ΘΕΜΑ 4

4.1. Το σύστημα είναι μονωμένο διότι δεν του ασκούνται εξωτερικές δυνάμεις, άρα η ορμή του συστήματος διατηρείται (1 μονάδα). Αρχικά τα δύο σωματίδια είναι ακίνητα, άρα η ορμή του συστήματος είναι μηδέν (1 μονάδα). Σε μία τυχαία χρονική στιγμή οι ταχύτητές τους θα έχουν μέτρα v_A και v_B αντίστοιχα, οπότε, με δεδομένο πως κινούνται σε αντίθετες κατευθύνσεις, λόγω άπωσης (και τα δύο είναι θετικά), η ορμή του συστήματος θα μπορεί να γραφτεί ως $m_B v_B - m_A v_A$ (θεωρώντας ως θετική τη φορά προς τα δεξιά στο σχήμα) (1 μονάδα).

Γράφοντας την αρχή διατήρησης ορμής:

$$\vec{p}_{ολ,πριν} = \vec{p}_{ολ,μετά}$$

$$0 = m_B v_B - m_A v_A$$

$$m_B v_B = m_A v_A$$

$$\frac{v_A}{v_B} = \frac{m_B}{m_A}$$

άρα οι ταχύτητες είναι αντιστρόφως ανάλογες των μαζών (2 μονάδες)

Μονάδες 5

4.2. Με δεδομένο πως η μόνη δύναμη που παράγει έργο στο σύστημα είναι η ηλεκτροστατική δύναμη Coulomb (συντηρητική δύναμη) η μηχανική ενέργεια του συστήματος διατηρείται (1 μονάδα). Ως αποτέλεσμα, το άθροισμα ηλεκτρικής δυναμικής ενέργειας και κινητικής ενέργειας των δύο σωματιδίων στην αρχή είναι ίσο με το αντίστοιχο άθροισμα όταν τα δύο σωματίδια θα βρίσκονται σε πολύ μεγάλη απόσταση (1 μονάδα). Η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος σε πολύ μεγάλη απόσταση είναι μηδενική (1 μονάδα), ενώ η κινητική ενέργεια των δύο σωματιδίων στην αρχή ήταν επίσης μηδενική (1 μονάδα).

$$(U + K)_{αρχ} = (U + K)_{τελ}$$

$$U + 0 = 0 + K_A + K_B$$

Οι κινητικές ενέργειες των δύο σωματιδίων συνδέονται μέσω των ταχυτήτων τους, με βάση τη σχέση του ερωτήματος 4.1 (η οποία μπορεί να γραφεί ως $v_A = v_B \frac{m_B}{m_A}$) (2 μονάδες):

$$K_A = \frac{1}{2} m_A {v_A}^2 = \frac{1}{2} m_A (v_B \frac{m_B}{m_A})^2 = \frac{1}{2} \frac{{m_B}^2}{m_A} {v_B}^2 = \frac{m_B}{m_A} \frac{1}{2} m_B {v_B}^2 = \frac{m_B}{m_A} K_B$$

Αντικαθιστώντας στην σχέση που συνδέει τις ενέργειες και λύνοντας ως προς K_B προκύπτει το ζητούμενο (2 μονάδες):

$$U = \frac{m_B}{m_A} K_B + K_B$$

$$U = (\frac{m_B}{m_A} + 1) K_B$$

$$U = \frac{m_B + m_A}{m_A} K_B$$

$$K_B = \frac{m_A}{m_A + m_B} U$$

Μονάδες 8

4.3. Το αποτέλεσμα του ερωτήματος 4.2 είναι πως

$$K_B = \frac{m_A}{m_A + m_B} U$$

Αν ισχύει πως $m_A \gg m_B$, τότε $m_A + m_B \cong m_A$ (2 μονάδες), άρα (2 μονάδες):

$$K_B = \frac{m_A}{m_A + m_B} U \cong \frac{m_A}{m_A} U = U$$

Αν επανέλθουμε στην ενδιάμεση μορφή της διατήρησης μηχανικής ενέργειας που βρέθηκε στη διάρκεια της λύσης του 4.2 (3 μονάδες):

$$U = K_A + K_B$$

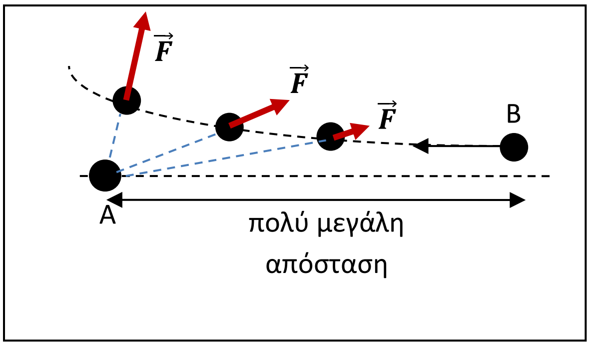
$$U = K_A + U$$

$$K_A = 0$$

(Εναλλακτικά, στη λύση του 4.2 βρέθηκε πως $K_A = \frac{m_B}{m_A} K_B$. Με δεδομένο πως $m_A \gg m_B$, ισχύει πως $\frac{m_B}{m_A} \cong 0$, άρα $K_A = 0$. Αντίστοιχα μπορεί κανείς να σκεφθεί πως $v_A = v_B \frac{m_B}{m_A} \cong 0$, οπότε πάλι $K_A = 0$)

Μονάδες 7

4.4. Τα δύο σωματίδια είναι θετικά άρα απωθούνται υπό την επίδραση της ηλεκτροστατικής δύναμης Coulomb $\vec{F}$ η οποία δρα στην ευθεία που συνδέει τα δύο σωματίδια (2 μονάδες). Αυτό σημαίνει πως η κίνηση του σωματιδίου Β θα αποκλίνει προς τα επάνω όπως φαίνεται στο σχήμα (1 μονάδα).



Το μέτρο της δύναμης Coulomb είναι αντιστρόφως ανάλογο του τετραγώνου της απόστασης (2 μονάδες), άρα μεγαλώνει όσο το σωματίδιο Β κινείται προς τα αριστερά και αυτό οδηγεί στην μεγαλύτερη καμπύλωση της τροχιάς όσο το Β πλησιάζει το Α.

Μονάδες 5