國立中興大學附屬高級中學 111 學年度第 2 學期 第二次期中考 高三自然班群數學試題 (數甲)

命題:張老師 審題:陳老師

班級: 年 班 座號: 姓名: 試題共 3 頁,第 0 頁

答案卷

一、單選題: (每題 4 分,共 12 分。請選出最適合的選項,全對才給分。)

1	2	3	
(4)	(3)	(2)	

二、多選題:

- 1. 每題 7 分,共 28 分,每題至少有一個選項是正確的。
- 2. 所有選項均答對者得 7 分;錯一個選項得 4.2 分;錯二個選項得 1.4 分;所有選項均未作答或 答錯多於 2 個選項者,該題以 0 分計算。

4	5	6	7
(3)	(1)(3)(4)	(4)(5)	(1)(4)(5)

三、選塡題:

- 1. 第 $\mathbf{A} \cong \mathbf{J}$ 題,將答案畫記在答案卡之「選擇 (塡) 題答案區」所標示的列號 (8-27)。
- 2. 每題完全答對給 6 分,共 60 分。答錯不倒扣,未完全答對不給分。

A	В	С	D
4	$\frac{20\sqrt{82}}{41}$	52	0
E	F	G	Н
$6\sqrt{3}$	9	8	5
I	J		
13	$\frac{64\sqrt{3}}{3}$		

國立中興大學附屬高級中學 111 學年度第 2 學期 第二次期中考 高三自然班群數學試題 (數甲)

命題:張老師 審題:陳老師

注意:請於答案卡(卷)上畫(寫)上正確身分資料,

若因未劃記書寫身分資料,或因劃記書寫錯誤,統一扣該科總成績 5 分。

一、單選題:

- 1. 每題 4 分,共 12 分,每題有 5 個選項,其中只有一個是正確或最適當的選項。
- 2. 各題答對者,得 4 分;答錯、未作答或畫記多於一個選項者,該題以零分計算。
- 1. 在坐標平面上,直線 L: x=-2,點 F(-2,4),若點 P 滿足 $\overline{PF}=d(P,L)$,其中 d(P,L) 表示點 P 到直線 L 的距離,則所有動點 P 所形成的圖形為何?
 - (1) 拋物線 (2) 兩平行直線 (3) 過點 F 與 L 平行的直線 (4) 過點 F 與 L 垂直的直線 (5) 以點 F 為重心的正 三角形
- 2. 設 $\frac{x^2}{k}+\frac{y^2}{12}=1$ 為一橢圓 Γ ,其中 k>0, F_1 、 F_2 為 Γ 的兩焦點。若 A 、 B 為橢圓 Γ 的正焦弦之兩端點,且 $\triangle ABF_1$ 的周長為 16,則橢圓 Γ 的正焦弦長為多少?
 - (1) 4 (2) 5 (3) 6 (4) $2\sqrt{3}$ (5) $4\sqrt{3}$
- 3. 設 k 為實數,若 $\dfrac{x^2}{k-3}-\dfrac{y^2}{k-7}=1$ 為一雙曲線,其貫軸在 y 軸上,則 k 的範圍為何?
 - (1) 3 < k < 7 (2) k < 3 (3) k > 7 (4) k > 5 (5) k 為任意實數

二、多選題:

- 1. 每題 7 分,共 28 分,每題至少有一個選項是正確的。
- 2. 所有選項均答對者得 7 分;錯一個選項得 4.2 分;錯二個選項得 1.4 分;所有選項均未作答或 答錯多於 2 個選項者,該題以 0 分計算。
- 4. 已知拋物線 Γ 的方程式為 $\sqrt{(x+2)^2+(y-5)^2}=|x-4|$,有關 Γ 的敘述,請選出正確的選項。
 - (1) 焦點坐標為 (2,-5) (2) 準線方程式為 y=4 (3) 對稱軸方程式為 y=5 (4) 頂點坐標為 $(2,-\frac{1}{2})$
 - (5) 正焦弦長為 18
- 5. 已知橢圓 Γ 的兩焦點為 $F_1(1,1)$ 、 $F_2(-3,-3)$,且短軸長為 $2\sqrt{2}$,有關 Γ 的敘述,請選出正確的選項。
 - (1) 中心坐標為 $(-1,\,-1)$ (2) 長軸長為 8 (3) 長軸所在直線的方程式為 x-y=0 (4) 短軸所在直線的方程式為 x+y=-2 (5) 正焦弦長為 4

國立中興大學附屬高級中學 111 學年度第 2 學期 第二次期中考

高三自然班群數學試題 (數甲)

命題:張老師 審題:陳老師

班級:

班 座號: 姓名:

試題共3頁,第2頁

- 6. 已知雙曲線 Γ 的方程式為 $\left| \sqrt{(x-1)^2 + (y-1)^2} \sqrt{(x+3)^2 + (y+3)^2} \right| = 2\sqrt{2}$,有關 Γ 的敘述,請選出正確的選項。
 - (1) 中心坐標為 (1, 1)

- (2) 共軛軸長為 $4\sqrt{6}$ (3) 正焦弦長為 $12\sqrt{2}$ (4) Γ 的兩漸近線交於點 (-1,-1)
- (5) 共軛軸所在直線的方程式為 x+y=-2
- 7. 已知橢圓 $\Gamma_1: \frac{(x-1)^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ 與雙曲線 $\Gamma_2: \frac{(x-h)^2}{a^2} \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$ 有相同的焦點,請選出正確的選項。
 - (1) 橢圓 Γ_1 與雙曲線 Γ_2 有相同的中心 (1,0) (2) 橢圓 Γ_1 的長軸長與雙曲線 Γ_2 的貫軸長相等 (3) 橢圓 Γ_1 的短軸 長與雙曲線 Γ_2 的共軛軸長相等 (4) 雙曲線 Γ_2 的貫軸為水平線段 (5) $a^2+b^2=16$

三、選塡題:

- 1. 第 $A \equiv J$ 題,將答案畫記在答案卡之「選擇(塡)題答案區」所標示的列號 (8-27)。
- 2. 每題完全答對給 6 分,共 60 分。答錯不倒扣,未完全答對不給分。
- A. 在坐標平面上,過點 $F(2,\,0)$ 的直線交抛物線 $\Gamma:y^2=8x$ 於 $P\smallsetminus Q$ 兩點,其中 P 在第一象限。若 $\overline{PF}=2\overline{QF}$,則 P 點 的 x 坐標為 (8) •
- B. 在坐標平面上有一橢圓 $\Gamma: \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$,直線 L 通過原點 O,且與 x 軸的正向夾 45° 。若橢圓 Γ 與直線 L 在第一象限 的交點為 P,則 \overline{OP} 長度為 。(化為最簡根式)
- C. 已知雙曲線 Γ 的貫軸長為 16,兩焦點為 $F_1(c,0)$ 、 $F_2(-c,0)$,其中 c>0。設點 A、B 在雙曲線 Γ 上,A 與 B 分別在 第一象限與第四象限上,且 $A imes F_1 imes B$ 三點共線,若 $\overline{AB} = 10$,則 $\triangle ABF_2$ 的周長為 $\widehat{(15)(16)}$ 。
- D. 設 Γ 為坐標平面上一開口向上的拋物線,其準線為 y=-3。點 $A(x_1,y_1)$ 、 $B(x_2,y_2)$ 在 Γ 上, \overline{AB} 過焦點 F,且 $\overline{AB}=6$,則 $y_1+y_2=$ (17) 。
- E. 設橢圓 $\Gamma:\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$ 的兩焦點為 $F_1 \smallsetminus F_2$,若 P 為 Γ 上一點,滿足 $\angle PF_1F_2=60^\circ$,則 $\triangle PF_1F_2$ 的面積為 $(18)\sqrt{(19)}$ 。(化為最簡根式)
- Γ . 在坐標平面上, $A(3,\,5)$,動點 P 在拋物線 Γ : $x^2=16y$ 上,其中 F 為 Γ 的焦點,則 $\overline{PF}+\overline{PA}$ 的最小値為 20 。

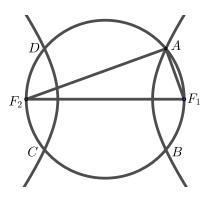
高三自然班群數學試題 (數甲)

命題:張老師 審題:陳老師

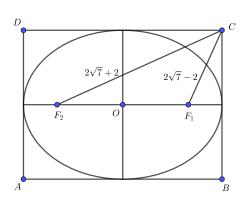
班級: 年 班 座號: 姓名:

試題共 3 頁,第 3 頁

G. 如圖,設 F_1 、 F_2 為雙曲線 Γ 的兩個焦點,已知以 F_1 、 F_2 為直徑 兩端點作一圓與雙曲線 Γ 相交於 A、B、C、D 四點,若 $\triangle AF_1F_2$ 的面積為 16,則雙曲線 Γ 的共軛軸長為 21 。



H. 如圖,長方形 ABCD 內切一橢圓,橢圓的長軸平行 \overline{AB} 。 已知 C 點到橢圓焦點 F_1 、 F_2 的距離分別為 $2\sqrt{7}-2$ 公分、 $2\sqrt{7}+2$ 公分,則 C 點到橢圓中心 O 的距離為 (22) 。



- I. 在坐標平面上, $O(0,\,0)$,動點 R 在橢圓 $\frac{(x-4)^2}{4}+y^2=1$ 上,其中點 A 為橢圓中心。已知平面上另兩動點 P 和 Q,滿足 $\overrightarrow{OP}=-\overrightarrow{OR}$ 與 $\overrightarrow{RA}=-2\overrightarrow{RQ}$,則 \overrightarrow{PQ} 長度的最大値為 23 24 。
- $J. \ \, \mbox{設 抛物線} \ \, \Gamma: y^2 = 8x \, , F \ \, \mbox{$\stackrel{.}{\triangle}$} \ \, \Gamma \ \, \mbox{on fixs.} \ \, \mbox{$\stackrel{.}{\triangle}$} \ \, \mbox{$$