

下列題目中出現的 $i = \sqrt{-1}$

一、多選題 (每題 6 分，共 24 分，答錯一個選項得 4 分，答錯 2 個選項得 2 分，答錯 3 個選項以上或沒有作答得 0 分)

1 方程式 $2x^3 - x^2 - 3x + 1 = 0$ ，在下列哪些區間有實根？

- (1)
- $(-2, -1)$
- (2)
- $(-1, 0)$
- (3)
- $(0, 1)$
- (4)
- $(1, 2)$
- (5)
- $(2, 3)$

2. 有關不等式的敘述，下列何者正確？

- (1) 不等式 $x^2 - 4x + 3 < 0$ 的解與不等式 $\frac{x-3}{x-1} < 0$ 的解相同
- (2) 不等式 $x^2 - 4x + 3 \leq 0$ 的解與不等式 $\frac{x-3}{x-1} \leq 0$ 的解相同
- (3) 不等式 $x^2 - 4x + 3 < 0$ 的解與不等式 $(x+2)^2(x-1)^3(x-3) < 0$ 的解相同
- (4) 不等式 $x^2 - 4x + 3 < 0$ 的解與不等式 $(x-2)^2(x-1)^3(x-3) < 0$ 的解相同
- (5) 不等式 $x^2 - 4x + 3 \leq 0$ 的解與不等式 $(x+2)^2(x-1)^3(x-3) \leq 0$ 的解相同

3. 設 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ 為實係數三次多項式，則下列敘述何者正確？

- (1) 若 $a+b+c+d=0$ ，則 $(x-1)$ 必為 $f(x)$ 的因式
- (2) 若 $f(3+2i) = 11 + \sqrt{3}$ ，則 $f(3-2i) = 11 - \sqrt{3}$
- (3) 若方程式 $f(x) = 0$ 有一實根為 0，另兩根為虛根，則 $ac > 0$
- (4) 若 $f(3+i) = 0$ 且 $f(2) \cdot f(3) < 0$ ，則 $f(3) \cdot f(4) > 0$
- (5) 已知 $f(3-2i) = 0$ ，則 $y = f(x)$ 的多項式函數圖形與 x 軸恰有一個交點

4. 若多項式 $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0$ ，當 $a_n \neq 0$ 時， $f(x)$ 的首項係數為 a_n ， $f(x)$ 的次數為 n ，記作 $\deg f(x) = n$ 。設 m 為整數，且多項式 $f(x) = 4 \times \frac{(x-1)(x-3)}{(5-1)(5-3)} + 1 \times \frac{(x-1)(x-5)}{(3-1)(3-5)} + m \times \frac{(x-3)(x-5)}{(1-3)(1-5)}$ 。請選出正確的選項。

- (1) $f(5) = 4$
- (2) 存在 m ，使得 $\deg f \notin \mathbb{Z}$
- (3) 存在 m ，使得 $\deg f \notin \mathbb{Z}$
- (4) 若 $\deg f(x) = 1$ ，則 $m = -1$
- (5) 若 $\deg f(x) = 1$ ，則 $f(x)$ 的首項係數為 $\frac{3}{2}$

二、填充題 (14 格，共 76 分)

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
得分	8	16	24	30	36	42	48	54	58	62	66	70	73	76

1. 下式是小興利用綜合除法計算三次多項式 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ 除以 $x-1$ 的算式，因為不小心將飲料翻倒在計算紙上，所以只能辨識部分數字：（無法辨識的數字以英文字母代替）

$$\begin{array}{r|l}
 a & +b & +c & +d & 1 \\
 +) & 5 & +e & +4 & \\
 \hline
 g & +3 & +h & -5 &
 \end{array}$$

已知小興沒有計算錯誤，求 $a+b+c+d$ 的值為_____。

2. 若多項式 $f(x) = x^{106} + 2x^{105} + ax^2 + 3x - 5$ 除以 $x+2$ 的餘式為 5，則 a 的值為_____。

3. 設多項式 $f(x)$ 除以 $x^2 + x - 6$ 所得餘式為 $x - 6$ ； $f(x)$ 除以 $x^2 - 4x - 12$ 所得餘式為 $x + 3$ ，求 $f(x)$ 除以 $x^2 - 3x - 18$ 的餘式為_____。
4. 設 $f(x)$ 是二次多項式，若 $f(2015) = 8$ ， $f(2016) = 12$ ， $f(2017) = 22$ ，則 $f(2018)$ 的值為_____。
5. 設多項式 $f(x) = x^3 - 8x^2 + 9x + 9$ ，則 $f(3 + 2\sqrt{3})$ 之值為_____。
6. 設 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ，若以 $x^2 + 3x + 1$ 除之餘式為 $3x - 1$ ；以 $x^2 + 2x - 3$ 除之餘式為 $6x + 1$ ，則 $f(2)$ 之值為_____。
7. 若 $2 - i$ 是方程式 $x^2 + kx - 10 = 0$ 的一根，則 k 值為_____。
8. 已知 α, β 為方程式 $x^2 - 5x + 2 = 0$ 的兩根，則 $\frac{\beta}{\alpha + 1} + \frac{\alpha}{\beta + 1}$ 之值為_____。
9. 已知 c 為實數，設三次方程式 $3x^3 - 22x^2 + cx - 52 = 0$ 有兩複數根 $a + 2i$ ， $3 + bi$ ，其中 a, b 是不為 0 的實數。則此方程式的實根為_____。
10. 若 a 為實數且 $2x^2 - (a + 2i)x + a - 4 + i = 0$ 有一實數根，則 a 之值為_____。
11. 若 k 為正整數且方程式 $7x^3 + (2k - 3)x^2 + kx + 1 = 0$ 的根都是有理根，則 k 之值為_____。
12. 已知 $f(x)$ 為二次函數， $f(x) < 0$ 的解為 $x < -2$ 或 $7 < x$ ，則 $f(3x + 1) > 0$ 的解為_____。
13. 分式不等式 $\frac{x^2 + 4x - 1}{x^2 + 3x - 10} < 1$ 的解為_____。
14. 若 k 為實數且不等式 $x^4 - (k + 2)x^3 + (3k - 6)x^2 + (4k + 7)x - 12k + 6 < 0$ 的解為 $-2 < x < 3$ ，求 k 值的範圍為_____。

答案卷

一、多選題 (每題 6 分，共 24 分，答錯一個選項得 4 分，答錯 2 個選項得 2 分，答錯 3 個選項以上或沒有作答得 0 分)

1	2	3	4
134	13	1345	125

二、填充題 (14 格，共 76 分)

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
得分	8	16	24	30	36	42	48	54	58	62	66	70	73	76

1	2	3	4	5
-5	4	$2x-3$	38	3
6	7	8	9	10
38	$2+3i$	$\frac{13}{4}$	$\frac{4}{3}$	7
11	12	13	14	
9	$-1 < x < 2$	$x < -9$ 或 $-5 < x < 2$	$1 < k \leq 5$	