ΘΕΜΑ 4

4.1. Τη στιγμή που σταματάει η λειτουργία του προωθητικού μηχανισμού, το διαστημικό όχημα έχει ταχύτητα ίση με την ταχύτητα διαφυγής υ_δ από το πεδίο βαρύτητας της Γης και από το ύψος που βρίσκεται τότε από την επιφάνειά της. Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης μηχανικής ενέργειας για την κίνηση του οχήματος από το σημείο εκείνο μέχρι την έξοδό του από το πεδίο της Γης:
$\frac{1}{2}\cdot m\cdot \upsilon_\delta^2-\frac{G\cdot M_\Gamma\cdot m}{R_\Gamma+h}=0$ και επειδή $h=R_\Gamma$ και $G\cdot M_\Gamma=g_0\cdot R_\Gamma^2$ προκύπτει:

$$\upsilon_\delta=\sqrt{g_0\cdot R_\Gamma}=8000\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Μονάδες 6

4.2. Επειδή το όχημα κινείται με σταθερή επιτάχυνση, δέχεται σταθερή συνισταμένη δύναμη με τη δράση του προωθητικού μηχανισμού, για την οποία σύμφωνα με τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής ισχύει: $F=m\cdot a$. Εφαρμόζουμε το θεώρημα έργου – ενέργειας για την κίνηση του οχήματος μέχρι να σταματήσει ο προωθητικός μηχανισμός:
$\frac{1}{2}\cdot m\cdot \upsilon_\delta^2=F\cdot h=m\cdot a\cdot h$ οπότε $a=\frac{\upsilon_\delta^2}{2\cdot h}=5\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

Μονάδες 6

4.3. $\upsilon_\delta=a\cdot t$ άρα $t=1600\ \mathrm{s}$

Μονάδες 6

4.4. Στη χρονική διάρκεια που ζητήθηκε, δεν έχει ακόμη σταματήσει ο προωθητικός μηχανισμός. Έτσι ισχύει:

$$h=\frac{1}{2}\cdot a\cdot t^2=3{,}2\cdot 10^6\ \mathrm{m}$$

Τότε η δυναμική ενέργεια του οχήματος είναι:

$$U=-G\frac{M_\Gamma\cdot m}{R_\Gamma+h}=-\frac{g_0\cdot R_\Gamma^2\cdot m}{R_\Gamma+h}=-1{,}28\cdot 10^{10}\mathrm{J}$$

Μονάδες 7