α) Η συνάρτηση f ορίζεται για όλες τις πραγματικές τιμές του x για τις οποίες ισχύει

$$e^{x} - 1 > 0 \Leftrightarrow$$
 $e^{x} > 1 \Leftrightarrow$
 $e^{x} > e^{0} \Leftrightarrow$
 $e^{x} > 0$

Συνεπώς το πεδίο ορισμού της f είναι το $(0,+\infty)$.

β) Είναι

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \ln(e^{x} - 1) = \ln 1 \Leftrightarrow e^{x} - 1 = 1 \Leftrightarrow e^{x} = 2 \Leftrightarrow x = \ln 2$$

Η λύση $\ln 2$ είναι δεκτή αφού $\ln 2 > \ln 1 \Leftrightarrow \ln 2 > 0$.