大學入學考試中心 107 學年度指定科目考試試題 數學乙

—作答注意事項—

考試時間:80分鐘

作答方式: •選擇(填)題用 2B 鉛筆在「答案卡」上作答;更正時,應以橡皮擦擦拭, 切勿使用修正液(帶)。

- 非選擇題用筆尖較粗之黑色墨水的筆在「答案卷」上作答;更正時,可以 使用修正液(帶)。
- 未依規定畫記答案卡,致機器掃描無法辨識答案;或未使用黑色墨水的筆書寫答案卷,致評閱人員無法辨認機器掃描後之答案者,其後果由考生自行承擔。
- 答案卷每人一張,不得要求增補。

選填題作答說明:選填題的題號是 A, B, C, ……, 而答案的格式每題可能不同, 考生 必須依各題的格式填答, 且每一個列號只能在一個格子畫記。請仔細 閱讀下面的例子。

. 例:若第 C 題的答案格式是 $\frac{2020}{50}$,而答案是 $\frac{-7}{50}$ 時,則考生必須分別在答案 卡的第 20 列的 \Box 與第 21 列的 \Box 書記,如:

第壹部分:選擇題(單選題、多選題及選填題共占74分)

一、單選題(占18分)

說明:第1題至第3題,每題有5個選項,其中只有一個是正確或最適當的選項, 請畫記在答案卡之「選擇(填)題答案區」。各題答對者,得6分;答錯、 未作答或畫記多於一個選項者,該題以零分計算。

- 1. 已知實係數多項式 f(x)除以 $x^2-14x+13$ 的餘式為 ax+b,且 f(x)除以 x-1的餘式 為 4 ,則 a+b的 值 為何 ?
 - $(1) -1 \qquad (2) 0 \qquad (3) 1$
- (4) 4
- (5) 13

2. 有一配置一輛運貨車之快遞公司,要將貨品運送至A,B,C,D,E五個不同地點。 已知這五個地點只有下列連絡道路,其所需時間如下表。例如:路線 $A \leftrightarrow B$ 表 示可以由 A 站到 B 站,也可以由 B 站到 A 站,行車時間皆為 1 小時。

路線	$A \leftrightarrow B$	$A \leftrightarrow C$	$A \leftrightarrow D$	$B \leftrightarrow E$	$C \leftrightarrow D$	$C \leftrightarrow E$	$D \leftrightarrow E$
行車時間	1 小時	1 小時	2 小時	5 小時	1小時	1小時	1 小時

今有配送任務必須從 A 站出發,最後停留在 E 站,每一站至少經過一次,且 路線可以重複,試問至少要花多少小時才能完成任務?

- (1) 4 (2) 5
- (3) 6
- (4) 7
- (5) 8

- 3. 設 $a < b < 2^{10}$,其中 $\log a = 3$ 。已知利用 $\log a$ 、 $\log \left(2^{10} \right)$ 的值與內插法求得 $\log b$ 的近 似值為 3.0025, 試問 b的值最接近下列哪一個選項? (註: $\log 2 \approx 0.3010$)
 - (1) 1002

(2) 1006

(3) 1010

(4) 1014

(5) 1018

二、多選題(占32分)

說明:第4題至第7題,每題有5個選項,其中至少有一個是正確的選項,請將正 確選項畫記在答案卡之「選擇(填)題答案區」。各題之選項獨立判定,所 有選項均答對者,得8分;答錯1個選項者,得4.8分;答錯2個選項者, 得 1.6 分;答錯 多於 2 個選項或所有選項均未作答者,該題以零分計算。

4. 已知數列 $\langle a_n \rangle$ 、 $\langle b_n \rangle$ 、 $\langle c_n \rangle$ 、 $\langle d_n \rangle$ 、 $\langle e_n \rangle$ 定義如下:

$$a_n = (-1)^n$$
; $b_n = a_n + a_{n+1}$; $c_n = \left(\frac{-\sqrt{10}}{3}\right)^n$; $d_n = \frac{1}{3}c_n$; $e_n = \frac{1}{c_n}$; $\not\equiv p$ $n = 1, 2, 3, \cdots$

下列選項中,試選出會收斂的無窮級數。

- (1) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ (2) $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ (3) $\sum_{n=1}^{\infty} c_n$ (4) $\sum_{n=1}^{\infty} d_n$ (5) $\sum_{n=1}^{\infty} e_n$

- 5. 設 $2^x = 3$, $3^y = 4$ 。 試選出正確的選項。(註: $\log 2 \approx 0.3010$, $\log 3 \approx 0.4771$)
 - (1) x < 2

- (2) $y > \frac{3}{2}$
- (3) x < y

(4) xy = 2

(5) $x + y < 2\sqrt{2}$

- 6. 某經銷商對甲、乙兩款血壓計作品管檢驗,發現從甲款每一批中抽出一個血壓計,其誤差超過 3mmHg(毫米汞柱)及超過 6mmHg的機率分別為 0.32及 0.1。從乙款每一批中抽出一個血壓計,其誤差超過 3mmHg 及超過 6mmHg 的機率分別為 0.16及 0.05。在甲、乙兩款的檢驗是獨立事件的情況下,試選出正確的選項。
 - (1) 從甲款中抽出一個血壓計,其誤差超過 3mmHg 但不超過 6mmHg 的機率 大於 0.2
 - (2) 若從待檢驗的甲款血壓計中連續抽兩次,每次抽一個血壓計檢驗後放回, 假設這兩次的檢驗是獨立事件,其誤差依次為不超過 3mmHg 及超過 6mmHg 的機率為 0.136
 - (3) 從甲、乙兩款中各抽出一個血壓計,其誤差都不超過 3mmHg 的機率大於 0.7
 - (4) 從甲、乙兩款中各抽出一個血壓計,至少有一個誤差不超過 3mmHg 的機率大於 0.84
 - (5) 從甲、乙兩款中各抽出一個血壓計,兩者誤差的平均超過 3mmHg 的機率 小於 0.32×0.16

- 7. 保險公司把投保竊盜險的住宅分為 A、B兩級,其所占比率分別為 60%、40%。過去一年 A、B兩級住宅遭竊的比率分別為 15%、5%。據此,公司推估未來一年 A、B兩級住宅被竊的機率分別為 0.15、0.05。今 A級住宅中的 20%經過改善善,重新推估這些改善過的住宅未來一年被竊的機率會降為 0.03;而其他住宅被竊機率不變。根據以上資料,試選出正確的選項。
 - (1) 全體投保的住宅中,過去一年遭竊的比率為 12%
 - (2) 過去一年遭竊的投保住宅中, A級所占的比率超過 90%
 - (3) 推估未來一年,改善過的 A級住宅的被竊機率為原來的 $\frac{1}{5}$
 - (4) 經改善後,推估未來一年被竊機率,全體投保的A級住宅會小於全體投保的B級住宅
 - (5) 經改善後,推估未來一年全體投保的住宅被竊機率小於 0.11

三、選填題(占24分)

- 說明:1.第A至C題,將答案畫記在答案卡之「選擇(填)題答案區」所標示的列號 (8-16)。
 - 2. 每題完全答對給 8 分,答錯不倒扣,未完全答對不給分。
- A. 地方上張安與李平兩位角逐鄉長,結果張安得票率55%,李平得票率45%,由 張安勝選。民調機構預測,如果下任鄉長仍由張安與李平兩人競選,選民相 同且每一張票都是有效票,則本屆支持張安的選民將有25%倒向支持李平, 而本屆支持李平的選民將有10%倒向支持張安。若描述上述現象的轉移矩陣

為 A ,則行列式 $\det A$ 的絕對值為 $\frac{89}{101}$ 。 (請化為最簡分數)

B. 在坐標平面上的 $\triangle ABC$ 中, D為 \overline{AB} 的中點,且點 E在射線 \overline{AC} 上,滿足 $\overline{AE} = 3\,\overline{AC} \circ \overline{E} = 15, \quad \mathbb{D} = 15, \quad \mathbb{D} = 15, \quad \mathbb{D} = 15$

C. 有100元、200元、300元、400元的紅包袋各一個,由甲、乙、丙三人依序各抽取 1 個紅包袋,抽取後不放回。若每個紅包袋被抽取的機會都相等,則甲、乙、丙三人紅包金額總和的期望值為 (4)(15)(16)元。

一 一 一 一以下第貳部分的非選擇題,必須作答於答案卷 一 一 一

第貳部分:非選擇題(占26分)

說明:本部分共有二大題,答案必須寫在「答案卷」上,並於題號欄標明大題號(一、二)與子題號((1)、(2)、……),同時必須寫出演算過程或理由,否則將予扣分甚至零分。作答務必使用筆尖較粗之黑色墨水的筆書寫,且不得使用鉛筆。若因字跡潦草、未標示題號、標錯題號等原因,致評閱人員無法清楚辨識,其後果由考生自行承擔。每一子題配分標於題末。

- 一. 已知實係數二次多項式函數 y = f(x)滿足 f(3) = f(-7)。試回答下列問題。
 - (1) 寫出 y = f(x) 圖形的對稱軸方程式。(3分)
 - (2) 若 $f(x) = a(x-k)^2 + b$,且 y = f(x)的圖形與 x軸交於相異兩點,試判斷 ab乘積的值為正或負,並請說明理由。(4分)
 - (3) 若方程式 f(x) = 0有相異實根,試證兩根之積小於 $4 \circ (6 分)$

背面尚有試題

- 二.某車商代理進口兩廠牌汽車,甲廠牌汽車每台成本100萬元,此次進口上限20台,售出一台淨利潤11萬元;乙廠牌汽車每台成本120萬元,此次進口上限30台,售出一台淨利潤12萬元。今車商準備4400萬元作為此次汽車進口成本,且保證所進口的車輛必定全部售完。試回答下列問題。
 - (1) 寫出此問題的線性規劃不等式及目標函數。(4分)
 - (2) 在坐標平面上畫出可行解區域,並以斜線標示該區域。(3分)
 - (3) 試問車商此次應進口甲、乙兩廠牌汽車各多少台,才能獲得最大利潤?又最大利潤是多少?(6分)