

۶۱۰۴۰۴۰۴۰

علی دست

تربیتی

۱- دیتای مقابل به داده شده است و از ما خواسته شده روند PCA را برایش
 طی کنیم. $\{(2, -3), (-1, 1), (1, 2), (-1, 1), (1, 2), (-1, 1), (1, 2), (-1, 1)\}$

در ابتدا باید correlation matrix را برای داده ها حساب کنیم با توجه به ۲ ویژگی
 بودن دیتا ماتریسی ۲x۲ می شود \leftarrow
 $\text{mean } u_1: \frac{2+1+(-1)+(-1)+0+(-2)+(-1)+(-2)}{8} = -0.5$
 $\text{mean } u_2: \frac{-3+1+1+1+1+(-3)+(-1)+(-2)}{8} = -0.5$

حال $\text{Cov}(u_1, u_1)$ $\text{Cov}(u_1, u_2)$ $\text{Cov}(u_2, u_1)$ $\text{Cov}(u_2, u_2)$ را برای ثبت ماتریس به دست می آوریم

$$\text{Cov}(u_1, u_1) = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (u_{1i} - \text{mean } u_1)(u_{1i} - \text{mean } u_1)$$

$$\text{Cov}(u_1, u_1) = \frac{1}{7} (2.5^2 + 1.5^2 + (-0.5)^2 + (-0.5)^2 + 0.5^2 + (-1.5)^2 + (-1.5)^2 + (-1.5)^2) = 2$$

$$\text{Cov}(u_1, u_2) = \text{Cov}(u_2, u_1) = \frac{1}{7} ((-2.5) + 2 \times (1.5 \times 1.5) + (-0.5 \times 1.5) + (-0.5 \times 1.5) + 0.5 \times 1.5 + (-1.5 \times 1.5) + (-1.5 \times 1.5) + (-1.5 \times 1.5)) = 0.428$$

$$\text{Cov}(u_2, u_2) = 4 \Rightarrow \begin{bmatrix} 2 & 0.428 \\ 0.428 & 4 \end{bmatrix}$$

در مرحله بعد باید حداقل ویژه را به دست آوریم تا بتوانیم بردار ویژه بدست آوریم!

از جایی که می خواهیم داریا نسی را ماکزیمیم کنیم باین شکل می نویسیم \leftarrow

$$\arg \max_a \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (a^T x^{(n)})^2 = \frac{1}{N} a^T X^T X a$$

د این فرایند مقدار $a^T a = 1$ باشد فقط جهت مورد نیاز حساب شود و طول بردار
هم نباشد باینک لاگرانژ

$$\frac{1}{N} a^T X^T X a + \lambda (1 - a^T a) = 0$$

$$\rightarrow \frac{1}{N} X^T X a = \lambda a \rightarrow (S a - \lambda a) = 0 \rightarrow (S - \lambda I) a = 0$$

ماتریس کواریانس

حال با جایگزینی در رابطه آخر مقادیر ویژه برابر

$$\lambda_2 = 1.912 \quad \lambda_1 = 4.088$$

$$\rightarrow V_1 = [-0.201, 0.98] \quad V_2 = [-0.98, 0.201]$$

ارزجایی که λ_1 بزرگ تره با اون تبدیل می کنیم

$$\rightarrow X \cdot V_1 = \begin{bmatrix} 2.1534 \\ -2.1534 \\ 0.1778 \\ -0.1778 \\ 0.0959 \\ 3.134 \\ 1.118 \end{bmatrix}$$

برای افزایش اصولاً ابعاد بردار از اعضاء ماتریس با (اراد) بردار V_1 ضرب

$$\begin{bmatrix} -0.151 & -2.1534 \\ 0.1454 & 2.111 \\ 0.1154 & 0.17424 \\ 0.1154 & 0.17424 \\ 0.1949 & 0.1989 \\ -0.1451 & -2.1272 \\ -0.1237 & -1.1184 \\ -0.1454 & -2.123 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -2.1534 & -2.1534 \\ -2.1534 & -2.1534 \\ -2.1534 & -2.1534 \\ -2.1534 & -2.1534 \\ -2.1534 & -2.1534 \\ -2.1534 & -2.1534 \\ -2.1534 & -2.1534 \\ -2.1534 & -2.1534 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -2.1534 & -2.1534 \\ -2.1534 & -2.1534 \\ -2.1534 & -2.1534 \\ -2.1534 & -2.1534 \\ -2.1534 & -2.1534 \\ -2.1534 & -2.1534 \\ -2.1534 & -2.1534 \\ -2.1534 & -2.1534 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -2.1534 & -2.1534 \\ -2.1534 & -2.1534 \\ -2.1534 & -2.1534 \\ -2.1534 & -2.1534 \\ -2.1534 & -2.1534 \\ -2.1534 & -2.1534 \\ -2.1534 & -2.1534 \\ -2.1534 & -2.1534 \end{bmatrix}$$