ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α.Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Η ένταση του πεδίου βαρύτητας σε ύψος h από την επιφάνειας της γης δίνεται από τον τύπο:

$$g = \frac{G \cdot M_\Gamma}{(R_\Gamma + h)^2} \ (1)$$

αντικαθιστώ στη σχέση (1) όπου $\mathrm{h} = 3 \cdot R_\Gamma$ και έχω

$$g = \frac{G \cdot M_\Gamma}{(R_\Gamma + h)^2} \Leftrightarrow g = \frac{G \cdot M_\Gamma}{(4R_\Gamma)^2} \Leftrightarrow g = \frac{G \cdot M_\Gamma}{16 \cdot {R_\Gamma}^2} \ (2)$$

Η ένταση του πεδίου βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης είναι:

$$g = \frac{G \cdot M_\Gamma}{{R_\Gamma}^2} \Leftrightarrow G\, M_\Gamma = g_0 \cdot {R_\Gamma}^2 \ (3)$$

Η σχέση (2) μέσω της σχέσεως (3) γίνεται:

$$g = \frac{g_0 \cdot {R_\Gamma}^2}{16 \cdot {R_\Gamma}^2} \Leftrightarrow g = \frac{g_0}{16}$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α.Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Η βαρυτική έλξη της Γης σε κάθε δορυφόρο, παίζει το ρόλο της κεντρομόλου δύναμης.

Για τον πρώτο δορυφόρο:

$$F_1 = F_\kappa \Leftrightarrow G\frac{M_\Gamma \cdot m}{r_1^2} = \frac{mu_1^2}{r_1} \Leftrightarrow \frac{G \cdot M_\Gamma}{r_1} = u_1^2 \Leftrightarrow u_1 = \sqrt{\frac{G \cdot M_\Gamma}{r_1}}$$

Η περίοδος T_1 δίνεται από τον τύπο:

$$T_1 = \frac{2\pi \cdot r_1}{u_1} \Leftrightarrow T_1 = \frac{2\pi}{u_1} \cdot r_1 \Leftrightarrow T_1 = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{G \cdot M_\Gamma}{r_1}}} \cdot r_1 \Leftrightarrow T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{r_1}{G \cdot M_\Gamma}} \cdot r_1 \Leftrightarrow T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{r_1^3}{G \cdot M_\Gamma}}\,(1)$$

Για τον δεύτερο δορυφόρο:

$$F_2 = F_\kappa \Leftrightarrow G\frac{M_\Gamma \cdot m}{r_2^2} = \frac{m \cdot u_2^2}{r_2} \Leftrightarrow \frac{G \cdot M_\Gamma}{r_2} = u_2^2 \Leftrightarrow u_2 = \sqrt{\frac{G \cdot M_\Gamma}{r_2}}$$

Η περίοδος T_2 δίνεται από τον τύπο:

$$T_2 = \frac{2\pi \cdot r_2}{u_2} \Leftrightarrow T_2 = \frac{2\pi}{u_2} \cdot r_2 \Leftrightarrow T_2 = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{G \cdot M_\Gamma}{r_2}}} \cdot r_2 \Leftrightarrow T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{r_2}{G \cdot M_\Gamma}} \cdot r_2 \Leftrightarrow T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{r_2^3}{G \cdot M_\Gamma}}\,(2)$$

Διαιρώ κατά μέλη τις σχέσεις (1) και (2) και έχω:

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{r_1^3}{G \cdot M_\Gamma}}}{2\pi\sqrt{\frac{r_2^3}{G \cdot M_\Gamma}}} \Leftrightarrow \frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{\frac{r_1^3}{G \cdot M_\Gamma}}{\frac{r_2^3}{G \cdot M_\Gamma}}}$$

$$\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{r_1^3}{r_2^3}} \Leftrightarrow \frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^3}$$

$$\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{4^3} \Leftrightarrow \frac{T_1}{T_2} = 4^{3/2}$$

$$\frac{T_1}{T_2} = (2^2)^{3/2} \Leftrightarrow \frac{T_1}{T_2} = 2^3$$

$$\frac{T_1}{T_2} = 8$$

Μονάδες 9