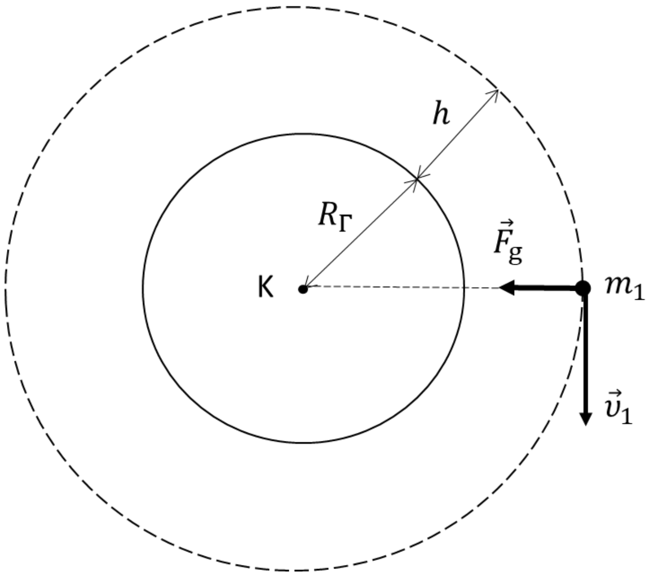
ΘΕΜΑ 4

4.1. Η βαρυτική έλξη $\vec{F}_g$ που δέχεται το σώμα μάζας m_1 από τη Γη δρα σαν κεντρομόλος:



$$F_g = F_k \implies G\,\frac{M_Γ \cdot m_1}{(R_Γ + h)^2} = m_1 \cdot \frac{υ_1^2}{R_Γ + h}$$

Επομένως,

$$υ_1 = \sqrt{\frac{GM_Γ}{R_Γ + h}} \implies υ_1 = \sqrt{\frac{g_0 R_Γ^2}{\frac{16}{9}R_Γ}} \implies υ_1 = \frac{3}{4}\sqrt{g_0 R_Γ}$$

Άρα, $υ_1 = 6 \cdot 10^3\,\frac{m}{s}$

Παρατηρούμε ότι το μέτρο της ταχύτητας περιστροφής του σώματος είναι ανεξάρτητο από τη μάζα του. Το σώμα μάζας m_2 περιστρέφεται στο ίδιο ύψος, επομένως:

$$υ_2 = υ_1 = 6 \cdot 10^3\,\frac{m}{s}$$

Μονάδες 6

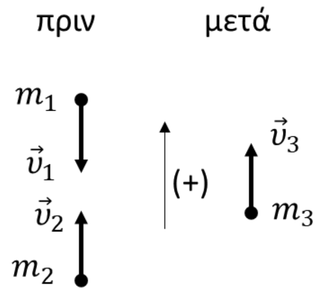
4.2. Η περίοδος περιστροφής του σώματος μάζας m_1 είναι ίση με:

$$T_1 = \frac{2π(R_Γ + h)}{υ_1} \implies T_1 = \frac{32πR_Γ}{9υ_1} \implies T_1 = 11915\ s$$

Όμοια, $T_2 = T_1 = 11915\ s$.

Μονάδες 6

4.3. Κατά τη διάρκεια της πλαστικής κρούσης το σύστημα είναι μονωμένο στη διεύθυνση που κινούνται τα σώματα. Έστω $m_3 = m_1 + m_2 = 3m_1$, η μάζα του συσσωματώματος.
Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της ορμής κατά την πλαστική κρούση.



$$Σ\vec{F}_{εξ} = 0 \implies \vec{p}_{πριν} = \vec{p}_{μετά} \implies -m_1υ_1 + m_2υ_2 = m_3υ_3 \implies υ_3 = \frac{υ_1}{3}$$

Επομένως, $υ_3 = 2 \cdot 10^3\,\frac{m}{s}$.

Μονάδες 6

4.4. Η ταχύτητα διαφυγής στη θέση που δημιουργείται το συσσωμάτωμα είναι ίση με:

$$υ_δ = \sqrt{\frac{2GM_Γ}{R_Γ + h}} \implies υ_δ = \sqrt{\frac{2g_0 R_Γ^2}{\frac{16}{9}R_Γ}} \implies υ_δ = \frac{3}{4}\sqrt{2g_0 R_Γ} \implies υ_δ = 6\sqrt{2} \cdot 10^3\,\frac{m}{s}\,.$$

Παρατηρούμε ότι, $υ_3 < υ_δ$, επομένως το συσσωμάτωμα δεν διαφεύγει από το βαρυτικό πεδίο της Γης.

Μονάδες 7