ΘΕΜΑ 4

Όταν ένας ασθενής παίρνει μια δόση ενός φαρμάκου τη χρονική στιγμή t=0, τότε ο οργανισμός του το μεταβολίζει έτσι ώστε η ποσότητά του f(t) (σε mg) να μειώνεται μετά από t ημέρες σύμφωνα με τη συνάρτηση

$$f(t) = q_0 \cdot \alpha^t, \ t \ge 0,$$

όπου οι αριθμοί α, q_0 είναι κατάλληλες θετικές σταθερές.

α) Να εξηγήσετε τι παριστάνει η σταθερά q_0 στο πλαίσιο του προβλήματος και να αιτιολογήσετε γιατί ισχύει $0<\alpha<1$.

(Μονάδες 6)

- β) Υποθέτουμε τώρα ότι μία ημέρα μετά τη λήψη του φαρμάκου, η ποσότητά του στον οργανισμό του ασθενούς έχει υποδιπλασιαστεί.
 - i. Να αποδείξετε ότι $\alpha = \frac{1}{2}$.

(Μονάδες 5)

ii. Να μεταφέρετε στην κόλλα σας και να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα τιμών της συνάρτησης f , εκφράζοντας τις τιμές f(t) ως συνάρτηση της αρχικής τιμής q_0 .

(Μονάδες 4)

t	0	1	2	3	4	5	6
f(t)	q_0	$\frac{q_0}{2}$					

- γ) Υποθέτουμε τώρα ότι $\alpha=\frac{1}{2}$ και ότι η ποσότητα του φαρμάκου που παραμένει στον οργανισμό στο τέλος της $4^{\text{ης}}$ ημέρας είναι 25 mg.
 - Να υπολογίσετε την ποσότητα της δόσης που πήρε ο ασθενής.

(Μονάδες 5)

ii. Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης f στο διάστημα $\left[0,6\right]$.

(Μονάδες 5)