

一、單選題（占 21 分）

說明：第 1 題至第 3 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題答對者，得 7 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

() 1. 三相異實數 a 、 b 、 c 滿足 $b = 4a - 3c$ ，若將 a 、 b 、 c 標示在數線上，則 $\frac{c-a}{b-a} = ?$

- (1) -3 (2) 3 (3) $\frac{1}{3}$ (4) $-\frac{1}{3}$ (5) 無法確定

() 2. $\triangle ABC$ 內接於圓心為 O 之單位圓。若 $\overrightarrow{OA} + 2\overrightarrow{OB} + k\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{0}$ 且 $\angle ACB = 60^\circ$ ，則 k 值為何？

- (1) $\sqrt{3}$ (2) $\sqrt{2}$ (3) 1 (4) 2 (5) 3

() 3. 試問在 $0 \leq x \leq 2\pi$ 的範圍中， $y = \sin x$ 的函數圖形與 $y = 2\sin x - \sqrt{3}\cos x + 1$ 的函數圖形有幾個交點？

- (1) 0 個交點 (2) 1 個交點 (3) 2 個交點 (4) 3 個交點 (5) 4 個交點

二、多選題（占 25 分）

說明：第 4 題至第 8 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 5 分；答錯 1 個選項者，得 3 分；答錯 2 個選項者，得 1 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

4. 某 S 校高三共有 500 位學生，數學科第一次段考、第二次段考成績分別以 X 、 Y 表示，且每位學生的成績用 0 至 100 評分。若這兩次段考數學科成績的相關係數為 0.9，某生將 X 與 Y 的相關情形用散佈圖表示，並求出 Y 對 X 最適直線方程式為 $Y = 0.6X + 20$ ，試問下列哪些選項是正確的？（以下選項中 μ_X 、 μ_Y 分別代表 X 、 Y 的算術平均數； σ_X 、 σ_Y 分別代表 X 、 Y 的標準差）

- (1) 這兩次段考的數學成績適合用直線 $Y = 0.6X + 20$ 表示 X 與 Y 的相關情形
 (2) $X + 5$ 與 $100 - Y$ 的相關係數仍為 0.9
 (3) 若 $\mu_X = 70$ ，則 $\mu_Y = 63$
 (4) $\sigma_X > \sigma_Y$
 (5) 若 $X' = \frac{X - \mu_X}{\sigma_X}$ 、 $Y' = \frac{Y - \mu_Y}{\sigma_Y}$ ，則 Y' 對 X' 的最適直線方程式為 $Y' = 0.9X'$

班級：三年 _____ 班 座號：_____ 姓名：_____

5. 設 $0 < x < 1$ 。請選出正確的選項。

(1) $2^x < 3^x < 5^x$

(2) $\left(\frac{1}{2}\right)^x < \left(\frac{1}{3}\right)^x < \left(\frac{1}{5}\right)^x$

(3) $\log 2^x < \log 3^x < \log 5^x$

(4) $\log_2 x < \log_3 x < \log_5 x$

(5) $\log_{\frac{1}{2}} x < \log_{\frac{1}{3}} x < \log_{\frac{1}{5}} x$

6. 空間中有三點 $A(5, -1, 4)$ 、 $B(2, -1, 1)$ 、 $C(5, -7, 4)$ 。若直線 L 通過 A 點並與直線 BC 相交且垂直於 H 點，則下列選項哪些為正確？(1) 直線 L 的方向向量可能為 $(3, 2, 1)$ (2) \overrightarrow{BA} 在直線 L 上的正射影為 \overrightarrow{BH}

(3) 直線 BC 可表示為
$$\begin{cases} \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-2} \\ \frac{y+1}{-2} = \frac{z-1}{1} \end{cases}$$

(4) H 點的座標為 $(2, -3, 3)$ (5) H 點的座標為 $(3, -3, 2)$ 7. 設 $\Gamma: x^2 + y^2 + 10x + 16 = 0$ 為坐標平面上的圓。試問下列哪些選項是正確的？(1) Γ 的圓心坐標為 $(5, 0)$ (2) Γ 上的點與直線 $L: 3x + 4y - 15 = 0$ 的最近距離等於 3(3) 直線 $L_1: 3x + 4y + 15 = 0$ 與 Γ 相切(4) Γ 上恰有四個點與直線 $L_3: 3x + 4y + 15 = 0$ 的距離等於 3(5) Γ 上恰有兩個點與直線 $L_2: 3x + 4y = 0$ 的距離等於 4

8. 已知三次實係數多項式函數 $f(x) = x^3 + ax^2 + 10x + 1$ 的圖形之對稱中心為 $(2, k)$ ，試選出正確的選項。

- (1) $k = 5$
- (2) 若點 (r, s) 在 $y = f(x)$ 的圖形上，則點 $(4 - r, 10 - s)$ 也在 $y = f(x)$ 的圖形上
- (3) $y = f(x)$ 的圖形在 $x = 2$ 附近的近似直線的斜率為 2
- (4) $y = f(x)$ 的圖形平移後可與 $y = x^3 - 2x$ 的圖形重合
- (5) $y = f(x)$ 除以 $(x - 2)^2$ 的餘式為 $-2(x - 2) + 5$

三、選填題（占 54 分）

說明：1. 第 A 至 I 題，將答案畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」所標示的列號 (9-36)。

2. 每題完全答對給 6 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. 若 $a < 0$ ，且多項式函數 $f(x) = ax^2 + ax + b$ 在區間 $-1 \leq x \leq 1$ 上的最大值為 $\frac{7}{4}$ 、最小值為 -5 ，則 $a + b =$ ⑨ ⑩。

B. 小明想要安排從星期一到星期五共五天的晚餐計畫。他的餐點共有四種選擇：牛肉麵、雲吞麵、魚排飯及雞腿飯。

小明想要依據下列兩原則來安排他的午餐：

- (甲) 每天只選一種餐點但這五天中每一種餐點至少各點一次
- (乙) 飯食 3 天、麵食 2 天，連續兩天的餐點不能重複，且不連續兩天吃麵食

根據上述原則，小明這五天共有 ⑪ ⑫ 種不同的午餐計畫。

C. 康康社共有 10 位男生、5 位女生，需推派 4 位同學參加某項全校性活動。大家決定用抽籤的方式決定參加人選。已知

每人中籤的機率相等，若推派的 4 位同學中有男也有女，則恰為 2 男 2 女的機率為 $\frac{\text{⑬}}{\text{⑭ ⑮}}$ 。（答案化至最簡分數）

D. 考慮坐標平面上的直線 $L: x + y = 1$ 。若 a 為實數且二階方陣 $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ a & -8 \end{bmatrix}$ 所代表的線性變換可以將 L 上的點變換到一條斜

率為 -2 的直線，則 $a = \underline{\textcircled{16} \textcircled{17} \textcircled{18}}$ 。

E. 空間中，以 \overline{AB} 為共同邊的兩正方形 $ABCD$ 、 $ABEF$ ，其邊長皆為 4 。已知內積 $\vec{AD} \cdot \vec{AF} = 7$ ，則 $\cos \angle CAE = \frac{\textcircled{19} \textcircled{20}}{\textcircled{21} \textcircled{22}}$ 。

(答案化至最簡分數)

F. $H: 2x - y + 2z = 7$ 為坐標空間中一平面， L 為平面 H 上的一直線。已知點 $P(1, 1, 3)$ 為 L 上距離原點 O 最近的點，則

(5 , $\underline{\textcircled{23}}$, $\underline{\textcircled{24} \textcircled{25}}$) 為 L 的方向向量。

G. 有 100 元、 300 元、 500 元、 700 元的紅包袋各一個，由甲、乙、丙三人依序各抽取 1 個紅包袋，抽取後不放回。若每個紅包袋被抽取的機會都相等，則甲、乙、丙三人紅包金額總和的期望值為 $\underline{\textcircled{26} \textcircled{27} \textcircled{28} \textcircled{29}}$ 元。

H. 設 $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ 為一實數數列，且對所有的正整數 n 滿足 $a_{n+1} = \frac{n(n+1)}{2} + a_n$ ，則 $a_{10} - a_8 = \underline{\textcircled{30} \textcircled{31}}$ 。

I. 地面上甲、乙兩人從同一地點同時開始移動。甲以每秒 4 公尺向東等速移動，乙以每秒 3 公尺向北等速移動。在移動不久之後，他們互望的視線被一正立方體建築物阻擋了 3 秒後才又相見。此正立方體建築物底面正方形的面積”

最小”為 $\frac{\textcircled{32} \textcircled{33} \textcircled{34}}{\textcircled{35} \textcircled{36}}$ 平方公尺。(答案化至最簡分數)

解答

一、單選題 1.(4) 2.(1) 3.(3)

二、多選題 4.(1)(4)(5) 5.(1)(3)(4) 6.(3)(5) 7.(2)(5)
8.(1)(2)(4)(5)

三、選填題 A. -2 B. 48 C. $\frac{9}{23}$ D. -10

E. $\frac{23}{32}$ F. 4, -3 G. 1200 H. 81 I. $\frac{648}{25}$