

★請於答案卡上寫上與畫上正確的身分資料，若因未劃記書寫身分資料，或因劃記書寫錯誤，造成閱卷老師讀卡或閱卷困擾者，統一扣該科總成績 5 分。

一、單選題（占 8 分）

說明：第 1 題至第 2 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題答對者，得 4 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 某抽球遊戲，袋中有紅球 12 個，白球 4 個，黑球若干個。玩家每次從袋中抽一球，若抽中紅球可得 1 元，抽中白球可得 2 元，抽中黑球會賠 5 元。已知此抽球遊戲是一個公平的遊戲，則黑球應有幾個？

(1) 2 (2) 3 (3) 4 (4) 5 (5) 6

2. 將甲、乙、丙、……等 9 人，平分成三隊，則甲、乙兩人不同隊，且丙、丁兩人同隊的機率為何？

(1) $\frac{3}{28}$ (2) $\frac{5}{28}$ (3) $\frac{3}{14}$ (4) $\frac{5}{14}$ (5) $\frac{9}{14}$ 。

二、多選題（占 32 分）

說明：第 3 題至第 6 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 8 分；答錯 1 個選項者，得 4.8 分；答錯 2 個選項者，得 1.6 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

3. 如右圖，由 1~16 的自然數中任取兩個相異數，試選出正確的選項。

(1) 此兩數為連續整數的機率是 $\frac{1}{8}$ (2) 此兩數之和為 22 的機率是 $\frac{1}{20}$

(3) 此兩數之和為偶數的機率是 $\frac{7}{30}$ (4) 此兩數之積為偶數的機率是 $\frac{23}{30}$

(5) 此兩數不在同一列且不在同一行的機率是 $\frac{3}{4}$ 。

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

4. 若 A 、 B 兩事件， $P(A') = 0.3$ ， $P(B) = 0.4$ ， $P(A \cap B) = 0.3$ ，下列各事件的機率，何者正確？

(1) $P(A) = 0.7$ (2) $P(A \cup B) = 0.9$ (3) $P(A \cap B') = 0.4$ (4) $P(B - A) = 0.1$ (5) $P(A' \cap B') = 0.1$ 。

5. 請選出答案為 $\frac{9!}{4! \times 5!}$ 的選項： (1) 4 位台灣人與 5 位日本人排成一列的排法數 (2) 從 9 人中選出 5 人組隊比賽的選法數 (3) 甲、乙、丙、丁四人從 9 件不同的獎品中，每人各選一件的方法數 (4) 在 $(a+b)^9$ 的展開式中， a^5b^4 係數 (5) 1 到 9 的正整數中，任意取出 4 個相異的數，任兩數都不連續的取法數
6. 請選出正確的選項。
- (1) 設 n 為正整數，則 $C_1^n + C_2^n + C_3^n + \cdots + C_n^n = 2^n$ (2) 設 n 為正整數，則 $C_0^n - C_1^n + C_2^n - C_3^n + \cdots + (-1)^n C_n^n = 0$
- (3) $C_0^7 + 3 \times C_1^7 + 3^2 \times C_2^7 + 3^3 \times C_3^7 + \cdots + 3^7 \times C_7^7 = 4^7$ (4) $C_{512}^{2025} - C_{512}^{2024} = C_{511}^{2024}$ (5) 設 k 為正整數，則滿足 $C_{3k+4}^{13} = C_{4k+2}^{13}$ 的 k 恰有一組解為 $k=2$ 。

三、選填題（占 48 分）

說明： 1. 第 A 至 I，將答案畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」所標示的列號（7 - 30）
 2. 第 A 至 F 題完全答對給 6 分，第 G 至 I 完全答對給 4 分。答錯不倒扣，未完全答對不給分。
 3. 若答案為分數，必須化為最簡分數，並注意分子、分母的列號順序。

- A. 幸福高中福利社販售的早餐有漢堡、蛋餅、三明治、飯捲、包子、煎餃共六種，小興每天到福利社買一種當早餐，但他不會連續兩天買相同的早餐吃。已知小興這一週的星期二和星期五買的是三明治，且每種早餐都足量供應，則他從這一週的星期一至星期五共 5 天的買法有 ⑦ ⑧ ⑨ 種。
- B. 幸福高中 1 年 15 班打算今年園遊會賣漸層飲料，漸層飲料是利用不同液體之間密度的差異，自然產生的層次變化，可以增加飲品的視覺效果。根據物理特性，密度大的液體會沉落在密度小的液體下層，使飲料看上去產生分層。漸層飲料常用的七種原料密度由大到小依序為：蜂蜜 > 牛奶 > 抹茶 > 氣泡飲 > 咖啡 = 果汁 > 奶蓋，大興想要利用這七種原料做出有四個層次的飲料，每個層次只能有一種原料且如果由上而下，第二層不能是咖啡，第三層一定要是抹茶，共可以做出 ⑩ 款不同飲料。
- C. 幸福高中高一第二次段考預定考三天，每天只考三節課且每節課只考一科，考試的科目為國寫、國語文、英文、數學、物理、化學、歷史、地理、生物共 9 科，若教務處安排考試的考程表原則為數學、國語文、英文只排在每天最後一節，國寫和國語文不在同一天考，且國寫不能比國語文晚考，則在滿足這些條件下，共有 ⑪ ⑫ ⑬ ⑭ 種不同的考程表。
- D. 幸福高中高一班際羽球賽報名，規則是以班級為單位報名參賽，採五點賽制，依序為男雙、女雙、混雙、混雙、男雙。一年 15 班有大興、小興 2 位男生與其他 4 位男生 4 位女生共 10 位同學報名參加，每人限參加一場，且大興、小興兩位男生要打第一點，則其他 8 位同學的場次安排共有 ⑮ ⑯ ⑰ 種選擇。

E. 求 $\left(2x^2 - \frac{1}{x}\right)^{12}$ 的展開式中常數項為 ⑱ ⑲ ⑳ ㉑。

F. 在一圓的圓周上取 12 個等分點並以順時針方向依序編 1 號至 12 號。由這 12 個點任取 3 點為頂點所形成的三角形中，三個內角的角度由小到大會成等差數列的銳角三角形有 ㉒ ㉓ 個。

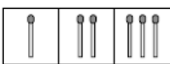
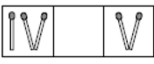
G. 甲、乙兩人依甲、乙、甲、乙……的次序輪流取走棋盤上 12 顆圍棋白子，每次僅能取走 1 顆或 2 顆棋子，直到棋子被取光為止。若最後由甲取光剩餘的棋子，則兩人取走棋子的可能情形有 ㉔ ㉕ ㉖ 種。

H. 在數線上，有一動點 P 每次移動 1 個單位，且往右的機率是往左的三倍。今對動點 P 進行觀察，若 P 從坐標 1 開始移動，總共移動三次，則 P 所停的數字期望值為 $\frac{㉗}{㉘}$ 。

I. 羅馬數字的產生是古代文明的進步，其標記法如下：

數字	1	2	3	4	5	6	7	8	9
形式	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX

其中「I」需要 1 根火柴棒，「V」與「X」需要 2 根火柴棒，若為 0，則用空位表示

(如 123 表示為  需要 6 根火柴棒；405 表示為  需要 5 根火柴棒)。

現有 4 根火柴棒，若全部用完，則可表示 ㉙ ㉚ 種不同的三位數。

四、計算題(占 12 分，請用 **黑色墨水筆** 於「答案卷」上詳列算式過程，未於作答卷上作答者，以零分計算)

1. (1) 給定平面上 10 個相異點，任意連接兩點，最多可得幾條相異直線？(2 分)

(2) 平面上有 10 個相異點，任意連接兩點，共可得 32 條不同的直線。則在這 10 點中，任取 3 點可決定幾個三角形？

(兩解共 10 分)

簡答

一、1. (3) 2. (2)

二、3. (1)(4) 4. (1)(3)(4) 5. (2)(4) 6. (2)(3)(4)

三、A. 100 B. 8 C. 1440 D. 144 E. 7920 F. 28 G. 116 H. $\frac{5}{2}$ I. 31

四、計算題

1. (1) $C_2^{10} = 45$ ，最多 45 條相異直線 (2 分)

(2) $C_2^{10} = 45$ ， $C_2^3 = 3$ ， $C_2^4 = 6$ ， $C_2^5 = 10$ ($C_2^6 > 45 - 32$ ，故不用考慮 6 點以上的共線)，

設 10 個點中，3 點、4 點、5 點共線各有 a 、 b 、 c 組 ($3a + 4b + 5c \leq 10$)，

則 $45 - a(3 - 1) - b(6 - 1) - c(10 - 1) = 32$ ，即 $2a + 5b + 9c = 13$ (4 分)

$\Rightarrow (a, b, c) = (4, 1, 0)$ 或 $(2, 0, 1)$ ， (2 分，少一個扣 1 分)

若 $(a, b, c) = (4, 1, 0)$ ，則可決定 $C_3^{10} - 4 \times C_3^3 - 1 \times C_3^4 = 120 - 4 - 4 = 112$ 個三角形。 (2 分)

若 $(a, b, c) = (2, 0, 1)$ ，則可決定 $C_3^{10} - 2 \times C_3^3 - 1 \times C_3^5 = 120 - 2 - 10 = 108$ 個三角形。 (2 分)

班級：一年 _____ 班 座號：_____ 姓名：_____

四、計算題(12 分，請用 黑色之墨水筆 於「答案卷」上詳列算式過程，未於作答卷上作答者，以零分計算)

1. (1) 給定平面上 10 個相異點，任意連接兩點，最多可得幾條相異直線？(2 分)

(2) 平面上有 10 個相異點，任意連接兩點，共可得 32 條不同的直線。則在這 10 點中，任取 3 點可決定幾個三角形？

(10 分)