ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.1.B.

Η δυναμική ενέργεια βαρύτητας U είναι:

$$\mathbf{U} = -\frac{\mathbf{G}(\mathbf{m}_1 \cdot \mathbf{m}_2)}{\alpha} - \frac{\mathbf{G}(\mathbf{m}_1 \cdot \mathbf{m}_3)}{\alpha} - \frac{\mathbf{G}(\mathbf{m}_2 \cdot \mathbf{m}_3)}{\alpha} = -\frac{3m^2\mathbf{G}}{\alpha}$$

Η δυναμική ενέργεια \mathbf{U}' του συστήματος των σημειακών μαζών m_1' , m_2' , m_3' είναι:

$$U' = -\frac{G(m'_1 \cdot m'_2)}{4\alpha} - -\frac{G(m'_1 \cdot m'_3)}{4\alpha} - \frac{G(m'_3 \cdot m'_2)}{4\alpha} = -\frac{3m^2G}{\alpha}$$

Παρατηρούμε ότι U = U'.

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2.B.

Με βάση την ένταση του βαρυτικού πεδίου της Γης στην επιφάνειά της έχουμε:

$$g_o = \frac{G \cdot M_{\Gamma}}{R_{\Gamma}^2} \implies G \cdot M_{\Gamma} = g_o \cdot R_{\Gamma}^2$$

Το δυναμικό του πεδίου βαρύτητας σε ύψος h από την επιφάνεια της Γης είναι:

$$V_{\alpha\rho\chi} = -\frac{GM_{\Gamma}}{R_{\Gamma} + h} = -\frac{g_o \cdot R_{\Gamma}^2}{2R_{\Gamma}} = -\frac{g_o R_{\Gamma}}{2}$$

Με εφαρμογή ΘΜΚΕ από το σημείο εκτόξευσης μέχρι το σημείο όπου η ταχύτητα του σώματος μηδενίζεται στιγμιαία, έχουμε:

$$\begin{split} K_{\tau\epsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} &= m \big(V_{\alpha\rho\chi} - V_{\tau\epsilon\lambda} \big) \Longrightarrow 0 - \frac{1}{2} m u_0^2 = m \left(-\frac{g_o R_\Gamma}{2} - V_{\tau\epsilon\lambda} \right) \Longrightarrow \frac{1}{2} g_o R_\Gamma = \frac{g_o R_\Gamma}{2} - V_{\tau\epsilon\lambda} \Longrightarrow \\ V_{\tau\epsilon\lambda} &= 0 \end{split}$$

Μονάδες 9