ΘΕΜΑ 4

4.1. Για να παραμένει στην δορυφορική του τροχιά γύρω από τον πλανήτη, πρέπει να κινείται με ταχύτητα τέτοια, ώστε η βαρυτική έλξη του από τον πλανήτη, να παίζει ρόλο κεντρομόλου δύναμης στην κυκλική του τροχιά στο ύψος αυτό. Δηλαδή πρέπει:

$F_B = F_K$ ή $G \cdot \frac{M_\Pi \cdot m}{(R_\Pi + h)^2} = \frac{m \cdot \upsilon_{\delta o\rho}^2}{R_\Pi + h}$

ή $G \cdot \frac{M_\Gamma}{9 \cdot R_\Gamma} = \upsilon_{\delta o\rho}^2$, οπότε $\upsilon_{\delta o\rho} = \sqrt{\frac{g_0 \cdot R_\Gamma}{9}} = \frac{8}{3} \cdot 10^3 \ \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Η περίοδος περιστροφής του οχήματος γύρω από τον πλανήτη υπολογίζεται:

$$T = \frac{2 \cdot \pi \cdot 3 \cdot R_\Gamma}{\upsilon_{\delta o\rho}} = \frac{18 \cdot \pi \cdot 64 \cdot 10^5}{8 \cdot 10^3} \ \text{s} = 14400 \cdot \pi \ \text{s}$$

Μονάδες 7

4.2. Κατά την εκτόξευση του σώματος από το όχημα, η οποία θεωρείται ασήμαντης χρονικής διάρκειας ισχύει η αρχή διατήρησης ορμής, με αποτέλεσμα το υπόλοιπο όχημα να κινείται στην ίδια διεύθυνση με την ταχύτητά του ακριβώς πριν την εκτόξευση. Δηλαδή:

$\vec{p}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{p}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}}$, ή $m \cdot \upsilon_{\delta o\rho} = \frac{2}{3} \cdot m \cdot \upsilon'$

Άρα $\upsilon' = \frac{3}{2} \cdot \frac{8}{3} \cdot 10^3 \ \frac{\text{m}}{\text{s}} = 4 \cdot 10^3 \ \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Μονάδες 6

4.3. Από την έκρηξη κατά την εκτόξευση του σώματος από το δορυφορικό όχημα, αποδόθηκε στο σύστημα πρόσθετη μηχανική ενέργεια, ως αύξηση της συνολικής κινητικής ενέργειας των τμημάτων του:

$$\varDelta E_M = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot m \cdot \upsilon'^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_{\delta o\rho}^2 = \frac{900}{2} \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot 16 - \frac{64}{9}\right) \cdot 10^6 \ \text{J} = \frac{900 \cdot 32}{6} \cdot \left(1 - \frac{2}{3}\right) \cdot 10^6 \ \text{J}$$

Τελικά $\varDelta E_M = 1{,}6 \cdot 10^9 \ \text{J}$

Μονάδες 6

4.4. Για την κίνηση του σώματος προς την επιφάνεια του πλανήτη εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας:

$$-G \cdot \frac{M_\Pi \cdot m_1}{3 \cdot R_\Pi} = -G \cdot \frac{M_\Pi \cdot m_1}{R_\Pi} + \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot \upsilon_1^2$$

ή $\frac{2 \cdot G \cdot M_\Pi}{3 \cdot R_\Pi} = \frac{\upsilon_1^2}{2}$, άρα $\upsilon_1 = \sqrt{\frac{4}{9} \cdot g_0 \cdot R_\Gamma} = \frac{16}{3} \cdot 10^3 \ \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Μονάδες 6