財團法人大學入學考試中心基金會 113學年度學科能力測驗試題 數學A考科

請於考試開始鈴響起,在答題卷簽名欄位以正楷簽全名

—作答注意事項—

考試時間:100分鐘

作答方式:

- •選擇(填)題用 2B 鉛筆在「答題卷」上作答;更正時以橡皮擦擦拭,切勿使用修正帶(液)。
- 除題目另有規定外,非選擇題用筆尖較粗之黑色墨水的筆在「答題卷」上作答;更正時,可以使用修正帶(液)。
- 考生須依上述規定劃記或作答,若未依規定而導致答案難以辨識或評閱時,恐將影響成績。
- 答題卷每人一張,不得要求增補。
- 選填題考生必須依各題的格式填答,且每一個列號只能在一個格子劃記。請仔細閱讀下面的例子。 (a)

例:若答案格式是 (18-2), 而依題意計算出來的答案是 $\frac{3}{8}$, 則考生必須分別在答題卷上

的第 18-1 列的 ≧ 與第 18-2 列的 ≜ 劃記,如:

例:若答案格式是 $\underbrace{\frac{19-1}{19-2}}_{50}$,而答案是 $\frac{-7}{50}$ 時,則考生必須分別在答題卷的第 19-1 列

的 □ 與第 19-2 列的 □ 劃記,如:

選擇(填)題計分方式:

- 單選題:每題有 n 個選項,其中只有一個是正確或最適當的選項。各題答對者,得該 題的分數;答錯、未作答或劃記多於一個選項者,該題以零分計算。
- 多選題:每題有n個選項,其中至少有一個是正確的選項。各題之選項獨立判定,所有選項均答對者,得該題全部的分數;答錯k個選項者,得該題 $\frac{n-2k}{n}$ 的分數;但得分

低於零分或所有選項均未作答者,該題以零分計算。

選填題每題有n個空格,須全部答對才給分,答錯不倒扣。

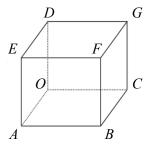
※試題中參考的附圖均為示意圖,試題後附有參考公式及數值。

第壹部分、選擇(填)題(占85分)

一、單選題(占30分)

說明:第1題至第6題,每題5分。

- 1. 研究顯示:服用某藥物後,在使用者體內的藥物殘留量隨時間呈指數型衰退。已知在 服用某藥物 2 小時後,體內仍殘留有該藥物的一半劑量,試問下列哪一選項正確?
 - (1) 服用 3 小時後,體內仍殘留有該藥物的 $\frac{1}{3}$ 劑量
 - (2) 服用 4 小時後,體內仍殘留有該藥物的 $\frac{1}{4}$ 劑量
 - (3) 服用 6 小時後,體內仍殘留有該藥物的 $\frac{1}{6}$ 劑量
 - (4) 服用 8 小時後,體內仍殘留有該藥物的 $\frac{1}{8}$ 劑量
 - (5) 服用 10 小時後,體內仍殘留有該藥物的 $\frac{1}{10}$ 劑量
- 2. 如圖, OABC DEFG 為一正方體, 試問向量外積 $\overrightarrow{AD} \times \overrightarrow{AG}$ 與下列哪一個向量平行?
 - (1) \overrightarrow{AE}
 - (2) \overrightarrow{BE}
 - (3) \overrightarrow{CE}
 - (4) \overrightarrow{DE}
 - (5) \overrightarrow{OE}



- 3. 設 $a \in \{-6, -4, -2, 2, 4, 6\}$,已知 a 為實係數三次多項式 f(x) 的最高次項係數,若函數 y = f(x) 的圖形與 x 軸交於三點,且其 x 坐標成首項為 -7 、公差為 a 的等差數列。試問共有幾個 a 使得 f(0) > 0 ?
 - (1)1個
- (2)2個
- (3) 3 個
- (4) 4 個
- (5)5個

4. 試問有多少個實數 x 滿足 $\sin(x+\frac{\pi}{6}) = \sin x + \sin \frac{\pi}{6}$ 且 $0 \le x < 2\pi$?

(1) 1個

(2)2個

(3) 3個

(4) 4個

(5) 5 個(含)以上

5. 將 1 到 50 這 50 個正整數平分成甲乙兩組,每組各 25 個數,使得甲組的中位數比乙組 的中位數小1。試問共有幾種分法?

- (1) C_{25}^{50}
- (2) C_{24}^{48}

- (3) C_{12}^{24} (4) $(C_{12}^{24})^2$ (5) $C_{24}^{48} \cdot C_{12}^{24}$

6. 在同一平面上,相距 7 公里的 A,B 兩砲台, A 在 B 的正東方。某次演習時, A 向西偏北 θ 方向發射砲彈,B則向東偏北 θ 方向發射砲彈,其中 θ 為銳角,觀測回報兩砲彈皆命 中 9 公里外的同一目標 P。接著 A 改向西偏北 $\frac{\theta}{2}$ 方向發射砲彈,彈著點為 9 公里外的點 Q。試問砲台 B 與彈著點 Q 的距離 \overline{BQ} 為何?

- (1) 4 公里 (2) 4.5 公里 (3) 5 公里 (4) 5.5 公里 (5) 6 公里

二、多選題(占30分)

說明:第7題至第12題,每題5分。

7. 令坐標平面上滿足 $y = \log x$ 的點 (x, y) 所成圖形為 Γ , 試問滿足下列哪些關係式的 (x, y) 所 成圖形與Γ完全相同?

(1)
$$y + \frac{1}{2} = \log(5x)$$

- (2) $2y = \log(x^2)$
- (3) $3y = \log(x^3)$
- (4) $x = 10^y$
- (5) $x^3 = 10^{(y^3)}$

- 8. 對任一正整數 $n \ge 2$, 令 T_n 表示邊長為 n, n+1, n+2 的三角形。試選出正確的選項。
 - (註:若三角形的三邊長分別為a,b,c, $\Leftrightarrow s = \frac{a+b+c}{2}$,

則三角形面積為 $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$)

- (1) T, 皆為銳角三角形
- (2) $T_2, T_3, T_4, \dots, T_{10}$ 的周長形成等差數列
- (3) T_n 的面積隨 n增大而增大
- (4) T5的三高依序形成等差數列
- (5) T,的最大角大於T,的最大角
- 9. 某實驗室蒐集了大量的 $A \times B$ 兩相似物種,記錄其身長為x(單位:公分)與體重y(單 位:公克),得 $A \times B$ 兩物種的平均身長分別為 $\overline{x_A} = 5.2 \times \overline{x_B} = 6$,標準差分別為 $0.3 \times \overline{x_B} = 6$,標準差分別為 $0.3 \times \overline{x_B} = 6$, 0.1。 \Leftrightarrow A、B 兩物種的平均體重分別為 $\overline{y_A}$ 、 $\overline{y_B}$ 。若 A、B 兩物種其體重 y 對身長 x 的 迴歸直線分別為 $L_A: y=2x-0.6$ 、 $L_B: y=1.5x+0.4$,相關係數分別為0.6、0.3。今發現一 隻身長 5.6 公分、體重 8.6 公克的個體 P, 試選出正確的選項。
 - (1) $\overline{y_A} < \overline{y_B}$
 - (2) A物種的體重標準差小於 B 物種的體重標準差
 - (3) 就 A 物種而言,個體 P 的體重與平均體重 y_A 之差的絕對值大於一個標準差
 - (4) 點 (5.6, 8.6)到直線 L_{A} 的距離小於其到直線 L_{B} 的距離
 - (5) 點 (5.6, 8.6) 與點($\overline{x_A}$, $\overline{y_A}$)的距離小於其與點($\overline{x_R}$, $\overline{y_R}$)的距離
- 10. 坐標平面上有一正方形與一正六邊形,正方形在正六邊形的右邊。已知兩正多邊形都有 一邊在x軸上,且正方形中心A與正六邊形中心B都在x軸的上方,且兩多邊形恰有一個 交點 P ,又知正方形的邊長為 6 ,而點 P 到 x 軸的距離為 $2\sqrt{3}$ 。試選出正確的選項。
 - (1) 點 A 到 x 軸的距離大於點 B 到 x 軸的距離
 - (2) 正六邊形的邊長為6
 - (3) $\overrightarrow{BA} = (7, 3 2\sqrt{3})$
 - (4) $\overline{AP} > \sqrt{10}$
 - (5) 直線 AP 斜率大於 $-\frac{1}{\sqrt{3}}$

第 4 頁 共 7 頁

- 11. 考慮二元一次方程組 $\begin{cases} ax+6y=6\\ x+by=1 \end{cases}$,其係數 a,b 之值分別由投擲一顆公正骰子與一枚均勻硬幣來決定。令 a 值為骰子出現之點數;若硬幣出現正面時 b 值為 1,若硬幣出現反面時 b 值為 2。試選出正確的選項。
 - (1) 擲出 a=b 的機率為 $\frac{1}{3}$
 - (2) 此方程組無解的機率為 $\frac{1}{12}$
 - (3) 此方程組有唯一解的機率為 $\frac{5}{6}$
 - (4) 硬幣出現反面且此方程組有解的機率為 $\frac{1}{2}$
 - (5) 在硬幣出現反面且此方程組有解的條件下,x值為正的機率為 $\frac{2}{5}$
- 12. 在坐標平面上給定三點 A(1,0)、 B(0,1)、 C(-1,0),令 Γ 為 ΔABC 經矩陣 $T=\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ a & 1 \end{bmatrix}$ 變換後的圖形,其中 a 為實數。試選出正確的選項。

 - (2) $\triangle ABC$ 的邊上至少有兩點經T變換後坐標不變
 - (3) 「必有部分落在第四象限
 - (4) 平面上找得到一個圖形 Ω 經 T 變換後為 ΔABC
 - (5) Г的面積為定值

三、選填題(占25分)

說明:第13題至第17題,每題5分。

13. 某銷售站銷售甲、乙、丙三型手機,甲手機每支利潤 100 元,乙手機每支利潤 400 元, 丙手機每支利潤 240 元。上年度甲、乙、丙手機各賣出 A,B,C 支,平均每支利潤為 260 元;且知銷售甲、乙兩型手機共 A+B 支的平均每支利潤為 280 元。則該站上年度售出

的三型手機數量比為 A:B:C= 13-1 : 13-2 : 13-3 。(化為最簡整數比)

14. 已知 f(x)、 g(x)、 h(x) 皆為實係數三次多項式,且除以 $x^2 - 2x + 3$ 的餘式分別為 x + 1、 x - 3、 -2。若 xf(x) + ag(x) + bh(x) 可以被 $x^2 - 2x + 3$ 整除,其中 a,b 為實數,

$$\exists 1 \ a = (14-1)(14-2) \quad , \quad b = (14-3) \quad .$$

- 15. 某商場舉辦現場報名的摸彩箱抽獎活動,報名截止後,主持人依報名人數置入同數量的 摸彩球,其中有 10 顆被標示為幸運獎,其獎項為 5000 元禮券及 8000 元禮券各 5 顆,每 顆球被抽中的機率皆相同,抽後不放回。抽獎前,主辦單位依獎項個數與報名人數,主 持人公告中獎機率為 0.4%。開始抽獎後,每人依序抽球,每個人只有一次抽獎機會。若 前 100 位參加抽獎者,恰有 1 人抽中 5000 元禮券且沒有人抽中 8000 元禮券,則抽獎順序為第 101 號者可獲禮券金額的期望值為 (15-1) (15-2) 元。
- 16. 坐標平面上,已知向量 \overrightarrow{v} 在向量 (2,-3) 方向的正射影長比原長少 1,而在向量 (3,2) 方向的正射影長比原長少 2。若 \overrightarrow{v} 與兩向量 (2,-3),(3,2) 的夾角皆為銳角,則 \overrightarrow{v} 在向量 (4,7) 方

17. 坐標平面上,在以 O(0,0), A(0,1), B(1,1), C(1,0) 為頂點的正方形(含邊界)內,令 R 為滿足下 述條件的點 P(x,y) 所成區域: 與點 P(x,y) 的距離為 |x-y| 之所有點所成圖形完全落在正方

形
$$OABC$$
 (含邊界)內。則區域 R 的面積為 $(17-1)$ 。 (化為最簡分數)

第貳部分、混合題或非選擇題(占15分)

說明:本部分共有1 題組,單選題每題3分,非選擇題配分標於題末。限在答題卷標示題 號的作答區內作答。

選擇(填)題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答,更正時以橡皮擦擦拭, 切勿使用修正帶(液)。非選擇題請由左而右橫式書寫,作答時必須寫出計算過程 或理由,否則將酌予扣分。

18-20 題為題組

坐標空間中,設O為原點,E為平面x-z=4。試回答下列問題。

- 18. 若原點 O 在平面 E 上的投影點為 Q ,且向量 \overrightarrow{OQ} 與向量 (1,0,0) 的夾角為 α ,則 $\cos \alpha$ 之值 為下列哪一選項?(單選題,3分)
 - (1) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ (2) $-\frac{1}{2}$ (3) $\frac{1}{2}$ (4) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (5) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

19. 已知空間中有一點 P(a,b,c) 滿足向量 \overrightarrow{OP} 與向量 (1,0,0) 的夾角 $\theta \leq \frac{\pi}{6}$ 。試說明實數 a,b,c 滿 足不等式 $a^2 \ge 3(b^2 + c^2)$ 。(非選擇題,4分)

20. 承 19 題,已知點 P 在平面 E 上且 b=0。試求 c 的最大可能範圍,並求線段 \overline{OP} 的最小可 能長度。(非選擇題,8分)

参考公式及可能用到的數值

- 1. 首項為a,公差為d的等差數列前n項之和為 $S = \frac{n(2a + (n-1)d)}{2}$ 首項為a,公比為 $r(r \neq 1)$ 的等比數列前n項之和為 $S = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$
- 2. 三角函數的和角公式: $\sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$ $\cos(A+B) = \cos A \cos B \sin A \sin B$ $\tan(A+B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 \tan A \tan B}$
- 3. $\triangle ABC$ 的正弦定理: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$ (R 為 $\triangle ABC$ 外接圓半徑) $\triangle ABC$ 的餘弦定理: $c^2 = a^2 + b^2 2ab\cos C$
- 4. 一維數據 $X: x_1, x_2, \dots, x_n$, 算術平均數 $\mu_X = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n)$ 標準差 $\sigma_X = \sqrt{\frac{1}{n}[(x_1 - \mu_X)^2 + (x_2 - \mu_X)^2 + \dots + (x_n - \mu_X)^2]} = \sqrt{\frac{1}{n}[(x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2) - n\mu_X^2]}$
- 5. 二維數據 $(X,Y):(x_1,y_1),(x_2,y_2),\cdots,(x_n,y_n)$,相關係數 $r_{X,Y} = \frac{(x_1-\mu_X)(y_1-\mu_Y)+(x_2-\mu_X)(y_2-\mu_Y)+\cdots+(x_n-\mu_X)(y_n-\mu_Y)}{n\sigma_X\sigma_Y}$ 迴歸直線(最適合直線)方程式 $y-\mu_Y = r_{X,Y} \frac{\sigma_Y}{\sigma_X} (x-\mu_X)$
- 6. 參考數值: $\sqrt{2} \approx 1.414$, $\sqrt{3} \approx 1.732$, $\sqrt{5} \approx 2.236$, $\sqrt{6} \approx 2.449$, $\pi \approx 3.142$
- 7. 對數值: $\log 2 \approx 0.3010$, $\log 3 \approx 0.4771$, $\log 5 \approx 0.6990$, $\log 7 \approx 0.8451$

113年學測答題卷

數學A考科

113年學測答題卷

財團法人大學入學考試中心基金會

113 學年度學科能力測驗 數學A考科 答題卷

心的心心	小木物	、灶石	(小竹刀狽	* 堂以以吸

確認答題卷應試號碼與姓名正確無誤

請用正楷簽全名

※考試開始鈴響起,經確認確為本人之應試號碼與姓名 後,於「確認後考生簽名」欄以正楷簽全名。使用備用 答題卷者,請務必於「確認後考生簽名」欄簽全名。 ※請詳閱試題本上作答注意事項與答題卷劃記及書寫注 意事項。

確認後

考生簽名

※選擇題正確作答樣例:

第壹部分、選擇(填)題(占85分)

注意:考生如未能劃滿方格,或不依試題本之作答注意事項劃記致機器無法正確辨識答案時,恐將影響成績。

1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	_	±	٦
2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	_	±	٦
3	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	_	±	٦
4	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	_	±	٦
5	1 1	2	3	4	5	6	7 7	8	9	0	_	±	
6	1	2	3	4	5 5	6	7 7	8	9	0	_	±	
7	1	\Box	3	4				8	9	0	_	±	
8	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	_	±	٦
9	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	_	±	
10	1 1	2	3 3	4	5	6	7 7	8	9	0	_	±	
11	1	2.	3	4	5	6	7	8 8	9	0	_	±	٦
12	1	2	3	4	5	6	7		9	0	_	±	
13-1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	Ē	±	
13-2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	_	±	
13-3	1	2 2 2 2	3	4	5 5	6	7 7	8 8	9	0	_	±	
14-1	1	2	3	4	5 5		7 7	8 8	9	0	_	±	
14-2	1 1 1 	2	3	4		6	7 7	8 8	9	0	_	±	
14-3	1	2	3 3	4	5	6			9	0	Ē	±	
15-1	1 1	2	3	4	5	6	7 7	8	9	0	_	±	
15-2	1	2	3	4	5	6	7 7	8	9	0		±	
16-1		2	3	4	5	6	7 7	8	9	0	_	±	
16-2	1	2	3	4	5	6		8	9	0	_	±	
16-3	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	_	±	
1 2 4 2	1 1	2	3	4	5	6	7	8	9	0		±	
17-1	1 1	2 2	3	4	5	6	7	8	9	0			Щ.

第1頁/共4頁

第貳部分、混合題或非選擇題(占15分)

18	18	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	_	±	【
												_	ш	[] [] [] [] [] [] [] [] [] []
	19													

第2頁/共4頁

題號	注意:	: 1.應依據 識或評閱	(題號順序]時,恐將	,於作答區內 影響成績。4	作]作答。2.除另有規 .不得於作答區書	之 見定外,書寫 寫姓名、應討	☆ 寺應由左至右 號碼或無關	□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□	·答須清晰,若未依規定 ·號等。	E而導致答案難以辨
										基水的筆 作答】
20										

題號	注意:	1.應依據題識或評閱時	號順序,於 ,恐將影響	作答區內作名 成績。4.不得	作 答。2.除另有規 身於作答區書?	見定外,書寫 寫姓名、應	合 3時應由左至2 試號碼或無關	品 右横式書寫。3○文字、圖第	3.作答須清E 案符號等。	晰,若未依規	定而導致答案	美難以辨
										請用 黑色	墨水的筆	乍答】
20												