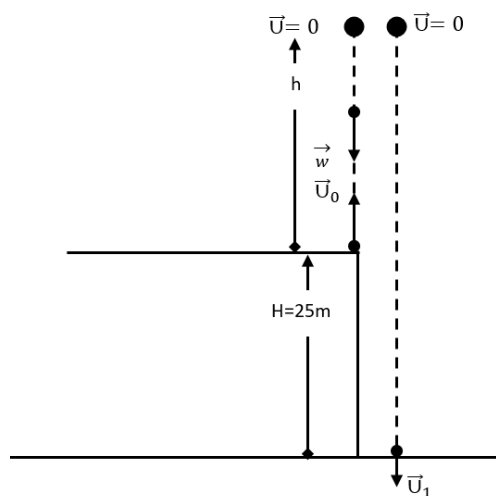


ΘΕΜΑ 4

4.1.



Για δύο χρονικές στιγμές, η ορμή υπολογίζεται αντιστοίχως

$$P_1 = 30 - 15t_1 \text{ και } P_2 = 30 - 15t_2.$$

Ο ρυθμός μεταβολής ορμής υπολογίζεται

$$\frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t} = \frac{\vec{P}_2 - \vec{P}_1}{t_2 - t_1} = \frac{P_2 - P_1}{t_2 - t_1} = \frac{30 - 15t_2 - (30 - 15t_1)}{t_2 - t_1} = \frac{30 - 15t_2 - 30 + 15t_1}{t_2 - t_1}$$

$$\frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{-15(t_2 - t_1)}{t_2 - t_1} \Leftrightarrow \frac{\Delta P}{\Delta t} = -15 \text{ kg m/s}^2$$

Ο ρυθμός μεταβολής ορμής $\frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t}$ είναι η Συνισταμένη δύναμη που δέχεται το σώμα κατά της άνοδό του. Επειδή οι αντιστάσεις του αέρα παραλείπονται η μοναδική δύναμη που δέχεται είναι το βάρος του.

$$\Sigma \vec{F} = \frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t} \Leftrightarrow -w = \frac{\Delta P}{\Delta t} \Leftrightarrow -mg = \frac{\Delta P}{\Delta t}$$

$$m = -\frac{1}{g} \cdot \frac{\Delta P}{\Delta t}$$

$$m = -\frac{1}{10} \cdot (-15) \Leftrightarrow m = 1,5 \text{ kg}$$

Μονάδες 6

4.2. Όταν το σώμα φτάσει στο μέγιστο ύψος έχει μηδενική ταχύτητα και άρα μηδενική ορμή $\vec{P} = 0$. Άρα την χρονική στιγμή t_3 που φτάνει στο μέγιστο ύψος έχω

$$P = 0 \Leftrightarrow P = 30 - 15t \Leftrightarrow 0 = 30 - 15t_3 \Leftrightarrow 15t_3 = 30$$

$$t_3 = 2 \text{ s}$$

Μονάδες 6

4.3. Το σώμα εκτελεί κατακόρυφη βολή προς τα πάνω με αρχική ταχύτητα U_0 που υπολογίζεται ως εξής: τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ έχει ορμή μέτρου $P_0 = 30 \text{ kg m/s}$

Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ η ορμή δίνεται από τον τύπο

$$P_0 = m \cdot v_0 \Leftrightarrow v_0 = \frac{P_0}{m} = \frac{30 \text{ kg/s}}{1,5 \text{ kg}} \Leftrightarrow v_0 = 20 \text{ m/s}$$

Το ύψος h που φτάνει το σώμα από την επιφάνεια του εξώστη υπολογίζεται από τον τύπο

$$y = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2$$

Θέτοντας όπου $y=h$ και όπου $t = t_3$ έτσι έχω

$$h = v_0 \cdot t_3 - \frac{1}{2} g \cdot t_3^2$$

Αντικαθιστώ αριθμητικές τιμές και προκύπτει:

$$h = 20 \text{ m}$$

$$h_{\max} = h + H \Rightarrow h_{\max} = 45 \text{ m} \text{ από το έδαφος}$$

Μονάδες 6

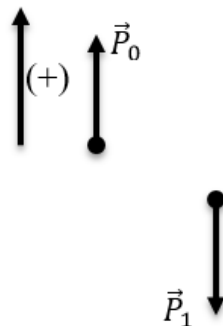
4.4. Βρίσκω το μέτρο της ταχύτητας v_1 με την οποία φτάνει το σώμα στο έδαφος εφαρμόζοντας το θεώρημα μεταβολής κινητικής ενέργειας.

$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_w$$

$$\frac{1}{2} m \cdot v_1^2 - 0 = +mg(h + H)$$

$$v_1 = \sqrt{2g(H + h)} \Leftrightarrow v_1 = 30 \text{ m/s}$$

Για την εύρεση της μεταβολής ορμής έχω:



$$\Delta \vec{P} = \vec{P}_1 - \vec{P}_0$$

$$\Delta P = -P_1 - (+P_0)$$

$$\Delta P = -P_1 - P_0$$

$$\Delta P = -m \cdot v_1 - m v_0 \Leftrightarrow \Delta P = -m (v_1 + v_0)$$

$$\Delta P = -75 \text{ kg m/s}$$

Η μεταβολή της ορμής είναι ένα διάνυσμα που έχει μέτρο $\Delta P = 75 \text{ kg m/s}$, διεύθυνση κατακόρυφη και φορά αντίθετη από την θετική φορά.

Μονάδες 7