

ΘΕΜΑ 4

4.1. Η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο σφαιριδίων είναι

$$U = k_c \frac{Q_1 Q_2}{r}$$

και τελικά

$$U = 10,8 \text{ J}$$

Μονάδες 6

4.2. Έστω v_1 και v_2 οι ταχύτητες των σφαιριδίων χρονική στιγμή t_1 . Τα σφαιρίδια έχουν ομόσημα φορτία, επομένως το ένα απωθεί το άλλο και έτσι αποκτούν ταχύτητες αντίθετης φοράς.

Το σύστημα των δύο σφαιριδίων είναι μονωμένο. Από την αρχή διατήρησης της ορμής έχουμε

$$\vec{P}_{\alpha\rho\chi} = \vec{P}_{\tau\epsilon\lambda} \Rightarrow 0 = m_1 v_1 - m_2 v_2 \xrightarrow{m_2=2m_1} v_1 = 2v_2 \quad (1)$$

Εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας για το σύστημα των δύο σφαιριδίων έχουμε

$$K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\epsilon\lambda} + U_{\tau\epsilon\lambda} \Rightarrow 0 + k_c \frac{Q_1 Q_2}{r} = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 + k_c \frac{Q_1 Q_2}{2r} \quad (2)$$

Επιλύοντας το σύστημα των εξισώσεων (1) και (2) έχουμε τελικά

$$v_1 = 60 \frac{\text{m}}{\text{s}} \text{ και } v_2 = 30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Μονάδες 7

4.3. Από τη σχέση (1) έχουμε

$$\vec{P}_{\alpha\rho\chi} = \vec{P}_{\tau\epsilon\lambda} \Rightarrow 0 = \vec{P}_1 + \vec{P}_2 \Rightarrow \vec{P}_1 = -\vec{P}_2, \text{ για κάθε χρονική στιγμή}$$

Επομένως για τα μέτρα του ρυθμού μεταβολής της ορμής κάθε σφαιριδίου ισχύει

$$\left| \frac{\Delta \vec{P}_1}{\Delta t} \right|_{t_1} = \left| \frac{\Delta \vec{P}_2}{\Delta t} \right|_{t_1} = \left| \frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t} \right|_{t_1}$$

Από το 2^ο νόμο του Νεύτωνα έχουμε

$$\left| \frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t} \right|_{t_1} = \Sigma F \Rightarrow \left| \frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t} \right|_{t_1} = F_{\eta\lambda\epsilon\kappa} \Rightarrow \left| \frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t} \right|_{t_1} = k_c \frac{Q_1 Q_2}{(2r)^2}$$

και τελικά

$$\left| \frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t} \right|_{t_1} = 90 \text{ N}$$

Μονάδες 6

4.4. Έστω V_1 και V_2 οι ταχύτητες με τις οποίες εκτοξεύτηκαν τα σφαιρίδια. Το σύστημα των δύο σφαιριδίων είναι μονωμένο. Από την αρχή διατήρησης της ορμής έχουμε

$$\vec{P}_{\alpha\rho\chi} = \vec{P}_{\tau\epsilon\lambda} \Rightarrow m_1 V_1 - m_2 V_2 = 0 \xrightarrow{m_2=2m_1} V_1 = 2V_2 \quad (3)$$

Εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας για το σύστημα των δύο σφαιριδίων, μεταξύ της αρχικής κατάστασης όταν αυτά βρίσκονταν σε άπειρη απόσταση μεταξύ τους και της τελικής κατάστασης όταν αυτά έχουν μηδενική ταχύτητα και βρίσκονται σε απόσταση $r = 3 \text{ cm}$, έχουμε

$$K_{αρχ} + U_{αρχ} = K_{τελ} + U_{τελ} \Rightarrow K_{αρχ} + 0 = 0 + U_{τελ} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2} m_1 V_1^2 + \frac{1}{2} m_2 V_2^2 = k_c \frac{Q_1 Q_2}{r} \quad (4)$$

Επιλύοντας το σύστημα των εξισώσεων (3) και (4) έχουμε τελικά

$$V_1 = 60\sqrt{2} \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \text{και} \quad V_2 = 30\sqrt{2} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Μονάδες 6