ΘΕΜΑ 4

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha}=(2,-2)$ και $\vec{\beta}=(1,1)$ τα οποία έχουν κοινή αρχή το σημείο K(2,1).

α) Να αποδείξετε ότι τα διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ είναι κάθετα.

(Μονάδες 4)

β) Αν το σημείο A είναι το πέρας του διανύσματος $\vec{\alpha}$, B είναι το πέρας του διανύσματος $\vec{\beta}$ και $\Gamma(x_\Gamma,y_\Gamma)$ ένα τυχαίο σημείο της ευθείας AB,

i. να δείξετε ότι οι συντεταγμένες των σημείων A και B είναι $A\left(4,-1\right)$ και $B\left(3,2\right)$.

(Μονάδες 5)

ii. να δείξετε ότι $3x_{\Gamma}+y_{\Gamma}=11$.

(Μονάδες 6)

iii. να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου $\Gamma \left(x_\Gamma, y_\Gamma \right)$, αν ισχύει ότι το Γ είναι εσωτερικό σημείο του ευθύγραμμου τμήματος AB και $\left| \overrightarrow{K\Gamma} \right| = \frac{1}{2} \left| \overrightarrow{AB} \right|$.

(Μονάδες 10)