

作业 15a

提交日期: 2025 年 12 月 30 号

讲义习题七 (第 255-257 页): 26, 27, 28, 29, 30

(26, 28 题参考书上例题 7.3.3. 一般步骤是先找出实对称阵 A 的所有特征值, 因为不同特征值的特征空间相互正交, 只需在每个特征值的特征空间中做 Schmidt 正交化过程找出这个特征空间上的标准正交基. 每个特征空间的标准正交基合併会得到全空间的一组标准正交基. 这组基 (作为列向量) 构成的矩阵便是我们要找的正交阵 T .)

作业 1. 设 $\mathcal{A} : V \rightarrow V$ 为内积空间上的对称变换, $\{u_1, \dots, u_n\}$ 为 V 的一组标准正交基, 且 u_1 为 \mathcal{A} 的特征向量, 证明 u_1 与 $\mathcal{A}(u_2), \dots, \mathcal{A}(u_n)$ 均垂直从而 \mathcal{A} 在基 $\{u_1, \dots, u_n\}$ 下的矩阵形如 $\begin{pmatrix} \lambda & \\ & A' \end{pmatrix}$, 其中 A' 为一个 $n-1$ 阶的实方阵.