

ΘΕΜΑ 4

4.1. Κατά την περιστροφή του δορυφόρου γύρω από τη Γη, η δύναμη παγκόσμιας έλξης αποτελεί την κεντρομόλο δύναμη:

$F_N = F_k$, δηλαδή:

$$\frac{G M_{\Gamma} M}{(R_{\Gamma} + h_1)^2} = \frac{M u_1^2}{R_{\Gamma} + h_1} \leftrightarrow u_1^2 = \frac{G M_{\Gamma}}{R_{\Gamma} + h_1} = \frac{g_0 R_{\Gamma}^2}{3 R_{\Gamma}} = \frac{g_0 \cdot R_{\Gamma}}{3} \quad (1)$$

Άρα η ταχύτητα του δορυφόρου είναι: $u_1 = \sqrt{\frac{g_0 \cdot R_{\Gamma}}{3}} = 4,62 \cdot 10^3 \text{ m/s}$.

Μονάδες 6

4.2. Το έργο της βαρυτικής δύναμης του πεδίου είναι:

$$\begin{aligned} W_w &= M \cdot (V_{\alpha\rho\chi} - V_{\tau\epsilon\lambda}) = \\ &= M \cdot \left(-G \cdot \frac{M_{\Gamma}}{3 R_{\Gamma}} + G \cdot \frac{M_{\Gamma}}{2 R_{\Gamma}} \right) = \\ &= M \cdot \left(+G \cdot \frac{M_{\Gamma}}{6 R_{\Gamma}} \right) = M \cdot \frac{g_0 \cdot R_{\Gamma}}{6} \quad \text{Επομένως: } W_w = 3,2 \cdot 10^9 \text{ J} \end{aligned}$$

Μονάδες 6

4.3. Θα χρησιμοποιήσουμε αρχή διατήρηση της ενέργειας για το σύστημα Γη – μάζας m_2 :

$$E_{\alpha\rho\chi} + E = E_{\tau\epsilon\lambda}, \text{ δηλαδή: } -G \cdot \frac{M_{\Gamma} m_2}{R_{\Gamma} + h_1} + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot u_1^2 + E = 0$$

Με τη βοήθεια της σχέσης (1) έχουμε:

$$E = \frac{g_0 \cdot R_{\Gamma}^2 \cdot m_2}{3 R_{\Gamma}} - \frac{g_0 \cdot R_{\Gamma} \cdot m_2}{6} = \frac{g_0 \cdot R_{\Gamma} \cdot m_2}{6} = 1,06 \cdot 10^9 \text{ J}$$

Μονάδες 6

4.4. Στο ύψος h_1 το υπόλοιπο μέρος του δορυφόρου έχει μάζα: $m_1 = M - m_2 = 200 \text{ kg}$, και συνεχίζει να περιστρέφεται γύρω από τη Γη. Η συνολική μηχανική του ενέργεια είναι:

$$E_{\text{ολ}} = K + U = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot u_1^2 - G \cdot \frac{M_{\Gamma} m_1}{R_{\Gamma} + h_1}, \text{ όπου: } u_1^2 = \frac{G M_{\Gamma}}{R_{\Gamma} + h_1}$$

$$\text{Οπότε: } E_{\text{ολ}} = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot \frac{G M_{\Gamma}}{R_{\Gamma} + h_1} - G \cdot \frac{M_{\Gamma} m_1}{R_{\Gamma} + h_1} =$$

$$-\frac{1}{2} \cdot G \cdot \frac{M_{\Gamma} m_1}{R_{\Gamma} + h_1} = - \frac{g_0 \cdot R_{\Gamma}^2 \cdot m_1}{6R_{\Gamma}} = - \frac{g_0 \cdot R_{\Gamma} \cdot m_1}{6}$$

$$\text{Τελικά: } E_{o\lambda} = - 1,06 \cdot 10^9 \text{ J}$$

Μονάδες 7