

國立中興大學附屬高級中學 112 學年度第 2 學期期末考 高一測驗卷

班級:_____ 座號:_____ 姓名:_____

試題共 四 頁

命題老師：Ting 審題老師：Lin

選擇（填）題（滿分 102 分，超過 100 分者以 100 分計）

一、單選題（占 24 分）

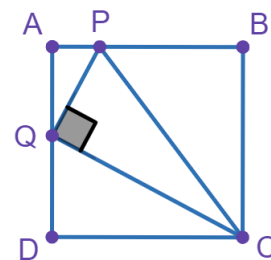
說明：第 1 題至第 4 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題答對者，得 6 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 設 $\theta = 120^\circ$ ，則化簡 $\sqrt{1 + 2\sin\theta\cos\theta} + \sqrt{1 - 2\sin\theta\cos\theta}$ 得到下列何式？
(1) $2\sin\theta$ (2) $2\cos\theta$ (3) $-2\sin\theta$ (4) $-2\cos\theta$ (5) $\sin\theta - \cos\theta$

2. $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 2$ ， $\overline{AC} = 2\sqrt{3}$ ， $\angle A = 30^\circ$ 。令 K 為 $\triangle ABC$ 的外心，若 r_1 與 r_2 分別為 $\triangle ABC$ 與 $\triangle KBC$ 之外接圓半徑，則 $\frac{r_2}{r_1} = ?$
(1) $\sqrt{3}$ (2) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (3) 2 (4) $\frac{1}{2}$ (5) 1

3. 袋中有 n 個球，編號分別為 $1, 2, 3, \dots, n$ 。今從袋中任取 3 球，若此 3 球上的編號任兩個均不為連續自然數的機率為 $\frac{13}{20}$ ，則自然數 n 為？
(1) 12 (2) 13 (3) 14 (4) 15 (5) 16

4. 如圖正方形 $ABCD$ 中， P 、 Q 分別為 \overline{AB} 與 \overline{AD} 上一點且滿足 $\angle PQC = 90^\circ$ ，若 $\tan\angle PCQ = \frac{1}{2}$ ，則 $\triangle PCQ$ 面積與正方形 $ABCD$ 面積的比值為何？
(1) $\frac{1}{4}$ (2) $\frac{1}{3}$ (3) $\frac{5}{16}$ (4) $\frac{3}{8}$ (5) $\frac{4}{9}$



二、多選題(占 24 分)

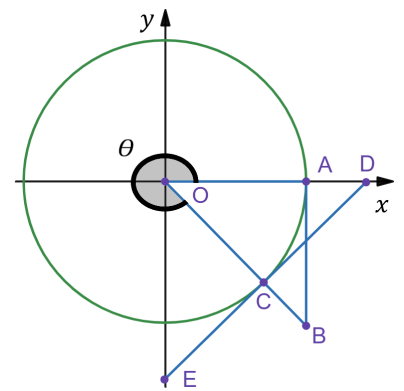
說明：第 5 題至第 7 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 8 分；答錯 1 個選項者，得 4.8 分；答錯 2 個選項者，得 1.6 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

5. 老師在課堂上進行擲一個均勻骰子三次的實驗，則下列同學們關於實驗的敘述哪些正確？

- (1) Strong 說：「實驗中依序出現點數 1、2、4 的機率為 $\frac{1}{216}$ 。」
- (2) Bao 說：「實驗中出現點數 1、2、4 的機率為 $\frac{1}{216}$ 。」
- (3) Yen 說：「實驗中至少出現一次 3 點的機率為 $1 - \left(\frac{5}{6}\right)^3$ 。」
- (4) Jude 說：「實驗中至少出現一次 3 點或至少出現一次 5 點的的機率為 $1 - \left(\frac{5}{6}\right)^3 - \left(\frac{5}{6}\right)^3 + \left(\frac{4}{6}\right)^3$ 。」
- (5) Tai 說：「實驗中出現點數和為 7 點的機率小於出現點數和為 14 點的機率。」

6. 平面坐標上有一個以原點 O 為圓心的單位圓，如圖所示， A 、 C 為圓上兩點，且 θ 為第四象限角。過 C 點做圓的切線分別交 x 軸、 y 軸於 D 、 E 兩點，另 \overline{AB} 垂直 x 軸，其中 B 點在直線 OC 上，則下列哪些敘述正確？

- (1) C 點坐標為 $(\cos \theta, -\sin \theta)$
- (2) $\overline{AB} = -\tan \theta$
- (3) $\overline{AB} = \overline{CD}$
- (4) $\overline{OD} = \frac{1}{\cos \theta}$
- (5) $\overline{DE} = \left| \tan \theta - \frac{1}{\tan \theta} \right|$



7. $\triangle ABC$ 中，已知 $\overline{AB} = 4\sqrt{3}$ ， $\angle BAC = 30^\circ$ ，則下列選項哪些正確？($\sqrt{3} \approx 1.732$)

- (1) 若 $\overline{AC} = 2$ ，則 $\overline{BC} = 2\sqrt{7}$ 。
- (2) 線段 \overline{BC} 長可能小於 3。
- (3) 若 $\sin \angle BCA = \frac{2}{3}$ ，則可求出唯一的 $\triangle ABC$ 內切圓半徑。
- (4) 若 $\overline{BC} = 8$ ，則可求出唯一的 $\triangle ABC$ 面積。
- (5) 若 \overline{BC} 線段長為正整數，則 $\triangle ABC$ 面積的最小值為 $6\sqrt{3} - 6\sqrt{2}$ 。

三、選填題(占 54 分)

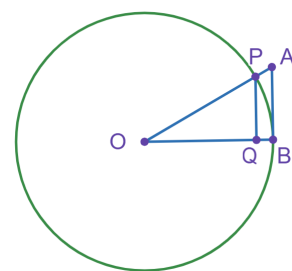
說明：1. 第 A 至 I 題，將答案畫記在答案卡之「選擇(填)題答案區」所標示的列號(8-39)

2. 每題完全答對給 6 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

3. 若答案為分數，皆須化為**最簡分數**；若答案內有根號，皆須化為**最簡根式**。

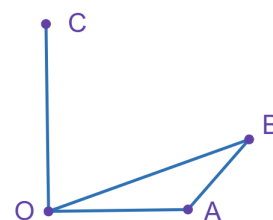
- A. 金管會保險局在 110 年 7 月 1 日開始啟用「第六回生命表」，終結 101 年 7 月 1 日發布的「第五回生命表」，生命表其實就是代表一個國家的死亡率。在第五回生命表中，25 歲男性的死亡率是萬分之 8.21，到第六回生命表已經降到了萬分之 4.96，改善了 40%，25 歲的女性則是從萬分之 3.56 降到萬分之 2.4，改善了近 33%。現興福保險公司推出一個針對 25 歲的意外死亡險方案，保費為 500 元，一年內不幸身亡則理賠 50 萬元。若現有 300 位 25 歲男性與 200 位 25 歲女性於 113 年元旦投保，根據第六回生命表，則 113 年結束時，興福保險公司獲利的期望值為 $\underline{\textcircled{8}\textcircled{9}.\textcircled{10}\textcircled{11}}$ 萬元。

- B. 設圓 O 之半徑為 15， $\overline{OA} = 17$ ， \overline{OA} 交圓 O 於 P 點， \overline{AB} 切圓 O 於 B 點， Q 為 P 點到 \overline{OB} 的垂足，如右邊的示意圖。則 $\overline{PQ} = \frac{\textcircled{12}\textcircled{13}\textcircled{14}}{\textcircled{15}\textcircled{16}}$ 。



- C. 若 θ 為第二象限角，且 $\sin \theta = \frac{3}{5}$ ，則 $\frac{\tan(180^\circ - \theta)}{\cos(90^\circ + \theta) + \sin(180^\circ + \theta)} = \frac{\textcircled{17}\textcircled{18}}{\textcircled{19}}$ 。

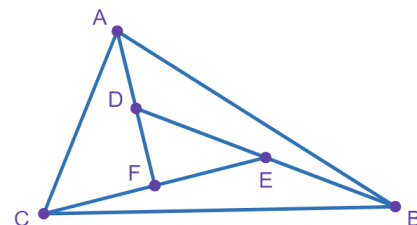
- D. 示意圖如右，現有一垂直於地面上之旗桿 OC ，於地面上，Letter 老師先在旗桿的正東一點 A ，測得桿頂 C 的仰角為 60° ，然後從 A 點往北走 22 公尺後到達 B ，測得桿頂 C 的仰角為 θ ，若 $\tan \theta = \frac{1}{2}$ ，則 Letter 老師可求出旗桿高為 $\overline{OC} = \underline{\textcircled{20}\sqrt{\textcircled{21}\textcircled{22}}}$ 公尺。(測量者、測量儀器高度不計)



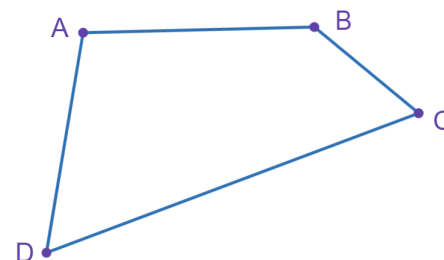
- E. 若 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 4$ ， $\overline{AC} = 3$ ，且 $\cos A + 3\sin A = 1$ ，則 $\triangle ABC$ 面積為 $\frac{\textcircled{23}\textcircled{24}}{\textcircled{25}}$ 。

F. 極坐標平面上，極點 O 及三點 $A[r, 30^\circ]$ ， $B[2r, 150^\circ]$ ， $C[3, 90^\circ]$ ，其中 r 為實數。若 C 在 \overline{AB} 上，則 $r = \frac{\textcircled{26}}{\textcircled{27}}$ 。

G. 如圖所示， $\triangle ABC$ 與 $\triangle DEF$ 中， D 為 \overline{AF} 中點， E 為 \overline{BD} 中點， F 為 \overline{CE} 中點，若 $\overline{AB} = 7$ ， $\overline{BC} = 10$ ， $\overline{AC} = 9$ ，則 $\triangle DEF$ 面積為 $\frac{\textcircled{28}\sqrt{\textcircled{29}\textcircled{30}}}{\textcircled{31}}$ 。



H. 如圖，凸四邊形 $ABCD$ 中， $\overline{AB} = 6$ ， $\overline{BC} = 3$ ， $\overline{AD} = 5$ ，若 $\angle C = \angle D = 60^\circ$ ，則 $\overline{CD} = \textcircled{32} + \sqrt{\textcircled{33}\textcircled{34}}$ 。



I. 興附園遊會中有個抽球遊戲攤位，箱內有紅、白、綠、黑四種大小相同的球各一個，遊戲規則為：從箱中任意取出一球，記錄其顏色後放回箱中，共取 4 次。取完 4 次後，若有 k 種顏色，即可得飲料 k 瓶 ($k = 1, 2, 3, 4$)，如：依序取得黑、白、白、黑色球或白、白、白、黑色球，都可得到 2 瓶飲料。現 Castle 老師玩此遊戲一次，得到飲料瓶數的期望值為 $\frac{\textcircled{35}\textcircled{36}\textcircled{37}}{\textcircled{38}\textcircled{39}}$ 瓶。(可能用得上的小知識：若取球 3 次，則得到飲料瓶數的期望值為 $\frac{37}{16}$ 瓶。)

試題結束，請記得檢查班級、姓名、座號畫記正確，並將答案塗在答案卡上
祝暑假玩得開心。

選擇題：

1. (1) 出自補教 P59 第 12 題
2. (2)
3. (5) 出自講義 P135 演練 9
4. (3)
5. (1)(3) 出自講義 P138 範例 12+ 演練 12
6. (2)(3)(4)
7. (1)(4)(5)

選填題：

- A. 15.16 出自講義 P144 第 11 題
- B. $\frac{120}{17}$ 出自 103 學測
- C. $\frac{-5}{8}$ 出自講義 P188 第 6 題 + 第 7 題
- D. $2\sqrt{33}$ 出自講義 P202 範例 15+ 演練 15
- E. $\frac{18}{5}$ 出自補教 P59 第 15 題
- F. $\frac{9}{2}$ 出自補教 P67 第 13 題
- G. $\frac{6\sqrt{26}}{7}$
- H. $4 + \sqrt{33}$
- I. $\frac{175}{64} (= 4 - \frac{3}{4} \times \frac{27}{16})$ 出自補教 P53 第 15 題 + 講義 P146 第 23 題