ΘΕΜΑ 4

4.1. Απλή αντικατάσταση (5 μονάδες) $g_0 = \frac{GM}{R^2} = \frac{3{,}6\times 10^{14}\ Nm^2/kg}{(6\times 10^6\ m\ )^2} = 10\ N/kg$

Παρατηρούμε πως η ένταση του πεδίου βαρύτητας στην επιφάνεια του πλανήτη είναι όση και στη Γη (1 μονάδα).

Μονάδες 6

4.2. Η ακτίνα της τροχιάς του δορυφόρου θα είναι $r = R + h = R + R = 2R$ (1 μονάδα).

Πρέπει η βαρυτική δύναμη να παίζει τον ρόλο της κεντρομόλου δύναμης (2 μονάδες):

$$F_\kappa = F_{\beta\alpha\rho}$$

Αντικατάσταση και επίλυση (4 μονάδες):

$$\frac{mv^2}{2R} = \frac{GMm}{(2R)^2}$$

$$v = \sqrt{\frac{GM}{2R}}$$

$$v = \sqrt{\frac{3{,}6\times 10^{14}\,\frac{Nm^2}{kg}}{2(6\times 10^6\ m)}}$$

$$v = \sqrt{0{,}3}\times 10^4\,\frac{m}{s} \cong 5500\ m/s$$

Μονάδες 7

4.3. Εφόσον η κίνηση είναι ομαλή κυκλική:

$$v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi 2R}{T}$$

$$T = \frac{4\pi R}{v} = \frac{4\pi(6\times 10^6\ m)}{5500\ m/s} \cong 1{,}4\times 10^4\ s$$

Μονάδες 6

4.4. Το έργο του βαρυτικού πεδίου για τη μετακίνηση μάζας m από σημείο Α σε σημείο Β του βαρυτικού πεδίου είναι (2 μονάδες)

$$W_{A\to B} = m(V_A - V_B)$$

Το βαρυτικό δυναμικό δίνεται από τον τύπο: $V = -\frac{GM}{r}$

Για τον πύραυλο, Α=σημείο στην επιφάνεια της Γης και Β=σημείο σε απόσταση $2{,}4\times 10^7\ m$ από το κεντρο του πλανήτη, άρα $r_A = R$, $r_B = r' = 2{,}4\times 10^7\ m$ (1 μονάδα).

Με αντικατάσταση (2 μονάδες):

$$W_{A\to B} = m\left(-\frac{GM}{R} - \left(-\frac{GM}{r'}\right)\right) = (10^3\ kg)\left(-\frac{3{,}6\times 10^{14}\,\frac{Nm^2}{kg}}{6\times 10^6\ m} - \left(-\frac{3{,}6\times 10^{14}\,\frac{Nm^2}{kg}}{2.4\times 10^7\ m}\right)\right)$$

$$= -4{,}5\times 10^{10}\ J$$

Η ενέργεια που πρέπει να δοθεί είναι (1 μονάδα) ακριβώς $E = -W_{A \to B} = 4{,}5 \times 10^{10}\ J$

Μονάδες 6