ΘΕΜΑ 4

4.1. Η βαρυτική δύναμη που δέχεται ένας τεχνητός δορυφόρος που κινείται γύρω από τη Γη δρα ως κεντρομόλος δύναμη.

Σχέση βαρυτικής δύναμης: $w = G \cdot \frac{m \cdot M_\Gamma}{r^2}$

Σχέση κεντρομόλου δύναμης: $F_\kappa = \frac{m \cdot \upsilon^2}{r}$

Είναι: $F_\kappa = w$, $\frac{m \cdot \upsilon^2}{r} = G \cdot \frac{m \cdot M_\Gamma}{r^2}$, $\upsilon^2 = G \cdot \frac{M_\Gamma}{r}$, $\upsilon = \sqrt{\frac{G \cdot M_\Gamma}{r}}$ (1)

(Μονάδες 3)

Για τον δορυφόρο ύψος h είναι: $r = R_\Gamma + h$, $r = R_\Gamma + R_\Gamma$, $r = 2 \cdot R_\Gamma$ (2)

Επιπλέον, το μέτρο της έντασης του Βαρυτικού Πεδίου στην επιφάνεια της Γης είναι ίσο με:

$$g_o = G \cdot \frac{M_\Gamma}{R_\Gamma^2} \text{ , } g_o \cdot R_\Gamma^2 = G \cdot M_\Gamma \ (3)$$

(Μονάδα 1)

Άρα, αν αντικαταστήσουμε στην (1) τις (2) και (3) προκύπτει:

$$\upsilon = \sqrt{\frac{g_o \cdot R_\Gamma^2}{2 \cdot R_\Gamma}} \text{ , } \upsilon = \sqrt{\frac{g_o \cdot R_\Gamma}{2}}$$

(Μονάδα 1)

Μονάδες 5

4.2. Παρατηρούμε ότι η ταχύτητα που προσδιορίσαμε στο προηγούμενο ερώτημα δεν εξαρτάται από τη μάζα του αντικειμένου, συνεπώς, το κομμάτι μάζας m_1 που παραμένει σε τροχιά θα συνεχίσει να κινείται εκτελώντας ομαλή κυκλική κίνηση με ταχύτητα ίσου μέτρου.

(Μονάδα 1)

Η περίοδος, δίνεται από τη σχέση:

$$T = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{\upsilon}$$

(Μονάδα 1)

Συνεπώς,

$$T = \frac{2 \cdot \pi \cdot 2 \cdot R_\Gamma}{\sqrt{\frac{g_o \cdot R_\Gamma}{2}}} \text{ , } T = 4 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot R_\Gamma}{g_o}}$$

(Μονάδες 3)

Μονάδες 5

4.3. Εάν το σημείο εκτόξευσης βρίσκεται σε ύψος h από την επιφάνεια της Γης προκύπτει ότι η ταχύτητα διαφυγής δίνεται από τη σχέση

$$\upsilon_\delta = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M_\Gamma}{R_\Gamma + h}}$$

$$\upsilon_\delta = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M_\Gamma}{R_\Gamma + h}}\,,\ \upsilon_\delta = \sqrt{\frac{2 \cdot g_o \cdot R_\Gamma^2}{R_\Gamma + R_\Gamma}}\,,\ \upsilon_\delta = \sqrt{\frac{2 \cdot g_o \cdot R_\Gamma^2}{2 \cdot R_\Gamma}}\,,\ \upsilon_\delta = \sqrt{g_o \cdot R_\Gamma}$$

(<u>Μονάδες 5</u>)

Συνεπώς ο λόγος $\frac{\upsilon_\delta}{\upsilon}$ είναι ίσος με:

$$\frac{\upsilon_\delta}{\upsilon} = \frac{\sqrt{g_o \cdot R_\Gamma}}{\sqrt{\frac{g_o \cdot R_\Gamma}{2}}}\,,\ \frac{\upsilon_\delta}{\upsilon} = \sqrt{2}$$

(<u>Μονάδες 2</u>)

Μονάδες 7

4.4. Κατά την έκρηξη η ορμή του συστήματος διατηρείται.

$$\vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda}$$

(<u>Μονάδα 1</u>)

$$m \cdot \upsilon = -\, m_1 \cdot \upsilon + m_2 \cdot \upsilon_\delta$$

(<u>Μονάδες 2</u>)

$$(m_1 + m_2) \cdot \upsilon = -\, m_1 \cdot \upsilon + m_2 \cdot \upsilon_\delta,$$

$$m_1 \cdot \upsilon + m_2 \cdot \upsilon = -\, m_1 \cdot \upsilon + m_2 \cdot \upsilon_\delta,$$

$$m_1 \cdot \upsilon + m_1 \cdot \upsilon = m_2 \cdot \upsilon_\delta - m_1 \cdot \upsilon\,,\ 2 \cdot m_1 \cdot \upsilon = m_2 \cdot (\upsilon_\delta - \upsilon),$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{(\upsilon_\delta - \upsilon)}{2 \cdot \upsilon}\,,\ \frac{m_1}{m_2} = \frac{\left(\sqrt{2} \cdot \upsilon - \upsilon\right)}{2 \cdot \upsilon}\,,\ \frac{m_1}{m_2} = \frac{\left(\sqrt{2} - 1\right)}{2}$$

(<u>Μονάδες 5</u>)

Μονάδες 8