

班級：\_\_\_\_\_年\_\_\_\_\_班 座號：\_\_\_\_\_ 姓名\_\_\_\_\_ 試題共 3 頁

一、 多重選題：(30 分，每題 6 分，每個選項答對得 1.2 分，答錯倒扣 1.2 分)

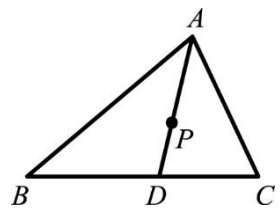
1. 已知聯立方程式  $\begin{cases} (2-k)x + 3y = 2k - 4 \\ 3x + (2-k)y = -k - 1 \end{cases}$  有無窮多組解，今將聯立方程式的解，描繪在坐標平面上可得直線  $L$ 。

則下列選項哪些正確？

- (1)  $k = -1$
- (2)  $k = 5$
- (3) 點(1,1)在直線  $L$  上
- (4) 點(0,2)在直線  $L$  上
- (5) 向量  $(1, -1)$  與直線  $L$  平行

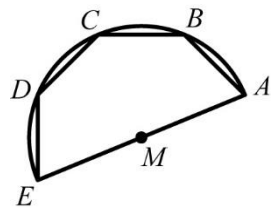
2. 如圖所示， $P$  是  $\triangle ABC$  內部一點，延長  $\overline{AP}$  交  $\overline{BC}$  於  $D$  點。設  $\overrightarrow{AP} = \frac{3}{10}\overrightarrow{AB} + \frac{4}{10}\overrightarrow{AC}$ ，則下列選項哪些正確？

- (1)  $\overline{AP} : \overline{PD} = 7 : 10$
- (2)  $\triangle ABP$  面積 :  $\triangle BPD$  面積 = 7 : 3
- (3)  $\overline{BD} : \overline{DC} = 4 : 3$
- (4)  $\triangle ABP$  面積 :  $\triangle ACP$  面積 = 3 : 4
- (5)  $\triangle ABP$  面積是  $\triangle ABC$  面積的  $\frac{3}{4}$  倍



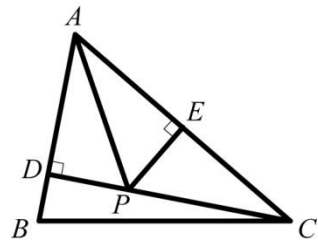
3. 如圖，以  $M$  為圓心、 $\overline{MA} = 8$  為半徑畫圓， $\overline{AE}$  為該圓的直徑， $B$ 、 $C$ 、 $D$  三點皆在圓上，且  $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DE}$ 。若  $\overrightarrow{MD} = 8(\cos(\theta + 90^\circ), \sin(\theta + 90^\circ))$ 。則下列選項哪些正確？

- (1)  $\overrightarrow{MA} = 8(\cos(\theta + 45^\circ), \sin(\theta + 45^\circ))$
- (2)  $\overrightarrow{MC} = 8(\cos(\theta - 45^\circ), \sin(\theta - 45^\circ))$
- (3) (內積)  $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MA} = 64$
- (4) (內積)  $\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MD} = 0$
- (5)  $\overline{BD} = 8(\cos(\theta + 90^\circ) - \cos\theta, \sin(\theta + 90^\circ) - \sin\theta)$



4. 如圖，在銳角  $\triangle ABC$  中， $\overline{AB} = 2$ 、 $\overline{BC} = \sqrt{7}$ 、 $\overline{CA} = 3$ ，且  $\overline{AC}$  的中垂線與  $\overline{AB}$  上的高  $\overline{CD}$  相交於點  $P$ 。若  $\overrightarrow{AP} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$ ，則下列選項哪些正確？

- (1)  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 3$
- (2)  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AP} = 3$
- (3)  $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AC} = 2$
- (4)  $x = \frac{1}{3}$
- (5)  $y = \frac{1}{2}$



5. 設  $\vec{u}$  與  $\vec{v}$  為兩非零向量，夾角為  $120^\circ$ 。若  $\vec{u}$  與  $\vec{u} + \vec{v}$  垂直，則下列選項哪些正確？

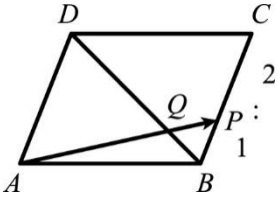
- (1)  $\vec{u}$  的長度是  $\vec{v}$  的長度的 2 倍
- (2)  $\vec{v}$  與  $\vec{u} + \vec{v}$  的夾角為  $30^\circ$
- (3)  $\vec{u}$  與  $\vec{u} - \vec{v}$  的夾角為鈍角
- (4)  $\vec{v}$  與  $\vec{u} - \vec{v}$  的夾角為鈍角
- (5)  $\vec{u} + \vec{v}$  的長度大於  $\vec{u} - \vec{v}$  的長度

二、 選填題：(60 分，若答案為分數請化成最簡分數。每格 6 分，全對才給分)

6.  $ABC$  中， $\overline{AB}=4$ 、 $\overline{BC}=6$ 、 $\overline{CA}=5$ ， $I$  為 $\triangle ABC$ 的內心（即三個內角平分線的交點），若 $\overrightarrow{AI}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC}$ ，則實數對 $(x,y)=$   
( $\frac{\textcircled{6}}{\textcircled{7}}$ ， $\frac{\textcircled{8}}{\textcircled{9}\textcircled{10}}$ )。

7. 設四邊形  $ABCD$  為平行四邊形， $P$  在  $\overline{BC}$  上且  $\overline{BP}:\overline{PC}=1:2$ ，如圖所示。

若  $\overline{AP}$  交對角線  $\overline{BD}$  於  $Q$  點，且  $\overrightarrow{AQ}=r\overrightarrow{AB}+s\overrightarrow{AD}$ ，則 $(r,s)=(\frac{\textcircled{11}}{\textcircled{12}}$ ， $\frac{\textcircled{13}}{\textcircled{14}}$ )。

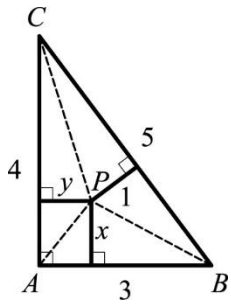


8. 坐標平面上， $\overrightarrow{u}=(a,b)$ ， $\overrightarrow{v}=(c,d)$ 所決定的平行四邊形面積為 10，則 $3\overrightarrow{u}-2\overrightarrow{v}$ 與 $2\overrightarrow{u}+3\overrightarrow{v}$ 所決定的平行四邊形面積為  
 $\textcircled{15}$   $\textcircled{16}$   $\textcircled{17}$ 。

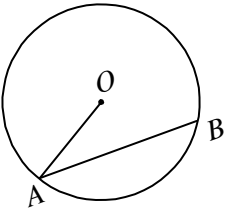
9. 如圖，一個邊長為 3、4、5 的直角三角形  $ABC$  中， $\overline{AB}=3$ ， $\overline{AC}=4$ ， $\overline{BC}=5$ ， $P$  是三角形內部一點。若  $P$  到  $\overline{AB}$  的距離為  $x$ ， $P$  到  $\overline{AC}$  的距離為  $y$ ， $P$  到  $\overline{BC}$  的距離為 1，則

(1)  $3x+4y=$   $\textcircled{18}$ 。

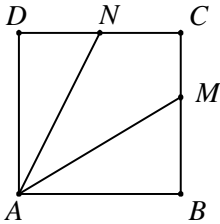
(2)  $9x^2+4y^2$  的最小值為  $\frac{\textcircled{19}\textcircled{20}}{\textcircled{21}}$ 。



10. 如圖，一圓的圓心為  $O$ ， $\overline{AB}$  為一弦，若  $A(1,2)$ 、 $B(3,4)$ ，則 $\overrightarrow{OA}$ 在 $\overline{AB}$ 上的正射影為 ( $\textcircled{22}$   $\textcircled{23}$ ， $\textcircled{24}$   $\textcircled{25}$ )。  
(註： $O$  點不是原點)

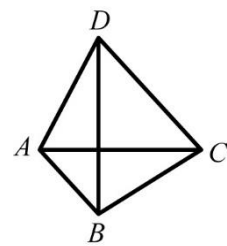


11. 如圖，一邊長為1的正方形 $ABCD$ ， $\overline{DN}=\frac{1}{2}\overline{CD}$ 、 $\overline{BM}=\frac{3}{5}\overline{BC}$ ，求 $\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{AN}=\frac{\textcircled{26}\textcircled{27}}{\textcircled{28}\textcircled{29}}$ 。



12. 如圖（此為示意圖）， $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$ 為平面上的四個點。已知 $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$ ， $\overrightarrow{AC}$ 、 $\overrightarrow{BD}$ 兩向量等長且互相垂直，則

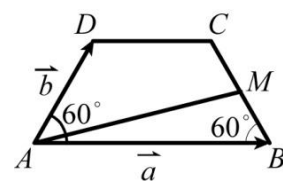
$$\cos \angle BAD = \frac{\textcircled{30} \textcircled{31}}{\sqrt{\textcircled{32} \textcircled{33}}}。$$



13. 以 $O$ 為原點的坐標平面，若 $\overrightarrow{OP} = (7 \sin \alpha + \cos \beta, \sin \alpha + 7 \cos \beta)$ ， $0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{6}$ ， $0 \leq \beta \leq \frac{\pi}{3}$ ，則 $\overrightarrow{OP}$ 的一切 $P$ 點所成區域之面積為      $\textcircled{34}$   $\textcircled{35}$     。

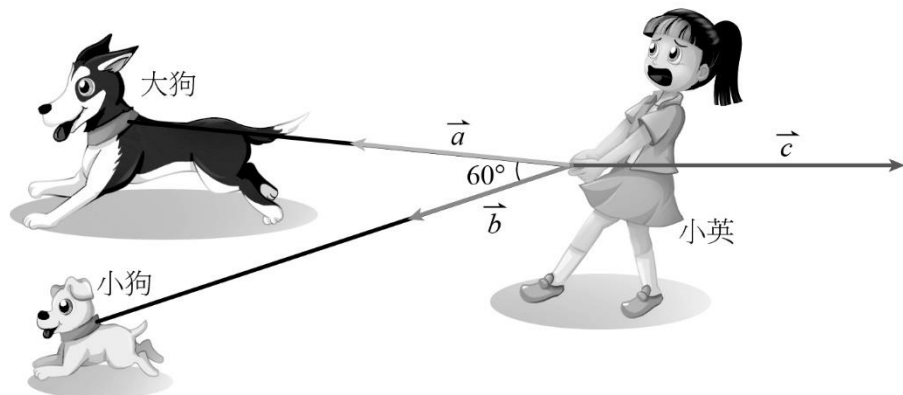
14. 如圖， $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ， $\overline{AD} = \overline{BC} = 3$ ， $\overline{CD} = 2$ ， $\angle A = \angle B = 60^\circ$ ， $M$ 為 $\overline{BC}$ 的中點， $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ 、 $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$ ，若 $\overrightarrow{AM} = x \vec{a} + y \vec{b}$ ， $x$ 、 $y$

皆為實數，則數對 $(x, y) = (\frac{\textcircled{36}}{\textcircled{37} \textcircled{38}}, \frac{\textcircled{39}}{\textcircled{40}})$ 。



### 三、混合題(此題請在答案卷上作答。共 10 分，2 小題，每小題 5 分)

1. 小英遛狗時，不知何故兩隻狗突然向前衝，如圖所示：



已知呈現平衡狀態，並令 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 分別為大狗與小狗的拉力， $\vec{c}$ 為小英的施力，回答下列問題。

- (1) 下列何者與 $\vec{c}$ 相等？

(A)  $2\vec{a}$  (B)  $\vec{a} + \vec{b}$  (C)  $\vec{a} - \vec{b}$  (D)  $-\vec{a} + \vec{b}$  (E)  $-\vec{a} - \vec{b}$ 。

- (2) 已知大狗的拉力為 5 公斤重，小狗的拉力為 3 公斤重，且兩拉力的夾角為  $60^\circ$ ，求小英的施力為多少公斤重。

### 一、多重選擇題

- 1) 24 2) 23 3) 345 4) 12 5) 24

### 二、選填題

- 6)  $(\frac{1}{3}, \frac{4}{15})$  7)  $(\frac{3}{4}, \frac{1}{4})$  8) 130 9) 7  $\frac{49}{5}$  10)  $(-1, -1)$  11)  $\frac{11}{10}$  12)  $\frac{-1}{\sqrt{10}}$  13) 12  
14)  $(\frac{7}{10}, \frac{1}{2})$

班級： 年 班 座號： 姓名

## 三、混合題(共 10 分，2 小題，每小題 5 分)

1 (1) ⑤ (5 分。單選，請以 2B 鉛筆將正確的選項塗滿)

(2)(5 分)

$$\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0} \Rightarrow |\vec{c}| = |-\vec{a} - \vec{b}|$$

又由條件可知  $|\vec{a}| = 5$  且  $|\vec{b}| = 3$ ，利用餘弦定理，得

$$|\vec{c}|^2 = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 - 2|\vec{a}||\vec{b}|\cos 120^\circ = 5^2 + 3^2 - 2 \times 5 \times 3 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = 49，$$

$$\text{解得 } |\vec{c}| = 7。$$

故小英的施力為 7 公斤重。