## ΘΕΜΑ 4

α) Έστω  $\vec{\alpha}$ ,  $\vec{\beta}$  δύο μη μηδενικά διανύσματα. Να αποδείξετε ότι:

$$\text{i) } \left| \overrightarrow{\alpha} + \overrightarrow{\beta} \right| = \left| \overrightarrow{\alpha} \right| + \left| \overrightarrow{\beta} \right| \Leftrightarrow \overrightarrow{\alpha} \uparrow \uparrow \overrightarrow{\beta}.$$

(Μονάδες 5)

$$\text{ii) } \left| \overrightarrow{\alpha} + \overrightarrow{\beta} \right| = \left| |\overrightarrow{\alpha}| - \left| \overrightarrow{\beta} \right| \right| \Longleftrightarrow \overrightarrow{\alpha} \uparrow \downarrow \overrightarrow{\beta}.$$

(Μονάδες 5)

β) Θεωρούμε τρία διανύσματα  $\vec{\alpha}$ ,  $\vec{\beta}$ ,  $\vec{\gamma}$  για τα οποία ισχύουν ότι:

$$\vec{\alpha} + \vec{\beta} + \vec{\gamma} = \vec{0}$$
,  $|\vec{\alpha}| = 1$ ,  $|\vec{\beta}| = 2$ ,  $|\vec{\gamma}| = 1$ .

Να αποδείξετε ότι:

i)  $\vec{\alpha} \uparrow \uparrow \vec{\gamma}$ .

(Μονάδες 5)

ii)  $\vec{\alpha} \uparrow \downarrow \vec{\beta}$ .

(Μονάδες 5)

iii) 
$$\vec{\alpha} = \vec{\gamma} \ \ \text{kal} \ \ \vec{\beta} = -2\vec{\alpha}.$$

(Μονάδες 5)