財團法人大學入學考試中心基金會 112學年度學科能力測驗試題 數學A考科

請於考試開始鈴響起,在答題卷簽名欄位以正楷簽全名

—作答注意事項—

考試時間:100分鐘

作答方式:

- •選擇(填)題用 2B 鉛筆在「答題卷」上作答;更正時以橡皮擦擦拭,切勿使用修正帶(液)。
- 除題目另有規定外,非選擇題用筆尖較粗之黑色墨水的筆在「答題卷」上作答;更正時,可以使用修正帶(液)。
- 考生須依上述規定劃記或作答,若未依規定而導致答案難以辨識或評閱時,恐將影響成績。
- 答題卷每人一張,不得要求增補。
- 選填題考生必須依各題的格式填答,且每一個列號只能在一個格子劃記。請仔細閱讀下面的例子。

例:若答案格式是 (18-2), 而依題意計算出來的答案是 3/8, 則考生必須分別在答題卷上

的第 18-1 列的 ≧ 與第 18-2 列的 ≜ 劃記,如:

例:若答案格式是 $\underbrace{\frac{19-1}{19-2}}_{50}$,而答案是 $\frac{-7}{50}$ 時,則考生必須分別在答題卷的第 19-1 列

的 □ 與第 19-2 列的 □ 劃記,如:

選擇(填)題計分方式:

- 單選題:每題有 n 個選項,其中只有一個是正確或最適當的選項。各題答對者,得該 題的分數;答錯、未作答或劃記多於一個選項者,該題以零分計算。
- 多選題:每題有n個選項,其中至少有一個是正確的選項。各題之選項獨立判定,所有選項均答對者,得該題全部的分數;答錯k個選項者,得該題 $\frac{n-2k}{n}$ 的分數;但得分低於零分或所有選項均未作答者,該題以零分計算。
- 選填題每題有 n 個空格,須全部答對才給分,答錯不倒扣。

※試題中參考的附圖均為示意圖,試題後附有參考公式及數值。

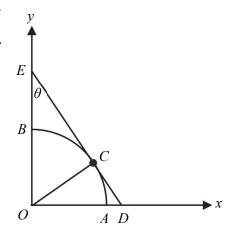
第壹部分、選擇(填)題(占85分)

一、單選題(占30分)

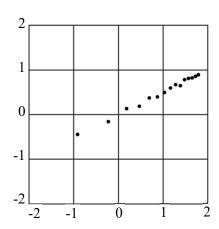
說明:第1題至第6題,每題5分。

- 1. 若在計算器中鍵入某正整數 N,接著連按「 $\sqrt{\ }$ 」鍵(取正平方根)3 次,視窗顯 示得到答案為 2,則 N 等於下列哪一個選項?

 - $(1) 2^3 (2) 2^4$
- $(3) 2^6$
- (4) 2⁸ (5) 2¹²
- 2. 坐標平面上,以原點 0 為圓心、1 為半徑作圓,分 別交坐標軸正向於 $A \cdot B$ 兩點。在第一象限的圓弧 上取一點 C 作圓的切線分別交兩軸於點 $D \cdot E$, 如圖所示。 $\Diamond \angle OEC = \theta$,試選出為 $\tan \theta$ 的選項。



- (1) \overline{OE}
- (2) \overline{OC}
- (3) \overline{OD}
- (4) \overline{CE}
- (5) \overline{CD}
- 3. 某生推導出兩物理量s,t應滿足一等式。為了驗證其 理論,他做了實驗得到 15 筆兩物理量的數據 (s_{ι},t_{ι}) , $k=1,\cdots,15$ 。老師建議他將其中的 t_k 先取對數,在坐標 平面上標出對應的點 $(s_k, \log t_k)$, $k=1,\dots,15$, 如圖所示; 其中第一個數據為橫軸坐標,第二個數據為縱軸坐 標。利用迴歸直線分析,某生印證了其理論。試問 該生所得 s,t 的關係式最可能為下列哪一選項?



- (1) s = 2t (2) s = 3t (3) $t = 10^s$ (4) $t^2 = 10^s$ (5) $t^3 = 10^s$
- 4. 將數字 1、2、3、...、9 等 9 個數字排成九位數(數字不得重複),使得前 5 位 從左至右遞增、且後5位從左至右遞減。試問共有幾個滿足條件的九位數?
- (2) $\frac{8!}{5!3!}$ (3) $\frac{9!}{5!4!}$ (4) $\frac{8!}{5!}$

5. 已知坐標空間中 $P \cdot Q \cdot R$ 為平面 $2x-3y+5z=\sqrt{7}$ 上不共線三點。

 $\Rightarrow \overrightarrow{PQ} = (a_1,b_1,c_1)$, $\overrightarrow{PR} = (a_2,b_2,c_2)$ 。試選出下列行列式中**絕對值**為最大的選項。

 $(1) \quad \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \end{vmatrix}$

 $\begin{vmatrix}
a_1 & b_1 & c_1 \\
a_2 & b_2 & c_2
\end{vmatrix}$

- 6. 坐標空間中,考慮邊長為 1 的正立方體,固定一頂點 O。從 O 以外的七個頂點 隨機選取相異兩點,設此兩點為 $P \cdot Q$,試問所得的內積 $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OQ}$ 之期望值為下 列哪一個選項?
 - $(1) \frac{4}{7}$
- (2) $\frac{5}{7}$ (3) $\frac{6}{7}$ (4) 1

二、多選題(占30分)

說明:第7題至第12題,每題5分。

- 7. 某公司有甲、乙兩新進員工,兩人同時間入職且起薪相同。公司承諾給甲、乙兩 員工調薪的方式如下:
 - 甲:工作滿3個月,下個月開始月薪增加200元;以後再每滿3個月皆依此方式 調薪。
 - 乙:工作滿 12 個月,下個月開始月薪增加 1000 元;以後再每滿 12 個月皆依此 方式調薪。

根據以上敘述,試選出正確的選項。

- (1) 甲工作滿 8 個月後, 第 9 個月的月薪比第 1 個月的月薪增加 600 元
- (2) 工作滿一年後,第13個月甲的月薪比乙的月薪高
- (3) 工作滿 18 個月後,第 19 個月甲的月薪比乙的月薪高
- (4) 工作滿 18 個月時, 甲總共領到的薪水比乙總共領到的薪水少
- (5) 工作滿兩年後,在第3年的12個月中,恰有3個月甲的月薪比乙的月薪高

共 7 頁

- 8. 某抽獎遊戲單次中獎機率為 0.1,每次中獎與否皆為獨立事件。對每一正整數 n, 令 p_n 為玩此遊戲 n 次至少中獎 1 次的機率。試選出正確的選項。
 - (1) $p_{n+1} > p_n$
 - (2) $p_3 = 0.3$
 - (3) $\langle p_n \rangle$ 為等差數列
 - (4) 玩此遊戲兩次以上,第一次未中獎且第二次中獎的機率等於 $p_2 p_1$
 - (5) 玩此遊戲 n 次且 $n \ge 2$ 時,至少中獎 2 次的機率等於 $2p_n$

9. 設 $a_1,a_2,a_3,...,a_n$ 是首項為 3 且公比為 $3\sqrt{3}$ 的等比數列。試選出滿足不等式

 $\log_3 a_1 - \log_3 a_2 + \log_3 a_3 - \log_3 a_4 + \dots + (-1)^{n+1} \log_3 a_n > 18$

的項數 n 之可能選項。

- (1) 23
- (2) 24 (3) 25
- (4) 26
- (5) 27

- 10. 考慮坐標平面上的直線 L: 5y + (2k-4)x 10k = 0 (其中 k 為一實數),以及長方 形 OABC, 其頂點坐標為 O(0,0)、 A(10,0)、 B(10,6)、 C(0,6)。設 L 分 別 交 直 線 OC、 直線 AB 於點 $D \cdot E \circ$ 試選出正確的選項。

 - (2) 若直線 L 通過點 C, 則 L 的斜率為 $-\frac{5}{2}$
 - (3) 若點 D 在線段 \overline{OC} 上,則 $0 \le k \le 3$
 - (4) 若 $k = \frac{1}{2}$, 則線段 \overline{DE} 在長方形 OABC 內部(含邊界)
 - (5) 若線段 \overline{DE} 在長方形 OABC 內部(含邊界),則 L 的斜率可能為 $\frac{3}{10}$

- 11. 坐標平面上,設 $A \cdot B$ 分別表示以原點為中心,順時針、逆時針旋轉90°的旋轉矩陣。設 $C \cdot D$ 分別表示以直線 $x = y \cdot x = -y$ 為鏡射軸的鏡射矩陣。試選出正確的選項。
 - (1) A、C 將點(1,0)映射到同一點
 - (2) A = -B
 - (3) $C = D^{-1}$
 - (4) AB = CD
 - (5) AC = BD
- 12. $\Leftrightarrow f(x) = \sin x + \sqrt{3}\cos x$, 試選出正確的選項。
 - (1) 鉛直線 $x = \frac{\pi}{6}$ 為 y = f(x) 圖形的對稱軸
 - (2) 若鉛直線 x=a和 x=b均為 y=f(x)圖形的對稱軸,則 f(a)=f(b)
 - (3) 在區間 $[0,2\pi)$ 中僅有一個實數 x 滿足 $f(x) = \sqrt{3}$
 - (4) 在區間 $[0,2\pi)$ 中滿足 $f(x) = \frac{1}{2}$ 的所有實數 x 之和不超過 2π
 - (5) y = f(x)的圖形可由 $y = 4\sin^2\frac{x}{2}$ 的圖形經適當(左右、上下)平移得到
- 三、選填題(占25分)

說明:第13題至第17題,每題5分。

13. 某間新開幕飲料專賣店推出果汁、奶茶、咖啡三種飲料,前 3 天各種飲料的銷售數量(單位:杯)與收入總金額(單位:元)如下表,例如第一天果汁、奶茶、咖啡的銷售量分別為 60 杯、80 杯與 50 杯,收入總金額為 12900 元。

已知同一種飲料每天的售價皆相同,則咖啡每杯的售價為

(13-1) (13-2) 7	ī	0
-----------------	---	---

	果汁(杯)	奶茶(杯)	咖啡(杯)	收入總金額(元)
第 1 天	60	80	50	12900
第 2 天	30	40	30	6850
第 3 天	50	70	40	10800

14. 設 a,b 為實數(其中 a>0),若多項式 $ax^2+(2a+b)x-12$ 除以 $x^2+(2-a)x-2a$ 所得 餘式為 6,則數對 (a,b)=(14-1),(14-2) (14-3))。

15. 設 $O \cdot A \cdot B$ 為坐標平面上不共線三點,其中向量 \overrightarrow{OA} 垂直 \overrightarrow{OB} 。若 $C \cdot D$ 兩點在

直線
$$AB$$
 上,滿足 $\overrightarrow{OC} = \frac{3}{5} \overrightarrow{OA} + \frac{2}{5} \overrightarrow{OB} \times 3\overrightarrow{AD} = 8\overrightarrow{BD}$,且 \overrightarrow{OC} 垂直 \overrightarrow{OD} ,則 $\frac{\overrightarrow{OB}}{\overrightarrow{OA}} = \frac{\left(15-1\right)}{\left(15-2\right)}$

(化為最簡分數)

- 16. 令 E: x+z=2 為坐標空間中過三點 A(2,-1,0) 、 B(0,1,2) 、 C(-2,1,4) 的平面。另有一點 P 在平面 z=1 上且其於 E 之投影點與 A 、B 、C 三點等距離。則點 P 與平面 E 的距離為 (6-1) $\sqrt{(6-2)}$ 。 (化為最簡根式)
- 17. 坐標空間中有兩不相交直線 L_1 : $\begin{cases} x=1+t \\ y=1-t \\ z=2+t \end{cases}$ 次 為實數、 L_2 : $\begin{cases} x=2+2s \\ y=5+s \\ z=6-s \end{cases}$

一直線 L_3 與 L_1 、 L_2 皆相交且垂直。若 P、Q 兩點分別在 L_1 、 L_2 上且與 L_3 之距離皆為 3,

則 $P \cdot Q$ 兩點的距離為 (7-1) (17-2) 。 (化為最簡根式)

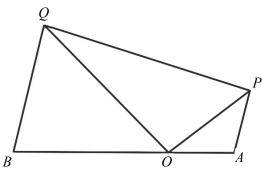
第 6 頁 共 7 頁

第貳部分、混合題或非選擇題(占15分)

說明:本部分共有1 題組,單選題每題3分,非選擇題配分標於題末。限在標示題號作答 區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答,更正時以橡皮擦擦 拭,切勿使用修正帶(液)。非選擇題請由左而右橫式書寫,作答時必須寫出計算 過程或理由,否則將酌予扣分。

18-20 題為題組

坐標平面上O為原點,給定A(1,0)、B(-2,0)兩點。另有兩點P、Q在上半平面, 且滿足 $\overline{AP} = \overline{OA}$ 、 $\overline{BQ} = \overline{OB}$ 、 $\angle POQ$ 為直角,如圖所示。令 $\angle AOP = \theta$ 。根據上述, 試回答下列問題。



- 18. 線段 \overline{OP} 長為下列哪一選項?(單選題,3分)
 - (1) $\sin \theta$ (2) $\cos \theta$

- (3) $2\sin\theta$ (4) $2\cos\theta$ (5) $\cos 2\theta$
- 19. 若 $\sin\theta = \frac{3}{5}$,試求點 Q 的坐標,並說明 $\overline{BQ} = 2\overline{AP}$ 。 (非選擇題,6分)
- 20. (承 19 題)試求點 A 到直線 BQ 的距離,並求四邊形 PABQ 的面積。 (非選擇題,6分)

参考公式及可能用到的數值

- 1. 首項為a,公差為d的等差數列前n項之和為 $S = \frac{n(2a + (n-1)d)}{2}$ 首項為a,公比為 $r(r \neq 1)$ 的等比數列前n項之和為 $S = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$
- 2. 三角函數的和角公式: $\sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$ $\cos(A+B) = \cos A \cos B \sin A \sin B$ $\tan(A+B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 \tan A \tan B}$
- 3. $\triangle ABC$ 的正弦定理: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$ (R 為 $\triangle ABC$ 外接圓半徑) $\triangle ABC$ 的餘弦定理: $c^2 = a^2 + b^2 2ab\cos C$
- 4. 一維數據 $X: x_1, x_2, \dots, x_n$, 算術平均數 $\mu_X = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n)$ 標準差 $\sigma_X = \sqrt{\frac{1}{n}[(x_1 - \mu_X)^2 + (x_2 - \mu_X)^2 + \dots + (x_n - \mu_X)^2]} = \sqrt{\frac{1}{n}[(x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2) - n\mu_X^2]}$
- 5. 二維數據 (X,Y): $(x_1,y_1),(x_2,y_2),\cdots,(x_n,y_n)$ 相關係數 $r_{X,Y} = \frac{(x_1 \mu_X)(y_1 \mu_Y) + (x_2 \mu_X)(y_2 \mu_Y) + \cdots + (x_n \mu_X)(y_n \mu_Y)}{n\sigma_X\sigma_Y}$ 迴歸直線(最適合直線)方程式 $y \mu_Y = r_{X,Y} \frac{\sigma_Y}{\sigma_X} (x \mu_X)$
- 6. 参考數值: $\sqrt{2} \approx 1.414$, $\sqrt{3} \approx 1.732$, $\sqrt{5} \approx 2.236$, $\sqrt{6} \approx 2.449$, $\pi \approx 3.142$
- 7. 對數值: $\log 2 \approx 0.3010$, $\log 3 \approx 0.4771$, $\log 5 \approx 0.6990$, $\log 7 \approx 0.8451$

112年學測答題卷

數學A考科

112年學測答題卷

財團法人大學入學考試中心基金會

112 學年度學科能力測驗 數學 A 考科 答題卷

*	考試開始鈴響起,經確認確為本人之應試號碼與姓名
	後,於「確認後考生簽名」欄以正楷簽全名。使用備用
	答題卷者,請務必於「確認後考生簽名」欄簽全名。
%	善

意事項。		
※選擇題正確作答為	色伤	1:

A	В	C	D
		_	

確認答	5題	卷	應	試	號	碼	與	姓	名	正	確	無	誃
確認後													

應試號碼、條碼、姓名 (不得污損、塗改或破壞)

考生簽名

請用正楷簽全名

第壹部分、選擇(填)題(占85分)

注意:考生如未能劃滿方格,或不依試題本之作答注意事項劃記致機器無法正確辨識答案時,恐將影響成績。

_ 1		1	2	3	4	5	6	7 7	8	9	0	_	±
_ 2		1	2	3	4	5	6		8	9	0	_	±
3		1	2	3	4	5	6	7 	8	9	0	_	±
4		1	2	3	4	5	6		8	9	0	_	±
_ 5		1	2	3	4	5	6 	7	8	9	0	_	±
6		1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	_	±
_ 7		1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	_	±
8		1	2	3	4	5 5	6	7 7	8	9	0	_	±
9		1	2	3	4	5 5	6	7 7	8	9	0	Ē	±
10		1	2	3	4	5 5		7 7	8	9	0	_	±
_ 11		1	2	3	4		6		8	9	0	_	±
12		1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	_	±
13-1	1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	_	±
13-2	2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	_	±
14-1	1	1	2	3	4	5 5	6	7 7	8	9	0	_	±
14-2	2	1	2	3	4				8	9	0	_	±
14-3	3	1	2	3	4	5	6	7 7	8	9	0		±
15-1	l	1	2	3	4	5	6		8	9	0		±
15-2	2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0		±
16-1	l	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0		±
16-2	2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0		±
1 7-1	l	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0		±
17-2	2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0		±

第1頁/共4頁

第貳部分、混合題或非撰擇題(占15分)

				4 2 (4 1 1						\		- /4				
題號	注意: 1.應 識或	依據題號	號順序, ,恐將影	於作答區 /響成績	5內作答。4.不得:	作 。2.除另 於作答區	有規定外 書寫姓/	、 ・ ・ ・ ・ 書寫 ・ ・ ・ と 、 應試	₹ 計應由左 號碼或兵	至右横式無關之文	品 大書寫。3 字、圖第	.作答須 素符號等	[清晰, [。	若未依規定	定而導致名	答案難以辨
18	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	_	±		【請用	2B 鉛을	连 作答】
19													【請		水的質	P

第2頁/共4頁

題號	作 注意: 1.應依據題號順序,於作答區內作答。2.除另有規定外,書寫時應由左至右橫式書寫。3.作答須清晰,若未依規定而導致答案難以辨 識或評閱時,恐將影響成績。4.不得於作答區書寫姓名、應試號碼或無關之文字、圖案符號等。
	【請用 $\underline{\mathbb{R}}$ 色墨水的 $\widehat{\mathbb{A}}$ 作答】 P O A
20	