

实验一：系统响应及其稳定性

一、引言

一系统当输入信号的数值有限，其对应的输出信号值也有限，此种系统称BIBO(Bounded Input Bounded Output)稳定系统；反之，输入有限数值的信号而输出无限值之系统为不稳定系统。

电路系统的稳定性是电路系统的一个重要问题，稳定是控制系统提出的基本要求。也保证电路工作的基本条件；不稳定系统不具备调节能力，也不能正常工作，稳定性是系统自身性之一，系统是否稳定与激励信号的情况无关。对于线性系统来说可以用极点分布来判断，也可以用劳斯稳定性判据分析。对于非线性系统的分析则比较复杂，劳斯稳定性判据和奈奎斯特稳定性判据受到一定的局限性。

因果系统其单位脉冲响应 $h(n)$ 一定是因果序列，那么其系统函数 $H(z)$ 的收敛域一定包含 ∞ 点，即 ∞ 点不是极点，极点分布在某个圆内，收敛域在某个圆外。系统稳定要求

$\sum_{n=-\infty}^{\infty} |h(n)| < \infty$ ，对照 Z 变换与傅里叶变换的关系可知，系统稳定的条件是 $H(z)$ 的收敛域包

含单位圆。如果系统因果且稳定，收敛域包含点和单位圆，这样 $H(z)$ 的极点集中在单位圆的内部。具体系统的因果性和稳定性可由系统函数 $H(z)$ 的极点分布和收敛域确定。

本实验在 MATLAB 环境下利用信号处理工具箱函数对时域离散系统的不同条件下的响应进行求解，通过分析不同响应的波形来掌握求系统响应的方法和时域离散系统的时域特性，学会分析、观察及检验系统的稳定性。

二、方法

在时域中，描写系统特性的方法是差分方程和单位脉冲响应，在频域可以用系统函数描述系统特性。已知输入信号，可以由差分方程、单位脉冲响应或系统函数求出系统对于该输入信号的响应，本实验仅在时域求解。在计算机上适合用递推法求差分方程的解，最简单的方法是采用 MATLAB 语言的工具箱函数 `filter` 函数。也可以用 MATLAB 语言的工具箱函数 `conv` 函数计算输入信号和系统的单位脉冲响应的线性卷积，求出系统的响应。

系统的时域特性指的是系统的线性时不变性质、因果性和稳定性。重点分析实验系统的稳定性，包括观察系统的暂态响应和稳定响应。

系统的稳定性是指对任意有界的输入信号，系统都能得到有界的系统响应。或者系统的

单位脉冲响应满足绝对可和的条件。系统的稳定性由其差分方程的系数决定。

实际中检查系统是否稳定，不可能检查系统对所有有界的输入信号，输出是否都是有界输出，或者检查系统的单位脉冲响应满足绝对可和的条件。可行的方法是在系统的输入端加入单位阶跃序列，如果系统的输出趋近一个常数（包括零），就可以断定系统是稳定的。系统的稳态输出是指当 $n \rightarrow \infty$ 时系统的输出。如果系统稳定，信号加入系统后，系统输出的开始一段称为暂态效应，随 n 的加大，幅度趋于稳定，达到稳态输出。

注意在以下实验中均假设系统的初始状态为零。

三、实验内容及步骤

(1) 编制程序，包括产生输入信号、单位脉冲响应序列的子程序，用 `filter` 函数或 `conv` 函数求解系统输出响应的主程序。程序中要有绘制信号波形的功能。

(2) 给定一个低通滤波器的差分方程为

$$y(n) = 0.05x(n) + 0.05x(n-1) + 0.9y(n-1)$$

输入信号

$$x_1(n) = R_8(n), \quad x_2(n) = u(n)$$

a) 分别求出系统对 $x_1(n) = R_8(n)$, $x_2(n) = u(n)$ 的系统响应，并画出其波形。

b) 求出系统的单位冲响应，画出其波形。

(3) 给定系统的单位脉冲响应为

$$\begin{aligned} h_1(n) &= R_{10}(n) \\ h_2(n) &= \delta(n) + 2.5\delta(n-1) + 2.5\delta(n-2) + \delta(n-3) \end{aligned}$$

用线性卷积法求 $x_1(n) = R_8(n)$, $x_2(n) = u(n)$ 分别对系统 $h_1(n), h_2(n)$ 的输出响应，并画出其波形。

(4) 给定一谐振器的差分方程为

$$y(n) = 1.8237y(n-1) - 0.9801y(n-2) + b_0x(n) - b_0x(n-2)$$

令 $b_0 = 1/100.49$ ，谐振器的谐振频率为 0.4rad 。

a) 用实验方法检查系统是否稳定。输入信号为 $u(n)$ 时，画出系统输出波形。

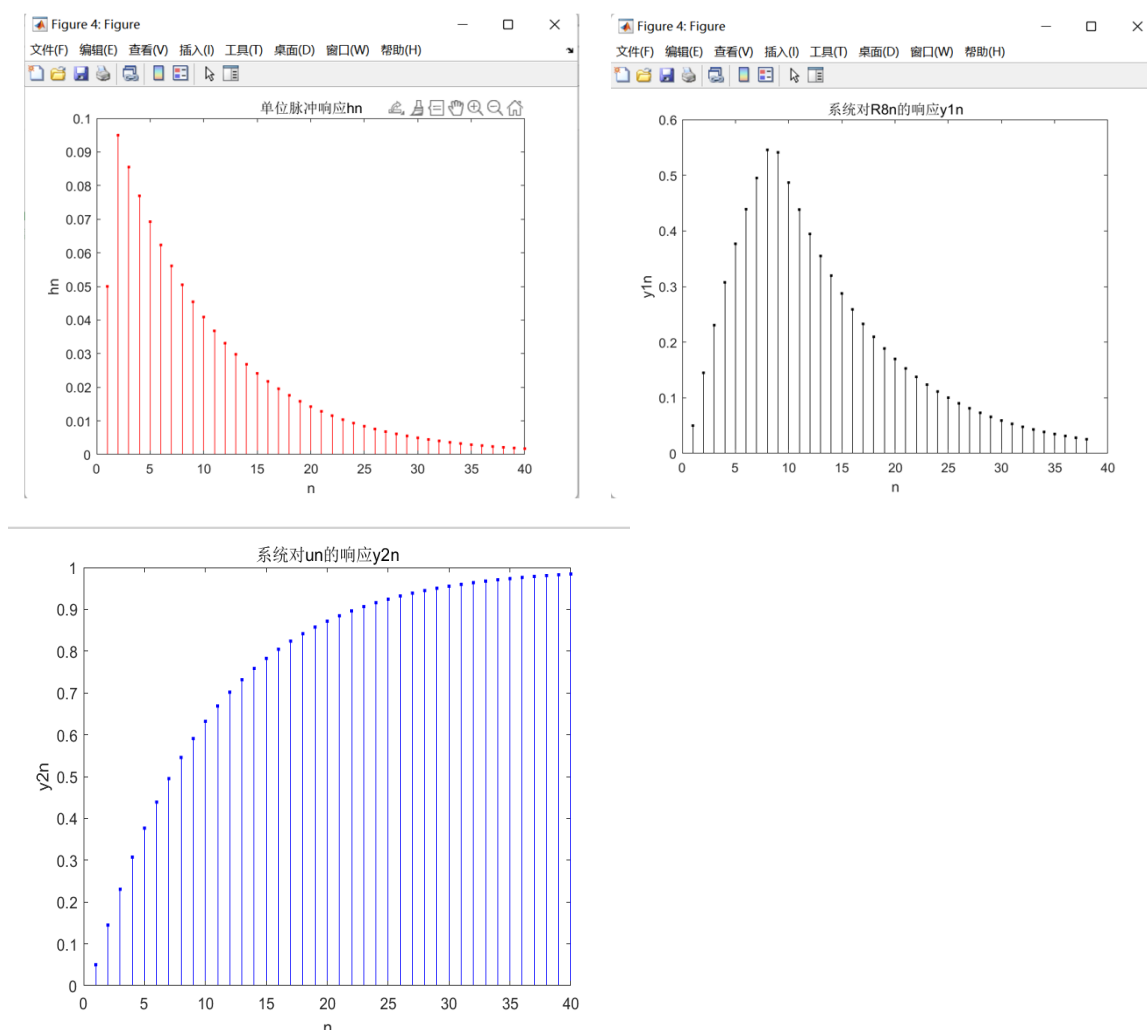
b) 给定输入信号为

$$x(n) = \sin(0.014n) + \sin(0.4n)$$

求出系统的输出响应，并画出其波形。

四、实验结果及结论分析

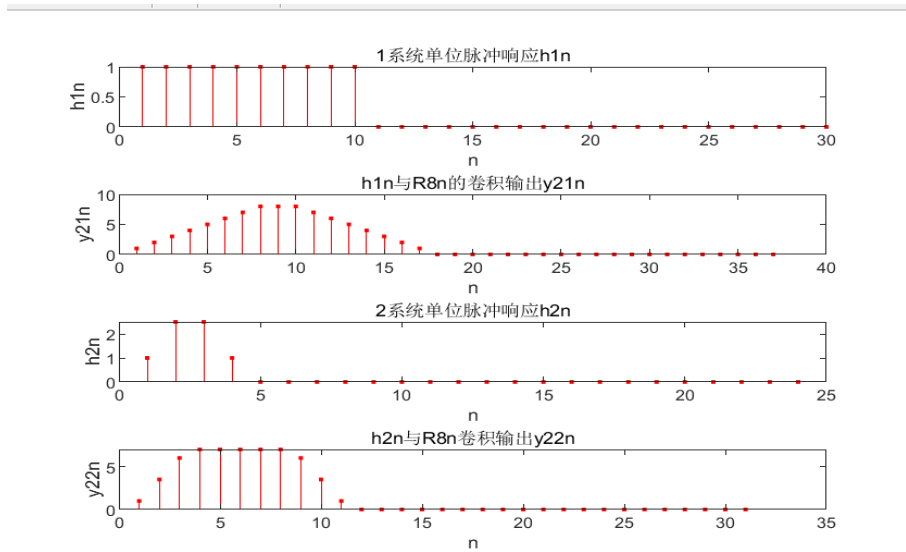
1.问题（2）分析



问题（2）中响应结果波形如图所示，系统为使用差分方程描述的低通滤波器，分别为系统的单位脉冲响应 $h(n)$ ，对矩形序列的响应 $y1n$ 和对阶跃序列的响应 $y2n$ 。可以看出当 n 趋于无穷大时，脉冲响应趋于稳定值 0 附近，可以推得系统的单位脉冲响应绝对可和，得知系统稳定。另一方面，在计算机中我们无法对所有的有界信号去测试系统的输出是否有界，因此我们使用加入单位阶跃序列来观察系统输出是否在 n 趋于无穷时为有限值来判断系统是否稳定，由图中可以看出单位阶跃响应当 n 趋于无穷时收敛在 1 附近，可知系统稳定，这与第一张图片中脉冲响应的判断结果是一致的。

此外，对于矩形序列的响应而言，作为低通滤波器会将信号的高频分量衰减，时域信号变化缓慢，在有阶跃附近产生过渡带。系统对 8 点矩形序列的响应波形很好地反映了这一结果，可以明显看出在 $n=0$ 和 $n=7$ 的跳变位置产生了明显的过渡带

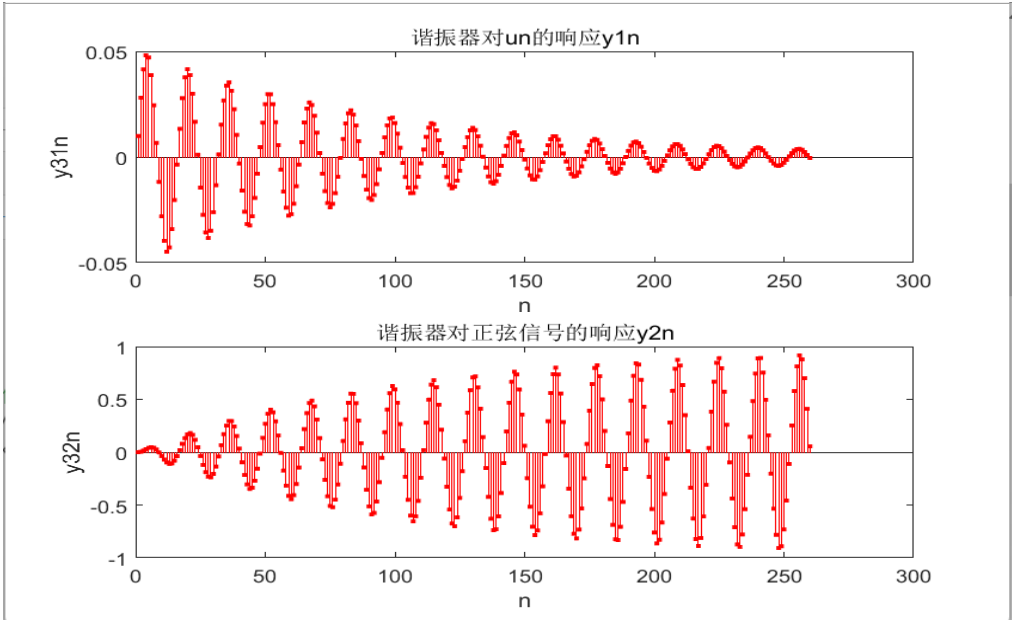
2.问题（3）分析



问题（3）中两个系统对 8 点矩形序列的响应波形如图所示。对第一个系统而言，单位脉冲响应为 10 点的矩形序列，输入信号为 8 点矩形序列，二者卷积输出为有限长的三角波序列，这与连续时间信号中两个门函数卷积为三角波的结论是类似的，卷积的结果输出 $y21n$ 也验证了这一点。对第二个系统而言，单位脉冲响应为有限个单位冲击，则输出 8 点矩形序列的输出结果是与单位冲击进行卷积，输出结果是对矩形序列进行平移后的叠加，由图中卷积的结果很容易看出这一点。

此外这两个系统对于 n 趋于无穷大时系统单位脉冲响应都趋于 0，由上面的结论我们也可以得出这两个系统都是稳定的。除此之外，也可以用 Matlab 信号处理工具箱中提供的 `filter` 函数来计算这两个系统对于矩形序列的输出。

3.问题（4）分析



问题 4 中的系统是使用差分方程描述的谐振器，谐振频率为 0.4rad 。系统对阶跃序列 $u(n)$ 和 $x(n) = \sin(0.014n) + \sin(0.4n)$ 的响应波形如图所示。与实验中采用判断系统稳定性的方法相同，当 n 趋于无穷大时，由第一张图片可以看出阶跃响应 $y_1(n)$ 的输出趋于稳定值 0，系统对 $u(n)$ 的响应逐渐衰减到零，则可以判断出该系是稳定的。

此外，值得注意的是，谐振器对第二个输入信号似乎产生了震荡，这是因为谐振器具有对某个频率的输入信号谐振的性质，谐振器的谐振频率为 0.4rad ，注意看 $x(n)$ 序列中第二个正弦分量的频率也为 0.4rad ，谐振器的输出稳定在 $\sin(0.4 \cdot n)$ 的震荡上，第二张图片的输出结果也很好地反映了这一现象。

五、讨论

1. 实验结论与分析

(1) 综合起来，在时域求系统响应的方法有两种，第一种是通过解差分方程求得系统输出，注意要合理地选择初始条件；第二种是已知系统的单位脉冲响应，通过求输入信号和系统单位脉冲响应的线性卷积求得系统输出。用计算机求解时最好使用 MATLAB 语言进行。

(2) 实际中要检验系统的稳定性，其方法是在输入端加入单位阶跃序列，观察输出波形，如果波形稳定在一个常数值上系统稳定，否则不稳定。上面第三个实验的系统是稳定的。

(3) 谐振器具有对某个频率进行谐振的性质，本实验中的谐振器的谐振频率是 0.4 rad ，因此稳定波形为 $\sin(0.4n)$ 。

(4) 如果输入信号为无限长序列，系统的单位脉冲响应是有限长序列，可用分段线性卷积法求系统的响应。

(5) 如果信号经过低通滤波器，则信号的高频分量被滤掉，时域信号的变化减缓，在有阶跃处附近产生过渡带。因此，当输入矩形序列时，输出序列的开始和终了都产生了明显的过渡带。

2. 思考题

(1) 如果输入信号为无限长序列，系统的单位脉冲响应是有限长序列，可否用线性卷积法求系统的响应？如何求？

答：可以使用分段线性卷积法求解系统响应，具体步骤为：①对输入信号序列分段；②求单位脉冲响应 $h(n)$ 与各段的卷积；③将各段卷积结果相加，具体实现方法有第三章介绍的

重叠相加法和重叠保留法。

(2)如果信号经过低通滤波器，把信号的高频分量滤掉，时域信号会有何变化，用前面第一个实验结果进行分析说明。

答：如果信号经过低通滤波器，把信号的高频分量滤掉，时域信号的剧烈变化将被平滑，由实验中问题(2)中结果可见，经过系统低通滤波后，输入信号 $\delta(n)$ ， $x_1(n) = R_8(n)$ 、 $x_2(n) = u(n)$ 的阶跃变化变得缓慢上升与下降，在开始和结束位置变得平坦。

六、附录

附录代码	
问题(2)	问题(3)
<pre>clear clc A=[1,-0.9]; B=[0.05,0.05];%系统差分方程系数向量 B 和 A x1n=[ones(1,8) zeros(1,30)];%产生信号 x1n=R8n x2n=ones(1,40); %产生信号=u (n) hn=impz(B,A,40);figure stem(hn,'r'); title("单位脉冲响应 hn") xlabel("n");ylabel("hn") y1n=filter(B,A,x1n); figure stem(y1n,'k'); xlabel("n");ylabel("y1n") title('系统对 R8n 的响应 y1n') y2n=filter(B,A,x2n); figure stem(y2n,'b'); xlabel("n");ylabel("y2n") title('系统对 un 的响应 y2n')</pre>	<pre>%问题(3) clear clc x1n=[ones(1,8)]; %产生信号 x1 (n) =R8 (n) h1n=[ones(1,10),zeros(1,20)]; h2n=[1 2.5 2.5 1,zeros(1,20)]; y1n=conv(h1n,x1n);y2n=conv(h2n,x1n); subplot(4,1,1);stem(h1n,'r') xlabel("n");ylabel("h1n") title('1 系统单位脉冲响应 h1n'); subplot(4,1,2);stem(y1n,'r') xlabel("n");ylabel("y21n") title('h1n 与 R8n 的卷积输出 y21n'); subplot(4,1,3);stem(h2n,'r') xlabel("n");ylabel("h2n") title('2 系统单位脉冲响应 h2n'); subplot(4,1,4);stem(y2n,'r'); xlabel("n");ylabel("y22n") title('h2n 与 R8n 卷积输出 y22n');</pre>

附录代码
问题(4)
<pre>%问题(4) clear clc un=ones(1,260); n=0:size(un,2)-1; sinx=sin(0.014*n)+sin(0.4*n);%产生正弦信号 A=[1,-1.8237,0.9801];B=[1/100.49,0,-1/100.49]; y1n=filter(B,A,un);y2n=filter(B,A,sinx); subplot(2,1,1); stem(y1n,'r'); xlabel("n");ylabel("y31n") title('谐振器对 un 的响应 y1n'); subplot(2,1,2);stem(y2n,'r'); xlabel("n");ylabel("y32n") title('谐振器对正弦信号的响应 y2n'); %由 n 趋于无穷大时阶跃响应为有限值可知系统稳定</pre>