大學入學考試中心 九十二學年度指定科目考試試題 數學乙

--作答注意事項--

考試時間:80分鐘

作答方式:請用 2B 鉛筆在答案卡之「解答欄」內作答,選擇題答錯均倒扣。選填題未完

全答對不給分。修正時應以橡皮擦拭,請勿在答案卡上使用修正液。

作答示例:請仔細閱讀下面的例子。

(一)選擇題:只用1,2,3,4,5等五個格子,而不需要用到-,±,以及6,7,8,9,0等格子。

例:若第1題為單一選擇題,選項為(1)3(2)5(3)7(4)9(5)11,而正確的答案為7,亦即選項(3)時,考生要在答案卡第1列的 引 劃記(注意不是7),如:

				解	<u>?</u>	答	÷		欄				
1	1	<u>2</u>	3	4	5	6	7	8	9	0	ō	±	

例:若第 10 題為多重選擇題,正確選項為(1)與(3)時,考生要在答案卡的第 10 列的 □ 與□ 劃記,如:

$$10 \quad \stackrel{1}{\blacksquare} \quad \stackrel{2}{\Box} \quad \stackrel{3}{\blacksquare} \quad \stackrel{4}{\Box} \quad \stackrel{5}{\Box} \quad \stackrel{6}{\Box} \quad \stackrel{7}{\Box} \quad \stackrel{8}{\Box} \quad \stackrel{9}{\Box} \quad \stackrel{0}{\Box} \quad \stackrel{-}{\Box} \quad \stackrel{\pm}{\Box}$$

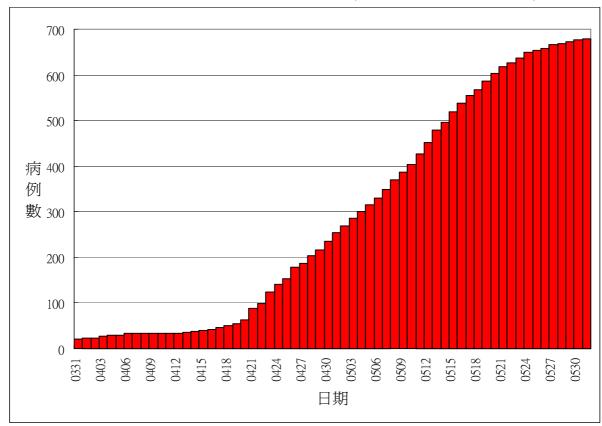
(二)選填題答案的格式每題可能不同,考生必須依各題的格式填答,且每一個列號只能 在一個格子劃記。

例:若第 C 題的答案格式是 $\frac{(20)(21)}{50}$,而答案是 $\frac{-7}{50}$ 時,則考生必須分別在答案卡的第 20 列的广 與第 21 列的广 劃記,如:

一、單一選擇題(24%)

說明:第1至4題為單一選擇題,每題選出最適當的選項,作答於答案卡之「解答欄」。 單一選擇題每題答對得6分,答錯倒扣1.5分,倒扣到本大題之實得分數至零分為止;未 答者,不給分亦不扣分。

1. 下圖爲台灣 SARS 疫情病例累計趨勢統計圖(3月31日到5月31日)



從 4 月 22 日到 5 月 14 日共 23 天的每日平均新增病例數,最接近下列哪一個值?

(1) 11

(2) 14

(3) 17

(4) 20

(5) 23

2. 樂透是由 1~42 個號碼開出 6 個號碼, 請問開出的 6 個號碼都是偶數的機率, 最接近下列哪一個值?

 $(1) \frac{1}{2}$

(2) $\frac{6}{42}$

(3) $\frac{1}{2^3}$

 $(4) \frac{1}{12}$

 $(5) \frac{1}{2^6}$

3.下表是 2001 年時,從各國國會網站取得有關『該國國會議員席次與人口數』的 資料:

國名	議會席次 y	人口數 P(千人)
冰島	63	270
挪威	165	4480
丹麥	175	5330
泰國	393	60600
日本	500	126540

根據上述資料,人口數 (以千人爲單位)爲 P 的國家,他們的國會議員席次 y,以下列哪個公式制訂較接近上述五個國家的現況?

(1)
$$y = \frac{P}{4}$$

(2)
$$y = 0.1P + 36$$

$$(3) \quad y = 4\sqrt{P}$$

(4)
$$y = 10\sqrt[3]{P}$$

(5)
$$y = 27 \log_{10} P$$

4. 和平大學有 4 個學院,各學院的男女生人數統計如下表:

			學	院		
性別		文	理	エ	管理	小計
	男	600	1000	2400	2000	6000
	女	400	1000	600	2000	4000
	小計	1000	2000	3000	4000	10000

為瞭解和平大學學生對英美聯軍攻打伊拉克的看法,準備抽樣 100 位學生進行問卷調查。全體 1 萬名學生先編號,從 1 號到 10000 號。其中管理學院的阿雄與阿珠是男女朋友,阿雄編號為 501,阿珠編號為 605。已知阿珠被抽到,在下列各種抽樣方法中,阿雄也被抽到的機率何者最大?

- (1) 以簡單隨機抽樣法
- (2) 以編號作系統抽樣法
- (3) 將男生、女生各看成一群,再依男女生所佔人數比例在兩群中分別作隨機 抽樣
- (4) 將各學院各看成一群,再依各學院所佔人數比例在四群中分別作隨機抽樣
- (5) 每學院都隨機抽樣同樣人數

[※系統抽樣法基本上是只做第一次隨機抽樣後,就採取一固定間隔數抽出一樣本。例如:1到100號隨機抽一個號碼 m,後面所抽出的樣本就是100+m,200+m,...,9900+m.]

二、多重選擇題(28%)

說明:(1)以下第5~8題為多重選擇題。

- (2)每題各有5個備選答案,請將正確答案,劃記在答案卡上之『解答欄』。
- (3)每題7分,5個備選答案,各自獨立,唯至少有一個是對的;每個備選答案,若選擇正確,則得1.4分,否則倒扣1.4分;整題不作答者,得零分。若在備答選項以外區域劃記一律倒扣1.4分。倒扣到本大題之實得分數至零分為止。
- 5. 如圖所示在坐標平面上, ΔOAB 爲一正三角形,其中點 A 的坐標爲(1,2),點 B 爲 (b_1,b_2) 。試問下列何者爲真?

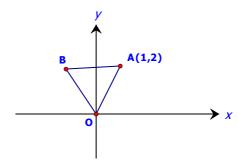
(1)
$$b_1 + ib_2 = (\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ)(1 + 2i)$$

(2)
$$b_1 + ib_2 = (\cos 60^\circ - i \sin 60^\circ)(1 + 2i)$$

(3)
$$(b_1, b_2) = (-1, 2)$$

(4)
$$\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos 60^\circ & -\sin 60^\circ \\ \sin 60^\circ & \cos 60^\circ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

(5)
$$\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos 60^\circ & \sin 60^\circ \\ \sin 60^\circ & -\cos 60^\circ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$



6.如圖所示的立體示意圖,線段 \overline{AC} 垂直於過 $D \cdot C \cdot E$ 這三點的平面。設 $\overline{AB} = \overline{BC} = 10$, $\overline{DC} = 15$, $\overline{CE} = 30$, $\angle CDB = \alpha$, $\angle BDA = \beta$, $\angle CEB = \alpha'$, $\angle BEA = \beta'$ 。 試問下列何者爲真?

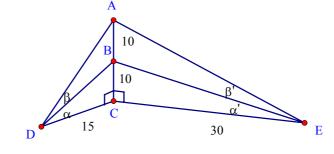


(2)
$$\alpha = \alpha' + \beta'$$

(3)
$$\alpha = 2\alpha'$$

$$(4) \quad \alpha + \beta > \frac{\pi}{3}$$

(5)
$$\alpha' + \beta' < \frac{\pi}{6}$$



7. 陳老師證明了 $x^2=2^x$ 有兩個正實數解及一個負實數解後,進一步說,此方程式 兩邊各取 \log_2 ,得 $2\log_2 x = x$;陳老師要同學討論此新的方程式有多少實數 解?

小英說:恰有三個實數解;

小明說:恰有兩個正實數解;

小華說:最多只有兩個實數解;

小毛說:仍然有兩個正實數解及一個負實數解;

小芬說:沒有實數解。

請問哪些人說的話,可以成立?

- (1) 小英
- (2) 小明
- (3) 小華
- (4) 小毛
- (5) 小芬
- 8. SARS 疫情期間,爲了建立指標顯示疫情已受控制,以便向國人宣示可以過正常生活,有位公共衛生專家建議的指標是『連續7天,每天新增的可能病例都不超過(小於或等於)5人』。根據連續7天的新增病例計算,下列各選項,哪些必定符合此指標?
 - (1) 平均數≤3
 - (2) 標準差≤1
 - (3) 平均數≤3 且標準差≤2
 - (4) 平均數≤3 且全距≤2
 - (5) 聚數=1 且全距≤4

三、選塡題(48%)

說明:A,B,C,D,E,F,G,H 各題為選填題,作答於答案卡之「解答欄」所標示的列號9~32 內。每題6分,未完全答對者,不給分。

A. 根據調查,在華人社會,身高 H 公尺,體重 W 公斤的人中,其平均體表面積 S 平方公尺,可以用數學模型

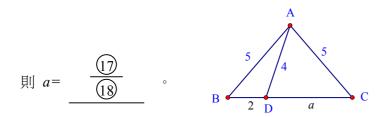
$$S = aH + bW - 0.01$$

來表示,這裡的 a,b 是常數。又知體重一樣,身高多 5 公分,平均體表面積會增加 0.03 平方公尺;而身高一樣,體重多 4 公斤,平均體表面積會增加 0.05 平方公尺。根據模型,身高 170 公分,體重 64 公斤,應該有 9.101 平方公尺的平均體表面積。

B. 若數列
$$\langle a_n \rangle$$
滿足 $a_1 = \frac{1}{7}, a_2 = \frac{3}{7}$ 及 $a_{n+1} = \frac{7}{2} a_n (1 - a_n)$ $(n \ge 1)$ 則 $a_{101} - a_{100} = \frac{\boxed{12}}{\boxed{13}}$ 。

C. 已知坐標平面上的四個點,A(-1,2),B(0,0),C(1,2),D(x,y),其中 D 爲 \overline{AB} 中點與 \overline{BC} 中點的連線段的中點。設有一拋物線通過 A、D、C 三點,則此拋物線的焦點

D. 如圖所示 \triangle ABC 中,D 爲邊 \overline{BC} 上一點,且 \overline{AB} = \overline{AC} =5, \overline{AD} =4, \overline{BD} =2, \overline{DC} =a。



E. 某公司所生產的產品,存放在甲、乙兩倉庫分別有 50 單位、40 單位,現在市場 A、市場 B 分別的需求量是 20 單位、30 單位,下表是各倉庫運輸到各市場的每單位運輸成本:

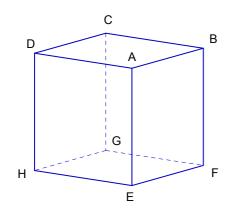
	市場 A	市場 B			
倉庫甲	500 元	450 元			
倉庫乙	400 元	300 元			

在滿足 A、B 市場的需求下,最節省的運輸成本爲 1920212223元。

- F. <u>沈</u>醫師認爲身高 H(公尺)的人,其理想體重 W(公斤),應符合公式 $W=22H^2$ (公斤)
 - 一般而言,體重在理想體重 $\pm 10\%$ 範圍內,稱爲標準體重;超過 10%但不超過 20%者,稱爲微胖;超過 20%者,稱爲肥胖。微胖及肥胖都是<u>過重</u>的現象。 對身高 H,體重 W 的人,體重過重的充要條件爲 $W>cH^2+dH+e$,則(c,d,e)=(2425.26,27,28)。

G. 下圖爲一單位正立方體 ABCDEFGH, (即稜長 1)。

則四面體 ACFH 的表面積為 $\sqrt{2930}$



[※錐體體積等於底面積乘以高除以3。]