

داک پروژه پنجم – پیاده سازی الگوریتم مین کات – کارگر-اشتاین

پیش نیاز برای اجرا:

JDK11+

نحوه اجرا:

gradlew run در پوشه پروژه

کلاس Main :

```

1  package ir.shayandaneshvar;
2
3  import ...
10
11  public class Main extends Application {
12      private Scene scene;
13
14      public static void main(String[] args) {
15          launch(args);
16      }
17
18      @Override
19      public void init() throws Exception {
20          AnchorPane root = FXMLLoader.load(getClass().getResource( name: "/view/main.fxml"));
21          scene = new Scene(root, width: 255, height: 520, depthBuffer: false, SceneAntialiasing.BALANCED);
22      }
23
24      @Override
25      public void start(Stage stage) {
26          stage.initStyle(StageStyle.UTILITY);
27          stage.setResizable(false);
28          stage.setScene(scene);
29          stage.setTitle("Karger-Stein");
30          stage.show();
31          stage.setAlwaysOnTop(true);
32          stage.setOnCloseRequest(status -> System.exit(status: 0));
33      }
34  }

```

در این کلاس برنامه شروع شده و فایل گرافیک main.fxml خوانده شده و برنامه به کلاس presenter که به گرافیک متصل است هدایت می شود.

main.fxml پنل گرافیکی برنامه است که در پروژه سوم نیز مشابه آن استفاده شده است.

کلاس های Graph و Edge : دقیقاً همان ساختمان داده های مورد استفاده در پروژه سوم (کروسکال) هستند، با این تفاوت که بخش های مربوط به پیدا کردن دور در گراف از آن حذف شده اند و edge به جای نگهداری دو راس، قابلیت نگهداری چند راس را دارند، که البته در الگوریتم ابتدا سعی بر آن شد تا عملیات merge روی edge صورت بگیرد که با مشکل مواجه شد، الگوریتم را عوض کردیم و دیگر نیازی به لیست نبود و می توان آن را ریفاکتور کرد و به شکل پروژه قبل در آورد. (در آینده این بخش ریفاکتور شده در گیتهاب قرار خواهد گرفت)

```
1 package ir.shayandaneshtar;
2
3 import java.io.Serializable;
4 import java.util.HashSet;
5 import java.util.Set;
6
7 public class Graph implements Serializable {
8     private Integer vertices;
9     private HashSet<Edge> edges;
10
11     public Graph(Integer numberOfVertices) {
12         vertices = numberOfVertices;
13         edges = new HashSet<>();
14     }
15
16     public void addEdge(Edge edge) { edges.add(edge); }
17
18     public Set<Edge> getEdges() {
19         return (Set<Edge>) edges.clone();
20     }
21
22     public Integer getSize() { return vertices; }
23
24 }
25
26 package ir.shayandaneshtar;
27
28 import ...
29
30 public class Edge implements Serializable {
31     private ArrayList<Pair<Integer, Integer>> edges;
32     private Boolean marked = false;
33
34     public Edge(Integer from, Integer to) {...}
35
36     public Edge() { edges = new ArrayList<>(); }
37
38     public void addEdge(Integer from, Integer to) {...}
39
40     public void setMarked(boolean bool) { marked = bool; }
41
42     public Boolean marked() { return marked; }
43
44     public ArrayList<Pair<Integer, Integer>> getEdges() {...}
45
46     public Integer getFrom() { return edges.get(0).getKey(); }
47
48     public Integer getTo() { return edges.get(0).getValue(); }
49
50     @Override
51     public boolean equals(Object o) {...}
52
53     @Override
54     public int hashCode() {...}
55 }
```

```

2      import ...
21     public class Presenter {
22         private Graph graph;
23         private SmartGraphPanel<String, String> graphView;
24         private GraphEdgeList<String, String> graphEdgeList;
25         private ArrayList<Integer>[] minCutGraph = null;
26         private Integer minCut = Integer.MAX_VALUE;
27         private Integer[][] matrix;
28     </> @FXML private JFXTextArea matrixArea;
29     </> @FXML private JFXTextField length;
30     </> @FXML private JFXCheckBox autoLayout;
31     </> @FXML private JFXCheckBox optimized;
32     @FXML void drawGraph() {...}
39     @ private void prepareGraph(Graph graph) {...}
53     private void handleGraphWindow(String title) {...}
68     private void getGraph(int size) {...}
87     private static double log2(double x) { return Math.log(x) / Math.log10(2); }
90     @FXML void drawMinCut() {...}
111    @ private Graph getMinCut() {
112        final double delta = 0.05;
113        minCutGraph = new ArrayList[graph.getSize()];
114        for (int i = 0; i < graph.getSize(); i++) {...}
118        for (int i = 0; i < (optimized.isSelected() ?
119            log2(graph.getSize()) * log2(x: 1.0 / delta) : 1); i++) {
120            kargerSteinAlgorithm(minCutGraph);
121        }
122        Graph result = new Graph(graph.getSize());
123        graph.getEdges().forEach(result::addEdge);
124        for (var i : minCutGraph[0]) {
125            for (var j : minCutGraph[1]) {
126                result.getEdges().stream().filter(x -> (x.getFrom().equals(i) &&
127                    x.getTo().equals(j)) || (x.getFrom().equals(j) && x.
128                    getTo().equals(i))).forEach(y -> y.setMarked(true));
129            }
130        }
131        return result;
132    }

```

متد drawGraph : این متد به دکمه موجود در گرافیک متصل است و وظیفه ایجاد صفحه جدید جهت ترسیم گراف را مهیا کرده و به کمک متد getGraph ورودی ها خوانده می شوند.

متد های prepareGraph و handleGraphWindow : این دو متد که درون متد drawGraph صدا زده می شوند، وظیفه ایجاد یک پنجره جدید و نیز رسم گراف در آن را دارند که کاملاً مشابه پروژه کروسکال است.

(فیلد های `graphEdgeList` و `graphView` برای تبدیل ساختمان داده ایجاد شده به ساختمان داده قابل قبول کتابخانه گرافیکی و نیز رسم هوشمند گراف در این دو متد به کار رفته اند)

متد `getGraph`: این متد ورودی را خوانده در دو فرم ماتریسی و لیست مجاورت (لیستی از یال ها) در دو فیلد `matrix` و `graph` نگهداری می کند. ( دقیقاً مشابه پروژه سوم (کروسکال) با این تفاوت که فرم ماتریسی برای راحت تر شدن محاسبات در الگوریتم نیز نگداری می شود.

متد `drawMinCut`: این متد نیز به دکمه موجود در گرافیک متصل است و در آن گراف خوانده شده را به متد `getMinCut` داده سپس نتیجه را به متد های قبلی ذکر شده می دهد تا رسم شود.

فیلد `optimized` که به `checkbox` موجود در گرافیک متصل است اضافی است به این معنی که اگر تیک این گزینه نخورد تنها یکبار الگوریتم کارگراشتاین فراخوانی می شود و در صورتی که بخورد به تعداد  $\log(n)\log(1/\delta)$  که دلالت احتمال عدم بدست آمدن حالت بهینه است اجرا می شود.

متد `getMinCut` همانطور که توضیح داده شد برای `optimized` این متد بسته به تیک یکبار یا چندین بار متد `kargerSteinAlgorithm` اجرا می شود، پس از اتمام اجرا نتیجه نهایی در فیلد `minCutGraph` ذخیره می شود که نشان دهنده رئوس است. پس از اجرای الگوریتم، با پیچیدگی  $n^2$  یال های حذف شده را استخراج می کنیم و به فرم ساختمان داده گراف در می آوریم تا قابل رسم شود.

متد `kargerSteinAlgorithm`: الگوریتم اصلی برنامه در این متد قرار دارد.

در اولین قسمت کد شرط خروج از تابع بازگشتی قرار دارد که بدیهتاً زمانی است که دو راس مانده باشد، در این قسمت، گراف دو قسمت شده و باید یال های موجود بین این دو قسمت که جواب هستند شمرده شوند و در صورتی که تعداد این یال ها کمتر از دفعات قبل بودند در فیلد های `minCut` و `minCutGraph` قرار گیرند.

این بخش که شامل دو حلقه `for` هستند، در بدترین حالت دارای پیچیدگی  $n^2$  می باشند یا دقیق تر هر گراف حداکثر  $n^2/2$  یال دارد پس پیچیدگی این قسمت در بدترین حالت (که عملاً هیچ وقت اتفاق نمی افتد) دارای پیچیدگی  $n^2$  است.

بخش دوم که حلقه `while` قرار دارد به قدری تصادفی انتخاب می کند و `merge` میکند تا سایز آن به  $\frac{n}{\sqrt{2}}$  برسد (و یا  $\frac{n}{\sqrt{3}}$ ) سپس به صورت بازگشتی متد را صدا می زند، انتخاب تصادفی به کمک متد `getRandomVertices` صورت می گیرد که مطمئن میشود دو راس رندوم قبلاً با هم `merge` نشده اند و نیز بین این دو راس یالی وجود دارد. خود `merge` نیز با پیچیدگی  $n$  انجام می شود پس این بخش دارای پیچیدگی  $n$  است و چون در حلقه `while` قرار داریم، حداکثر  $n^2$  بار اجرا می شوند، پس حداکثر پیچیدگی در هر مرحله از  $O(n^2)$  است.

پس تابع بازگشتی پیچیدگی ما برابر  $T(n) = 2T\left(\frac{n}{\sqrt{2}}\right) + O(n^2)$  است که اگر با قضیه اساسی (master theorem) آن را حل کنیم پیچیدگی  $n^2 \lg(n)$  را به ما می دهد و اگر حالت جذر 3 را نظر بگیریم داریم:  $T(n) = 2T\left(\frac{n}{\sqrt{3}}\right) + O(n^2)$  که طبق قضیه اساسی پیچیدگی آن برابر  $O(n^{\log_{\sqrt{3}} 2})$  که برابر  $O(n^{1.26})$  می شود که بهتر از حالت قبل است.

اگر حالت مازاد بر پروژه، یعنی حالت جواب بهینه را بدست آوریم، پیچیدگی در یک لگاریتم  $n$  نیز ضرب می شود.

کتابخانه های گرافیکی استفاده شده در پروژه:

JavaFX 11.0.6

JavaFX SmartGraph - JFoenix 9

برای راحتی اجرا (کتابخانه JavaFX SmartGraph در Maven Central موجود نیست) از پکیج منیجر Gradle استفاده شده است، از آنجا که ممکن است این برنامه را نصب نداشته باشید، `gradlewrapper` در کنار پروژه گذاشته شده است تا مشکلی برای اجرا نداشته باشید. (در صورتی که دارید با دستور `gradle run` میتوانید برنامه را اجرا کنید)

```

134 @ private void kargerSteinAlgorithm(ArrayList<Integer>[] temp) {
135     ArrayList<Integer>[] tempGraph = temp;
136     if (temp.length == 2) {...}
151     while (tempGraph.length > (int) (temp.length / Math.sqrt(2))) {
152         var edge = getRandomVertices(tempGraph);
153         ArrayList<Integer> first = Arrays.stream(tempGraph)
154             .filter(z -> z.contains(edge.getValue()))
155             .findAny().orElseThrow();
156         ArrayList<Integer> second = Arrays.stream(tempGraph)
157             .filter(z -> z.contains(edge.getKey()))
158             .findAny().orElseThrow();
159         ArrayList<Integer>[] newTemp = new ArrayList[tempGraph.length - 1];
160         for (int j = 0, i = 0; i < tempGraph.length; i++) {...}
167         first.addAll(second);
168         newTemp[newTemp.length - 1] = first;
169         tempGraph = newTemp;
170     }
171     kargerSteinAlgorithm(tempGraph);
172     kargerSteinAlgorithm(tempGraph);
173 }
174 @ private Pair<Integer, Integer> getRandomVertices(ArrayList<Integer>[] inputGraph) {
175     int rand = (int) Math.abs(Math.random() * 1000000) % inputGraph.length;
176     int rand1 = (int) Math.abs(Math.random() * 100000) % inputGraph.length;
177     int u = inputGraph[rand].get((int) Math.abs(Math.random() * 100000) %
178         inputGraph[rand].size());
179     int v = inputGraph[rand1].get((int) Math.abs(Math.random() * 100000) %
180         inputGraph[rand1].size());
181     if (rand == rand1 || graph.getEdges().stream().flatMap(x -> x.getEdges()
182         .stream()).noneMatch(z ->
183         (z.getKey().equals(v) && z.getValue().equals(u)) || (z.
184             getKey().equals(u) && z.getValue().equals(v)))) {...}
187     return new Pair<>(u, v);
188 }
189

```

فایل های css و properties برای تنظیمات کتابخانه گرافیکی و رنگ های موجود در آن هستند و اطلاعات موجود در آن ها توسط کتابخانه javaFX SmartGraph مورد استفاده قرار میگیرند، در صورتی که پاک شوند رسم گراف به مشکل میخورد.

نتیجه: پیچیدگی زمانی در حالت دوم (رادیكال 3) بهتر است.

مابقی قسمت های توضیح داده نشده شامل فیلد ها و متد ها، کاربرد ساده و بدیهی دارند و برخی نیز دقیقاً به همین شکل در پروژه کروسکال مورد استفاده قرار گرفته اند، بخش های مربوط به گرافیک نیز بار ها در پروژه های قبل توضیح داده شده اند و پیچیدگی خاصی ندارند.

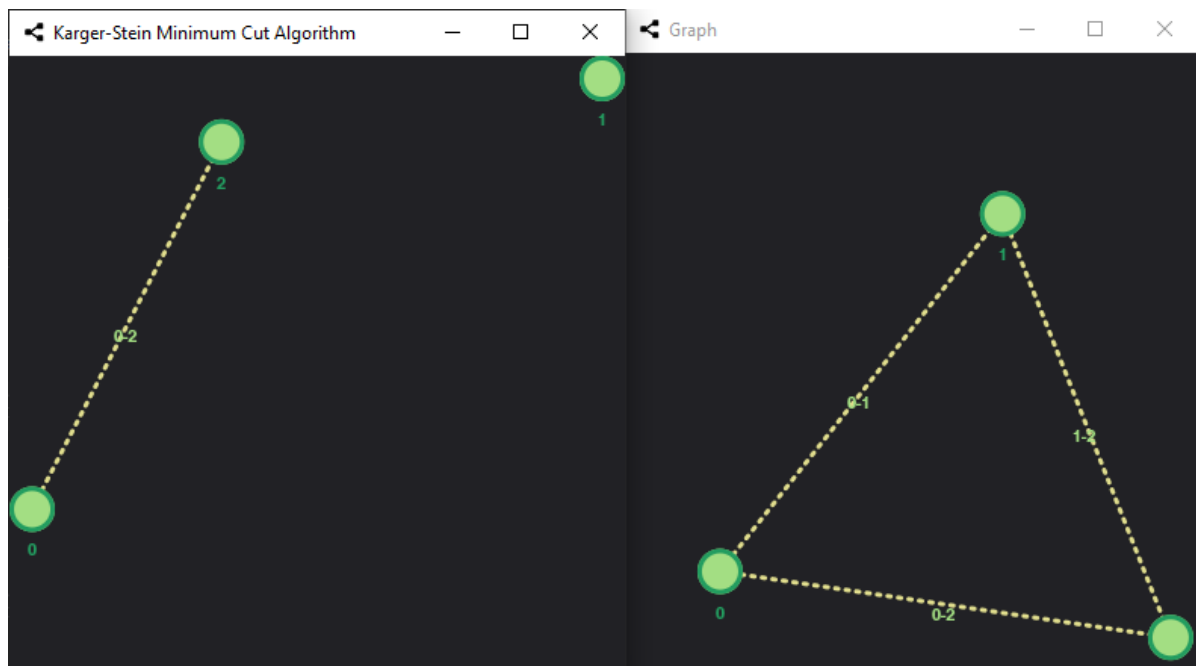
نمونه اجرا:

ورودی و خروجی:

011

101

110



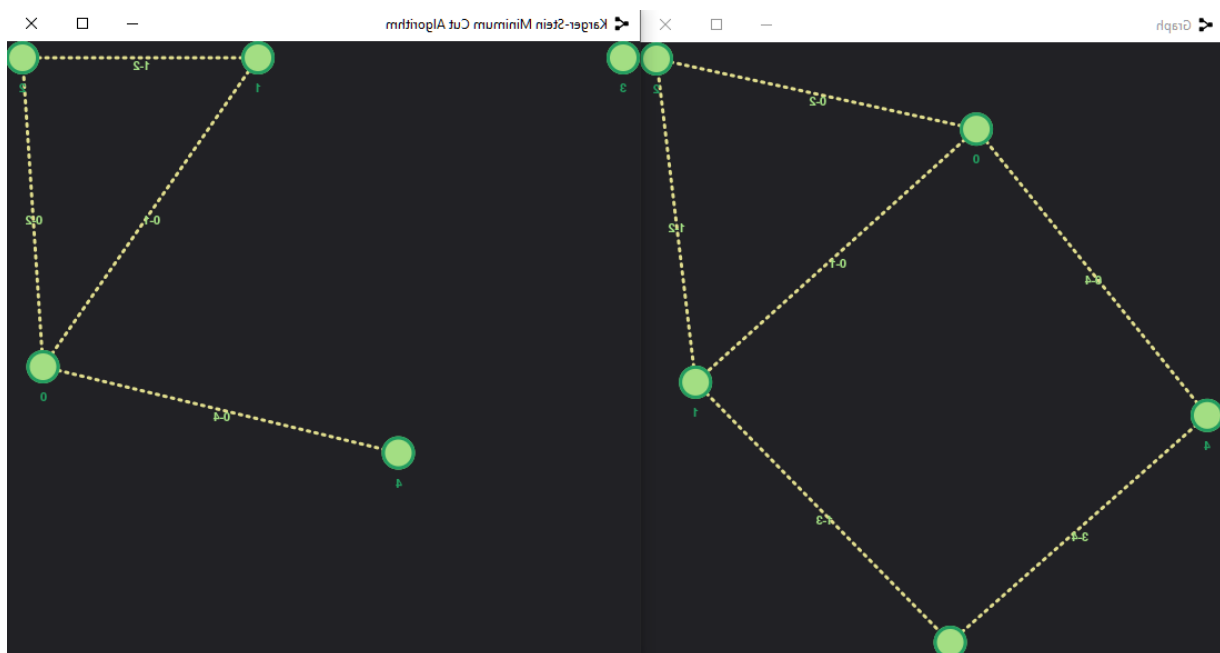
01101

10110

11000

01001

10010



0 1 1 1

1 0 1 0

1 1 0 1

1 0 1 0



0 1 1 0 1 0

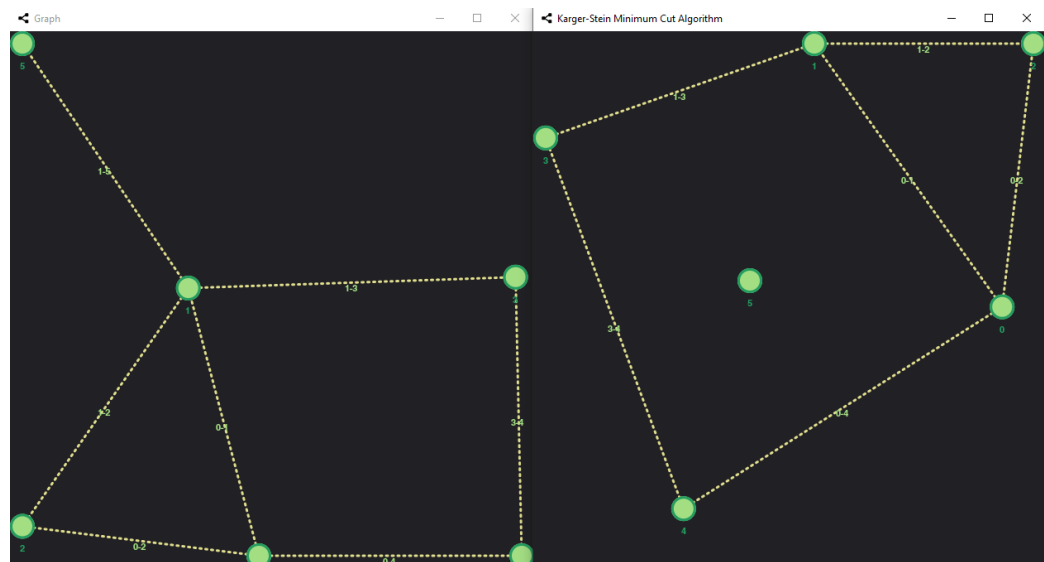
1 0 1 1 0 1

1 1 0 0 0 0

0 1 0 0 1 0

1 0 0 1 0 0

0 1 0 0 0 0



0 1 1 0 1 0 1

1 0 1 1 0 1 0

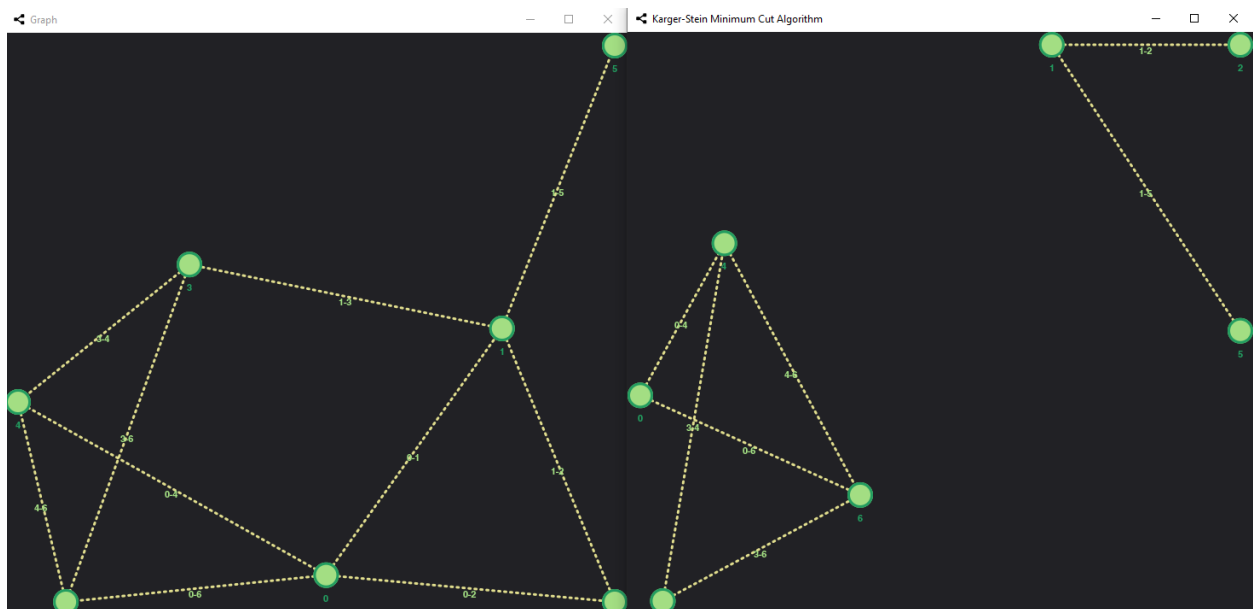
1 1 0 0 0 0 0

0 1 0 0 1 0 1

1 0 0 1 0 0 1

0 1 0 0 0 0 0

1 0 0 1 1 0 0



0 1

1 0

