α) Οι συντεταγμένες του διανύσματος \overrightarrow{AB} είναι $\overrightarrow{AB} = (\beta - (-1), 0 - 2) = (\beta + 1, -2)$.

Αφού τα διανύσματα \vec{u} , \overrightarrow{AB} είναι κάθετα θα ισχύει $\vec{u} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$.

Άρα
$$1 \cdot (\beta + 1) + 1 \cdot (-2) = 0 \Leftrightarrow \beta + 1 - 2 = 0 \Leftrightarrow \beta = 1$$
.

β) Οι συντεταγμένες του διανύσματος $\overrightarrow{A\Gamma}$ είναι $\overrightarrow{A\Gamma} = (0-(-1), \gamma-2) = (1, \gamma-2)$.

Αφού τα διανύσματα $\vec{w}, \overrightarrow{A\Gamma}$ είναι παράλληλα, η ορίζουσά τους θα ισούται με μηδέν, δηλαδή

$$\begin{vmatrix} -10 & 2 \\ 1 & \gamma - 2 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow -10(\gamma - 2) - 2 \cdot 1 = 0 \Leftrightarrow \gamma = \frac{9}{5}.$$

γ) Από τα ερωτήματα α), β) έχουμε ότι $\overrightarrow{AB} = (2,-2)$ και $\overrightarrow{A\Gamma} = \left(1,-\frac{1}{5}\right)$.

Το εσωτερικό γινόμενο των διανυσμάτων \overrightarrow{AB} , $\overrightarrow{A\Gamma}$ είναι

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{A\Gamma} = 2 \cdot 1 + (-2) \cdot \left(-\frac{1}{5} \right) = 2 + \frac{2}{5} = \frac{12}{5}$$
.