第三章 静电场

力本身就是一种物质

主讲人：阮江军

2022年3月

本章课程大纲

武汉大学 电气与自动化学院
School of Electrical Engineering and Automation, Wuhan University

目 录

Contents

1 静电场理论是高电压与绝缘技术的基础

2 电力是一种场

3 静电场强度的定义与计算

4 电荷对称分布的静电场简化计算

5 金属导体表面静电场计算

6 均匀电介质中静电场计算

7 标量电位简化静电场计算

8 非规则多介质中的静电场计算模型

9 规则双介质中静电场计算的镜像法

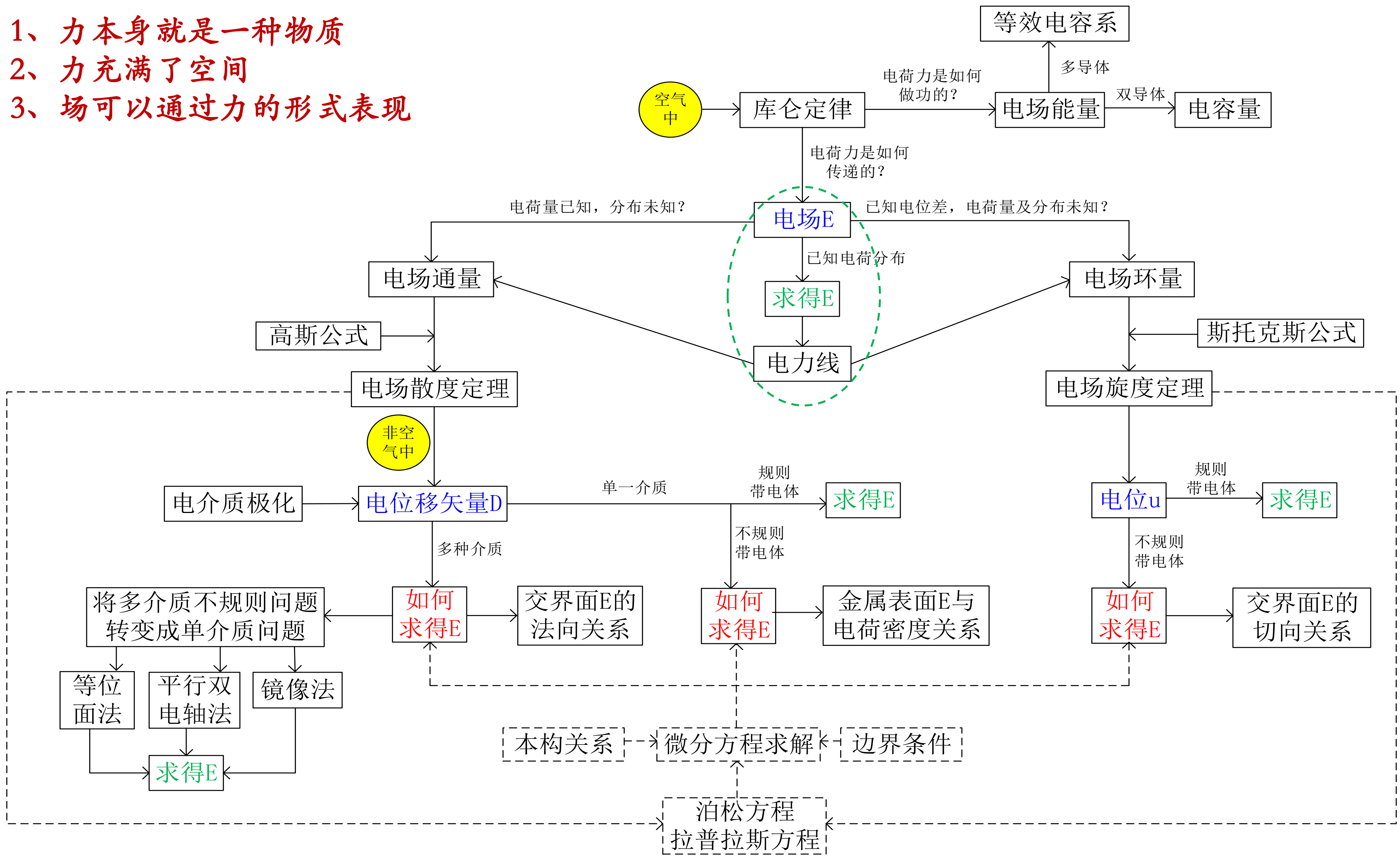
10 静电场的能量与电容

11 多导体系统等效电容系

12 静电力计算

4.0 上节课程回顾

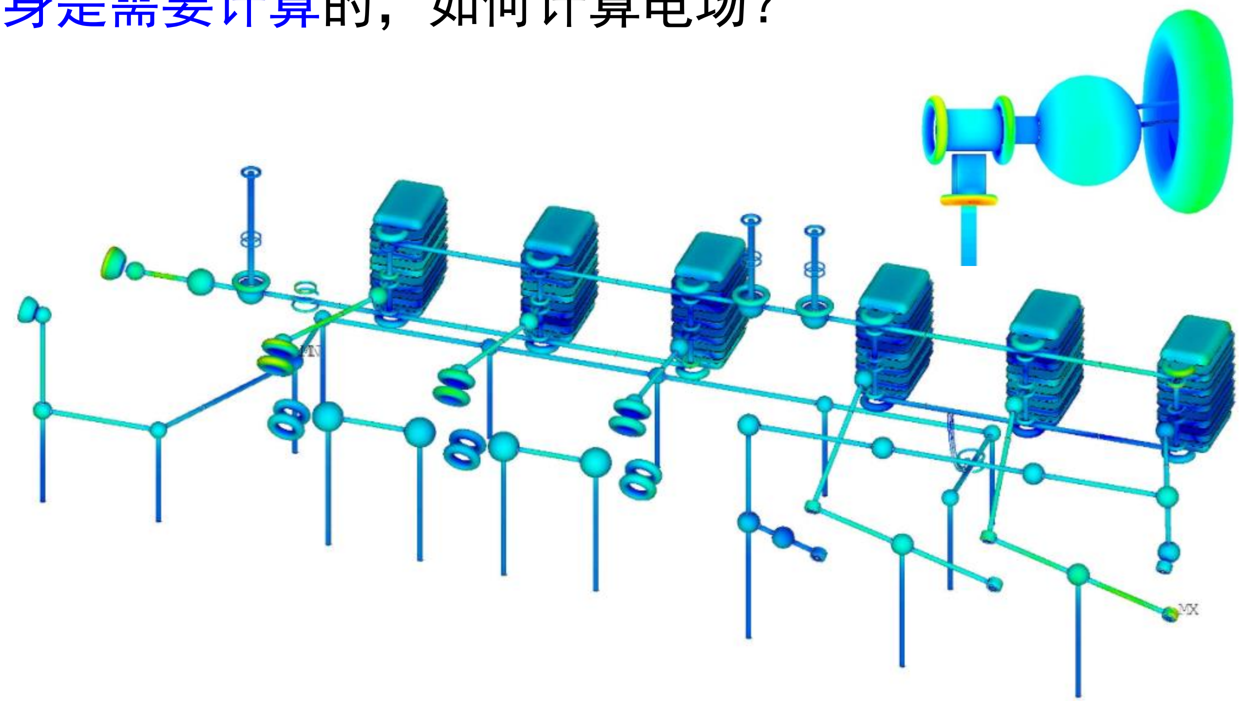
1、力本身就是一种物质
2、力充满了空间
3、场可以通过力的形式表现

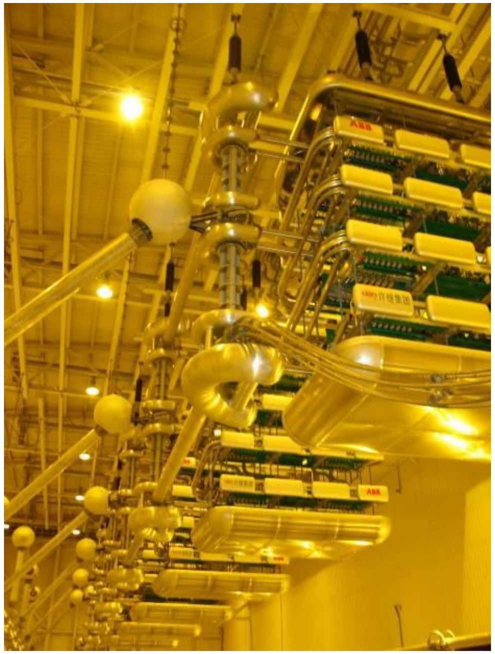


4.1 叠加计算E→ 难！

【讨论】根据电场强度的定义，已知电荷的分布，就可以计算空间任一点的电场强度，但这样的叠加积分计算往往比较复杂。

【讨论】实际工程和设备中，结构非常复杂，并且只知道电压，电荷分布本身是需要计算的，如何计算电场？



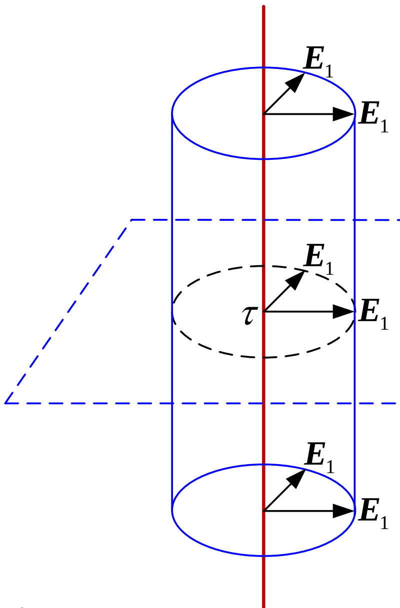


课题组是我国阀厅金具国产化联盟成员，完成了±500kV--±1000kV多个HVDC阀厅金具优化设计

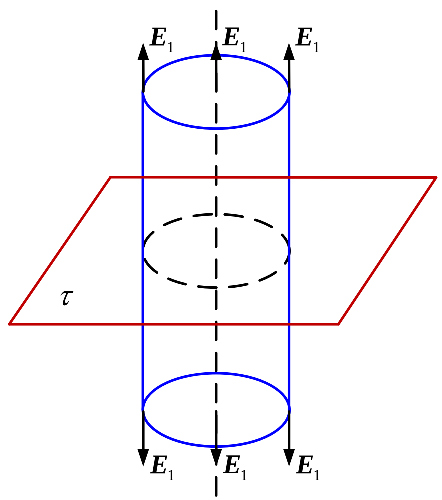
4.2 静电场分布的对称性

对称性：体系的状态和运动规律在对称操作下保持不变的性质。利用对称性可以使我们对自然现象及其运动发展规律的认识更加深入。

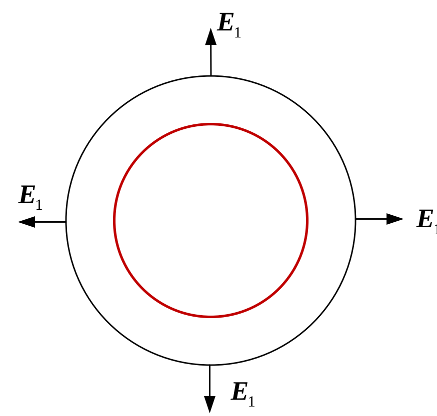
- ✓ 无限长均匀带电直线，圆柱坐标系下，电场只有径向分量
- ✓ 无限大均匀带电平面，圆柱坐标系下，电场只有Z向分量
- ✓ 均匀带电球面，圆柱坐标系下，电场只有径向分量



轴对称



平面对称



球对称

$$\oint_S \boldsymbol{E}\cdot d\vec{S} = 2\pi r l E \qquad \int_V \rho dV = \tau l \qquad E \propto \frac{\tau}{r}$$

$$\oint_S \boldsymbol{E}\cdot d\vec{S} = 2\pi r^2 E \qquad \int_V \rho dV = \pi r^2 \sigma \qquad E \propto \sigma$$

$$\oint_S \boldsymbol{E}\cdot d\vec{S} = 4\pi R^2 E \qquad \int_V \rho dV = 4\pi r^2 \sigma \qquad E \propto \frac{r^2}{R^2}\sigma$$

4.3 电场的面积分—高斯定理

- ✓ 微积分是研究物质运动变化的基本方法，有助于建立对物质对象的微观和宏观认识
- ✓ 通量、环量、高斯定理和斯托克斯定理，是描述矢量场性质的最好工具
- ✓ 高斯定理（积分公式），也称为散度定理，可以将矢量计算简化成标量计算。

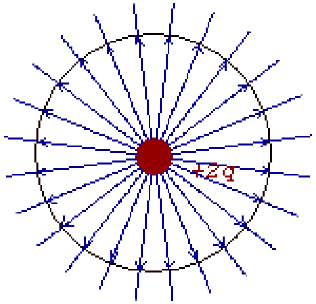
高斯公式：$\oint_S \boldsymbol{F}\cdot d\vec{S}=\int_V \nabla\cdot\boldsymbol{F}dV$　知识点：点乘，通量，散度

在直角坐标系中：$\nabla=\frac{\partial}{\partial x}\hat{x}+\frac{\partial}{\partial y}\hat{y}+\frac{\partial}{\partial z}\hat{z}$ /哈密顿算子

$$\boldsymbol{F}=F_x\hat{x}+F_y\hat{y}+F_z\hat{z}$$

$$\nabla\cdot\boldsymbol{F}=\frac{\partial F_x}{\partial x}+\frac{\partial F_y}{\partial y}+\frac{\partial F_z}{\partial z}$$ /称为矢量$\boldsymbol{F}$的散度

$$\boxed{\oint_S \boldsymbol{E}\cdot d\vec{S}=\int_V \nabla\cdot\boldsymbol{E}dV}$$

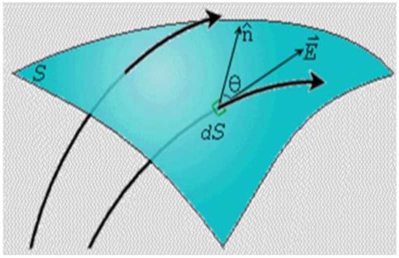


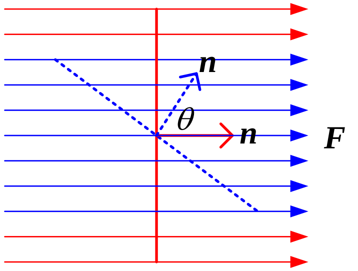
例：均匀带电球体附近电场强度

$$\oint_S \boldsymbol{E}\cdot d\vec{S}=\oint_S \boldsymbol{E}\cdot\hat{n}dS=\oint_S E_r dS=E_r\oint_S dS=4\pi r^2E_r$$

$$E_r=\frac{1}{4\pi r^2}\int_V \nabla\cdot\boldsymbol{E}dV$$

$$\nabla\cdot\boldsymbol{E}=?$$





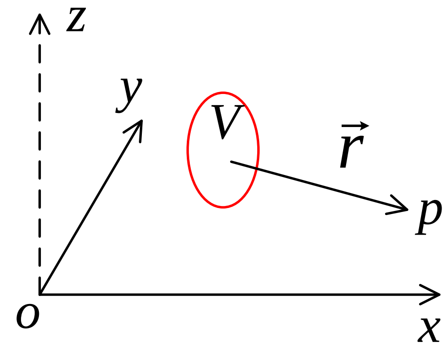
$$\oint_S \boldsymbol{F}\cdot d\vec{S}=\oint_S \boldsymbol{F}\cdot\hat{n}dS$$

$$=\oint_S F\cos\theta dS$$

$$\nabla\cdot\boldsymbol{F}=\lim_{\Delta V\to 0}\frac{\oint_S \boldsymbol{F}\cdot d\vec{S}}{\Delta V}$$

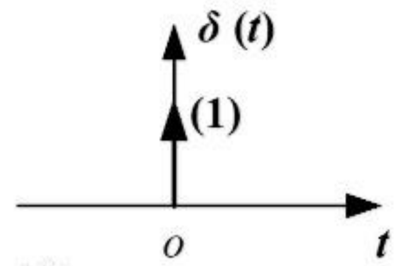
4.4 静电场散度的推导

$$\boldsymbol{E}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_V \frac{\rho\vec{r}}{r^3}dv \qquad \vec{r}=x\hat{x}+y\hat{y}+z\hat{z}$$



$$\nabla\left(\frac{1}{r}\right)=\left(\frac{\partial}{\partial x}\hat{x}+\frac{\partial}{\partial y}\hat{y}+\frac{\partial}{\partial z}\hat{z}\right)\left(x^2+y^2+z^2\right)^{-1/2}$$

$$=-\left(x\hat{x}+y\hat{y}+z\hat{z}\right)\left(x^2+y^2+z^2\right)^{-3/2}=-\frac{\vec{r}}{r^3}$$



$$\nabla\cdot\nabla\frac{1}{r}=\nabla^2\frac{1}{r}=-4\pi\delta(\vec{r})$$ （矢量恒等式）

$$\nabla\cdot\boldsymbol{E}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_V\nabla\cdot\frac{\vec{r}}{r^3}\rho dv=-\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_V\nabla\cdot\nabla\frac{1}{r}\rho dv=-\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_V-4\pi\delta(\vec{r})\rho dv$$

如果场点无源： $r\neq 0 \quad \delta(\vec{r})=0 \quad \nabla\cdot\boldsymbol{E}=0$

如果场点有源：$r=0 \quad \delta(0)=1 \quad \boxed{\nabla\cdot\boldsymbol{E}=\rho/\varepsilon_0}$ **静电场高斯定理**

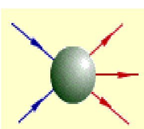
4.5 静电场散度的物理意义

散（$s\breve{a}n$）：是由聚向离的分布状态

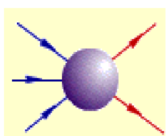
$$\oint_S \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{S} = \int_V \nabla\cdot\boldsymbol{E}\,dV = \int_V \rho/\varepsilon_0\,dV = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n} q_i = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

静电场通量：反映了闭合曲面S所包围的体积V内的**总电荷量**

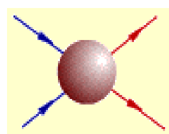
静电场散度：表达了**电荷的聚集程度**，电场是由电荷散发出来的，电荷密度大，散发出的电场强度就大，没有电荷的地方则不会散发出电场。所以电荷是电场的源头。因此，静电场称为**有源场**。



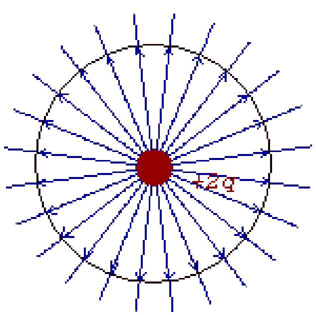
$\nabla\cdot\boldsymbol{E}=\rho>0$

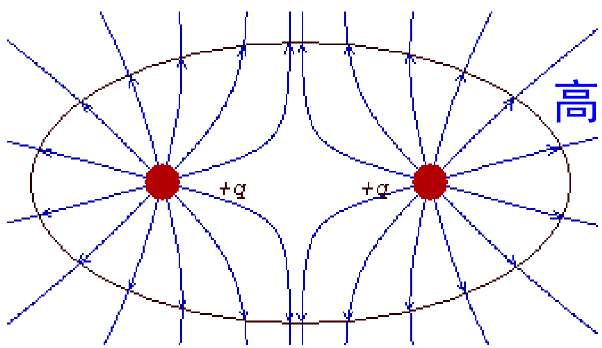


$\nabla\cdot\boldsymbol{E}=\rho<0$

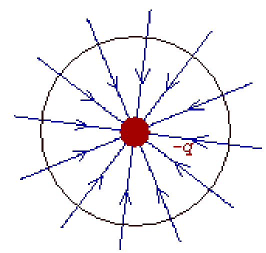


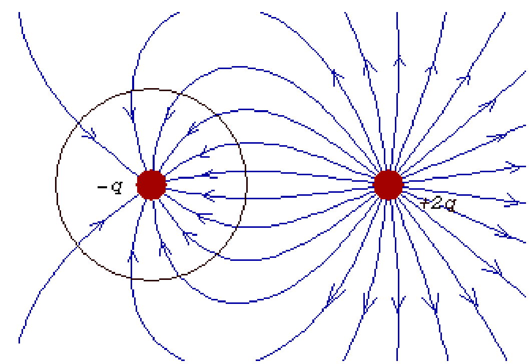
$\nabla\cdot\boldsymbol{E}=\rho=0$





高斯面





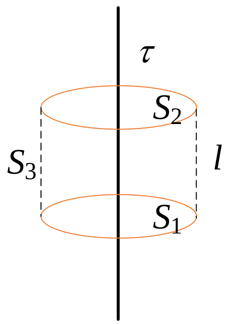
【讨论】高斯面上的$\boldsymbol{E}$是由高斯面内外所有的电荷共同形成？
高斯面上不能有点电荷？（不能计算点电荷在其自身所在点的电场强度）

对称性 $\Rightarrow$ 高斯定理

4.6 静电场高斯定理的应用

关键：高斯面选择：*E*方向和高斯面垂直，大小处处相等，则可利用高斯定理可以方便的求出电场强度

【例】求电荷线密度为τ的无限长均匀带电体的电场



$$\oint_S \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{S} = \oint_{S_1+S_2+S_3} \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{S}$$

$$= \oint_{S_1} \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{S} = \tau l/\varepsilon_0$$

$$E\cdot 2\pi r l = \tau l/\varepsilon_0$$

$$E = \tau/2\pi r\varepsilon_0$$

相比于利用电场强度的定义式计算，利用高斯定理可充分利用电场的分布特征，大大简化电场强度的计算

但是：

电气系统中往往已知的只是回路、电压，电荷分布本身就是计算对象，如何计算电场强度？

【例】一个球体内均匀分布电荷，体密度为ρ，计算球内电场；若在球内挖去一个小球形成一个空腔，计算该空腔内的电场。

解：电场叠加原理，空腔可看做是电荷密度分别为$+\rho$和$-\rho$的两个小球的叠加

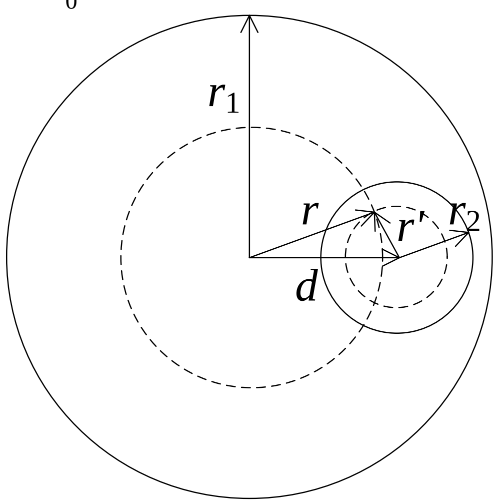
均匀带电球内：

$$\oint_S \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{S} = 4\pi r^2 E = \rho\frac{4\pi r^3}{3}/\varepsilon_0$$

$$\boldsymbol{E} = \frac{\rho r}{3\varepsilon_0}\hat{r} = \frac{\rho\vec{r}}{3\varepsilon_0}$$

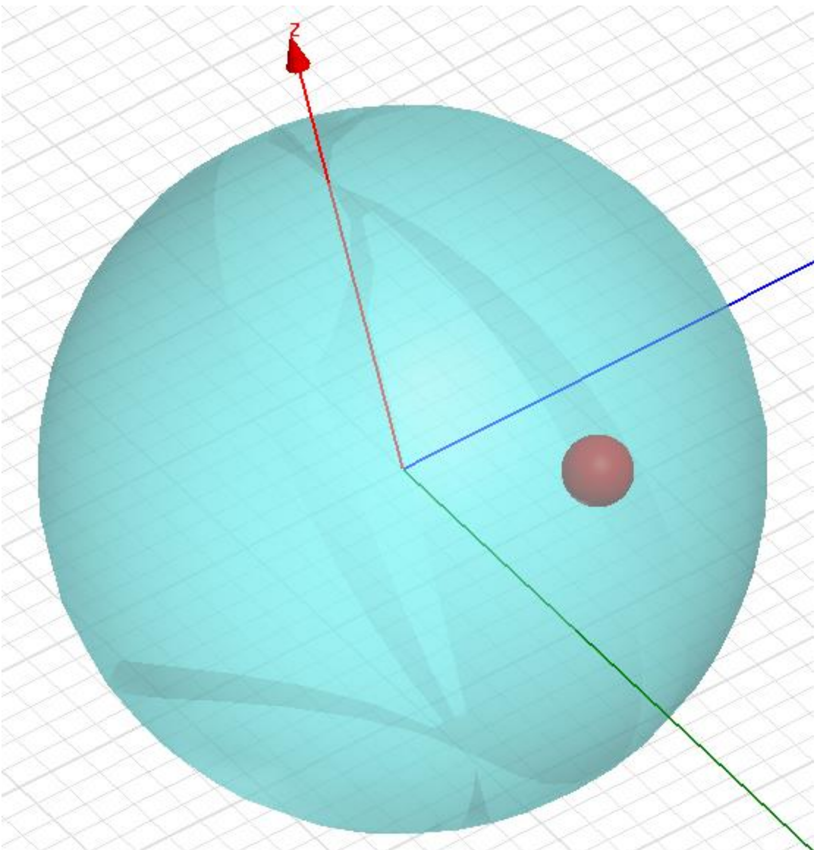
两个球叠加：

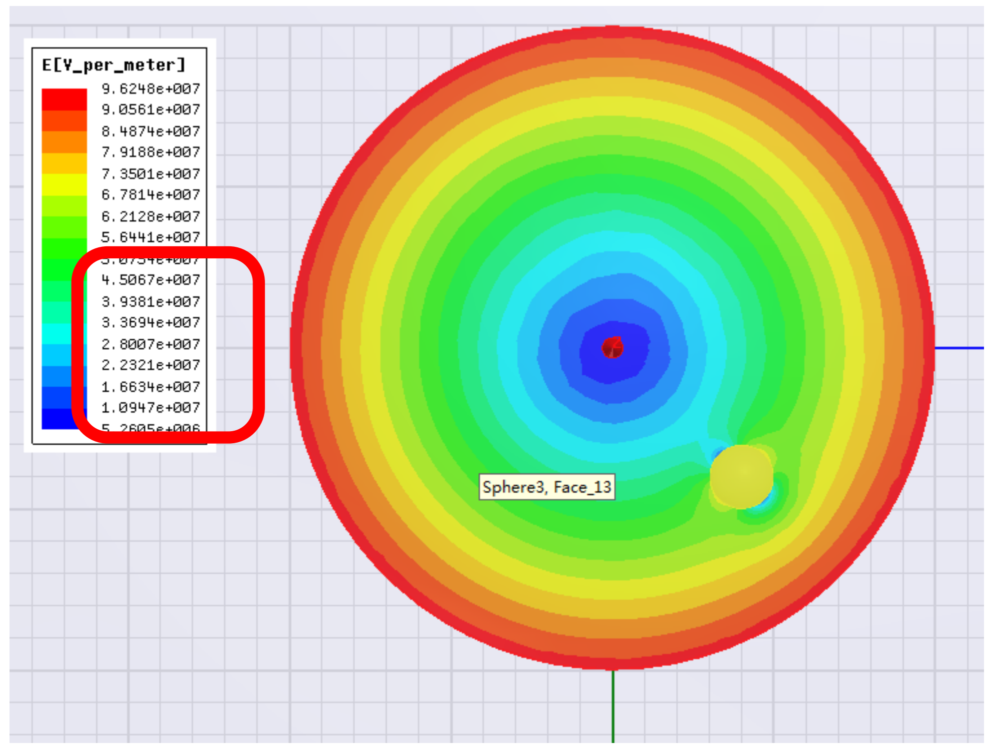
$$\boldsymbol{E} = \frac{\rho\vec{r}}{3\varepsilon_0} - \frac{\rho\vec{r}'}{3\varepsilon_0} = \frac{\rho\vec{d}}{3\varepsilon_0}$$



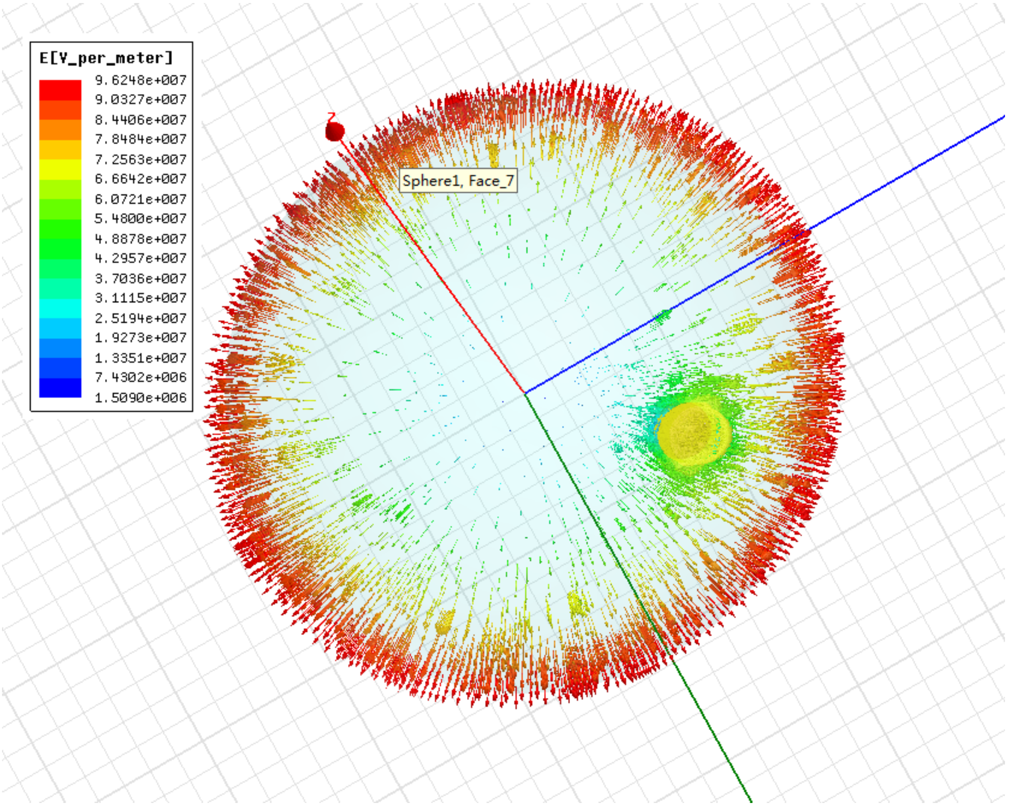
3.3.4静电场高斯定理的应用

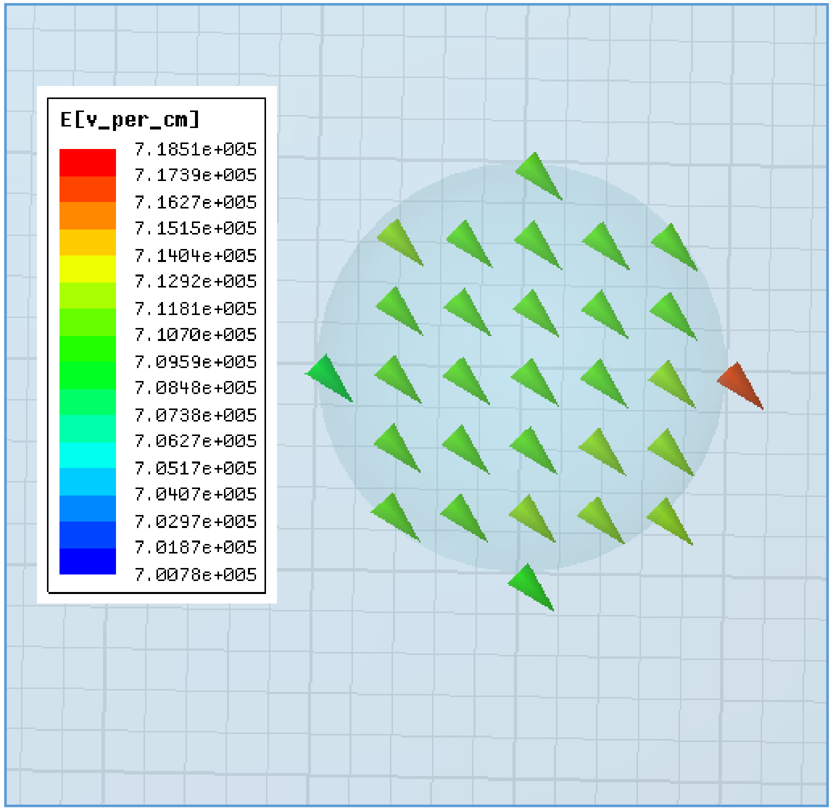
真空中有一球形体积分布的电荷，球的半径为R_2，电荷体密度为常数ρ，球内存在一个半径为R_1的球形空腔，两球心的距离为a，且$a+R_1<R_2$。试证明球形空腔内的电场是均匀的。





3.3.4静电场高斯定理的应用





目 录

Contents

1 静电场理论是高电压与绝缘技术的基础
2 电力是一种场
3 静电场强度的定义与计算
4 电荷对称分布的静电场简化计算
5 金属导体表面静电场计算
6 均匀电介质中静电场计算
7 标量电位简化静电场计算
8 非规则多介质中的静电场计算模型
9 规则双介质中静电场计算的镜像法
10 静电场的能量与电容
11 多导体系统等效电容系
12 静电力计算

5.1 金属导体的作用

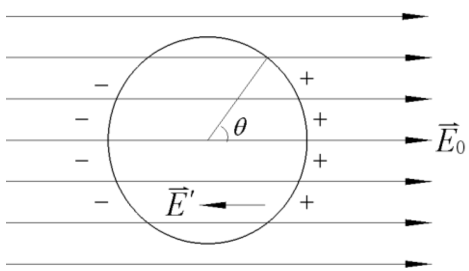
【讨论1】在电气工程中，导体除了用来传导电流，还有什么作用？
【讨论2】变电站中我们经常会听到“吱吱”声，哪里发出来的，如何消除？
【讨论3】许多电气设备必须用金属做外壳，为什么？

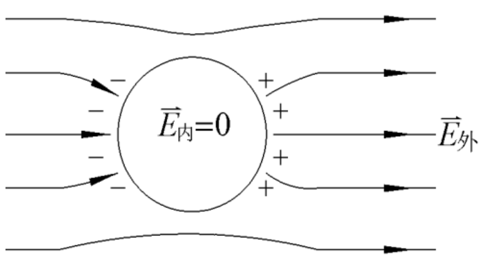
5.2 静电场中金属导体的基本属性

静电平衡：导体中的自由电子不作宏观运动，电场分布不随时间改变的状态

- 当带电体系处于静电平衡状态时，金属导体内电场强度处处为零？
- 导体是等位体，导体表面为等位面。导体表面电场强度方向与表面垂直？
- 静电平衡状态下导体内净电荷密度为零，电荷仅分布在导体外表面上？

静电感应：若将处于静电平衡状态的导体置于具有电场分布的空间中，则导体中的自由电子在电场的作用下在导体中重新分布，直到达到静电平衡状态为止。





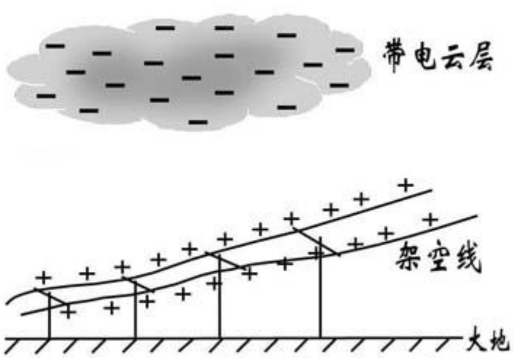


图2雷云对架空线路的静电感应示意图

5.3 静电屏蔽

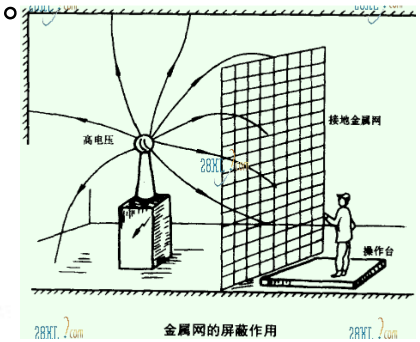
静电屏蔽：利用导体的静电平衡特性，电力线终止于负电荷，可以用它切断电力线，使被保护区域免受电场影响

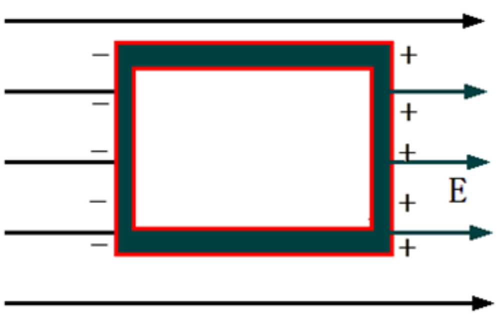
内屏蔽：使屏蔽体内的仪器或工作环境不受外部电场影响，保护体在区内。

- 如法拉第笼、高压带电作业屏蔽服、电子板卡的屏蔽套等。
- 地球附近存在着大约100V/m的竖直电场，重力场实验室必须做静电屏蔽

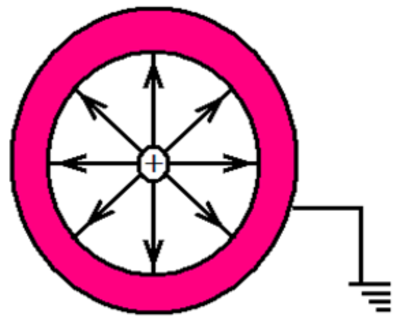
外屏蔽：使屏蔽体内的电场不对外产生影响，保护体在区外。

- 高压试验场的围栏、电缆的屏蔽层、高压设备的外壳等
- 均必须良好接地。

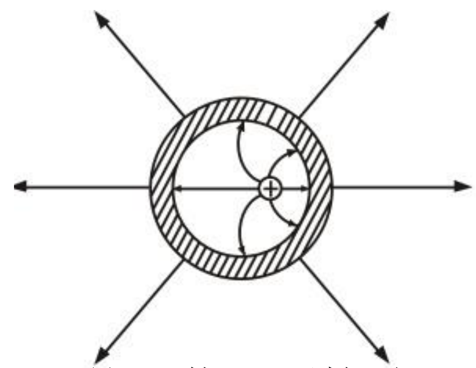




内屏蔽

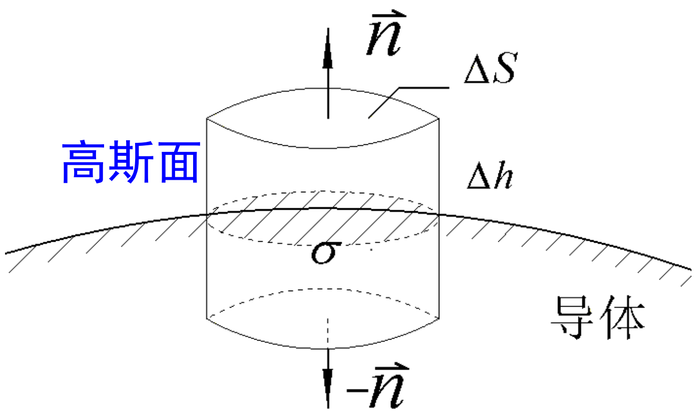


外屏蔽（接地）



外屏蔽（不接地）

5.4 导体表面的电场强度



高斯定理：

$$\oint_S \boldsymbol{E}\cdot d\vec{S}=\int_{外+内+侧}\boldsymbol{E}\cdot d\vec{S}=\int_{外}\boldsymbol{E}\cdot d\vec{S}=\boldsymbol{E}\Delta s=\frac{q}{\varepsilon_0}=\frac{\sigma\Delta s}{\varepsilon_0}$$

$$\boxed{E=\sigma/\varepsilon_0}$$

【讨论】导体表面的电场强度取决于对应点的电荷密度？是否意味着与其他电荷无关？

【例】面积为S间距为d的两平行金属平板，厚度忽略不计，分别带有电荷q_A、q_B，各表面电荷分布均匀，求两板各面上的电荷分布密度及两板间的电场强度。

导体1内部：$\dfrac{\sigma_1}{2\varepsilon_0}-\dfrac{\sigma_2}{2\varepsilon_0}-\dfrac{\sigma_3}{2\varepsilon_0}-\dfrac{\sigma_4}{2\varepsilon_0}=0$　两式相加得：$\sigma_1=\sigma_4$　　$(\sigma_1+\sigma_2)S=q_A$

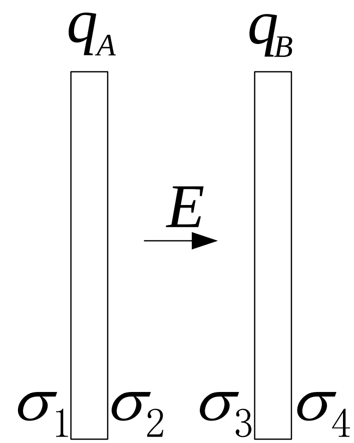
导体2内部：$\dfrac{\sigma_1}{2\varepsilon_0}+\dfrac{\sigma_2}{2\varepsilon_0}+\dfrac{\sigma_3}{2\varepsilon_0}-\dfrac{\sigma_4}{2\varepsilon_0}=0$　两式相减得：$\sigma_2=-\sigma_3$　　$(\sigma_3+\sigma_4)S=q_B$

$$\sigma_1=\sigma_4=\frac{q_A+q_B}{2S}$$

$$\sigma_2=-\sigma_3=\frac{q_A-q_B}{2S}$$

两板间的电场强度：

$$E=\frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0}+\frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0}-\frac{\sigma_3}{2\varepsilon_0}-\frac{\sigma_4}{2\varepsilon_0}=\frac{q_A-q_B}{2\varepsilon_0 S}$$

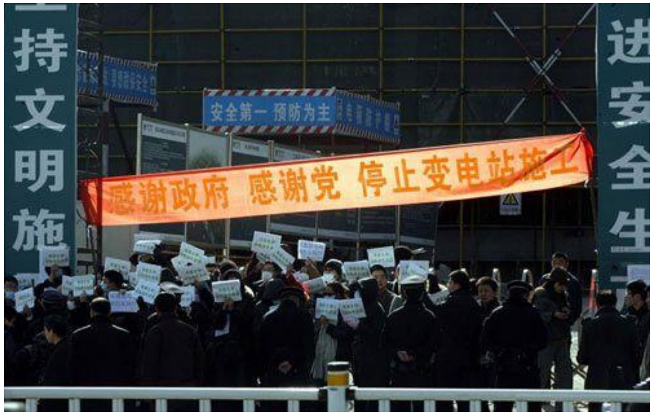


5.6 电晕放电

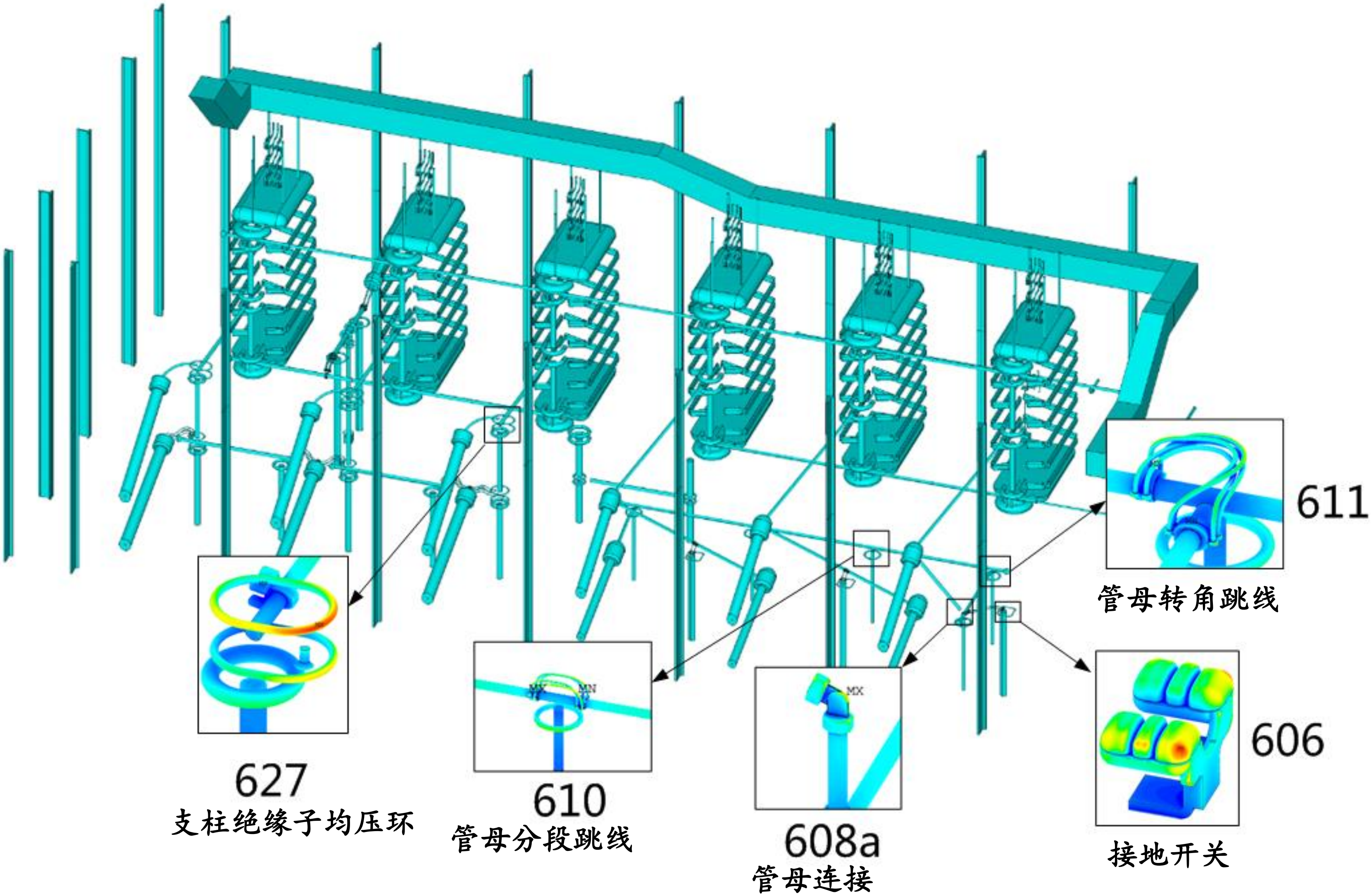
- ✓ 电晕放电是极不均匀电场所特有的一种自持放电形式。
- ✓ 在这局部强场区中产生强烈的游离，局限在电极附近的强场范围内。
- ✓ 伴随着游离而存在的复合和反激励，发出大量的光辐射，使在黑暗中可以看到电极附近空间发出蓝色的晕光

电晕放电危害：

1. 产生声、光、热等效应，会有能量损耗。
2. 产生“电风” 会使电晕极振动或转动。
3. 产生高频脉冲电流，造成对无线电的干扰。
4. 产生化学反映物具有强烈的氧化和腐蚀作用，加速有机绝缘老化
5. 产生超过环保标准的噪声，对人们会造成生理、心理的影响。

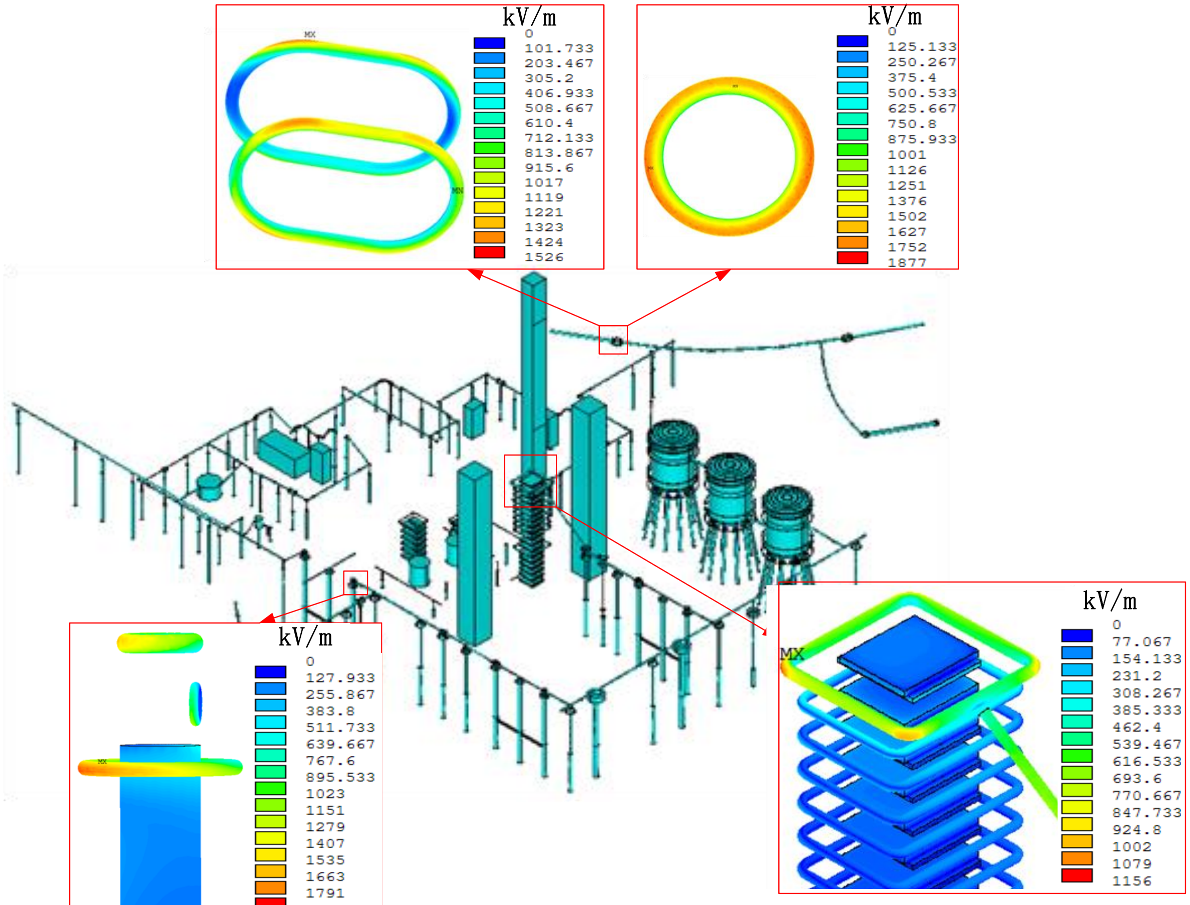


5.7 阀厅金具设计



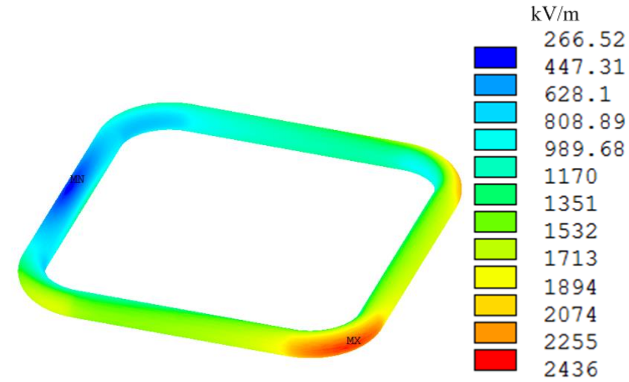
5.8 户外直流场金具设计

400金具均压环

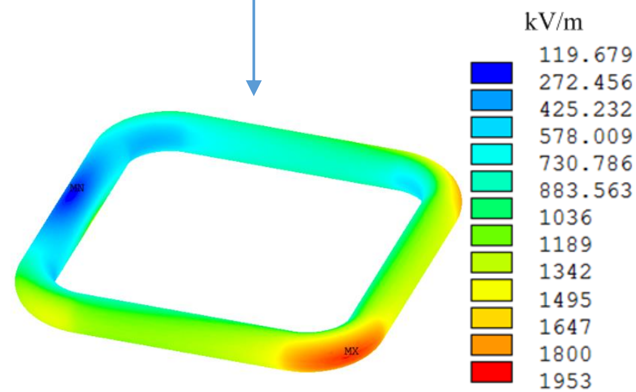


高压回路末端隔离开关均压环

滤波电容器组均压环



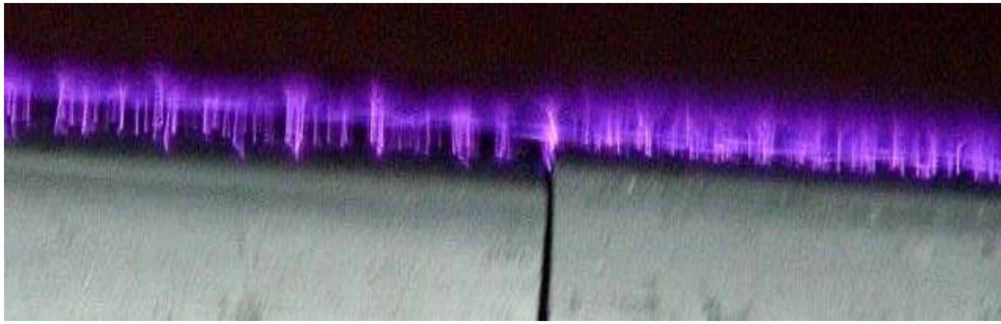
管径60mm（原模型）



管径90mm

5.9 分裂导线减小电晕

分裂导线：每相都用若干根直径较小的平行分导线来替换大直径导线。分裂数超过两根时，这些分导线通常被布置在一个圆的内接正多边形顶点上



导线表面电晕

【思考】

1、为什么分裂导线有助于减小电晕？

2、电介质中的极化电荷，如何计算E？

本章作业

1-1 基本概念
1-2 基本定理
1-4 旋度定理
1-7 旋度定理
1-8 散度定理
1-14 散度定理
1-15 散度定理
1-17 散度定理
1-18 散度定理
1-22 散度定理
1-26 散度定理

2-1 边值问题
2-2 唯一性定理
2-3 镜像法
2-8 多导体电容
2-9 电介质极化
2-10 静电感应
2-12 多导体电容
2-16 电轴法
2-17 电轴法
2-18 平面镜像法
2-19 电轴法

2-21 球面镜像法
2-24 电容器
2-25 电容器
2-28 平面镜像法
2-30 多导体电容
2-35 静电力

- **交作业时间：本章讲授结束**