

诚信应考,考试作弊将带来严重后果!

华南理工大学期末考试

《信号与系统》试卷A答案

- 注意事项: 1. 考前请将密封线内各项信息填写清楚;
2. 所有答案请直接答在试卷上(或答题纸上);
3. 考试形式: 闭卷;
4. 本试卷共 五 大题, 满分 100 分, 考试时间 120 分钟。

题号	一	二	三	四	五	总分
得分						
评卷人						

一、 填空题(共 20 分, 每小题 2 分)

1、 $x(t) = 3\cos\left(4t + \frac{\pi}{3}\right)$ 是 (选填: 是或不是) 周期信号, 若是, 其基波周期 $T = \underline{\pi/2}$ 。

2、 $x[n] = \cos\left(\frac{n}{4}\pi + \frac{\pi}{6}\right)$ 是 (选填: 是或不是) 周期信号, 若是, 基波周期 $N = \underline{8}$ 。

3、 信号 $x(t) = \cos(2\pi t) + \sin(3t)$ 的傅里叶变换 $X(j\omega) = \underline{\pi[\delta(\omega - 2\pi) + \delta(\omega + 2\pi)] - j\pi[\delta(\omega - 3) + \delta(\omega + 3)]}$ 。

4、 一离散 LTI 系统的阶跃响应 $s[n] = \delta[n] + 2\delta[n-1]$, 该系统的单位脉冲响应 $h[n] = \underline{\delta[n] + \delta[n-1] - 2\delta[n-2]}$ 。

5、 一连续 LTI 系统的输入 $x(t)$ 与输出 $y(t)$ 有如下关系: $y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-(t-\tau+2)} x(\tau) d\tau$, 该系统的单位冲激响应 $h(t) = \underline{e^{-(t+2)}}$ 。

6、 一信号 $x(t) = 3e^{-4t}u(t+2)$, $X(j\omega)$ 是该信号的傅里叶变换, 求 $\int_{-\infty}^{+\infty} X(j\omega) d\omega = \underline{6\pi}$ 。

7、 周期性方波 $x(t)$ 如下图所示, 它的二次谐波频率 $\omega_2 = \underline{\frac{4\pi}{T}}$ 。

6、一个系统与其逆系统级联构成一恒等系统，则该恒等系统是全通系统。(√)

7、离散时间系统 S，其输入为 $x[n]$ ，输出为 $y[n]$ ，输入-输出关系为： $y[n] = nx[n]$
 则该系统是 LTI 系统。(×)

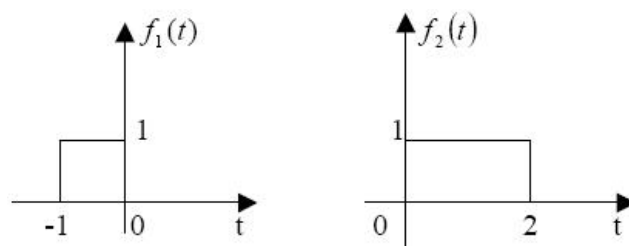
8、序列信号 $x[n] = 2^{-n}u(n-1)$ 的单边 Z 变换等于 $\frac{1}{2z-1}$ 。(√)

9、如果 $x[n]$ 的傅立叶变换是 $X(e^{j\omega}) = j\sin(\omega)\cos(5\omega)$ ，则 $x[n]$ 是实、奇信号。
 (√)

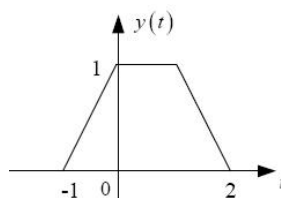
10、若 $x(t) = \sum_{k=-100}^{100} \cos(k\pi) e^{jk\frac{2\pi}{50}t}$ ，则它的傅立叶级数系数为实、奇函数。(×)

三、 计算或简答题(共 40 分，每小题 8 分)

1、 $f_1(t)$ 与 $f_2(t)$ 波形如下图所示，试利用卷积的性质，画出 $f_1(t) * f_2(t)$ 的波形。

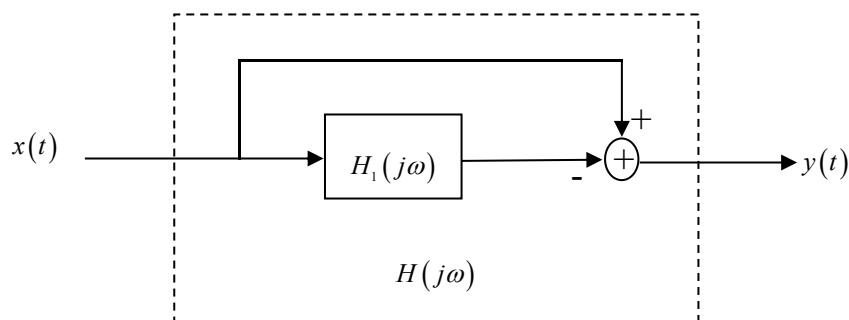


解：



2、如下图所示系统，如果 $H_1(j\omega)$ 是截止频率为 ω_{hp} 、相位为零相位的高通滤波器，

求该系统的系统函数 $H(j\omega)$ ， $H(j\omega)$ 是什么性质的滤波器？



解:

$$\begin{aligned}y(t) &= x(t) - x(t) * h_1(t) \\Y(j\omega) &= X(j\omega) - X(j\omega)H_1(j\omega) \\H(j\omega) &= \frac{Y(j\omega)}{X(j\omega)} = 1 - H_1(j\omega) \\&\text{低通滤波器。}\end{aligned}$$

- 3、设 $x(t)$ 为一带限信号，其截止频率 $\omega_m = 8 \text{ rad/s}$ 。现对 $x(4t)$ 采样，求不发生混迭时的最大间隔 T_{\max}

解:

$$\begin{aligned}&\text{设 } x(t) \text{ 的傅立叶变换为 } X(j\omega) \\&\text{则 } x(4t) \text{ 的傅立叶变换为 } X(j\omega) = \frac{1}{4} X\left(\frac{j\omega}{4}\right), \\&\therefore x(4t) \text{ 的截止频率 } \omega_m = 32 \text{ rad/s}, \\&\therefore 2\pi \frac{1}{T_{\max}} = 64, \quad T_{\max} = \frac{\pi}{32} \text{ s},\end{aligned}$$

- 4、系统函数为 $H(s) = \frac{s-1}{(s+3)(s-2)}$ 的系统是否稳定，请说明理由？

解: 该系统由 2 个极点， $s_1 = -3$ 和 $s_2 = 2$ ，

- 1) 当系统的 ROC: $\sigma < -3$ 时，ROC 不包括 $j\omega$ 轴， \therefore 系统是不稳定的。
- 2) 当系统的 ROC: $\sigma > 2$ 时，ROC 不包括 $j\omega$ 轴， \therefore 系统是不稳定的。
- 3) 当系统的 ROC: $-3 < \sigma < 2$ 时，ROC 包括 $j\omega$ 轴， \therefore 系统是稳定的。

- 5、已知一个因果离散 LTI 系统的系统函数 $H(z) = \frac{5z+1}{2z+1}$ ，其逆系统也是因果的，其逆系统是否稳定？并说明理由。

$$\text{解: 逆系统的系统函数为 } G(Z) = \frac{1}{H(Z)} = \frac{2z+1}{5z+1},$$

$$G(Z) \text{ 有一极点 } z = -\frac{1}{5},$$

\therefore 逆系统是因果的，

$$\therefore G(Z) \text{ 的 ROC: } |z| > \frac{1}{5}, \text{ 包含单位圆,}$$

\therefore 逆系统是稳定的。

- 四、(10 分) 关于一个拉普拉斯变换为 $X(s)$ 的实信号 $x(t)$ 给出下列 5 个条件: (1) $X(s)$ 只有两个极点。(2) $X(s)$ 在有限 S 平面没有零点。(3) $X(s)$ 有一个极点在 $s = -1 + j$ 。

(4) $e^{2t}x(t)$ 是绝对可积的。(5)、 $X(0)=2$ 。试确定 $X(s)$ 并给出它的收敛域。

解:

设 $X(s)$ 的两个极点为 s_1 和 s_2 ,

根据条件 (1)、(2), 可设 $X(s) = \frac{A}{(s-s_1)(s-s_2)}$, A 为常数;

$\because x(t)$ 是实信号;

$\therefore s_1$ 和 s_2 是共轭复数, $s_1 = -1+j$, $s_2 = -1-j$;

$$\therefore X(0) = \frac{A}{(1-j)(1+j)} = 2, \quad A=4;$$

$$\therefore X(s) = \frac{4}{(s+1-j)(s+1+j)}$$

由条件 (4) 可知: $X(s)$ 的 ROC: $\sigma > -1$.

五、(10分) 一个LTI因果系统, 由下列差分方程描述:

$$y(n+2) - \frac{3}{4}y(n+1) + \frac{1}{8}y(n) = e(n+2) + \frac{1}{3}e(n+1)$$

(1) 求系统函数 $H(z)$, 并绘出其极零图。

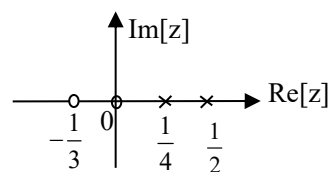
(2) 判断系统是否稳定, 并求 $h(n)$ 。

解:

(1) 对差分方程两边做Z变换

$$z^2 Y(z) - \frac{3}{4}zY(z) + \frac{1}{8}Y(z) = z^2 E(z) + \frac{1}{3}zE(z)$$

$$H(z) = \frac{Y(z)}{E(z)} = \frac{z^2 + \frac{1}{3}z}{z^2 - \frac{3}{4}z + \frac{1}{8}}, \quad |z| > \frac{1}{2}.$$



$$(2) \quad H(z) = \frac{\frac{10}{3}z}{z - \frac{1}{2}} - \frac{\frac{7}{3}z}{z - \frac{1}{4}}$$

因为 $H(z)$ 的极点均在单位圆内, 且收敛域包含单位圆, 所以

系统稳定。

$$h[n] = \left[\frac{10}{3} \left(\frac{1}{2} \right)^n - \frac{7}{3} \left(\frac{1}{4} \right)^n \right] u(n)$$