

۶۱۰۴۰۴۰۴۰

علی دست

ترتیب ۴

۱- دیتای مقابل به داده شده است و از ما خواسته شده روند PCA را برایش  
 طی کنیم.  $\{(2, -3), (-1, 1), (1, 2), (-1, 1), (1, 2), (-1, 1), (1, 2), (-1, 1)\}$

در ابتدا باید correlation matrix را برای داده ها حساب کنیم با توجه به ۲ ویژگی  
 بودن دیتا ماتریسی ۲x۲ می شود  $\leftarrow$   
 $\text{mean } u_1: \frac{2+1+(-1)+(-1)+0+(-2)+(-1)+(-2)}{8} = -0.5$   
 $\text{mean } u_2: \frac{-3+1+1+1+1+(-3)+(-1)+(-2)}{8} = -0.5$

حال  $\text{Cov}(u_1, u_1)$   $\text{Cov}(u_1, u_2)$   $\text{Cov}(u_2, u_1)$   $\text{Cov}(u_2, u_2)$  را برای ثبت ماتریس به دست می آوریم

$$\text{Cov}(u_1, u_1) = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (u_{1i} - \text{mean } u_1)(u_{1i} - \text{mean } u_1)$$

$$\text{Cov}(u_1, u_1) = \frac{1}{7} (2.5^2 + 1.5^2 + (-0.5)^2 + (-0.5)^2 + 0.5^2 + (-1.5)^2 + (-1.5)^2 + (-1.5)^2) = 2$$

$$\text{Cov}(u_1, u_2) = \text{Cov}(u_2, u_1) = \frac{1}{7} ((-2.5) + 2 \times (1.5 \times 1.5) + (-0.5 \times 1.5) + (-0.5 \times 1.5) + 0.5 \times 1.5 + (-1.5 \times 1.5) + (-1.5 \times 1.5) + (-1.5 \times 1.5)) = 0.428$$

$$\text{Cov}(u_2, u_2) = 4 \Rightarrow \begin{bmatrix} 2 & 0.428 \\ 0.428 & 4 \end{bmatrix}$$

در مرحله بعد باید حداقل ویژه را به دست آوریم تا بتوانیم بردار ویژه بدست آوریم!

از جایی که می خواهیم داریا نسی را ماکزیم کنیم باین شکل می نویسیم  $\leftarrow$

$$\arg \max_a \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (a^T x^{(n)})^2 = \frac{1}{N} a^T X^T X a$$



در این فایده مقدار  $a^T a = 1$  باشد، فقط جهت مورد نیاز حساب شود و طول بردار نرم نباشد تا یک لایحه

$$\frac{1}{n} a^T X^T X a + \lambda (1 - a^T a) = 0$$

$$\frac{1}{n} X^T X a = \lambda a \rightarrow (S a - \lambda a) = 0 \rightarrow (S - \lambda I) a = 0$$

ماتریس کواریانس

حال با جایگزینی در رابطه آخر مقادیر ویژه برابر

$$\lambda_1 = 4.088, \lambda_2 = 1.912$$

$$V_1 = [-0.201, 0.98] \quad V_2 = [-0.98, 0.201]$$

ازجای که  $\lambda_1$  بزرگ تره با اون تبدیل می کنیم

$$X \cdot V_1 = \begin{bmatrix} 2.154 \\ -0.1778 \\ -0.1778 \\ 0.0979 \\ 3.134 \\ 1.118 \end{bmatrix}$$

برای افزایش ابعاد بردار از اعداد حالت پس با (اراد) بردار  $V_1$  ضرب

می کنیم که نتیجه

-0.151	-2.1484	-0.151	-2.1484
0.1444	2.111	0.1444	2.111
0.1157	0.17424	0.1157	0.17424
0.1157	0.17424	0.1157	0.17424
0.1949	0.1989	0.1949	0.1989
-0.1471	-2.2272	-0.1471	-2.2272
-0.1237	-1.184	-0.1237	-1.184
-0.1474	-2.133	-0.1474	-2.133

در قدم آخر مقدار می کنیم را دوباره با اعداد جمع می کنیم

-1.101	-2.984
-0.1044	1.41
0.1444	0.17424
-0.1444	0.17424
-0.13	0.1459
-1.171	-2.777
-0.1437	-1.404
-0.1979	-2.112