ΘΕΜΑ 4

4.1. Το κουτί A εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση διαγράφοντας κύκλο ακτίνας L. Με βάση τις εξισώσεις της κυκλικής ομαλής κίνησης προκύπτει:

$$\upsilon = \omega \cdot L \Rightarrow \upsilon = \frac{2\pi}{T} \cdot L \Rightarrow L = \frac{T \cdot \upsilon}{2\pi}$$

$$\Rightarrow L = \frac{0{,}2\pi \text{ s} \cdot 20 \ {}^{\text{m}}/_{\text{s}}}{2\pi} \Rightarrow \boldsymbol{L = 2 \text{ m}}$$

Μονάδες 4

4.2. Όταν κόβεται το σχοινί, το κουτί A λόγω αδράνειας, ολισθαίνει επάνω στην ταράτσα κατά την διεύθυνση της εφαπτομένης της κυκλικής τροχιάς και με ταχύτητα μέτρου $\upsilon = 20 \text{ m/s}$, με την οποία και συγκρούεται πλαστικά με το κουτί B.

Μονάδα 1

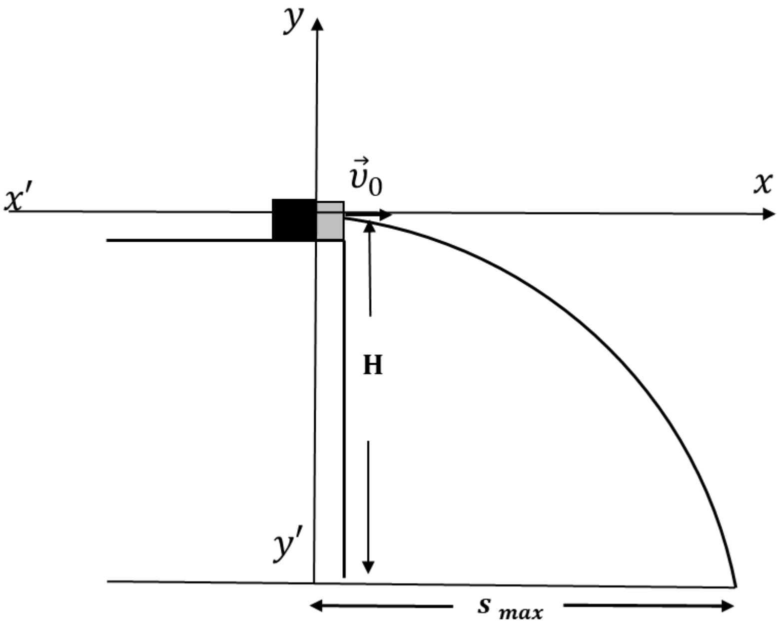
Για τη πλαστική κρούση ισχύει η Αρχή Διατήρησης της Ορμής:

$$\vec{p}_{o\lambda,\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{o\lambda,\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow m_1 \cdot \upsilon = (\, m_1 + m_2) \cdot \upsilon_0 \Rightarrow \upsilon_0 = \frac{m_1 \cdot \upsilon}{m_1 + m_2}$$

$$\Rightarrow \upsilon_0 = \frac{3 \text{ kg} \cdot 20 \ {}^{\text{m}}/_{\text{s}}}{4 \text{ kg}} \Rightarrow \ \boldsymbol{\upsilon_0 = 15 \ {}^{\text{m}}/_{\text{s}}}$$

Μονάδες 2

Το συσσωμάτωμα, αφού εγκαταλείψει το κτίριο εκτελεί οριζόντια βολή.



Στον οριζόντιο άξονα $x'x$ η κίνηση του συσσωματώματος είναι ευθύγραμμη ομαλή ενώ στον άξονα $y'y$ εκτελεί ελεύθερη πτώση.

Μονάδα 1

Υπολογίζουμε τον χρόνο πτώσης:

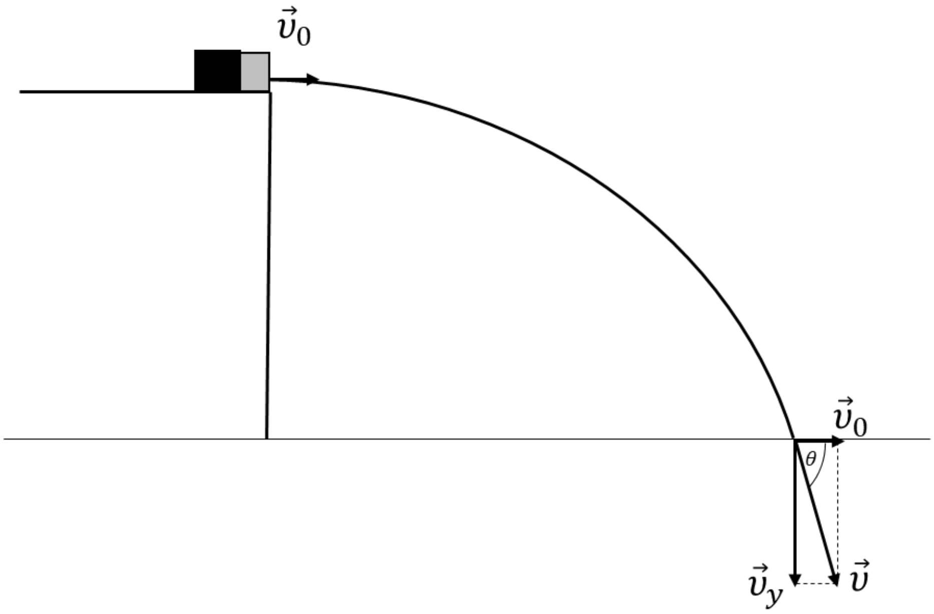
$$H = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot H}{g}} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot 20 \text{ m}}{10 \ {}^{\text{m}}/_{\text{s}^2}}} \Rightarrow \boldsymbol{t = 2 \text{ s}}$$

Επομένως η απόσταση από την βάση του κτιρίου, που το συσσωμάτωμα χτυπά στο έδαφος (βεληνεκές) είναι:

$$s_{max} = \upsilon_0 \cdot t \Rightarrow s = 15\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}} \cdot 2\ \mathrm{s} \Rightarrow \boldsymbol{s_{max} = 30\ \mathrm{m}}$$

Μονάδες 2+2=4

4.3.



Το μέτρο της ταχύτητας με την οποία το συσσωμάτωμα χτυπά στο έδαφος προκύπτει από την σχέση:

$$\upsilon = \sqrt{\upsilon_0^2 + \upsilon_y^2}$$

$$\boldsymbol{\upsilon_0 = 15\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}}}\ \ (1)$$

$$\upsilon_y = g \cdot t \Rightarrow \upsilon_y = 10\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}^2} \cdot 2\ \mathrm{s} \Rightarrow \boldsymbol{\upsilon_y = 20\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}}}\ \ (2)$$

Άρα:

$$\upsilon = \sqrt{\upsilon_0^2 + \upsilon_y^2} \xrightarrow{(1),(2)} \upsilon = \sqrt{(15\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}})^2 + (20\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}})^2} \Rightarrow \boldsymbol{\upsilon = 25\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}}}$$

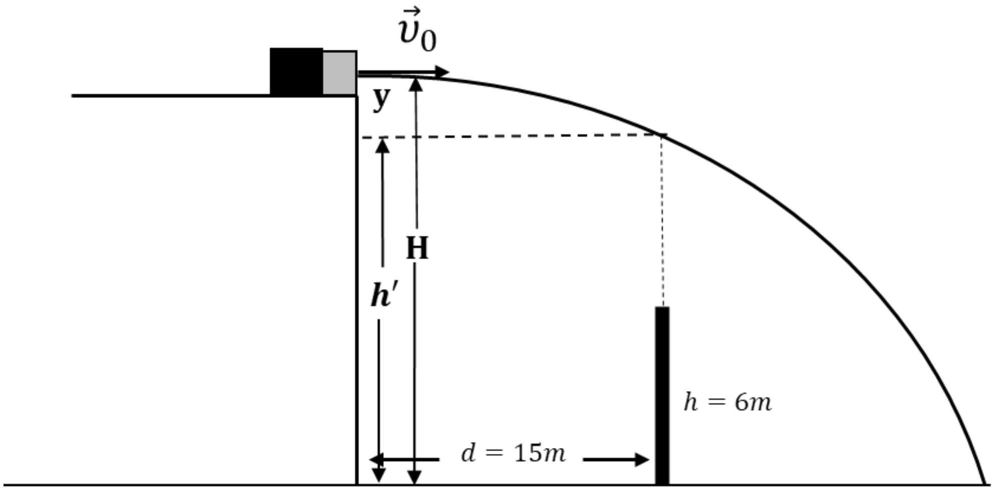
Μονάδες 4

και η διεύθυνση της $\vec{\upsilon}$:

$$\varepsilon\varphi\theta = \frac{\upsilon_y}{\upsilon_0} = \frac{20\ {}^{m}/_{s}}{15\ {}^{m}/_{s}} \Rightarrow \boldsymbol{\varepsilon\varphi\theta = \frac{4}{3}}$$

Μονάδες 2

4.4.



Το συσσωμάτωμα θα έχει μετατοπιστεί οριζόντια κατά 15 m, την χρονική στιγμή t_1.

$$d = \upsilon_0 \cdot t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{d}{\upsilon_0} = \frac{15\ \mathrm{m}}{15\ \mathrm{m}/\mathrm{s}} \Rightarrow \boldsymbol{t_1 = 1\ \mathrm{s}}$$

Μονάδες 3

Την παραπάνω χρονική στιγμή θα έχει μετατοπιστεί κατακόρυφα προς τα κάτω, από τη θέση που ξεκίνησε, κατά:

$$y = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_1^2 \Rightarrow y = \frac{1}{2} \cdot 10\ \mathrm{m}/\mathrm{s}^2 \cdot (1\ \mathrm{s})^2 \Rightarrow \boldsymbol{y = 5\ \mathrm{m}}$$

Μονάδες 3

Άρα απέχει από το έδαφος :

$$h' = H - y = 20\ \mathrm{m} - 5\ \mathrm{m} \Rightarrow \boldsymbol{h' = 15\ \mathrm{m}}$$

Επομένως θα περάσει πάνω από τον στύλο.

Μονάδα 1