

ΘΕΜΑ 4

4.1. Εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας για το σύστημα των δύο σωματιδίων έχουμε

$$K_{αρχ} + U_{αρχ} = K_{τελ} + U_{τελ} \Rightarrow$$

$$K_{αρχ} + 0 = K_{τελ} + U_{τελ} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2} m_1 v_0^2 = \frac{1}{2} m_1 \left(\frac{v_0}{2} \right)^2 + k_c \frac{Q_1 Q_2}{r_1} \xrightarrow{m_1=m, Q_2=2Q_1}$$

$$\frac{3}{8} m v_0^2 = k_c \frac{2Q_1^2}{r_1} \Rightarrow r_1 = \frac{16k_c Q_1^2}{3m v_0^2}$$

και τελικά

$$r_1 = 147 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

Μονάδες 6

4.2. Μετά τη χρονική στιγμή που απελευθερώνεται το σωματίδιο (Σ_2), το σύστημα των δύο σωματιδίων είναι μονωμένο και τα δύο σωματίδια θα βρεθούν στην ελάχιστη μεταξύ τους απόσταση τη στιγμή κατά την οποία οι ταχύτητές τους θα εξισωθούν ($v_1 = v_2 = v_k$). Από την αρχή διατήρησης της ορμής έχουμε:

$$\vec{P}_{αρχ} = \vec{P}_{τελ} \Rightarrow$$

$$m_1 \frac{v_0}{2} = m_1 v_k + m_2 v_k \xrightarrow{m_1=m_2=m} m \frac{v_0}{2} = 2m v_k \Rightarrow v_k = \frac{v_0}{4}$$

και τελικά

$$v_k = 25 \text{ m/s}$$

Μονάδες 6

4.3. Εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας για το σύστημα των δύο σωματιδίων τη στιγμή που η μεταξύ τους απόσταση έχει γίνει ελάχιστη και επομένως έχουν αποκτήσει κοινή ταχύτητα (ερώτημα 4.2.) έχουμε:

$$K_{αρχ} + U_{αρχ} = K_{τελ} + U_{τελ} \Rightarrow K_{αρχ} + 0 = K_{τελ} + U_{τελ} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2} m_1 v_0^2 = \frac{1}{2} m_1 v_k^2 + \frac{1}{2} m_2 v_k^2 + k_c \frac{Q_1 Q_2}{r_2} \xrightarrow{m_1=m_2=m, v_k=\frac{v_0}{4}, Q_2=2Q_1}$$

$$\frac{1}{2} m v_0^2 = 2 \frac{1}{2} m \left(\frac{v_0}{4} \right)^2 + k_c \frac{2Q_1^2}{r_2} \Rightarrow r_2 = \frac{32k_c Q_1^2}{7m v_0^2}$$

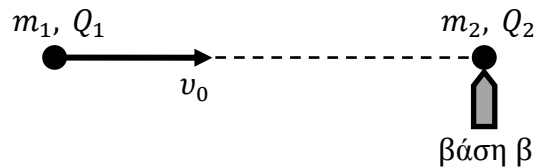
και τελικά

$$r_2 = 126 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

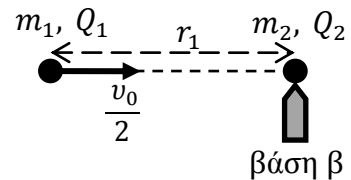
Μονάδες 7

4.4. Η μεταβολή της ορμής του συστήματος ($\Delta \vec{P}_{\text{συστ.}}$) των δύο σωματιδίων δίδεται από τη σχέση:

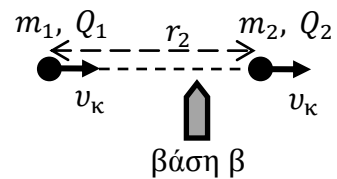
$$\Delta \vec{P}_{\text{συστ.}} = \vec{P}_{\text{συστ.,τελ}} - \vec{P}_{\text{συστ.,αρχ}}$$



Σχήμα 1



Σχήμα 2



Σχήμα 3

και για το μέτρο της μεταβολής της ορμής του συστήματος (θεωρώντας θετική τη φορά προς τα δεξιά στα σχήματα 1 και 3) έχουμε:

$$|\Delta \vec{P}_{\sigma\sigma\tau.}| = |\vec{P}_{\sigma\sigma\tau.,\tau\epsilon\lambda} - \vec{P}_{\sigma\sigma\tau.,\alpha\rho\chi}| \Rightarrow$$
$$|\Delta \vec{P}_{\sigma\sigma\tau.}| = |2mv_{\kappa} - mv_0|$$

και τελικά

$$|\Delta \vec{P}_{\sigma\sigma\tau.}| = 8 \cdot 10^{-6} \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Μονάδες 6