E_{\alpha\pi\omega\lambda} = 10^2 kg\ \cdot \left(4 \cdot 10^3\frac{m}{s}\right)^2$$

$$E_{\alpha\pi\omega\lambda} = 10^2 kg\ \cdot 16 \cdot 10^6\frac{m^2}{s^2}$$

$$E_{\alpha\pi\omega\lambda} = 16 \cdot 10^8 J$$

Μονάδες 7