

ΘΕΜΑ 4

4.1. Η γραμμική ταχύτητα περιστροφής δίνεται από τη σχέση:

$$v = \frac{2\pi}{T} r \quad \text{ή} \quad v = \frac{2\pi}{2} \frac{2}{\pi} \quad \text{ή} \quad v = 2 \frac{m}{s}$$

Μονάδες 6

4.2. Κατά τη διάρκεια της έκρηξης οι δυνάμεις που ασκούνται είναι εσωτερικές και αλληλοαναιρούνται και η ορμή του συστήματος παραμένει σταθερή. Μπορούμε να γράψουμε την αρχή διατήρησης της ορμής. Ορίζουμε θετική φορά για την εξαγωγή των διανυσμάτων της ταχύτητας την αρχική φορά κίνησης του τρένου.

$$\vec{P}_{\pi\rho\nu} = \vec{P}_{\mu\epsilon\tau\acute{\alpha}} \quad \text{ή} \quad m \vec{v} = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 \quad \text{ή} \quad m v = m_1 v_1 + m_2 v_2$$
$$\text{ή} \quad 3 \cdot 2 = 1 \cdot 12 + 2 \cdot v_2 \quad \text{ή} \quad v_2 = -3 \frac{m}{s}$$

Μονάδες 6

4.3. Σύμφωνα με την αρχή διατήρησης της ενέργειας θα έχουμε για πριν και μετά την έκρηξη του τρένου:

$$K_{\pi\rho\nu} + Q = K_{\mu\epsilon\tau\acute{\alpha}} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2} m v^2 + Q = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2$$
$$\text{ή} \quad \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 2^2 + Q = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 12^2 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3^2 \quad \text{ή} \quad 6 + Q = 72 + 9 \quad \text{ή} \quad Q = 75 J$$

Μονάδες 6

4.4. Η γωνιακή ταχύτητα ω του κάθε βαγονιού του τρένου καθώς εκτελούν ομαλή κυκλική κίνηση υπολογίζεται από την σχέση:

$$v = \omega r \quad \text{ή} \quad \omega = \frac{v}{r}$$

Η γωνία στροφής του κάθε βαγονιού υπολογίζεται για κίνηση σε χρόνο t ως:

$$\varphi = \omega t$$

Συνδυάζοντας τις δύο εξισώσεις προκύπτει για τη γωνία στροφής του κάθε βαγονιού ότι:

$$\varphi_1 = \omega_1 t \quad \text{ή} \quad \varphi_1 = \frac{v_1}{r} t \quad \text{ή} \quad \varphi_1 = \frac{12\pi}{2} t$$

$$\varphi_2 = \omega_2 t \quad \text{ή} \quad \varphi_2 = \frac{v_2}{r} t \quad \text{ή} \quad \varphi_2 = \frac{3\pi}{2} t$$

Εάν διαιρέσουμε κατά μέλη τις γωνίες στροφής θα έχουμε:

$$\frac{\varphi_1}{\varphi_2} = 4 \quad \text{ή} \quad \varphi_1 = 4\varphi_2 \quad (1)$$

Όταν θα συναντηθούν τα βαγόνια για πρώτη φορά μετά το διαχωρισμό τους, θα έχουν διαγράψει συνολικά έναν πλήρη κύκλο οι γωνίες στροφής τους. Δηλαδή προκύπτει ότι η συνολική γωνία στροφής και των δύο θα είναι 2π οπότε: $\varphi_1 + \varphi_2 = 2\pi$ (2)

Επομένως με επίλυση του συστήματος των εξισώσεων (1) και (2) βρίσκουμε ότι η γωνία

$$\varphi_1 = \frac{8\pi}{5} \text{ rad} \quad \text{και} \quad \varphi_2 = \frac{2\pi}{5} \text{ rad}$$

Μονάδες 7