

#### ΘΕΜΑ 4

4.1. Η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο σφαιρών στο ύψος  $h$  είναι:

$$U = K \cdot \frac{Q \cdot q}{h} \leftrightarrow$$

$$U = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \cdot \frac{8 \cdot 10^{-6} \text{C} \cdot 10^{-7} \text{C}}{9 \cdot 10^{-1} \text{m}} \leftrightarrow$$

$$U = 8 \cdot 10^{-3} \text{ J}.$$

#### Μονάδες 3

4.2. Το έργο της δύναμης του ηλεκτροστατικού πεδίου κατά την πτώση της δεύτερης σφαίρας μέχρι το σημείο A είναι:

$$W_F = q \cdot (V_{\alpha\rho\chi} - V_{\tau\epsilon\lambda}) = q \cdot \left( K \cdot \frac{Q}{h} - K \cdot \frac{Q}{\frac{2h}{3}} \right) = -K \cdot \frac{Q \cdot q}{2h} \leftrightarrow$$

$$W_F = -9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \cdot \frac{8 \cdot 10^{-6} \text{C} \cdot 10^{-7} \text{C}}{2 \cdot 9 \cdot 10^{-1} \text{m}} = -4 \cdot 10^{-3} \text{ J}$$

#### Μονάδες 6

4.3. Εφαρμόζουμε το ΘΜΚΕ για την πτώση της δεύτερης σφαίρας μεταξύ της αρχικής θέσης της (ύψος  $h$  από το έδαφος) και του σημείου A (ύψος  $\frac{2h}{3}$  από το έδαφος):

$$\Delta K = \Sigma W \leftrightarrow$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot u^2 - 0 = W_W + W_F \leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot u^2 = m \cdot g \cdot \left( h - \frac{2h}{3} \right) + W_F \leftrightarrow$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot u^2 = \frac{m \cdot g \cdot h}{3} + W_F \leftrightarrow$$

$$u^2 = \frac{2 \cdot g \cdot h}{3} + \frac{2 \cdot W_F}{m} \leftrightarrow$$

$$u = 2 \text{ m/s}$$

#### Μονάδες 6

4.4. Έστω  $d$  το ελάχιστο ύψος από το έδαφος, που θα πλησιάσει η δεύτερη σφαίρα το φορτίο  $Q$ . Θα εφαρμόσουμε ΘΜΚΕ για την πτώση της σφαίρας από το ύψος  $h$  έως τη θέση

αυτή. Αφού η κάθοδος της σφαίρας σταματά στο σημείο αυτό, η ταχύτητά της εκεί θα είναι μηδενική:

$$\Delta K = \Sigma W \leftrightarrow 0 = W_W + W_F \leftrightarrow$$

$$0 = m \cdot g \cdot (h - d) + q \cdot (V_{\alpha\rho\chi} - V_{\tau\epsilon\lambda}) \leftrightarrow$$

$$0 = m \cdot g \cdot (h - d) + q \cdot \left( K \cdot \frac{Q}{h} - K \cdot \frac{Q}{d} \right) \leftrightarrow$$

$$0 = m \cdot g \cdot (h - d) + K \cdot Q \cdot q \cdot \left( \frac{1}{h} - \frac{1}{d} \right) \leftrightarrow$$

$$0 = m \cdot g \cdot (h - d) - K \cdot Q \cdot q \cdot \left( \frac{h - d}{h \cdot d} \right) \leftrightarrow$$

$$0 = (h - d) \cdot \left( m \cdot g - \frac{K \cdot Q \cdot q}{h \cdot d} \right)$$

Από την παραπάνω εξίσωση λαμβάνουμε ως λύσεις:

$d = h$  , δηλαδή η αρχική θέση της σφαίρας και:

$$d = \frac{K \cdot Q \cdot q}{m \cdot g \cdot h} = 20\text{cm}.$$

Αποδεχόμαστε τη λύση  $d = 20\text{cm}$  αφού πρέπει  $d < h$ .

**Μονάδες 10**

**ΣΗΜΕΙΩΣΗ:** Στο σημείο αυτό είναι ενδιαφέρον να αναστοχαστούμε τη λύση του ερωτήματος 4.4. Εφαρμόσαμε το Θ.Μ.Κ.Ε. αναζητώντας το κατώτατο σημείο της κίνησης, στο οποίο η ταχύτητα μηδενίζεται. Τα Μαθηματικά, όμως, που χαρακτηρίζονται από ορθολογισμό, μας έδωσαν όλες τις θέσεις όπου ισχύει αυτό, δηλαδή τόσο το σημείο τερματισμού όσο και την αφετηρία τη κίνησης. Αυτό είναι ένα σπουδαίο χαρακτηριστικό των Μαθηματικών, ότι δηλαδή πάντοτε μας δίνουν όλες τις λύσεις που ταιριάζουν με τους περιορισμούς που θέτουμε γράφοντας τις εξισώσεις και όχι μόνο εκείνες που αναζητούμε!