

第一次习题课

2025年10月11日 19:16

【1-19】试估算汽车行驶 1 km 轮胎上的橡胶胎面会磨损掉多厚。☆

解 估算汽车轮胎一般在其表面磨损 10 mm 时需要更换,这个估算可能会偏差几倍,但是 1 mm 太小而 100 mm 又太大,都不合适。而普通汽车轮胎的最长行驶路程约为 10^4 km, 所以不难得出汽车行驶 1 km, 轮胎上的橡胶胎面磨损约为 1.0×10^{-3} mm。

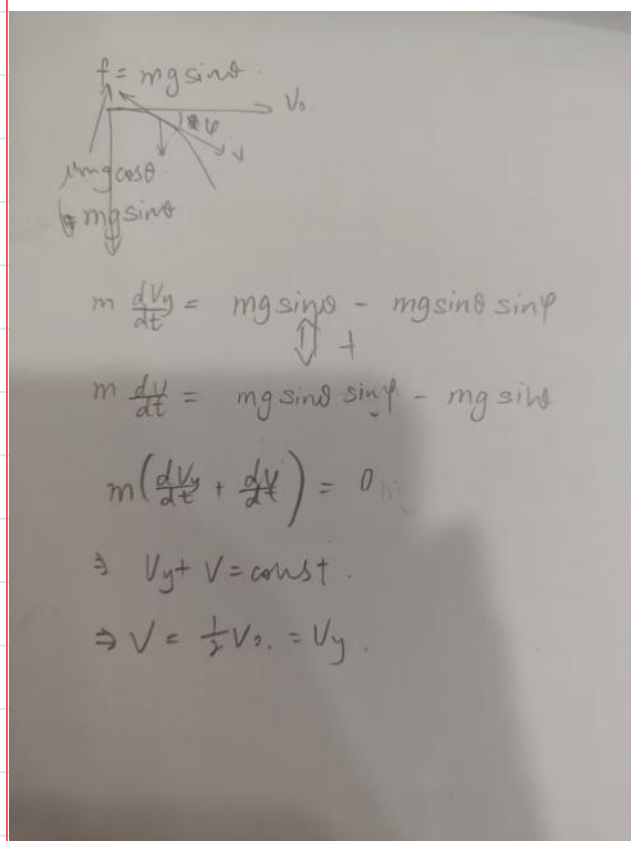
参考答案: 10^{-3} mm/km

橡胶分子间距: 2 nm

轮子直径: 6 nm

$$1000 / (\pi \cdot 0.6) \cdot (\pi \cdot 10^{-9}) \text{ m} = 10^{-6} \text{ m}$$

一个足够大的斜面倾角为 θ , 在其上部有一块物体。物块与斜面之间的摩擦系数为 $\mu = \tan \theta$ 。现在沿着斜面底边平行的水平方向给物块一个初速度 V 。试确定在经过足够长时间之后物块的速度。



【练习 2-17】 A、B、C、D 四个小孩分别站在正方形的四个顶点，以相同的不变速率 v 作追逐游戏，A 追 B、B 追 C、C 追 D、D 追 A，而且每个小孩始终对准自己追逐的目标运动。设在追逐过程中某一时刻，正方形的边长为 l ，如图 2-练 17(a) 所示。求：

- 1) 四个小孩再经过多少时间追到自己的目标；
- 2) 每个小孩自那时起跑了多长路程？
- 3) 每个小孩在那一时刻跑动的加速度多大？

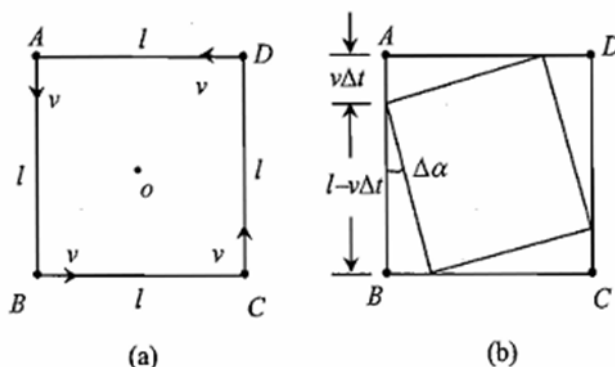


图 2-练 17

分析与解 1) 因为每个小孩在追逐目标过程中，始终处在某个正方形的各个顶点，只是正方形逐渐变小。一旦追到各自的目标，三个小孩必相遇，且处在正方形的中心。

在考察各小孩追逐目标时，容易发现，在依次追逐过程中，追逐速度在指向正方形中心的

37

分速度保持不变，为

$$v \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} v$$

因此，自那一时刻起（即正方形边长为 l 时刻），直至追到目标，需时间 t 为

$$t = \frac{\overline{Ao}}{v \cos 45^\circ} = \frac{\sqrt{2}l/2}{\sqrt{2}v/2} = \frac{l}{v}$$

- 2) 因此，每个小孩跑的路程为

$$S = vt = l$$

- 3) 易知，每个小孩的运动均为匀速率曲线运动。切向加速度为零，法向加速度为

$$a_n = \frac{v^2}{\rho}$$

为此应求出曲线轨迹在那一时刻位置的曲率半径 ρ 。根据

$$\rho = \frac{\Delta S}{\Delta \alpha}$$

以小孩 A 为例，经无限小的时间间隔 Δt ，A 经过无限小路程

$$\Delta S = v \Delta t$$

速度方向有一无限小的改变 $\Delta \alpha$ ，由图 2-练 17(b) 所示，有关系

$$\Delta \alpha = \frac{v \Delta t}{l - v \Delta t} \approx \frac{v}{l} \Delta t$$

$$\rho = \frac{\Delta S}{\Delta \alpha} = \frac{v \Delta t}{v \Delta t / l} = l$$

小孩在此刻的加速度（即法向加速度）大小为

$$a = a_n = \frac{v^2}{\rho} = \frac{v^2}{l}$$

【题9】 圆柱体固定不动,其轴线与水平面垂直.很轻的不可伸长的柔软细线全部缠绕在圆柱体上且在同一水平面内,线末端系一小球,紧贴圆柱体表面.突然给小球一击,使之具有在水平方向并与圆柱体垂直的初速度 v ,于是缠绕的细线开始从圆柱体上解开.设解开过程中细线与圆柱体之间无相对滑动,且重力可略,即小球始终在水平面内运动.

试求:1. 小球的加速度.2. 小球的轨迹方程.

【解】 1. 如力图 1-9-1,设在某时刻 t ,细线已解开的长度为 l ;在 $(t+dt)$ 时刻,细线已解开的长度为 $(l+dl)$.设圆柱半径为 r ,由几何关系及 v 大小不变,有

$$d\varphi = \frac{dl}{r} = \frac{vdt}{l} \quad (1)$$

即

$$l dl = r v dt$$

积分,因初条件为 $t=0$ 时 $l=0$,得

$$l = \sqrt{2rvt} \quad (2)$$

(2)式给出了细线解开的长度 l 随时间 t 的变化.

如力图 1-9-1,

$$\frac{|dv|}{v} = \frac{dl}{r}$$

故加速度大小为

$$a = \frac{|dv|}{dt} = \frac{v dl}{r dt}$$

由(2)式求出,

$$\frac{dl}{dt} = \sqrt{\frac{rv}{2t}}$$

代入上式,得出

$$a = \frac{v\sqrt{v}}{\sqrt{2rt}}$$

a 的方向指向细线与圆柱的切点.加速度 a 实际上是小球瞬时圆周运动的法向加速度.

2. 如力图 1-9-2,取平面直角坐标 Oxy , $t=0$ 时,小球位于 $(r, 0)$,相应的 $\varphi=0$.

在任意时刻 t ,解开的线长为 l ,小球与 O 点的距离为

$$\rho = \sqrt{r^2 + l^2}$$

由(1)、(2)式,

$$d\varphi = \frac{vdt}{l} = \frac{vdt}{\sqrt{2rvt}} = \sqrt{\frac{v}{2r}} \cdot \frac{dt}{\sqrt{t}}$$

积分,得

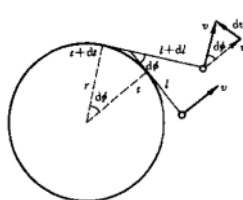
$$\varphi = \sqrt{\frac{2vt}{r}} + C$$

初条件为 $t=0$ 时, $\varphi=0$,故积分常量 $C=0$,代入,得

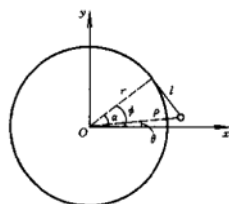
$$\varphi = \sqrt{\frac{2vt}{r}} \quad (3)$$

由(2)、(3)式,得

$$l = r\varphi \quad (4)$$



力图 1-9-1



力图 1-9-2

如力图 1-9-2, $\rho = \sqrt{l^2 + r^2}$, 把(4)式代入, 得

$$\rho = r \sqrt{1 + \varphi^2} \quad (5)$$

如力图 1-9-2, 小球的 x, y 坐标为

$$\begin{cases} x = \rho \cos \theta = \rho \cos(\varphi - \alpha) \\ \quad = \rho(\cos \varphi \cos \alpha + \sin \varphi \sin \alpha) \\ y = \rho \sin \theta = \rho \sin(\varphi - \alpha) \\ \quad = \rho(\sin \varphi \cos \alpha - \cos \varphi \sin \alpha) \end{cases} \quad (6)$$

利用几何关系及(4)、(5)式, 得

$$\begin{cases} \cos \alpha = \frac{r}{\rho} = \frac{1}{\sqrt{1 + \varphi^2}} \\ \sin \alpha = \frac{l}{\rho} = \frac{\varphi}{\sqrt{1 + \varphi^2}} \end{cases}$$

将上式及(5)式代入(6)式, 得

$$\begin{cases} x = r(\cos \varphi + \varphi \sin \varphi) \\ y = r(\sin \varphi - \varphi \cos \varphi) \end{cases} \quad (7)$$

式中 $\varphi = \sqrt{\frac{2vt}{r}}$, 即(3)式、(7)式就是小球的轨迹方程。

【题 13】 如力图 1-13-1, 一条笔直的河流宽度为 d , 河水以恒定的速度 v_0 流动. 小船从河岸的 A 点出发, 为了到达对岸的 O 点, 相对于河水以恒定的速率 v' ($v' > v_0$) 运动, 不论小船驶到何处, 它的运动方向总是指向 O 点. 已知 $\overline{AO} = r_0$, $\angle AOP = \varphi_0$, 试求小船运动的轨迹. 若 O 点刚好在 A 点的对面 (即 $\overline{AO} = d$), 结果又如何?

【解】 如力图 1-13-2, 取极坐标, 原点为 O 点, 极轴 OP . 在任一时刻 t , 小船的位置为 (r, φ) , 小船的速度为 $\mathbf{v} = \mathbf{v}_0 + \mathbf{v}'$, 其中河水流速 \mathbf{v}_0 的大小恒定、方向与极轴平行, 小船相对河水的速度 \mathbf{v}' 的大小恒定、指向 O 点 (即沿径向), 小船的绝对速度 \mathbf{v} 沿小船轨迹的切线方向. 力图 1-13-2 中的 \mathbf{r}^0 和 φ^0 分别是径向和横向的单位矢量. 于是, 小船速度 \mathbf{v} 的径向分量和横向分量为

$$\text{径向分量 } v_r = \dot{r} = -v' + v_0 \cos \varphi$$

$$\text{横向分量 } v_\varphi = r\dot{\varphi} = -v_0 \sin \varphi$$

两式相除, 得

$$\frac{r\dot{\varphi}}{\dot{r}} = \frac{r \frac{d\varphi}{dt}}{\frac{dr}{dt}} = r \frac{d\varphi}{dr} = \frac{-v_0 \sin \varphi}{-v' + v_0 \cos \varphi}$$

分离变量, 得

$$\frac{dr}{r} = \frac{-v' + v_0 \cos \varphi}{-v_0 \sin \varphi} d\varphi = \left(\frac{v'}{v_0 \sin \varphi} - \cot \varphi \right) d\varphi$$

积分,

$$\int \frac{dr}{r} = \frac{v'}{v_0} \int \frac{d\varphi}{\sin \varphi} - \int \cot \varphi d\varphi$$

得

$$\ln r = \frac{v'}{v_0} \ln \tan \frac{\varphi}{2} - \ln \sin \varphi + C$$

初条件为, 在 A 点时 $r = r_0$, $\varphi = \varphi_0$, 代入上式, 积分常量为

$$C = \ln r_0 - \frac{v'}{v_0} \ln \tan \frac{\varphi_0}{2} + \ln \sin \varphi_0$$

由以上两式, 得

$$\ln r - \ln r_0 = \frac{v'}{v_0} \left(\ln \tan \frac{\varphi}{2} - \ln \tan \frac{\varphi_0}{2} \right) + (\ln \sin \varphi_0 - \ln \sin \varphi)$$

即

$$\ln \frac{r}{r_0} = \ln \left[\left(\frac{\tan \frac{\varphi}{2}}{\tan \frac{\varphi_0}{2}} \right)^{\frac{v'}{v_0}} \cdot \frac{\sin \varphi_0}{\sin \varphi} \right]$$

故

$$\frac{r}{r_0} = \left(\frac{\tan \frac{\varphi}{2}}{\tan \frac{\varphi_0}{2}} \right)^{\frac{v'}{v_0}} \cdot \frac{\sin \varphi_0}{\sin \varphi}$$

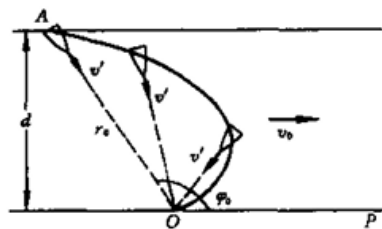
这就是用极坐标表示的小船的轨迹方程.

若 O 点刚好在 A 点的对面, 则

$$\begin{cases} r_0 = d \\ \varphi_0 = \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

小船的轨迹方程为

$$r = \frac{d}{\sin \varphi} \left(\tan \frac{\varphi}{2} \right)^{\frac{v'}{v_0}}$$



【题1】 如力图 2-1-1, 在固定不动的圆柱体上绕有绳索, 绳两端挂大、小两桶, 其质量分别为 $M = 1\,000\text{ kg}$ 和 $m = 10\text{ kg}$. 绳与圆柱体之间的摩擦系数为 $\mu = 0.050$, 绳的质量可以忽略. 试问为使两桶静止不动, 绳至少需绕多少圈.

【解】 如力图 2-1-2, 隔离任意一小段绳子, 它的长度为 $Rd\theta$ (R 是圆柱体的半径), 它与小桶之间的绳索长度为 $R\theta$ (竖直下垂的那段绳索不计在内). 它受到的作用力有, 靠近小桶一侧的张力 T , 靠近大桶一侧的张力 $(T + dT)$, 张力的方向如力图 2-1-2, 都在作用点与圆柱体相切, 支持力 dN 其方向沿径向, 最大静摩擦力 $f = \mu dN$ 其方向与支持力垂直. 因静止, 合力为零, 故有

$$\begin{cases} [(T + dT) + T] \sin \frac{d\theta}{2} = dN \\ (T + dT) \cos \frac{d\theta}{2} = T \cos \frac{d\theta}{2} + \mu dN \end{cases}$$

即

$$\begin{cases} (2T + dT) \sin \frac{d\theta}{2} = dN \\ dT \cos \frac{d\theta}{2} = \mu dN \end{cases}$$

因 $d\theta$ 很小, 有

$$\sin \frac{d\theta}{2} \approx \frac{d\theta}{2}, \quad \cos \frac{d\theta}{2} \approx 1$$

故为

$$\begin{cases} 2T \frac{d\theta}{2} + dT \frac{d\theta}{2} = dN \\ dT = \mu dN \end{cases}$$

忽略高级小量, 得

$$\begin{cases} T d\theta = dN \\ dT = \mu dN \end{cases}$$

消去 dN , 得

$$\frac{dT}{T} = \mu d\theta$$

积分, 得

$$\ln T = \mu\theta + C$$

因 $\theta = 0$ 时, $T = mg$, 故积分常量为

$$C = \ln mg$$

代入, 得

$$T = mg e^{\mu\theta}$$

这就是为使两桶静止, 绳索中张力随 θ 的变化. 与小桶连接处 ($\theta = 0$), 绳的张力最小为 $T_{\min} = mg$; 与大桶连接处, 绳的张力最大应为 $T_{\max} = Mg$. 设绳索共绕 n 圈, 由上式, 得

$$T_{\max} = T_{\min} e^{\mu \cdot 2\pi n}$$

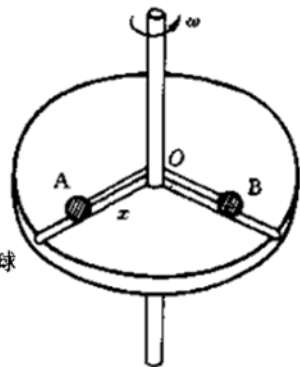
即

$$Mg = mg e^{\mu \cdot 2\pi n}$$

故

$$n = \frac{1}{2\pi\mu} \ln \frac{M}{m} = \frac{\ln 100}{0.1\pi} = 14.7 \text{ 圈} \approx 15 \text{ 圈}$$

【题9】 如图所示,在水平面内有一平台可绕竖直的中心轴以角速度 ω 匀角速旋转. 在平台内沿半径方向开有两个沟槽,质量为 m_A 的小球 A 放置在粗糙的沟槽内,球与槽的摩擦系数为 μ ; 质量为 m_B 的小球 B 放置在另一光滑的沟槽内. 长度为 l 的细线绕过平台的中心轴,其两端与两球相连. 设平台中心轴是半径可略的细轴,且光滑. 球 A 的位置可用它到中心点 O 的距离 x 表示. 试求在稳定情形下 x 的取值范围.



力图 2-9-1

【解】 设 A 球所受静摩擦力 f 的方向为沿半径向外, 设细绳对 A、B 球的拉力均为 T , 对 A、B 球分别运用牛顿第二定律, 有

$$\begin{aligned} T - f &= m_A \omega^2 x \\ T &= m_B \omega^2 (l - x) \end{aligned}$$

解出

$$f = [m_B l - (m_A + m_B)x] \omega^2$$

f 的正负, 标志了静摩擦力的实际方向, 分为以下三种情形.

$$1. \text{ 当 } x < \frac{m_B l}{m_A + m_B} \text{ 时, } [m_B l - (m_A + m_B)x] > 0, \quad f > 0$$

即摩擦力方向为所设的沿半径向外.

$$2. \text{ 当 } x = \frac{m_B l}{m_A + m_B} \text{ 时, } [m_B l - (m_A + m_B)x] = 0, \quad f = 0$$

$$3. \text{ 当 } x > \frac{m_B l}{m_A + m_B} \text{ 时, } [m_B l - (m_A + m_B)x] < 0, \quad f < 0$$

即摩擦力方向与所设相反, 为沿半径向内.

A 球对沟槽的正压力为

$$N = m_A g$$

A 球保持稳定的条件为

$$|f| \leq f_{\max} = \mu N = \mu m_A g$$

即

$$-\mu m_A g \leq f \leq \mu m_A g$$

当 $f > 0$ 时, 应满足的条件是

$$f \leq \mu m_A g$$

将 f 的结果代入, 得

$$[m_B l - (m_A + m_B)x] \omega^2 \leq \mu m_A g$$

解出

$$x \geq \frac{m_B}{m_A + m_B} l - \frac{\mu m_A g}{(m_A + m_B) \omega^2} = x_{\min}$$

x_{\min} 是能维持稳定的 x 的最小值.

当 $f < 0$ 时, 应满足的条件是

$$f \geq -\mu m_A g$$

将 f 的结果代入, 得

$$[m_B l - (m_A + m_B)x] \omega^2 \geq -\mu m_A g$$

解出

$$x \leq \frac{m_B}{m_A + m_B} l + \frac{\mu m_A g}{(m_A + m_B) \omega^2} = x_{\max}$$

x_{\max} 是能维持稳定的 x 的最大值.

总之, A 球的位置 x 需在下述范围内才能维持稳定

$$\frac{m_B l}{m_A + m_B} - \frac{\mu m_A g}{(m_A + m_B) \omega^2} \leq x \leq \frac{m_B l}{m_A + m_B} + \frac{\mu m_A g}{(m_A + m_B) \omega^2}$$

必须指出, 从 x_{\min} 和 x_{\max} 的结果可知, 在任何角速度 ω 下, 总存在某个 x_{\max} , 但为使 x_{\min} 有意义, 即使 $x_{\min} \geq 0$, 角速度 ω 必须满足

$$\omega^2 \geq \frac{\mu m_A g}{m_B l}$$

特别是当 $\omega^2 = \frac{\mu m_A g}{m_B l}$ 时, $x_{\min} = 0$, 当 ω 小于此临界值时, 仍有 $x_{\min} = 0$, 因为当 A 球位于 $x = 0$,

即位于中心点 O 时, 满足 $m_B \omega^2 l < \mu m_A g$, 即细绳拉力小于最大静摩擦力, 能维持稳定.

【题 18】 如力图 2-18-1, 半径为 R 的圆盘与水平面平行, 绕通过盘中心 O 的竖直轴以角速度 ω 匀速旋转. 盘边缘 A 点处的射手相对于圆盘以水平初速 v_0 发射子弹, 目标是直径 AB 的另一端点 B . 设子弹速度远大于盘的转速, 且发射子弹不影响圆盘的角速度, 设空气阻力可忽略. 试问射手应瞄准何方才能击中目标? 从射手看来, 子弹的轨迹如何?

方法二. 因科里奥利力为

$$F_c = 2m\mathbf{v} \times \boldsymbol{\omega}$$

其方向总是与 \mathbf{v} 垂直的, 故子弹在水平面内相对于圆盘作匀速圆周运动, F_c 提供所需的向心力. 由牛顿第二定律, 有

$$2mv_0\omega = m \frac{v_0^2}{r}$$

故圆周半径为

$$r = \frac{v_0}{2\omega}$$

为使轨迹圆通过 B 点, 必须满足几何关系

$$R = r \sin \theta$$

即

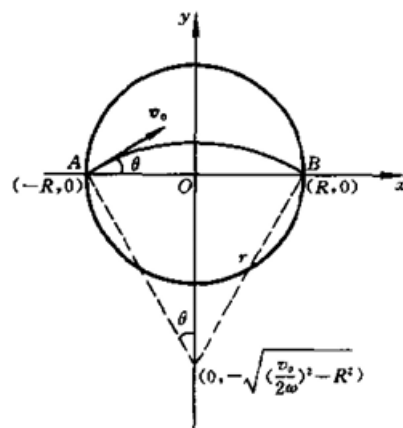
$$\sin \theta = \frac{R}{r} = \frac{2\omega R}{v_0}$$

从力图 2-18-2 中的几何关系不难得出圆心的坐标为

$$\begin{cases} x=0 \\ y = -\sqrt{\left(\frac{v_0}{2\omega}\right)^2 - R^2} \end{cases}$$

圆的方程为

$$x^2 - \left[y + \sqrt{\left(\frac{v_0}{2\omega}\right)^2 - R^2} \right]^2 = \frac{v_0^2}{4\omega^2}$$



力图 2-18-2

【题 20】 1851 年,法国物理学家傅科发现单摆并不在固定的平面内摆动,如果把每次摆动近似看作在一个平面内,并把这个平面称为摆动平面,则摆动平面将以一定角速度作缓慢的顺时针转动(在北半球).这个现象是由地球的自转造成的,这种摆称为傅科摆.试证明傅科摆摆动平面的旋转周期 T' 与摆所在处的纬度 φ 有关,并遵守

$$T' = \frac{T_0}{\sin \varphi}$$

的关系,其中 T_0 为地球自转周期.

【解】 在所设置的 xyz 坐标系中,动力方程(1)式中各矢量的分量形式为

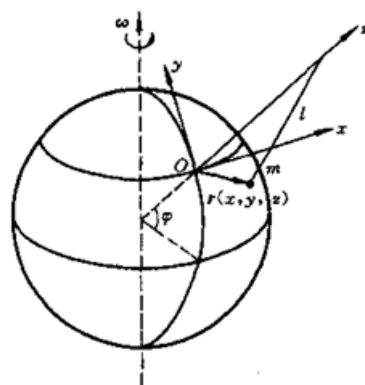
$$\vec{r} = (\ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z})$$

$$\vec{g} = (0, 0, -g)$$

$$\vec{\omega} = (0, \omega \cos \varphi, \omega \sin \varphi)$$

$$\vec{v} = (\dot{x}, \dot{y}, \dot{z})$$

$$\vec{T} = \left(-T \frac{x}{l}, -T \frac{y}{l}, \frac{l-z}{l} \right)$$



力图 2-20-1

摆线拉力 T 的方向余弦为 $\cos \alpha = -\frac{x}{l}$, $\cos \beta = -\frac{y}{l}$, $\cos \gamma = \frac{l-z}{l}$. 动力方程(1)式可写成如下的分量形式

$$\begin{cases} \ddot{x} = -\frac{T}{ml}x - 2\omega(\cos \varphi \cdot \dot{z} - \sin \varphi \cdot \dot{y}) \\ \ddot{y} = -\frac{T}{ml}y - 2\omega \sin \varphi \cdot \dot{x} \\ \ddot{z} = -g + \frac{T}{m}\left(1 - \frac{z}{l}\right) + 2\omega \cos \varphi \cdot \dot{x} \end{cases}$$

若只考虑摆球在 xy 平面内的投影的运动,则有 $z=0, \dot{z}=0, \ddot{z}=0$, 于是上述方程简化为

$$\begin{cases} \ddot{x} = -\frac{T}{ml}x + 2\omega \sin \varphi \cdot \dot{y} \\ \ddot{y} = -\frac{T}{ml}y - 2\omega \sin \varphi \cdot \dot{x} \\ 0 = -g + \frac{T}{m} + 2\omega \cos \varphi \cdot \dot{x} \end{cases}$$

因地球自转角速度 ω 很小,上述第三式可简化为

$$T = mg$$

于是,前两式可简化为

$$\ddot{x} = -\frac{g}{l}x + 2\omega \sin \varphi \cdot \dot{y} \quad (2)$$

$$\ddot{y} = -\frac{g}{l}y - 2\omega \sin \varphi \cdot \dot{x} \quad (3)$$

将(3)式乘虚数 i 并与(2)式相加,得

$$\ddot{x} + i\ddot{y} = -\frac{g}{l}(x + iy) + 2\omega \sin \varphi (\dot{y} - i\dot{x}) \quad (4)$$

引进复数

$$Z = x + iy$$

并令

$$\begin{cases} \omega_0^2 = \frac{g}{l} \\ \omega' = \omega \sin \varphi \end{cases} \quad (5)$$

则方程(4)式可写成

$$\ddot{Z} + \omega_0^2 Z = -2\omega' i(\dot{x} + i\dot{y})$$

或

$$\ddot{Z} + 2\omega' i\dot{Z} + \omega_0^2 Z = 0$$

令

$$\beta = i\omega'$$

则上式变成标准的阻尼振动微分方程的形式,

$$\ddot{Z} + 2\beta\dot{Z} + \omega_0^2 Z = 0$$

其通解为

$$Z = e^{-\beta t}(Ae^{i\omega_0 t} + Be^{-i\omega_0 t}) = e^{-i\omega' t}(Ae^{i\omega_0 t} + Be^{-i\omega_0 t}) \quad (6)$$

如力图 2-20-2, 取坐标系 $Ox'y'$, 它与 Oxy 共面, 并相对 Oxy 以角速度 $-\omega'$ 绕 O 点旋转. 同一复矢量 Z 在两个坐标系中的表示式只差一个幅角 $\omega't$, 即

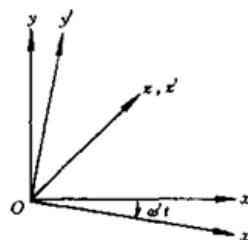
$$Z' = Ze^{i\omega' t}$$

或

$$Z = Z'e^{-i\omega' t}$$

将上式与(6)式比较, 得到摆球在转动坐标系 $Ox'y'$ 中的解为

$$\begin{aligned} Z' &= Ae^{i\omega_0 t} + Be^{-i\omega_0 t} \\ &= (A\cos\omega_0 t + B\cos\omega_0 t) + i(A\sin\omega_0 t - B\sin\omega_0 t) \\ &= (A+B)\cos\omega_0 t + i(A-B)\sin\omega_0 t \\ &= a\cos\omega_0 t + ib\sin\omega_0 t \\ &= x' + iy' \end{aligned}$$



力图 2-20-2

最后得出摆球在转动坐标系 $Ox'y'$ 中的运动方程为

$$\begin{cases} x' = a\cos\omega_0 t \\ y' = b\sin\omega_0 t \end{cases}$$

式中

$$\begin{cases} a = A + B \\ b = A - B \end{cases}$$

这是很扁的椭圆方程.

由此可见, 从地球上的观察者看来, 摆球相对 $Ox'y'$ 作固定的椭圆运动, 而 $Ox'y'$ 又相对观察者以角速度 ω' 顺时针旋转 (北半球). 如果定义椭圆长轴为摆动平面, 则摆动平面将相对观察者以角速度 ω' 旋转. 旋转周期为

$$T' = \frac{2\pi}{\omega'}$$

由(5)式

$$T' = \frac{2\pi}{\omega \sin \varphi} = \frac{T_0}{\sin \varphi}$$

式中

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega}$$

为地球自转周期.

在地球两极, $\varphi = \frac{\pi}{2}$, $\sin \varphi = 1$, $T' = T_0$, 即摆平面的旋转周期与地球的自转周期相同; 在赤道, $\varphi = 0$, $\sin \varphi = 0$, $T' \rightarrow \infty$, 即摆动平面不旋转, 这是因为摆球在南半球和北半球之间摆动, 科里奥利力的影响互相抵消了. 北京的纬度约为 40° , 在北京, 傅科摆的摆动平面约经 37 小时 20 分旋转一周.