

## 1. JEDNOKANALNI PROBLEMI REDA ČEKANJA

1. Na šalter pošte pristiže u prosjeku po jedna osoba svake 4 minute. Usluga traje prosječno 3 minute.

Izračunati:

- a) prosječan broj osoba koje čekaju ispred šaltera,
- b) vjerojatnost da se neće čekati ispred šaltera,
- c) vjerojatnost da će pred šalterom biti 4 osobe,
- d) vjerojatnost da će pred šalterom biti više od 6 osoba,
- e) prosječno vrijeme koje je potrebno za obavljanje usluge.

Prethodne rezultate usporediti s varijantom da osobe pristižu u prosjeku svake dvije minute.

2. Na autobusnoj stanici je postavljen jedan šalter za izdavanje karata koji može uslužiti prosječno 30 putnika na sat. Promatranjem je utvrđeno da tijekom jednog sata u prosjeku 18 putnika zatraži putnu kartu. Izračunati pokazatelje funkcioniranja rada šaltera na autobusnoj stanici.

3. Benzinska stanica ima jednu crpku za snabdijevanje vozila gorivom. Na stanici je osiguran prostor za parkiranje pet vozila što znači da se šesto vozilo ne može zaustaviti, već mora produžiti vožnju. Prosječan broj dolazaka vozila na benzinsku stanicu je 1,6 vozila u minuti, a prosječno vrijeme punjenja vozila gorivom je 1,25 minuta.

- a) Odrediti tip problema reda čekanja i izračunati pokazatelje rada benzinske stanice za zadani tip problema reda čekanja.
- b) Ocijeniti rad benzinske stanice i donijeti odgovarajuću poslovnu odluku u svezi budućeg rada benzinske stanice.

4. U luci postoji servis za popravak lučke mehanizacije na kotačima kapaciteta 10 viličara tijekom radnog vremena. Dosad je servis obavljao u prosjeku 7 popravaka dnevno.

- a) Odrediti tip problema čekanja.
- b) Izračunati pokazatelje funkcioniranja zadanog problema te ocijeniti rad servisa.
- c) Servis je preuzeo popravak viličara i za druge korisnike izvan luke. Procijenjeno je da će se broj popravaka kretati u prosjeku 13 popravaka dnevno. Može li servis s postojećim kapacitetom obavljati popravke svih viličara? Objasniti odgovor.

5. U servisu za popravak vozila postoji kanal za servisiranje. Tijekom određenog vremena obavljena su snimanja dolazaka vozila i trajanja usluge. Podaci su dani u tabelama.

a) Pod pretpostavkom da se vremena između dolaska dvaju vozila kao i vremena trajanja servisiranja ponašaju prema Poissonovoj razdiobi izračunati parametre sustava (intenzitet dolazaka vozila, intenzitet usluživanja vozila) te pokazatelje rada sustava, primjerice: prosječan broj vozila koji čekaju na servisiranje i broj vozila u sustavu, očekivana vremena koja će vozila provesti u redu čekanja odnosno u sustavu, vjerojatnost nezauzetosti kanala za servisiranje, itd.

- b) Izračunati intenzitet usluživanja uz koji bi korisnik u servisu ukupno proveo 4 h.

| Vrijeme između dolaska dvaju vozila (sati) | Broj vozila |
|--|-------------|
| 2  | 10          |
| 3  | 15          |
| 4  | 30          |
| 5  | 20          |
| 6  | 5           |

| Vrijeme obavljanja servisa (sati) | Broj vozila |
|-----------------------------------|-------------|
| 1                                 | 20          |
| 2                                 | 25          |
| 3                                 | 20          |
| 4                                 | 10          |
| 5                                 | 5           |

## 2. VIŠEKANALNI PROBLEMI REDA ČEKANJA

1. U poštanskom uredu na Zametu rade dva šaltera. Tijekom jednog sata u prosjeku pristiže 25 stranaka. Međutim, u vremenu od 13 do 17 sati intenzitet dolazaka je veći i iznosi 40 stranaka na sat. Vrijeme usluživanja na šalteru u prosjeku iznosi tri minute.

Zadatak je osigurati takvo usluživanje da stranke ispred šaltera ne čekaju duže od 5 minuta. Na koji je način moguće postići taj cilj ?

2. Statističkim promatranjem je ustanovljeno da u Mlinar uđe u prosjeku 36 potrošača na sat. Budući da jedna djelatnica u prosjeku utroši dvije minute za jedno usluživanje, potrebno je odrediti broj djelatnica tako da prosječno vrijeme čekanja potrošača ne bude duže od dvije minute.

U vremenu od 10-12 sati intenzitet dolazaka u Mlinar je u prosjeku 81 potrošač na sat. Koliko bi trebalo djelatnica za rad od 10-12 sati da potrošači također ne čekaju duže od dvije minute?

3. Statističkim snimanjem u studentskom servisu utvrđeno je da je u prosjeku vrijeme između dolazaka dva studenta 1,5 minuta i da usluga u prosjeku traje 2,4 minute.

- Na temelju zadanih elemenata odrediti potreban broj djelatnika te izračunati pokazatelje rada studentskog servisa.
- Ispitati opravdanost uvođenja još jednog novog uslužnog mjesta. Troškovi novog radnog mjesta su 25 novčanih jedinica na sat. Troškovi po satu koji studenti provedu čekajući da obave traženu uslugu procijenjeni su na 5 n.j. po satu.

4. Trgovački centar je odlučio svojim vjernim kupcima omogućiti zamjenu stečenih bodova na kartici za novac u određenoj protuvrijednosti. Za 2017. godinu će se to raditi u mjesecu ožujku i travnju na posebnim šalterima.

Procijenjeno je da će u tim mjesecima zamjenu zatražiti prosječno 10000 kupaca, i to u siječnju 6000, a u veljači 4000 kupaca. Prema iskustvu je utvrđeno da obavljanje zamjene u prosjeku traje 5 minuta. Radno vrijeme šaltera je:

- od ponedjeljka do petka od 8-18 sati;
- subotom od 8-13 sati.

U subotu je broj kupaca koji bi htjeli zamjenu u prosjeku za 25% veći nego u radnim danima.

Na temelju zadanih elemenata:

- a) Izračunati potreban broj šaltera u mjesecu siječnju (radnim danom i subotom) i mjesecu veljači (radnim danom i subotom).
- b) Izračunati vrijeme čekanja u redu i odgovoriti koje vrijeme će biti najpovoljnije za obavljanje zamjene?

**5.** Mobilni operater ima tri uslužna mjesta. U poslovnici pored tri osobe koje se nalaze pred šalterom raspoloživi prostor dozvoljava još pet mjesta za čekanje.

Tijekom radnog vremena u prosjeku dolazi 18 osoba na sat, dok zadržavanje na šalteru iznosi u prosjeku 7,5 minuta.

- a) Ispitati da li zadani sustav usluživanja na zadovoljavajući način uslužuje korisnike mobilnih usluga.
- b) Prethodne rezultate usporediti s varijantom da se broj šaltera smanji na dva, odnosno jedan šalter.
- c) Razmotriti varijantu da se poslovница smjesti u prostor koji dozvoljava neograničenu duljinu reda čekanja. Da li bi ta promjena mogla utjecati na smanjenje broja zaposlenih na jednu osobu? Predložiti način organizacije rada poslovnice.

**6.** Na benzinsku stanicu dolazi u prosjeku 12 vozila na sat. Punjenje rezervoara gorivom te plaćanje traje u prosjeku četiri minute.

Pri projektiranju broja crpki na benzinskoj stanici prihvaćen je zahtjev da se, zbog veće prohodnosti, vozila ne zadržavaju dulje od 10 minuta na prostoru benzinske stanice i da na uslugu ne čeka više od dva vozila u prosjeku. Koliko crpki treba postaviti na benzinskoj stanici da se zadovolje postavljeni uvjeti ?

**7.** Servisno poduzeće raspolaže s jednim kanalom za servisiranje vozila na kojem je, kroz duže vrijeme, obavljano snimanje u cilju utvrđivanja karakteristika promatranog sustava usluživanja. Podaci o vremenu između dvaju dolazaka vozila i vremenu trajanja usluge:

| Vrijeme između dolaska dvaju vozila (min) | Broj vozila |
|---|-------------|
| 3   | 68          |
| 4   | 75          |
| 5   | 132         |
| 6   | 109         |
| 7   | 90          |
| 8   | 86          |

| Vrijeme obavljanja servisa (min) | Broj vozila |
|----------------------------------|-------------|
| 3                                | 100         |
| 4                                | 120         |
| 5                                | 150         |
| 6                                | 130         |
| 7                                | 60          |

Potrebno je izračunati pokazatelje zadanog sustava usluživanja, izvesti određen broj simulacija te ocijeniti rad servisa i eventualno dati prijedloge za poboljšanje rada servisa.

### 3. REDOVI ČEKANJA-TROŠKOVI

1. Tijekom jednog sata pristiže u prosjeku 10,5 korisnika, od toga 20% korisnika u prosjeku napušta red čekanja. Trajanje usluge dano je tabelom:

| Trajanje u minutama | Broj usluga |
|---------------------|-------------|
| 0-4                 | 2           |
| 5-9                 | 10          |
| 10-14               | 12          |
| 15-19               | 4           |

Troškovi čekanja korisnika su 20 kn/h, a troškovi nezauzetosti kanala 50 kn/h. Odrediti optimalan broj kanala uzevši u obzir ukupne troškove.

2. Izračunati ukupne troškove brodogradilišta, ako je zadano:

Remontno brodogradilište raspolaže s četiri doka. Tijekom godine, radi popravaka, oštećenja, struganja, bojanja podvodnog dijela broda i sličnih poslova, u brodogradilište stigne 250 brodova, a prosječno trajanje radova iznosi 70,2 sata.

Dnevni troškovi broda koji čeka na popravak iznose 1500 US\$, a troškovi doka koji nije iskorišten 500 US\$ dnevno.

3. Pročitati tekst iz 2. zadatka jednokanalnog problema. Ako je poznato da trošak čekanja putnika u redu iznosi 400 novčanih jedinica po jednom putniku, a nerad šaltera 6000 n.j. po satu, izračunati ukupne gubitke koji nastaju u sustavu (za 8 sati rada) i odrediti broj šaltera kod kojeg je iznos troškova, nastalih zbog čekanja putnika te neiskorištenosti radnog vremena šaltera, minimalan.

4. U pogonu za održavanje kamionskih vozila jednog cestovnog prijevoznika postoji alatnica u kojoj mehaničari podižu i vraćaju alat potreban za obavljanje radnih zadataka.

Snimanjem su dobiveni sljedeći podaci: razdioba dolazaka mehaničara u alatnicu slijedi Poissonovu razdiobu uz prosječno vrijeme između dva dolaska mehaničara od 5 minuta; razdioba vremena usluživanja mehaničara od strane izdavača alata slijedi negativnu eksponencijalnu razdiobu uz prosječno vrijeme izdavanja alata od četiri minute u prosjeku. Plaća izdavača alata je 20 kuna po satu, a mehaničara 30 kuna po satu.

- Odrediti optimalan broj izdavača alata, odnosno broj izdavača kod kojeg će ukupni gubici prouzrokovani čekanjem mehaničara, odnosno nezauzetosti alatničara u jednoj smjeni od 8 sati rada biti minimalni.
- Kada bi satnica za izdavača alata i mehaničare bila jednaka u iznosu od 20 kuna, bi li optimalno rješenje ostalo nepromijenjeno onom iz točke a)? Provjeriti rezultat.
- Kako bi glasilo optimalno rješenje ako nisu zadani troškovi čekanja? Što bi predstavljao kriterij optimizacije?