

國立興大附中 110 學年度 第 1 學期第一次興附盃數學大賽高二數 A(補考)試題 命題：涂老師 審題：張老師

班級：二年 _____ 班 座號：_____ 姓名：_____ 試題共 3 頁

一、單選題（占 14 分）

說明：第 1 題至第 2 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題答對者，得 7 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. $a = \cos(\pi^2)$ ，則下列何者正確？

- (1) $a = -1$ (2) $-1 < a \leq -\frac{1}{2}$ (3) $-\frac{1}{2} < a \leq 0$ (4) $0 < a \leq \frac{1}{2}$ (5) $\frac{1}{2} < a \leq 1$

2. 關於坐標平面上函數 $y = \sin x$ 和 $y = \frac{x}{6\pi}$ 兩圖形之交點個數，下列選項何者正確？

- (1) 交點的個數是無窮多 (2) 交點的個數是奇數且大於 10
(3) 交點的個數是奇數且小於 10 (4) 交點的個數是偶數且大於或等於 10
(5) 交點的個數是偶數且小於 10

二、多選題（占 30 分）

說明：第 3 題至第 5 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 10 分；答錯 1 個選項者，得 6 分；答錯 2 個選項者，得 2 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

3. 設 α 為第三象限角且 $\sin \alpha = -\frac{4}{5}$ ， β 為第四象限角且 $\cos \beta = \frac{5}{13}$ ，下列何者正確？

(1) $\tan \alpha = \frac{4}{3}$

(2) $\sin \beta = -\frac{12}{13}$

(3) $\sin(\alpha + \beta) = \frac{16}{65}$

(4) $\cos(\alpha + \beta) = \frac{63}{65}$

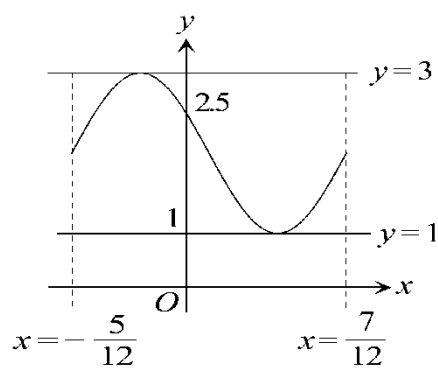
(5) $\alpha + \beta$ 為第二象限角

4. 設 $\tan \theta$ 為有理數，則下列各選項，何者必為有理數？

- (1) $\tan \frac{\theta}{2}$ (2) $\tan 2\theta$ (3) $\cos \frac{\theta}{2}$ (4) $\sin 2\theta$ (5) $\cos 2\theta$ 。

5. 設 a, b, c, d 為正數且 d 為最小的正數，若 $y = a + b\cos(cx + d)\pi$ 的一個週期之圖形如圖，則：

- (1) $a = 1$ (2) $b = 1$ (3) $c = 2$ (4) $d = 1$ (5) $a + b + c = 15d$



三、選填題（占 56 分）

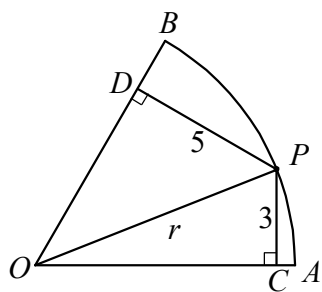
說明：1. 第 A 至 G 題，將答案畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」所標示的列號（6-23）。

2. 每題完全答對給 8 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. 試求 $\sin 23^\circ \cos 112^\circ - \sin 292^\circ \sin 67^\circ = \frac{\sqrt{\textcircled{6}}}{\textcircled{7}}$ 。(化為最簡根式)

B. 下圖中，扇形 OAB 的半徑為 r ，圓心角 $\angle AOB = 60^\circ$ 。若 P 為圓弧 AB 上一點，且 P 到 \overline{OA} 與 \overline{OB} 的距離分別為 3, 5,

求半徑 r 的值。 = $\frac{\textcircled{8} \textcircled{9} \sqrt{\textcircled{10}}}{\textcircled{11}}$ 。



C. 設 $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$, $\tan \theta = \frac{\sqrt{5}}{2}$, 則 $\cos \frac{\theta}{2} = \frac{\textcircled{12} \sqrt{\textcircled{13}}}{\textcircled{14}}$ 。

D. 已知 $\tan(\frac{\pi}{4} + \alpha) = \frac{1}{2}$ ，求 $\frac{\sin 2\alpha - \cos^2 \alpha}{1 + \cos 2\alpha}$ 的值 = $\frac{\textcircled{15} \textcircled{16}}{\textcircled{17}}$ 。

E. E. 在 $0 \leq x \leq 2\pi$ 的範圍內，滿足不等式 $y = \sin x \leq \frac{1}{2}$ 的區間長度是 L_1 ，滿足不等式 $y = \sin x \leq -\frac{1}{2}$ 的區間長度是 L_2 ，試求 $\frac{L_1}{L_2} = \underline{\textcircled{18}}$ 。

F. 設 $\tan \alpha$ ， $\tan \beta$ 為方程式 $3x^2 - 2x - 2 = 0$ 之二根，求 $\frac{\cos(\alpha - \beta)}{\sin(\alpha + \beta)}$ 之值 = $\frac{\textcircled{19}}{\textcircled{20}}$ 。

F. 設銳角三角形 ABC 的外接圓半徑為 8。已知外接圓圓心到 \overline{AB} 的距離為 2，而到 \overline{BC} 的距離為 7，則 $\overline{AC} = \underline{\textcircled{21} \sqrt{\textcircled{22} \textcircled{23}}}$ 。(化成最簡根式)

解答

一、單選題 1.(2) 2.(2)

二、多選題 3.(1)(2)(3)(5) 4.(4)(5) 5.(2)(3)(5)

三、選填題 A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{14}{3}\sqrt{3}$ C. $\frac{-\sqrt{6}}{6}$ D. $-\frac{5}{6}$ E. 2

F. $\frac{1}{2}$ G. $4\sqrt{15}$