

#### ΘΕΜΑ 4

4.1. Με βάση την ένταση του βαρυτικού πεδίου της Γης στην επιφάνειά της έχουμε:

$$g_0 = \frac{G \cdot M_\Gamma}{R_\Gamma^2} \Rightarrow G \cdot M_\Gamma = g_0 \cdot R_\Gamma^2 \quad (\text{μονάδες 2})$$

Εφόσον ο δορυφόρος δέχεται μόνο τη δύναμη της βαρύτητας, αυτή η δύναμη θα είναι και κεντρομόλος δύναμη ώστε να εκτελέσει ομαλή κυκλική κίνηση, οπότε:

$$F_g = F_K \Rightarrow G \frac{M_\Gamma m}{r^2} = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM_\Gamma}{r}} = \sqrt{\frac{g_0 R_\Gamma^2}{R_\Gamma + h}} = \sqrt{\frac{g_0 R_\Gamma}{2}} \Rightarrow$$
$$v = 4\sqrt{2} \cdot 10^3 = 5,6 \cdot 10^3 \text{ m/s} \quad (\text{μονάδες 3})$$

Συνεπώς, το μέτρο της ορμής του δορυφόρου σε ύψος  $h$  είναι:

$$p = mv = 16,8 \cdot 10^5 \text{ Kg} \cdot \text{m/s} \quad (\text{μονάδες 2})$$

**Μονάδες 7**

4.2. Το τμήμα  $\Sigma_2$  αμέσως μετά την έκρηξη αποκτά την απαραίτητη ταχύτητα για να διαφύγει οριακά από την έλξη της Γης, που είναι η ταχύτητα διαφυγής του:

$$v_\delta = \sqrt{\frac{2GM_\Gamma}{R_\Gamma + h}} = \sqrt{\frac{2g_0 R_\Gamma^2}{2R_\Gamma}} = \sqrt{g_0 R_\Gamma} \Rightarrow v_\delta = 8 \cdot 10^3 \text{ m/s}$$

**Μονάδες 5**

4.3. Για την έκρηξη ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής. Το τμήμα  $\Sigma_1$  παραμένει σε κυκλική τροχιά ακτίνας ίση με την αρχική, άρα το μέτρο της ταχύτητάς του είναι  $v$ , δηλαδή το ίδιο με το μέτρο της ταχύτητας του δορυφόρου, όπως φαίνεται από τη σχέση  $v = \sqrt{\frac{GM_\Gamma}{r}}$ , αλλά κινείται σε αντίθετη κατεύθυνση. Συνεπώς έχουμε:

$$\vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\epsilon\lambda} \Rightarrow (m_1 + m_2)v = -m_1v + m_2v_\delta \Rightarrow 2m_1v = m_2(v_\delta - v) \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{5}$$

**Μονάδες 7**

4.4. Από την προηγούμενη σχέση έχουμε:

$$m_2 = 5m_1, \text{ οπότε } m = m_1 + m_2 \Rightarrow m = 6m_1 \Rightarrow m_1 = 50 \text{ Kg και } m_2 = 250 \text{ Kg} \quad (\text{μονάδες 2})$$

Η ενέργεια που ελευθερώθηκε κατά την έκρηξη είναι:

$$E = K_{\tau\epsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = \left(\frac{1}{2}m_1v^2 + \frac{1}{2}m_2v_\delta^2\right) - \frac{1}{2}mv^2 = 4 \cdot 10^9 \text{ J} \quad (\text{μονάδες 4})$$

**Μονάδες 6**