

# 答案卷

一、單選題：（每題 5 分，共 15 分。請選出最適合的選項，全對才給分。）

1	2	3	
(2)	(5)	(3)	

二、多選題：

- 每題 7 分，共 28 分，每題至少有一個選項是正確的。
- 所有選項均答對者得 7 分；錯一個選項得 4.2 分；錯二個選項得 1.4 分；所有選項均未作答或答錯多於 2 個選項者，該題以 0 分計算。

4	5	6	7
(1)(2)(4)(5)	(1)(3)(4)(5)	(3)(5)	(2)(4)

三、選填題：

- 第 A 至 H 題，將答案畫記在答案卡之「選擇 (填) 題答案區」所標示的列號 (8 – 29)。
- 每題完全答對給 6 分，共 48 分。答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A	B	C	D
$-1$ 或 $\frac{23}{7}$	$-3$	$\frac{1}{16}$	$2x - 2y + z = 7$
E	F	G	H
$\frac{1}{2}$	6	$2\sqrt{2}$	$\frac{41}{5}$

## 四、混合題 (共 9 分)：

1. 第 (a) 小題為選填題，不用書寫計算過程，將答案劃記在答案卡之「選擇 (填) 題答案區」所標示的列號 (30 – 34)。
2. 第 (b)、(c) 小題為非選擇題，請使用黑色原子筆在標示題號手寫卷內作答。請由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分，只寫答案不予計分。

1. 空間中，已知  $L_1: \frac{x-2}{-8} = \frac{y}{3} = \frac{z+5}{1}$ ， $L_2: \frac{x+3}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-5}{1}$  為兩歪斜線。 $L$  為  $L_1$ 、 $L_2$  的公垂線且與  $L_1$ 、 $L_2$  的垂足分別為  $P$ 、 $Q$  兩點。根據上述，試回答下列問題。

(a)  $P$  點坐標為 (   (30)(31)   ,   (32)   ,   (33)(34)   )。(選填題，3 分)

(b) 試求包含  $L_2$  且平行  $L_1$  的平面方程式。(非選擇題，3 分)

(c) 試求  $L_1$  與  $L_2$  的距離。(非選擇題，3 分)

答案：

(a)  $(-6, 3, -4)$ 。

(b)  $x + 5y - 7z = -38$ 。

(c)  $5\sqrt{3}$ 。

注意：請於答案卡 (卷) 上畫 (寫) 上正確身分資料，

若因未劃記書寫身分資料，或因劃記書寫錯誤，統一扣該科總成績 5 分。

一、單選題：(每題 5 分，共 15 分。請選出最適合的選項，全對才給分。)

1. 空間中，平面  $E: x + y + \sqrt{3}z = 2$  與  $x$  軸、 $y$  軸、 $z$  軸分別交於  $A$ 、 $B$ 、 $C$  三點，下列哪個選項代表直線  $\overleftrightarrow{AB}$ ？

(1)  $\begin{cases} x + y = -2 \\ z = 0 \end{cases}$  (2)  $\begin{cases} x + y = 2 \\ z = 0 \end{cases}$  (3)  $\begin{cases} x - y = -2 \\ z = 0 \end{cases}$  (4)  $\begin{cases} x + \sqrt{3}z = -2 \\ y = 0 \end{cases}$  (5)  $\begin{cases} y + \sqrt{3}z = 2 \\ x = 0 \end{cases}$

2. 袋中有 8 個白球、4 個黑球，每次從袋中取出一球，取後放回，共取 5 次，已知取到 3 次白球，則最初兩次都是白球的機率為下列哪一個選項？

(1)  $\frac{1}{3}$  (2)  $\frac{2}{3}$  (3)  $\frac{2}{5}$  (4)  $\frac{4}{7}$  (5)  $\frac{3}{10}$

3. 假設  $A$ 、 $B$  為兩事件，機率  $P(A \cap B)$ 、 $P(A)$ 、 $P(A \cup B)$  三數值成等比數列，且公比  $\geq 2$ 。已知  $P(B) = \frac{7}{10}$ ， $P(A' \cup B') = \frac{9}{10}$ ，則條件機率  $P(B|A)$  為下列哪一個選項？

(1)  $\frac{2}{5}$  (2)  $\frac{2}{7}$  (3)  $\frac{1}{3}$  (4)  $\frac{1}{4}$  (5)  $\frac{1}{5}$

二、多選題：

1. 每題 7 分，共 28 分，每題至少有一個選項是正確的。

2. 所有選項均答對者得 7 分；錯一個選項得 4.2 分；錯二個選項得 1.4 分；所有選項均未作答或答錯多於 2 個選項者，該題以 0 分計算。

4. 空間中，已知四點  $A(1, 1, 0)$ 、 $B(2, -1, 2)$ 、 $C(-1, 3, 4)$ 、 $D(0, 2, -1)$ ，試選出正確的選項。

(1) 通過  $A$ 、 $B$ 、 $C$  三點的平面方程式為  $6x + 4y + z = 10$  (2)  $\triangle ABC$  的面積為  $\sqrt{53}$   
 (3) 點  $D$  到平面  $ABC$  的距離為  $\frac{7}{\sqrt{53}}$  (4) 直線  $\overleftrightarrow{AC}$  的比例式可表示為  $\frac{x}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-2}{-2}$   
 (5) 直線  $\overleftrightarrow{AB}$  與直線  $\overleftrightarrow{CD}$  歪斜

5. 空間中，點  $A(4, -3, 2)$  與兩平面  $E_1: x + y + z = 1$ 、 $E_2: 2x + 3y + 5z = 7$ ，直線  $L$  為  $E_1$  與  $E_2$  之交線，試選出正確的選項。

(1)  $E_1$  與  $E_2$  之交線  $L$  之方向向量可表示為  $(2, -3, 1)$  (2) 過點  $A$  且與  $L$  平行之直線可表示為  $\frac{x+4}{2} = \frac{y-3}{-3} = \frac{z+2}{1}$   
 (3) 點  $A$  在直線  $L$  的投影點為  $(2, -4, 3)$  (4) 包含  $A$  點與直線  $L$  的平面方程式為  $x + 2y + 4z = 6$   
 (5) 若平面  $E_1$  與  $E_2$  的銳夾角為  $\theta$ ，則  $\cos \theta = \frac{10}{\sqrt{114}}$

6. 甲、乙、丙三人獨自解出一題數學問題的機率分別為  $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{1}{3}$ 、 $\frac{1}{5}$ 。今三人同解某一問題且互不影響。試選出正確的選項。

(1) 此題被解出的機率為  $\frac{1}{3}$  (2) 此題恰被一人解出的機率為  $\frac{1}{3}$  (3) 此題恰被二人解出的機率為  $\frac{7}{30}$   
 (4) 此題恰被二人解出，則是甲、乙解出的機率  $\frac{2}{7}$  (5) 已知甲、乙均解出，則丙也解出的機率為  $\frac{1}{5}$

7. 小明、小美兩人依下列規則進行遊戲：每次先由小明從 1 到 6 中任意選取一數，再由小美投擲一個公正骰子並觀察點數。當小明選取的數字等於小美投擲骰子出現的點數時，稱為「成功」。並繼續這個過程，直到「成功」次數為  $k$  時遊戲結束。已知在小美投擲第  $n$  次骰子後，遊戲尚未結束，則小美投擲第  $n+1$  次骰子後，遊戲就結束的機率為  $f(n)$ ，試選出正確的選項。

(1) 若  $k=1, n=1$ ，則  $f(1) = \frac{5}{6}$       (2) 若  $k=1, n=2$ ，則  $f(2) = \frac{1}{6}$       (3) 若  $k=2, n=2$ ，則  $f(2) = \frac{1}{8}$   
 (4) 若  $k=2, n=3$ ，則  $f(3) = \frac{1}{16}$       (5) 若  $k=3, n \geq 3$ ，則  $f(n) = \frac{1}{3^{n+1} + 4}$

### 三、選填題：

1. 第 A 至 H 題，將答案畫記在答案卡之「選擇 (填) 題答案區」所標示的列號 (8-29)。  
 2. 每題完全答對給 6 分，共 48 分。答錯不倒扣，未完全答對不給分。

- A. 已知兩平面  $x+4y-z=3$  與  $ax+y=5$  所夾的銳角為  $60^\circ$ ，則  $a$  的值為  $\frac{(8)(9)}{(12)}$  或  $\frac{(10)(11)}{(12)}$ 。(化為最簡分數)
- B. 坐標空間中，已知點  $A$  的坐標為  $(a, b, c)$ ，其中  $a, b, c$  皆為小於 0 的實數，且知點  $A$  與三平面  $E_1: 4y+3z=3$ 、 $E_2: 3y+4z=3$ 、 $E_3: x+2y+2z=1$  的距離都是 2，則  $a+b+c = \frac{(13)(14)}{(14)}$ 。
- C. 有按鈕遊戲機，每投幣一枚，可按遊戲機三次。第一次按下會出現黑色或白色，出現黑色的機率為  $\frac{1}{3}$ ，出現白色的機率為  $\frac{2}{3}$ ；第二次或第三次按下，出現其前一次同色的機率為  $\frac{1}{4}$ ，不同色的機率為  $\frac{3}{4}$ 。今某甲投幣一枚後，按三次均出現同色的機率為  $\frac{(15)}{(16)(17)}$ 。(化為最簡分數)
- D. 坐標空間中，平面  $x+2y+2z=2$  上有兩相異直線  $L: \frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{-2}$  與  $L'$ 。已知  $L$  也在另一平面  $E$  上，且  $L'$  在  $E$  的投影與  $L$  重合。則  $E$  的方程式為  $(18)x - (19)y + (20)z = (21)$ 。
- E. 空間中，已知  $L_1$  與  $L_2$  交於原點  $O(0, 0, 0)$ ，直線  $L: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-1}{3}$  與  $L_1, L_2$  分別交於  $P, Q$ ，直線  $M: \frac{x-4}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z-8}{3}$  與  $L_1, L_2$  分別交於  $A, B$ ，則  $\frac{\overline{PQ}}{\overline{AB}} = \frac{(22)}{(23)}$ 。(化為最簡分數)
- F. 空間中， $\triangle OAB$  的三頂點為  $O(0, 0, 0)$ 、 $A(1, 2, 3)$ 、 $B(4, 12, -8)$ ，有一平面  $E: x+ay+bz=c$  分別交  $\overline{OA}$ 、 $\overline{OB}$  於  $P, Q$  兩點，且  $\overline{OA}$  與平面  $E$  垂直，若  $\triangle OAB$  的面積為  $\triangle OPQ$  面積的 56 倍，則  $a+b+c = (24)$ 。
- G. 令  $E: x+y=3$  為坐標空間中過三點  $A(4, -1, 0)$ 、 $B(2, 1, 0)$ 、 $C(2, 1, 4)$  的平面。另有一點  $P$  在平面  $x=1$  上且其於  $E$  之投影點與  $A, B, C$  三點等距離。則點  $P$  與平面  $E$  的距離為  $(25)\sqrt{(26)}$ 。(化為最簡根式)

- H. 已知某地區有 25% 的人口感染某傳染病。針對該傳染病的快篩試劑檢驗，有陽性或陰性兩結果。已知該試劑將染病者判為陽性的機率為 75%，將未染病者判為陰性的機率亦為 75%。為降低該試劑將染病者誤判為陰性的情況，專家建議連續採檢三次。若單次採檢判為陰性者中，染病者的機率為  $P$ ；而連續採檢三次皆判為陰性者中，染病者的機率為  $P'$ ，則  $\frac{P}{P'}$  之值為  $\frac{\textcircled{27}\textcircled{28}}{\textcircled{29}}$ 。(化為最簡分數)

四、混合題 (共 9 分)：

題目與答題方式，詳見答案卷。考試結束後，需將答案卡、答案卷一併繳回。

# 答案卷

## 四、混合題 (共 9 分)：

- 第 (a) 小題為選填題，不用書寫計算過程，將答案劃記在答案卡之「選擇 (填) 題答案區」所標示的列號 (30 – 34)。
- 第 (b)、(c) 小題為非選擇題，請使用黑色原子筆在標示題號手寫卷內作答。請由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分，只寫答案不予計分。

- 空間中，已知  $L_1: \frac{x-2}{-8} = \frac{y}{3} = \frac{z+5}{1}$ ， $L_2: \frac{x+3}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-5}{1}$  為兩歪斜線。 $L$  為  $L_1$ 、 $L_2$  的公垂線且與  $L_1$ 、 $L_2$  的垂足分別為  $P$ 、 $Q$  兩點。根據上述，試回答下列問題。

(a)  $P$  點坐標為 ( ③① ③② )。(選填題，3 分)

(b) 試求包含  $L_2$  且平行  $L_1$  的平面方程式。(非選擇題，3 分)

(c) 試求  $L_1$  與  $L_2$  的距離。(非選擇題，3 分)

(b) 試求包含  $L_2$  且平行  $L_1$  的平面方程式。(非選擇題，3 分)

(c) 試求  $L_1$  與  $L_2$  的距離。(非選擇題，3 分)