姓名________ 学号 ☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐ 学院________ 专业________ 座位号________

（密封线内不答题）

密……封……线

诚信应考,考试作弊将带来严重后果！

华南理工大学期末考试

《 信号与系统 》试卷 A

注意事项：1. 考前请将密封线内各项信息填写清楚；

2. 所有答案请直接答在试卷上(或答题纸上)；

3．考试形式：闭卷；

4. 本试卷共 五 大题，满分 100 分， 考试时间 120 分钟。

题 号	一	二	三	四	五	总分
得 分						
评卷人						

一、　　填空题(共 32 分，每小题 4 分)

1、考虑信号 $x(t)=\cos\omega_0 t$，其基波频率为 ω_0。信号 $f(t)=x(-t)$ 的付立叶级数系数是（ A 　）

(A) $a_1=a_{-1}=\frac{1}{2}, a_k=0, k为其它$

(B) $a_1=a_{-1}=\frac{1}{2j}, a_k=0, k为其它$

(C) $a_1=\frac{1}{2}, a_{-1}=-\frac{1}{2}, a_k=0, k为其它$

(D) $a_1=\frac{1}{2j}, a_{-1}=-\frac{1}{2j}, a_k=0, k为其它$

2、设信号 $f(t)$ 的傅立叶变换为 $F(j\omega)$，则信号 $(1-2t)f(1-2t)$ 的傅里叶变换是（ A ）

(A) $-j\frac{d}{d\omega}[F(-j\frac{\omega}{2})]\cdot e^{-j\frac{\omega}{2}}$ 　　(B) $\frac{j}{2}\frac{d}{d\omega}[F(-j\frac{\omega}{2})]e^{-j\frac{\omega}{2}}+\frac{1}{4}F(-j\frac{\omega}{2})e^{-j\frac{\omega}{2}}$

(C) $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\omega}[\mathrm{F}(\mathrm{j}\frac{\omega}{2})]\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{\omega}{2}}$ 　　(D) $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\omega}[\mathrm{F}(\mathrm{j}\frac{\omega}{2})]$

3、已知信号 $\omega(t)=x_1(t)\ x_2(t)$，用一周期为 T 的均匀冲激串对其采样，样本记为 $\omega_p(t)$。$x_1(t)$ 带限于 ω_1，$x_2(t)$ 带限于 ω_2，即

$$X_1(j\omega)=0, |\omega| \ge \omega_1$$
$$X_2(j\omega)=0, |\omega| \ge \omega_2$$ ，

要使 $\omega(t)$ 通过利用某一理想低通滤波器能从 $\omega_p(t)$ 中恢复出来，最大的采样间隔 T 为

（　　D　）。

(A) $\dfrac{2\pi}{\omega_1+\omega_2}$　　(B) $\dfrac{2\pi}{\omega_1}$　　(C) $\dfrac{2\pi}{\omega_2}$　　(D) $\dfrac{\pi}{\omega_1+\omega_2}$

4、已知 $X(s)=\dfrac{1}{s+a}[1-e^{-(s+a)T}]$，其逆变换式 $x(t)$ 为（ A ）。

(A) $e^{-at}[u(t)-u(t-T)]$　　(B) $e^{-at}[u(t)-u(t+T)]$

(C) $e^{-at}u(t)$　　(D) $e^{at}[u(t)+u(t-T)]$

5、已知一因果离散序列 $x[n]$ 的 Z 变换为 X(z)= $\dfrac{5z^{-2}+2}{z^{-2}+3z^{-1}+1}$，则 $x[0]$=(A);

（A）2　　(B)5　　(C)0　　(D)1/2

6、下列说法正确的是（ B ）

（A）　累加器 $y(n)=\sum_{k=-\infty}^{n}x(k)$ 是无记忆系统

（B）　LTI $h(t)=e^{-4t}u(t-2)$ 是因果系统

（C）　$y(t)=\sin[x(t)]+x(t-2)$ 是线性系统

（D）　$y(t)=tx(t)$ 是稳定系统

7、已知一离散 LTI 系统的脉冲响应 h[n]=δ[n]+2δ[n-1]-3δ[n-2]，则该系统的单位阶跃响应 S[n]等于（C ）

(A)　δ[n]+δ[n-1]-5δ[n-2]+ 3δ[n-3]

(B)　δ[n]

(C)　δ[n]+3δ[n-1]

(D)　δ[n]+δ[n-1]-2δ[n-2]

8 信号 $x[n]=\cos(\dfrac{\pi}{2}n)+e^{j\frac{4\pi}{5}n}$，其基波周期为（A ）

（A）　20s

（B）　10s

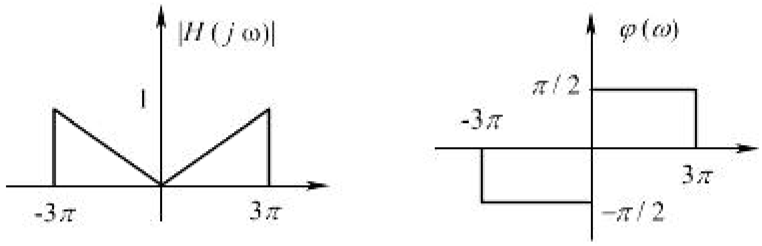
（C）　30s

（D）　5s

二、　　填空题（共 20 分，每小题 4 分）

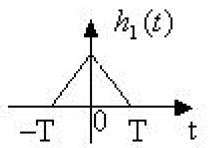
1、信号失真的类型有（ 幅度失真、相位失真、频率失真 ）。

2、一个称为低通微分器的连续时间滤波器的频率响应如图所示，输入信号 $x(t)=\cos(2\pi t+\varphi)+\cos(4\pi t+\varphi)$ 时滤波器的输出 y(t) 为（ $\cos(2\pi t+\varphi)$ ）。



3、一信号 $x(t)$ 用一采样周期 T 经过一个零阶保持的处理产生一个信号 $x_0(t)$，设 $x_1(t)$ 是在的 $x(t)$ 样本上经过一阶保持处理的结果，即 $x_1(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}x(nT)h_1(t-nT)$

其中 $h_1(t)$ 是下图所示的函数。请给出一个滤波器的频率响应，该滤波器当输入为 $x_0(t)$ 时，产生的输出为 $x_1(t)$。该滤波器的频率响应为（ $\frac{2\sin(\omega T/2)}{\omega T}e^{j\frac{\omega T}{2}}$ ）。



4、 已知系统函数 $H_1(z)$、$H_2(z)$，

$$H_1(z)=\frac{z}{z-a}\qquad |z|>a\qquad 0<a<1$$

$$H_2(z)=\frac{z}{z+a}\qquad |z|>a\qquad 0<a<1$$

满足 $h_2[n]=g[n]h_1[n]$ 的序列 $g[n]$ 为（ $g[n]=e^{jn\pi}=(-1)^n$ ）。

5、离散 LTI 系统单位脉冲响应为：$h[n]=(\frac{1}{2})^n u(n)$，输入 $x[n]=\cos\frac{\pi}{2}n$，则系统响应 $y[n]$ 为（ $\frac{e^{-j\frac{\pi}{2}n}}{2-j}+\frac{e^{j\frac{\pi}{2}n}}{2+j}$ ）。

三、　　简单计算题（共 30 分，每小题 10 分）

1、若某线性时不变系统的冲激响应为 $h[n]$，系统函数为 $H(z)$，且已知

(1) $h[n]$ 是实序列

(2) $h[n]$ 是右边序列

(3) $\lim_{z\to\infty} H(z) = 3/2$

(4) $H(z)$ 在原点 $z=0$ 有一个二阶零点

(5) $H(z)$ 有 2 个极点，其中 1 个位于 $|z| = 1/2$ 园周上的某个非实数位置

(6) 当系统的激励为 $x[n] = (-1)^n u[n]$ 时，系统稳态响应等于

$$y_{ss}[n] = 2\cdot(-1)^n u[n]$$

试确定该系统的系统函数，并用几何确定法粗率画出它的傅立叶变换的模特性，并判断系统稳定性。

解：由条件（1）可知，如果 $h[n]$ 实序列，则 $H(z)$ 的零极点将共轭成对出现。

知道了零极点的共轭性后，我们再利用题给的 z 域条件写出 $H(z)$ 的函数形式。

由题给的条件 4 和条件 5 可知，$H(z)$ 在 $z=0$ 有一个二阶零点，而两个极点中有一个位于 $|z| = 1/2$ 园周上的某个非实数位置，这样，我们可以将该极点设为 $z_1 = \frac{1}{2}\cdot e^{j\Omega_0}$，这里，$\Omega_0$ 为待定参数。再从极点的共轭性可知，另一个极点为 $z_1 = \frac{1}{2}\cdot e^{j-\Omega_0}$。利用这些零极点分布信息，可将系统函数表示为

$$H(z) = \frac{Az^2}{(z-\frac{1}{2}e^{j\Omega_0})(z-\frac{1}{2}e^{-j\Omega_0})} \qquad |z| > \frac{1}{2}$$

————————（3 分）

式中，收敛域 $|z| > \frac{1}{2}$，是因为题中第 2 个条件给出序列 $h[n]$ 是一个右边序列。

由系统函数的表达式可知，在系统函数中还有两个参数 A 和 Ω_0 需要确定。

利用条件 3 和系统函数式可求得

$$\lim_{z\to\infty} H(z) = A = 3/2$$

从系统函数的定义可知，当激励为 $x[n] = (-1)^n u[n]$ 时，系统的稳态响应等于 $y_{ss}[n] = H(-1)\cdot(-1)^n u[n]$。对照条件 6 可知 $H(-1) = 2$。

将 $A=3/2$、$H(-1)=2$，代入上面的系统函数式可得

$$H(-1)=\left.\frac{\frac{3}{2}\cdot z^2}{(z-\frac{1}{2}e^{j\Omega_0})(z-\frac{1}{2}e^{-j\Omega_0})}\right|_{z=-1}=\frac{\frac{3}{2}}{(1+\frac{1}{2}e^{j\Omega_0})(1+\frac{1}{2}e^{-j\Omega_0})}=2$$

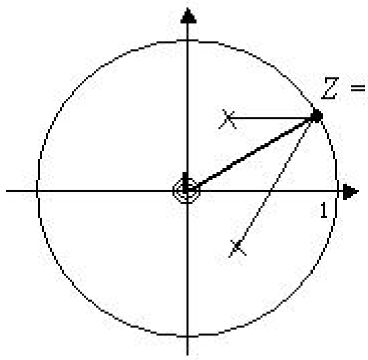
从此式可以求得 $\Omega_0=2\pi/3$。这样，最后求得的系统函数为

$$H(z)=\frac{\frac{3}{2}z^2}{(z-\frac{1}{2}e^{j2\pi/3})(z-\frac{1}{2}e^{-j2\pi/3})}\quad |z|>\frac{1}{2}$$

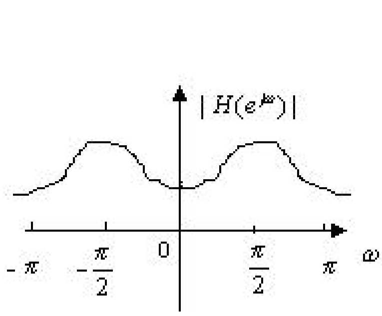
$$=\frac{\frac{3}{2}z^2}{z^2+\frac{1}{2}z+\frac{1}{4}}\quad |z|>\frac{1}{2}$$

————————（5 分）

由 H(Z)可知，它有两个零点在 Z=0，由两个极点在：$Z_! =\frac{1}{2}e^{j\frac{\pi}{3}}$，$Z_2=\frac{1}{2}e^{-j\frac{\pi}{3}}$。零极点图：



由几何求值法可得，当 $Z=e^{j\omega}$ 时，$H(Z)=H(e^{j\omega})$。随着 $\omega:0\to 2\pi$，可以得出零点向量与极点向量的比值关系，即下图：$\omega=0,H(e^{j\omega})=\frac{6}{7}$；$\omega=\frac{\pi}{2},H(e^{j\omega})=\frac{6\sqrt{13}}{13}$，$\omega=\pi,H(e^{j\omega})$ 最小。



————————（9 分）

由于收敛域包含单位圆（或 $H(e^{j\omega})$ 存在），故系统稳定。 ————————（10 分）

2、已知一离散时间系统的冲激响应为

$$h[n]=(\frac{1}{2})^{n}\{u[n]+u[n-1]\}$$

(1) 求系统的差分方程

(2) 画出系统框图

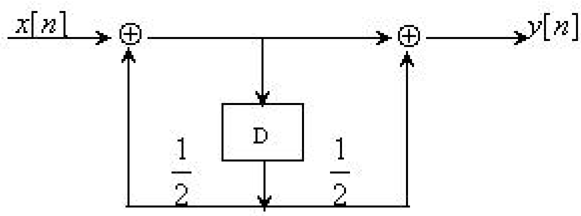
解：(1)（5 分）

$$h[n]=(\frac{1}{2})^{n}u[n]+\frac{1}{2}(\frac{1}{2})^{n-1}u[n-1]$$

$$H(e^{j\omega})=\frac{1}{1-\frac{1}{2}e^{-j\omega}}+\frac{1}{2}\frac{1}{1-\frac{1}{2}e^{-j\omega}}e^{-j\omega}=\frac{1+\frac{1}{2}e^{-j\omega}}{1-\frac{1}{2}e^{-j\omega}}$$

$$y[n]-\frac{1}{2}y[n-1]=x[n]+\frac{1}{2}x[n-1]$$

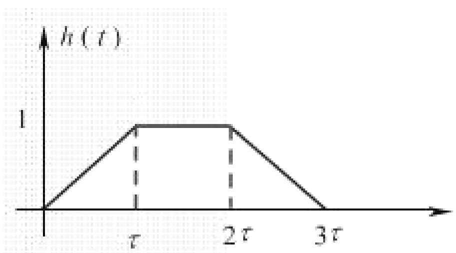
(2)（5 分）



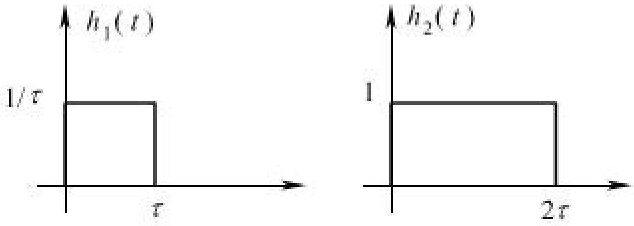
3、若线性时不变系统的冲激响应如图所示，

(1) 试确定该系统的幅频特性和相频特性。

(2) 若系统的激励信号为 $x(t)=\sin\frac{\pi}{2\tau}t+\sin\frac{\pi}{\tau}t$ ，求输出响应 $y(t)$ ，并说明响应是否有失真。



解：(1)（5 分）图中的梯形脉冲 $h(t)$ 可以看作是下图中两个矩形脉冲的卷积，



可以求得矩形脉冲 $h_1(t)$ 和 $h_2(t)$ 的傅里叶变换分别为

$$H_1(j\omega)=\mathrm{Sa}(\frac{\omega\tau}{2})\cdot e^{-j\frac{\omega\tau}{2}}$$

$$H_2(j\omega)=2\tau\cdot\mathrm{Sa}(\omega\tau)\cdot e^{-j\omega\tau}$$

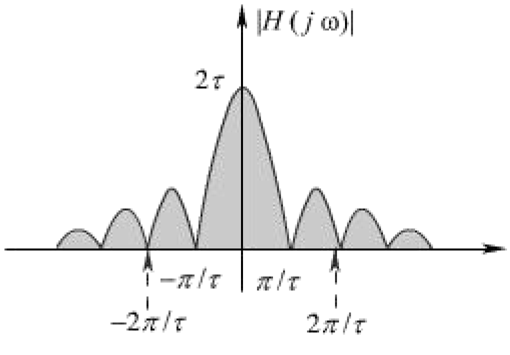
于是，利用卷积定理可求得系统的频率响应

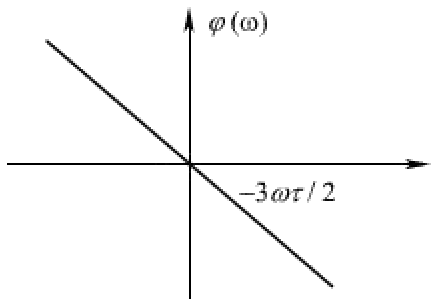
$$\begin{aligned}\boldsymbol{H}(\boldsymbol{j}\omega)&=\boldsymbol{H}_1(\boldsymbol{j}\omega)\cdot\boldsymbol{H}_2(\boldsymbol{j}\omega)\\&=2\tau\cdot\mathrm{Sa}(\frac{\omega\tau}{2})\cdot\mathrm{Sa}(\omega\tau)\cdot\boldsymbol{e}^{-j\frac{3\omega\tau}{2}}\end{aligned}$$

由此可知系统的幅频特性和相频特性分别为

$$\left|\boldsymbol{H}(\boldsymbol{j}\omega)\right|=\left|2\tau\cdot\mathrm{Sa}(\frac{\omega\tau}{2})\cdot\mathrm{Sa}(\omega\tau)\right|$$

$$\varphi(\omega)=\boldsymbol{e}^{-j\frac{3\omega\tau}{2}}$$





（2）（5 分）由于激励信号 $\boldsymbol{x}(\boldsymbol{t})=\sin\frac{\pi}{2\tau}\boldsymbol{t}+\sin\frac{\pi}{\tau}\boldsymbol{t}$ 中只有两个频率分量，一个为 $\pi/2\tau$，一个为 π/τ。

由图 B 4.3 中的频响曲线可以看到，当频率 $\omega=\pi/\tau$ 时，$H(j\omega)=0$ ，故此时的系统响应仅是对 $\omega=\pi/2\tau$ 的频率分量进行加权并附加一个相移，而在此频率上，系统的频率响应为

$$
\begin{aligned}
H(j\omega)\Big|_{\omega=\pi/2\tau} &= 2\tau\cdot \mathrm{Sa}(\frac{\omega\tau}{2})\cdot \mathrm{Sa}(\omega\tau)\cdot e^{-j\frac{3\omega\tau}{2}}\Big|_{\omega=\pi/2\tau} \\
&= 2\tau\cdot \mathrm{Sa}(\frac{\pi}{4})\cdot \mathrm{Sa}(\frac{\pi}{2})\cdot e^{-j3\pi/4} \\
&= \frac{8\sqrt{2}\cdot\tau}{\pi^2}\cdot e^{-j3\pi/4}
\end{aligned}
$$

由于在正弦信号激励下，系统响应是一个和激励信号同频率的正弦信号，仅有幅度加权和附加相移，故可求得系统响应为

$$y(t)=\frac{8\sqrt{2}\cdot\tau}{\pi^2}\sin(\frac{\pi}{2\tau}t-\frac{3\pi}{4})$$

相对于激励信号而言，响应中少了一个频率分量，故响应有失真。

四、　　综合题（共 18 分，每小题 18 分）

已知 $h(t)=\dfrac{\sin 100\pi t}{\pi t}$ 是一个理想低通滤波器的单位冲激响应，设计一个系统，

（1）将 h(t)变成一个截止频率为 100 π 的理想高通滤波器，分析并画出系统的示意框图。

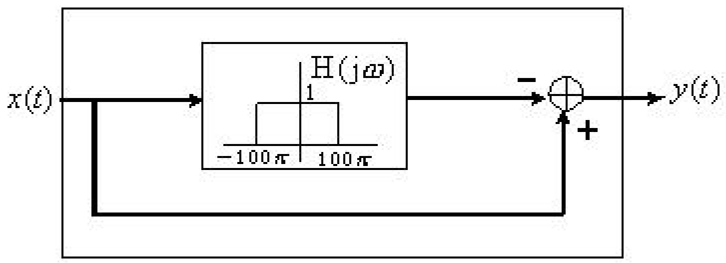
（2）将 h(t)变成一个

$$H_{bp}(j\omega)=\begin{cases}1, & -1100\pi\leqslant\omega\leqslant-900\pi\\ 1, & 900\pi\leqslant\omega\leqslant1100\pi\\ 0, & 其余\end{cases},$$

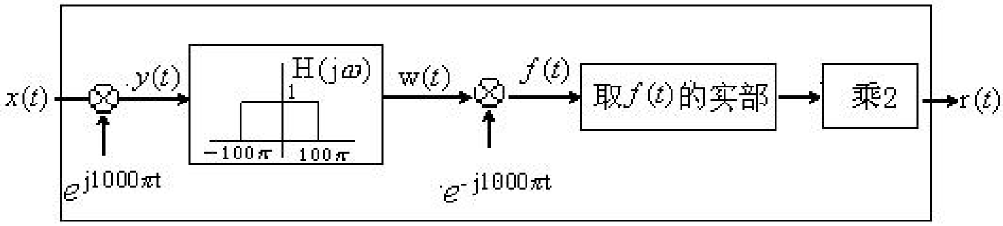
的带通滤波器，分析并画出系统的示意框图。

解：（1）高通滤波器：（6 分）

高通滤波器频率响应等于 1 减去低通滤波器频率响应，故有：



（2）带通滤波器：（9 分）


x(t)
y(t)
H(jω)
1
−100π
100π
w(t)
f(t)
取f(t)的实部
乘2
r(t)
e^{j1000πt}
e^{-j1000πt}