

Engineering MATH

MASTER PROGRAMME '26

বাস্তব সংখ্যা ও অসমতা - লেকচার ১ -

MATHS with
MAHIR ASIF

ইলেক্ট্রন নম্বর
01571474789

1

MATHS with
MAHIR ASIF

সংখ্যার প্রেরণিক্ষয় (Classification of Numbers)

Engineering
MATH

$$\text{জটিল সংখ্যা } \mathbb{C} \Rightarrow x + iy$$

বাস্তব সংখ্যা \mathbb{R}

অবাস্তব সংখ্যা
 $C - R$

মূলদ সংখ্যা \mathbb{Q}

অমূলদ সংখ্যা \mathbb{Q}'
 $3\sqrt{5}, 5^{-\frac{1}{3}}$

পূর্ণ সংখ্যা \mathbb{Z}

ভগ্নাংশ \mathbb{Z}'

ধনাঘাতক

অ ধনাঘাতক

ধনাঘাতক (বাস্তবিক সংখ্যা) \mathbb{N}

ভগ্ন

মৌলিক সংখ্যা

মৌলিক সংখ্যা

একক সংখ্যা

{1}



$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C}$

বাস্তব সংখ্যা ও অসমতা (উচ্চতর গণিত ছাত্তীয় মত)

3

১। শাস্তাবিক সংখ্যা: $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\}$ (1 থেকে শুরু করে $+ \infty$ পর্যন্ত সকল পূর্ণসংখ্যা)

২। পূর্ণসংখ্যা: $\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$ (- ∞ থেকে শুরু করে $+ \infty$ পর্যন্ত সকল পূর্ণসংখ্যা)
 $= \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots\}$

৩। মূলদ সংখ্যা: $\mathbb{Q} = \{x: x = \frac{p}{q}; p, q \in \mathbb{Z} \text{ এবং } q \neq 0\}$ যেমন: $\frac{11}{3}, \frac{7}{3}, 6 = \frac{18}{3}$ ইত্যাদি।
অর্থাৎ, সকল পূর্ণ সংখ্যা, ভগ্নাংশ, সৌম দশমিক ভগাক্ষে, পৌনঃপুনিক অসৌম দশমিক ভগাক্ষে \mathbb{Q} সেটের অন্তর্ভুক্ত।

$$7 = \frac{21}{3}, \frac{7}{2}, \frac{79}{10} = 7.9, \frac{1}{3} = 0.333\dots$$

~~271395654~~

বাস্তব সংখ্যা ও অসমতা (উচ্চতর গণিত ছাত্তীয় মত)

4

MATHS with
MAHIR ASIF

Engineering
MATH

Q. $P = \{x: 0 \leq x \leq 1, x \in \mathbb{N}\}$ সেটটি উপাদান সংখ্যা -

- (ক) 1
(গ) অসংখ্য

- (খ) 2
(ঘ) 0

$$P = \left\{ x : 0 \leq x \leq 1, x \in \mathbb{N} \right\} \\ = \{ \textcircled{0}, \textcircled{1} \}$$

বাস্তব সংখ্যা ও অসমতা (উচ্চতর গণিত ছাত্তীয় মত) Ans: ক

5

Q. $P = \{x: 0 \leq x \leq 1, x \in \mathbb{Z}\}$ সেটটি উপাদান সংখ্যা -

- (ক) 1
(গ) অসংখ্য

- (খ) 2
(ঘ) 0

$$0 \leq x \leq 1$$

বাস্তব সংখ্যা ও অসমতা (উচ্চতর গণিত ছাত্তীয় মত)

বাস্তব সংখ্যা ও অসমতা (উচ্চতর গণিত ছাত্তীয় মত)

6

MATHS with
MAHIR ASIF

Engineering
MATH

Q. $P = \{x: 0 \leq x \leq 1, x \in \mathbb{R}\}$ সেটটি উপাদান সংখ্যা -

- (ক) 1
(গ) অসংখ্য

- (খ) 2
(ঘ) 0

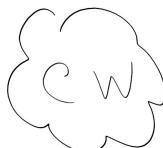
বাস্তব সংখ্যা ও অসমতা (উচ্চতর গণিত ছাত্তীয় মত)

7

Q. $P = \{x: 0 \leq x \leq 1, x \in \mathbb{Q}\}$ সেটটি উপাদান সংখ্যা -

- (ক) 1
(গ) অসংখ্য

- (খ) 2
(ঘ) 0



বাস্তব সংখ্যা ও অসমতা (উচ্চতর গণিত ছাত্তীয় মত)

8

Q. মূলদ সংখ্যা কোনটি?

- (ক) e
 ✓ (গ) $\left(\frac{2}{11}\right)$

- (খ) $\sqrt{2}$
 (ঘ) π

বাস্তব সংখ্যা ও অসমতা (উচ্চতর গণিত ছেটীয় পত্র)

Ans: গ

9

8। অমূলদ সংখ্যাঃ Q' = যে সকল সংখ্যাকে $\frac{p}{q}$ (দুইটি পূর্ণ সংখ্যার অনুপাত) আকারে প্রকাশ করা যায় না।
যেমন: $\sqrt{2}, \sqrt{5}, \pi$ ইত্যাদি।

MCQ //

সকল মৌলিক সংখ্যার n তম মূল ($\sqrt[2]{2}, \sqrt[3]{3}, \dots$) পৈনঃপুনিক নয় এমন অসীম দশমিক ভূমাখ ইত্যাদি Q' সেটের অন্তর্ভুক্ত।

৫। তুরীয় সংখ্যা (Transcendental numbers): যে সকল সংখ্যা মূলদ সহগ বিলিষ্ট কোন বহুপদী সমীকরণের মূল হতে পারে না।

যেমন: $\pi, e, \pi + e, \pi - e, \pi * e, e^2, e^\pi, 2\sqrt{2}, \ln 2$, Liouville numbers ইত্যাদি। তুরীয় সংখ্যাও Q' সেটের অন্তর্ভুক্ত।MCQ
৫। বাস্তব সংখ্যাঃ $R = Q \cup Q'$ আবার, $Q \cap Q' = \emptyset$ N.B.: উপসেট: $N \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset C$ MCQ

বাস্তব সংখ্যা ও অসমতা (উচ্চতর গণিত ছেটীয় পত্র)

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$(a, b, c \in \mathbb{Q})$$

X

10

Q. কোন সংখ্যাটি অমূলদ?

- X (ক) $\frac{11}{6}$
 ✓ (গ) 0.202002

- X (খ) -3.3
 X (ঘ) 1.121212

$$= 1.12$$



বাস্তব সংখ্যা ও অসমতা (উচ্চতর গণিত ছেটীয় পত্র)

Ans: গ

11

Q. নিম্নের তথ্যগুলো লক্ষ্য কর -

- i. দুইটি পূর্ণ সংখ্যার অনুপাত হিসেবে যে সমস্ত সংখ্যা প্রকাশ করা যায়, তাকে মূলদ সংখ্যা বলে।
 - ii. দুইটি পূর্ণ সংখ্যার অনুপাত হিসেবে যে সমস্ত সংখ্যা প্রকাশ করা যায় না, তাকে মূলদ সংখ্যা বলে।
 - iii. দুইটি পূর্ণ সংখ্যার অনুপাত হিসেবে যে সমস্ত সংখ্যা প্রকাশ করা যায় না, তাকে অমূলদ সংখ্যা বলে।
- নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i, ii
 (গ) ii, iii
- (খ) i, iii
 (ঘ) i, ii, iii

বাস্তব সংখ্যা ও অসমতা (উচ্চতর গণিত ছেটীয় পত্র)

Ans: গ

13

Q. $1, 3 - 2, \frac{1}{2}, \frac{3}{5}, \sqrt{7}, 0$ ইত্যাদি প্রত্যেকটি নিম্নের কোন ধরণের সংখ্যা?

- (ক) বাস্তব সংখ্যা
 (গ) মৌলিক সংখ্যা
- (খ) যৌগিক সংখ্যা
 (ঘ) পূর্ণ সংখ্যা



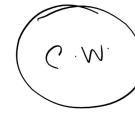
বাস্তব সংখ্যা ও অসমতা (উচ্চতর গণিত ছেটীয় পত্র)

Ans: ক

15

Q. কোনটি অমূলদ সংখ্যা নয়?

- (ক) 0.101001000100001 (খ) 0.10110110110101
 (গ) π (ঘ) $\sqrt{11}$



বাস্তব সংখ্যা ও অসমতা (উচ্চতর গণিত ছেটীয় পত্র)

Ans: খ

12

৬। মৌলিক সংখ্যার সেট (Set of prime numbers):

1 এর ঢেয়ে বড় যে সমস্ত বাজাবিক সংখ্যা 1 এবং এ সংখ্যা বাতীত অন্য সংখ্যা দ্বারা বিভাজ্য নয়। ইহাকে \mathbb{P} দ্বারা প্রকাশ করা হয়। যেমন: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, ..., ..., ..., ইত্যাদি।

৭। যৌগিক সংখ্যা বা কম্পোজিট সংখ্যা (Composite number):

এক ব্যতিক্রম ক্ষেত্রে যে সংখ্যাগুলি মৌলিক নয় তাদেরকে কম্পোজিট সংখ্যা বলে।

যেমন: 4, 6, 8, 9, 10, ..., ইত্যাদি। কিন্তু 1 মৌলিক বা যৌগিক কোনটিই নয়।

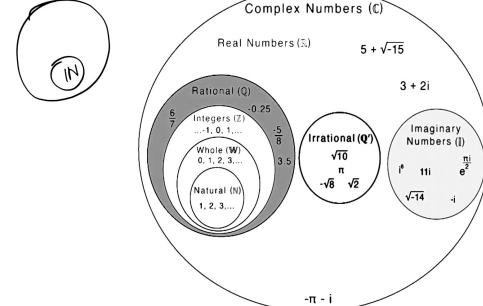
৮। একক সংখ্যা (Unit number): কেবল 1

বাস্তব সংখ্যা ও অসমতা (উচ্চতর গণিত ছেটীয় পত্র)

14

Number Sets

Venn Diagram



বাস্তব সংখ্যা ও অসমতা (উচ্চতর গণিত ছেটীয় পত্র)

16

Q. $n \in \mathbb{N}$ এবং $y = 2^n$ হলে, নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) $y \in N$
 $\rightarrow \text{সত্য} \quad y \in (Z \cap N)$
- (খ) $y \in Z$
 $\rightarrow \text{সমস্তলো।}$

$= N$

$$y = 2^n : 2^1, 2^2, 2^3, 2^4, \dots$$

$$2, 4, 8, 16, \dots$$

বাস্তব সংখ্যা ও অসমতা (উচ্চতর গণিত ছাত্তীয় পত্র)

Ans: ঘ

17

(i) আবদ্ধতা বিধি:

$a, b \in R$ হলে $a + b, a - b, ab, \frac{a}{b} \in R [b \neq 0]$
(অর্থাৎ কোন একটি বাস্তব সংখ্যার সাথে আরেকটি বাস্তবসংখ্যা যোগ, বিয়োগ, গুণ, ভাগ করা।)

(ii) বিনিময় বিধি:

$a, b, c \in R$ হলে $a + b = b + a$ এবং $ab = ba$ $5 - 2 \neq 2 - 5 \quad \frac{10}{2} \neq \frac{2}{10}$

(iii) সংযোজন বিধি:

$a, b, c \in R$ হলে $(a + b) + c = a + (b + c)$ এবং $(ab)c = a(bc)$

(iv) ব্রেন্টন বিধি:

$a, b, c \in R$ হলে $a(b + c) = ab + ac$ এবং $(a + b)c = ac + bc$

(v) অভেদক বিধি:

যোগের অভেদক: $a + 0 = 0 + a = a$
গুণের অভেদক: $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$

বাস্তব সংখ্যা ও অসমতা (উচ্চতর গণিত ছাত্তীয় পত্র)

18

(vi) বিপরীতক বিধি:

$$\begin{aligned} \text{যোগের বিপরীতক: } & (a) + (-a) = (-a) + a = 0 \\ \text{গুণের বিপরীতক: } & (a \cdot a^{-1}) = a^1 \cdot a = 1 \end{aligned}$$

$$5 \Rightarrow -5$$

(vii) অনন্যতা বিধি:

(শুইট সমীকরণের বামপক্ষ ও ডানপক্ষ যোগ, বিয়োগ, গুণ, ভাগ করা।)

যেমন: $x = y \dots (1)$ $a = b \dots (2)$
 $x + a = y + b$ (যোগের অনন্যতা) এবং
 $xa = yb$ (গুণের অনন্যতা)

বাস্তব সংখ্যা ও অসমতা (উচ্চতর গণিত ছাত্তীয় পত্র)

17

Q. 1 অপেক্ষা ক্ষমতার সকল ধনায়াক সেটে আবক্ষ কোন ক্ষেপে?

(ক) যোজন সাপেক্ষে (খ) ভাগ সাপেক্ষে

(গ) বিয়োগ সাপেক্ষে (ঘ) গুণ সাপেক্ষে

$$0 < x < 1$$

$$+ : 0.9 + 0.9 = 1.8$$

$$- : 0.9 - 0.1 = 0.8$$

$$x : 0.1 - 0.9 = -0.8$$

$$\times : 0.9 \times 0.9 = 0.81$$

$$\div : \frac{0.9}{0.1} = 9$$

বাস্তব সংখ্যা ও অসমতা (উচ্চতর গণিত ছাত্তীয় পত্র)

20

Q. নিচের কোন সেটটি বিয়োগ প্রক্রিয়ায় আবদ্ধ নয়?

- (ক) R (খ) Z
(গ) N (ঘ) Q



বাস্তব সংখ্যা ও অসমতা (উচ্চতর গণিত ছাত্তীয় পত্র)

Ans: গ

21

Q. 0 কে বলা যায় -

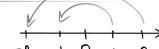
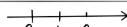
- (ক) যোগায়ক অভেদক
(গ) কোনোটি নয়
- (খ) যোগায়ক বিপরীতক
(ঘ) গুণায়ক অভেদক

অসমতার মৌলিক স্বীকার্য

$a, b, c \in R$

(1) যদি $a < b$ এবং $b < c$ হয় \Rightarrow তবে $a < c$

উদাহরণ: $2 < 5$ এবং $5 < 9 \Rightarrow 2 < 9$



(2) যদি $a < b$ হয় \Rightarrow তবে $a + c < b + c$ এবং $a - c < b - c$

উদাহরণ: $3 < 7 \Rightarrow 3 + 4 < 7 + 4$ এবং $3 - 2 < 7 - 2$



(3) যদি $a < b$ এবং $c > 0$ হয় \Rightarrow তবে $ac < bc$

উদাহরণ: $2 < 5$, $c = 3 \Rightarrow 6 < 15$

(4) যদি $a < b$ এবং $c < 0$ হয় \Rightarrow তবে $ac > bc$ (চিহ্ন উল্লেখ যায়) $\forall a < b \Rightarrow ac > bc$

উদাহরণ: $2 < 5$, $c = -3 \Rightarrow -6 > -15$

(5) যদি $a < b$ এবং $c < d$ হয় \Rightarrow তবে $a + c < b + d$

উদাহরণ: $2 < 5$, $1 < 4 \Rightarrow 3 < 9$

$$a < b \Rightarrow \frac{1}{a} > \frac{1}{b}$$

(6) যদি $ab > 0$ এবং $a < b$ হয় \Rightarrow তবে $1/a > 1/b$ (শুধু তখনই সত্য যখন a, b দুটোই ধনায়ক বা দুটোই ঋণায়ক)

উদাহরণ: $2 < 5 \Rightarrow 1/2 > 1/5$

বাস্তব সংখ্যা ও অসমতা (উচ্চতর গণিত ছাত্তীয় পত্র)

21

Q. $a \leq b$ হলে কোনটি সর্বদাই সত্য?

- (ক) $-a \leq -b$ (খ) $3 - a \leq 3 - b$
(গ) $a - 3 \leq b - 3$ (ঘ) $a^2 \leq ab$

$$a \leq b$$

$$a^2 \leq ab ; a \neq 0 ?$$

$$-a \geq -b$$

$$3 - a \geq 3 - b$$

বাস্তব সংখ্যা ও অসমতা (উচ্চতর গণিত ছাত্তীয় পত্র)

22

23

24

Q. $a \in R, b \in R, ab > 0$ এবং $abc^2 < 0$ হলে, নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) $c > 0$ (খ) $c^2 \in R$
 (গ) $c < 0$ ✓ (ঝ) $c \notin R$

$$\begin{aligned} a & b > 0 \\ a & b | c^2 | 0 \end{aligned} \rightarrow c^2 \Rightarrow (+) \text{ve}$$

∴ c কাল্পনিক

বাস্তব সংখ্যা ও অসমতা (উচ্চতর গণিত দ্বিতীয় পত্র)

Ans: খ

25

Q. $p > q > 1$ হলে $\frac{1}{p-q}, \frac{1}{\sqrt{p-q}}, \frac{1}{\sqrt{p}-\sqrt{q}}$ শাখি তিনির মধ্যে ব্রহ্ম রাশিটি হবে

- (ক) $\frac{1}{p-q}$ (খ) $\frac{1}{\sqrt{p}+\sqrt{q}}$
 (গ) $\frac{1}{\sqrt{p}-\sqrt{q}}$ (ঝ) $\sqrt{p} + \sqrt{q}$



$$2x + 3 > x - 5$$

$$2x - x > -3 - 5$$

$$-8 < x < \infty$$

$$x \in (-8, \infty)$$



বাস্তব সংখ্যা ও অসমতা (উচ্চতর গণিত দ্বিতীয় পত্র)

Ans: গ

অসমতার সমাধানঃ T-1: বেসিক

Q. $\frac{2x-1}{3} \geq \frac{3x-2}{4} - \frac{2-x}{5}$ অসমতার সমাধান সেট হবে-

- (ক) $(0, 2)$ (খ) $(0, 2]$
 ✓ (গ) $(-\infty, 2]$ (ঝ) $[2, \infty)$

$$\frac{2x-1}{3} \geq \frac{3x-2}{4} - \frac{2-x}{5}$$

$$40x - 20 \geq 45x - 30 - (24 - 12x)$$

$$34 \geq 17x$$

$$2 \geq x$$

বাস্তব সংখ্যা ও অসমতা (উচ্চতর গণিত দ্বিতীয় পত্র)

Ans: গ

29

Q. যদি $\log_3(2x+1) < \log_3 5$ হয়, তবে x এর মানের পরিসর হবে

- ✓ (ক) $(-\frac{1}{2}, 0)$ ✗ (খ) $[-\frac{1}{2}, 2)$ X
 ✓ (গ) $[1, 2)$ ✗ (ঝ) $(2, 3)$

$$\log_a(x) \Rightarrow x > 0$$

$$2x+1 > 0$$

$$2x > -1$$

$$x > -\frac{1}{2}$$

$$2x+1 < 5$$

$$2x < 4$$

$$x < 2$$

$$x \in (-\frac{1}{2}, 2)$$

$$\log_a b < \log_a c$$

$$b < c$$

বাস্তব সংখ্যা ও অসমতা (উচ্চতর গণিত দ্বিতীয় পত্র)

31

$$Q. \sqrt{\frac{3x+1}{(3+x)(5-x)}} + 5 \leq 3$$

সমাধান দেখি ?

$$\sqrt{a} + 5 \leq 3$$

$$\sqrt{a} \leq 3 - 5$$

$$\sqrt{a} \leq -2$$

∴ ফলে যুক্তি নেই

বাস্তব সংখ্যা ও অসমতা (উচ্চতর গণিত দ্বিতীয় পত্র)

26

অসমতার ব্যবধি

• $(a, b) = [a, b] = \{x \in R : a < x < b\}$ (মুক্ত ব্যবধি)

• $[a, b] = \{x \in R : a \leq x \leq b\}$ (বন্ধ ব্যবধি)

• $(a, b] = [a, b) = \{x \in R : a < x \leq b\}$

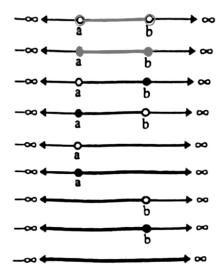
• $[a, \infty) = [a, \infty[= \{x \in R : a \leq x < \infty\}$

• $[\bar{a}, \infty) = [a, \infty[= \{x \in R : a \leq x < \infty\}$

• $(-\infty, b] =]-\infty, b[= \{x \in R : -\infty < x < b\}$

• $(-\infty, \bar{b}] =]-\infty, b] = \{x \in R : -\infty < x \leq b\}$

• $(-\infty, \infty) =]-\infty, \infty[= \{x \in R : -\infty < x < \infty\}$



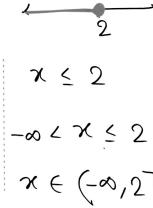
বাস্তব সংখ্যা ও অসমতা (উচ্চতর গণিত দ্বিতীয় পত্র)

28

অসমতার সমাধানঃ T-1: বেসিক

Q. $\frac{2x-1}{3} \geq \frac{3x-2}{4} - \frac{2-x}{5}$ অসমতার সমাধান সেট হবে-

- (ক) $(0, 2)$ (খ) $(0, 2]$
 ✓ (গ) $(-\infty, 2]$ (ঝ) $[2, \infty)$



বাস্তব সংখ্যা ও অসমতা (উচ্চতর গণিত দ্বিতীয় পত্র)

Ans: গ



Q. যদি $\log_3(2x+1) < \log_3 5$ হয়, তবে x এর মানের পরিসর হবে

- X (ক) $(-\frac{1}{2}, 0)$ ✓ (খ) $[-\frac{1}{2}, 2)$ X
 X (গ) $[1, 2)$ ✗ (ঝ) $(2, 3)$

$$\log_a(x) \Rightarrow x > 0$$

$$2x+1 > 0$$

$$2x > -1$$

$$x > -\frac{1}{2}$$

$$x \in (-\frac{1}{2}, 2)$$

$$\log_3(2x+1) < \log_3 5 \quad \log_b b < \log_c c$$

$$2x+1 < 5$$

$$2x < 4$$

$$x < 2$$

$$x \in (-\frac{1}{2}, 2)$$

বাস্তব সংখ্যা ও অসমতা (উচ্চতর গণিত দ্বিতীয় পত্র)

30

Q. যদি $\log_3(2x+1) < \log_3 5$ হয়, তবে x এর মানের পরিসর হবে

- ✓ (ক) $(-\frac{1}{2}, 0)$ ✗ (খ) $[-\frac{1}{2}, 2)$ X
 ✓ (গ) $[1, 2)$ ✗ (ঝ) $(2, 3)$

$$\log_a(x) \Rightarrow x > 0$$

$$2x+1 > 0$$

$$2x > -1$$

$$x > -\frac{1}{2}$$

$$2x+1 < 5$$

$$2x < 4$$

$$x < 2$$

$$x \in (-\frac{1}{2}, 2)$$

$$\log_a b < \log_a c$$

$$b < c$$

বাস্তব সংখ্যা ও অসমতা (উচ্চতর গণিত দ্বিতীয় পত্র)

31

Q. সমাধান কর $\sqrt{3x^2 + 6x + 12} + \sqrt{5x^2 + 10x + 9} \leq 4 - 2x - x^2$

$$\sqrt{3x^2 + 6x + 12}$$

$$\sqrt{3(x+1)^2 + 9} \geq 3 - (i)$$

$$\sqrt{5(x+1)^2 + 9} \geq 5 - (ii)$$

$$\sqrt{5(x+1)^2 + 4} \geq 2 - (iii)$$

$$4 - 2x - x^2 \leq 5$$

$$(i) + (ii) \Rightarrow$$

$$\sqrt{3(x+1)^2 + 9} + \sqrt{5(x+1)^2 + 9} \geq 5$$

$$RHS = -(x^2 + 2x + 1) + 5$$

$$= -(x+1)^2 + 5 \leq 5$$

$$\text{LHS} \leq 5$$

বাস্তব সংখ্যা ও অসমতা (উচ্চতর গণিত দ্বিতীয় পত্র)

Ans: $x = -1$

32

Q. সমাধান কর $\sqrt{3x^2 + 8x + 12} + \sqrt{5x^2 + 10x + 9} \leq 4 - 2x - x^2$

$$LHS \geq 5$$

$$LHS \leq RHS$$

$$RHS \leq 5$$

$$5+ \leq 5- \quad \times$$

$$LHS = RHS = 5$$

$$\Rightarrow -(x+1)^2 + 5 = 5$$

$$\Rightarrow x+1 = 0$$

$$\Rightarrow x = -1$$

//

বাস্তব সংখ্যা ও অসমতা (উক্ততর গণিত দ্বিতীয় পত্র)

Ans: $x = -1$

33

অসমতার সমাধানঃ T-2: রাশি $\geq \leq 0$

আসুন, টেপ শিখি...

Step 1: উৎপাদকে বিশ্লেষণ

Step 2: উৎপাদককে 0 ধরে সংখ্যারেখায় ছেদবিন্দু সেট

Step 3: প্রশ্নে ভাগাংশ থাকলেও Interval Testing

প্রশ্নে ভাগাংশ না থাকলেও:

≤ 0 : Interval এর ভিতরে

≥ 0 : Interval এর বাইরে

Step 4: ছেদবিন্দু Include: Close ব্যবধি

ছেদবিন্দু Exclude: Open ব্যবধি

বাস্তব সংখ্যা ও অসমতা (উক্ততর গণিত দ্বিতীয় পত্র)

34

অসমতার সমাধানঃ T-2: রাশি $\geq \leq 0$

Q. $5x - x^2 - 6 > 0$ এর সমাধান কোনটি?

<input checked="" type="checkbox"/> (ক) $2 < x < 3$ <input type="checkbox"/> (গ) $5 < x < 6$	<input type="checkbox"/> (খ) $-2 < x < 3$ <input type="checkbox"/> (ঘ) $0 \leq x \leq 1$
---	---

$$-x^2 + 5x - 6 > 0 \quad \rightarrow$$

$$x^2 - 5x + 6 < 0 \quad \begin{matrix} 2 & & 3 \end{matrix}$$

$$(x-2)(x-3) < 0$$

$$x \in (2, 3)$$

বাস্তব সংখ্যা ও অসমতা (উক্ততর গণিত দ্বিতীয় পত্র)

Ans: ক

35

Q. $x^2 + 6x - 27 > 0$ এবং $3x - x^2 + 4 > 0$ হলে কোনটি সত্ত্ব?

<input checked="" type="checkbox"/> (ক) $3 < x < 4$ <input type="checkbox"/> (গ) $5 < x < 6$	<input type="checkbox"/> (খ) $0 < x < 6$ <input type="checkbox"/> (ঘ) $-3 < x < 4$
---	---

$$(x-3)(x+9) > 0 \quad \begin{matrix} -9 & & 3 \end{matrix}$$

$$(x-4)(x+1) < 0 \quad \begin{matrix} -1 & & 3 & 4 \end{matrix}$$

$$3 < x < 4$$

বাস্তব সংখ্যা ও অসমতা (উক্ততর গণিত দ্বিতীয় পত্র)

Ans: ক

36

Q. যদি $x \in R, (\log_{10}(100)x)^2 + (\log_{10}10x)^2 + \log_{10}x \leq 14$ সমীকরণকে সিঙ্ক করে তবে x এর মানের পরিসর হবে [Advance]

<input type="checkbox"/> (ক) $(1, 11]$ <input type="checkbox"/> (গ) $(10^{-\frac{9}{2}}, \infty)$	<input checked="" type="checkbox"/> (খ) $[10^{-\frac{9}{2}}, 10]$ <input type="checkbox"/> (ঘ) $(-\infty, 0)$
--	--

$$(\log_{10}100 + \log_{10}x)^2 + (\log_{10}10 + \log_{10}x)^2 + \log_{10}x \leq 14 \quad \rightarrow$$

$$(2 + \log_{10}x)^2 + (1 + \log_{10}x)^2 + \log_{10}x \leq 14$$

$$4 + 4a + a^2 + 1 + 2a + a^2 + a \leq 14$$

$$2a^2 + 7a - 9 \leq 0$$

$$4 + 4a + a^2 + 1 + 2a + a^2 + a \leq 14$$

$$2a^2 + 7a - 9 \leq 0$$

$$(a-1)(a+\frac{9}{2}) \leq 0$$

$$-\frac{9}{2} \leq a \leq 1$$

$$-\frac{9}{2} \leq \log_{10}x \leq 1$$

$$10^{-\frac{9}{2}} \leq x \leq 10^1$$

বাস্তব সংখ্যা ও অসমতা (উক্ততর গণিত দ্বিতীয় পত্র)

37

★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★

Q. যদি $x \in R, (\log_{10}(100)x)^2 + (\log_{10}10x)^2 + \log_{10}x \leq 14$ সমীকরণকে সিঙ্ক করে তবে x এর মানের পরিসর হবে [Advance]

<input type="checkbox"/> (ক) $(1, 11]$ <input type="checkbox"/> (গ) $(10^{-\frac{9}{2}}, \infty)$	<input checked="" type="checkbox"/> (খ) $[10^{-\frac{9}{2}}, 10]$ <input type="checkbox"/> (ঘ) $(-\infty, 0)$
--	--

$$(\log_{10}100 + \log_{10}x)^2 + (\log_{10}10 + \log_{10}x)^2 + \log_{10}x \leq 14 \quad \rightarrow$$

$$(2 + \log_{10}x)^2 + (1 + \log_{10}x)^2 + \log_{10}x \leq 14$$

$$4 + 4a + a^2 + 1 + 2a + a^2 + a \leq 14$$

$$2a^2 + 7a - 9 \leq 0$$

$$4 + 4a + a^2 + 1 + 2a + a^2 + a \leq 14$$

$$2a^2 + 7a - 9 \leq 0$$

$$(a-1)(a+\frac{9}{2}) \leq 0$$

$$-\frac{9}{2} \leq a \leq 1$$

$$-\frac{9}{2} \leq \log_{10}x \leq 1$$

$$10^{-\frac{9}{2}} \leq x \leq 10^1$$

বাস্তব সংখ্যা ও অসমতা (উক্ততর গণিত দ্বিতীয় পত্র)

38

Q. $\sin^2 x + \cos x - 1 \leq 0 \quad (0 \leq x \leq 2\pi)$

$$1 - \cos^2 x + \cos x - 1 \leq 0$$

$$\cos^2 x - \cos x \geq 0$$

$$\cos x (\cos x - 1) \geq 0$$

$$a(a-1) \geq 0$$

$$\begin{matrix} 0 & 1 \end{matrix}$$

$$\cos x \leq 0, \cos x \geq 1 \rightarrow \cos x \neq 1$$

$$\cos x = 0, \cos x < 0 \rightarrow \cos x = 1$$

$$x = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$$

$$\frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2}$$

$$\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$$

বাস্তব সংখ্যা ও অসমতা (উক্ততর গণিত দ্বিতীয় পত্র)

Ans: $0, 2\pi$ অথবা $\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$

39

অসমতার সমাধানঃ T-2: রাশি $\geq \leq 0$

আসুন, টেপ শিখি...

Step 1: উৎপাদকে বিশ্লেষণ

Step 2: উৎপাদককে 0 ধরে সংখ্যারেখায় ছেদবিন্দু সেট

Step 3: প্রশ্নে ভাগাংশ থাকলেও Interval Testing

প্রশ্নে ভাগাংশ না থাকলেও:

≤ 0 : Interval এর ভিতরে

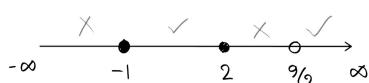
≥ 0 : Interval এর বাইরে

Step 4: ছেদবিন্দু Include: Close ব্যবধি

ছেদবিন্দু Exclude: Open ব্যবধি

বাস্তব সংখ্যা ও অসমতা (উক্ততর গণিত দ্বিতীয় পত্র)

40

Q. समाधान करः $\frac{(x-2)(x+1)}{2x-9} \geq 0$ 

$$(-\infty, -1] : \frac{(-)(-)}{(-)} < 0$$

$$[2, \frac{9}{2}) : > 0$$

$$[-1, 2] : \frac{(-)(+)}{(-)} > 0$$

$$\left(\frac{9}{2}, \infty\right) : < 0$$

वास्तव संख्या ओ असमता (उक्ततर गणित हितीय पत्र) Ans: $-\frac{1}{3} < x < 3$

41

$$Q. \frac{3x-2}{2x-1} > 1 \quad [\text{JUST } 18-19]$$

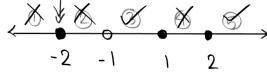


वास्तव संख्या ओ असमता (उक्ततर गणित हितीय पत्र)

43

 $-2, 2, 1, -1$ Q. समाधान करः $\frac{(x+2)^2(x^2-3x+2)}{(x+1)} \geq 0$

$$\frac{(x+2)^2(x-2)(x-1)}{x+1} \geq 0$$



$$\textcircled{1} \frac{(+)(-)(-)}{(-)} < 0 \quad x$$

$$\textcircled{2} \frac{(+)(-)(-)}{(-)} < 0$$

वास्तव संख्या ओ असमता (उक्ततर गणित हितीय पत्र)

Ans: $(-1, 1] \cup [2, \infty) \cup \{-2\}$

45

Q. समाधान करः $\frac{1}{x+1} \geq \frac{3}{x-2}$

~~$$\frac{x+1}{1} \leq \frac{x-2}{3}$$~~

~~$$3x+3 \leq x-2$$~~

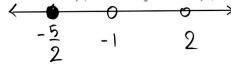
~~$$2x \leq -5$$~~

~~$$x \leq -\frac{5}{2}$$~~

$$\frac{1}{x+1} - \frac{3}{x-2} \geq 0$$

$$\frac{x-2-3x-3}{(x+1)(x-2)} \geq 0$$

$$\frac{-(2x+5)}{(x+1)(x-2)} \geq 0$$

- $\frac{5}{2}, -1, 2$ 

$$\left(-\infty, -\frac{5}{2}\right] \cup (-1, 2)$$

वास्तव संख्या ओ असमता (उक्ततर गणित हितीय पत्र) Ans: $(-\infty, -\frac{5}{2}] \cup (-1, 2)$

42

$$Q. \frac{x+4}{x+3} > \frac{x-6}{x-7} : \text{KUET } 17-18$$

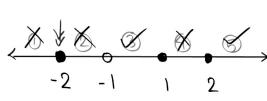


वास्तव संख्या ओ असमता (उक्ततर गणित हितीय पत्र)

44

 $-2, 2, 1, -1$ Q. समाधान करः $\frac{(x+2)^2(x^2-3x+2)}{(x+1)} \geq 0$

$$\frac{(x+2)^2(x-2)(x-1)}{x+1} \geq 0$$



$$\textcircled{3} \frac{(+)(-)(-)}{(+)} > 0$$

$$\textcircled{4} \frac{(+)(-)(+)}{(+)} < 0$$

$$\textcircled{5} \frac{(+)(+)(+)}{(+)} > 0$$

$$(-1, 1] \cup [2, \infty) \cup \{-2\}$$

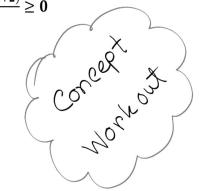
वास्तव संख्या ओ असमता (उक्ततर गणित हितीय पत्र)

Ans: $(-1, 1] \cup [2, \infty) \cup \{-2\}$ Q. समाधान करः $\frac{(x-1)^2(x^2-5x+6)}{x+7} \leq 0$

$$Q. \frac{(x-1)^2(x^2-5x+6)}{x+7} \leq 0$$

$$Q. \frac{(x-1)^2(x^2-5x+6)}{x+7} \geq 0$$

$$Q. \frac{(x+5)^2(x+1)^3(x-2)^5}{(x-1)^4} \leq 0$$



वास्तव संख्या ओ असमता (उक्ततर गणित हितीय पत्र)

Ans: $(-1, 1) \cup [2, \infty) \cup \{-2\}$

46