

ΘΕΜΑ 4

4.1. Η γραμμική ταχύτητα u κατά την περιστροφή ενός σώματος προκύπτει από την συνθήκη για την κυκλική κίνηση:

$$\Sigma \vec{F} = \vec{F}_K$$

Η μόνη δύναμη που ασκείται στον δορυφόρο Ιώ του Δία, είναι η βαρυτική έλξη, οπότε:

$$F_{\beta\alpha\rho} = F_K \Leftrightarrow G \frac{M_{\Delta} \cdot m_I}{R_I^2} = \frac{m_I \cdot u_I^2}{R_I} \Leftrightarrow u_I = \sqrt{G \frac{M_{\Delta}}{R_I}} \quad (1)$$

$$u_I = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 2,59 \cdot 10^{27}}{432 \cdot 10^6}} = 2 \cdot 10^4 \text{ m/s}$$

Μονάδες 6

4.2. Η περίοδος της κυκλικής κίνησης της Ιούς δίνεται από την:

$$T_I = \frac{2\pi R_I}{u_I} \quad (2)$$

Αντικαθιστώντας στην (2) την (1):

$$T_I = 2\pi \sqrt{\frac{R_I^3}{G \cdot M_{\Delta}}} \Leftrightarrow M_{\Delta} = \frac{4\pi^2 \cdot R_I^3}{G \cdot T^2}$$

όπου : $T_I = 1.57 \text{ days} = 1,57 \cdot 86400 \text{ s}$

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2}$$

$$R_I = 432 \cdot 10^3 \text{ km} = 432 \cdot 10^6 \text{ m}$$

και τελικά

$$M_{\Delta} = 2,59 \cdot 10^{27} \text{ kg}$$

Μονάδες 6

4.3. Υπολογίσαμε την περίοδο περιστροφής της Ιούς : $T_I = 2\pi \sqrt{\frac{R_I^3}{G \cdot M_{\Delta}}}$

Ομοίως για την Ευρώπη θα είναι :

$$T_{Ev} = 2\pi \sqrt{\frac{R_{Ev}^3}{G \cdot M_{\Delta}}}$$

Αν διαιρέσουμε κατά μέλη :

$$\frac{T_I}{T_{Ev}} = \sqrt{\frac{R_I^3}{R_{Ev}^3}} \Leftrightarrow \frac{1,57}{T_{Ev}} = \left(\frac{432 \cdot 10^6}{675 \cdot 10^6} \right)^{\frac{3}{2}} = 1,95 \text{ days}$$

Μονάδες 6

4.4. Για την ταχύτητα διαφυγής από την επιφάνεια της Ιούς, ισχύει:

$$u_{\delta} = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M_I}{r_I}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 9 \cdot 10^{22}}{18 \cdot 10^5}} = 2,58 \cdot 10^3 = 2,58 \text{ km/s}$$

Μονάδες 7