

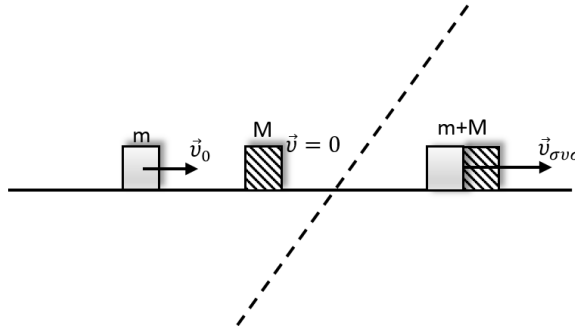
ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.A. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.1.B.



Εφαρμόζουμε αρχή διατήρησης της ορμής κατά την κρούση

$$\vec{P}_{ΟΛ(πριν)} = \vec{P}_{ΟΛ(μετά)} \Leftrightarrow \vec{P}_1 + \vec{P}_2 = \vec{P}_{\sigma\upsilon\sigma} \Leftrightarrow \vec{P}_1 = \vec{P}_{\sigma\upsilon\sigma} \Leftrightarrow m \cdot v_0 = (m + M) \cdot v_{\sigma\upsilon\sigma}$$
$$v_{\sigma\upsilon\sigma} = \frac{m \cdot v_0}{m + M} \quad (1)$$

Εφόσον χάνεται το 75% της αρχικής κινητικής ενέργειας του συστήματος παραμένει στο σύστημα 25% της αρχικής κινητικής ενέργειας.

$$K_{\sigma\upsilon\sigma} = \frac{25}{100} \cdot K_{\alpha\rho\chi} \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot (m + M) \cdot v_{\sigma\upsilon\sigma}^2 = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 \quad (2)$$

Μέσω της σχέσεως (1) η σχέση (2) γίνεται:

$$\frac{1}{2} \cdot (m + M) \cdot \left(\frac{m \cdot v_0}{m + M} \right)^2 = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2$$
$$\frac{1}{2} \cdot (m + M) \cdot \frac{m^2 \cdot v_0^2}{(m + M)^2} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 \Leftrightarrow \frac{m}{m + M} = \frac{1}{4}$$
$$4m = m + M \Leftrightarrow 3m = M \Leftrightarrow \frac{m}{M} = \frac{1}{3}$$

Μονάδες 8

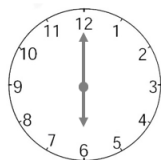
2.2.

2.2.A. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.2.B. Τη χρονική στιγμή t ο λεπτοδείκτης και ο ωροδείκτης θα έχουν διαγράψει αντίστοιχα γωνίες φ_λ και φ_ω αντίστοιχα και θα ισχύει:

$$\varphi_\lambda - \varphi_\omega = \pi \quad (1)$$



Αρχική θέση δεικτών



Τελική θέση δεικτών

Οι γωνιακές ταχύτητες του λεπτοδείκτη και του ωροδείκτη είναι ίσες με ω_λ και ω_ω αντίστοιχα.

Ισχύει

$$\varphi_\lambda = \omega_\lambda \cdot t = \frac{2\pi}{T_\lambda} \cdot t \quad (2)$$

Όπου $T_\lambda = 1\text{h}$ είναι η περίοδος του λεπτοδείκτη και

$$\varphi_\omega = \omega_\omega \cdot t = \frac{2\pi}{T_\omega} \cdot t \quad (3)$$

Όπου $T_\omega = 12\text{h}$ είναι η περίοδος του ωροδείκτη.

Ισχύει:

$$\begin{aligned} \varphi_\lambda - \varphi_\omega &= \pi \stackrel{(2),(3)}{\iff} \frac{2\pi}{T_\lambda} \cdot t - \frac{2\pi}{T_\omega} \cdot t = \pi \\ 2\pi \left(\frac{t}{T_\lambda} - \frac{t}{T_\omega} \right) &= \pi \iff 2 \cdot \left(\frac{t}{T_\lambda} - \frac{t}{T_\omega} \right) = 1 \iff \frac{t}{T_\lambda} - \frac{t}{T_\omega} = \frac{1}{2} \\ t \left(\frac{1}{T_\lambda} - \frac{1}{T_\omega} \right) &= \frac{1}{2} \iff t \left(\frac{T_\omega - T_\lambda}{T_\lambda \cdot T_\omega} \right) = \frac{1}{2} \\ t &= \frac{T_\lambda \cdot T_\omega}{2 \cdot (T_\omega - T_\lambda)} \\ t &= \frac{6}{11} h \end{aligned}$$

Μονάδες 9