財團法人大學入學考試中心基金會 110 學年度指定科目考試試題

數學乙

--作答注意事項---

考試時間:80分鐘

作答方式: •選擇(填)題用 2B 鉛筆在「答案卡」上作答;更正時,應以橡皮擦擦拭, 切勿使用修正液(帶)。

- 非選擇題用筆尖較粗之黑色墨水的筆在「答案卷」上作答;更正時,可以 使用修正液(帶)。
- 未依規定劃記答案卡,致機器掃描無法辨識答案;或未使用黑色墨水的筆書寫答案卷,致評閱人員無法辨認機器掃描後之答案者,恐將影響成績並損及權益。
- 答案卷每人一張,不得要求增補。

選填題作答說明:選填題的題號是 A,B,C,……,而答案的格式每題可能不同,考生 必須依各題的格式填答,且每一個列號只能在一個格子劃記。請仔細 閱讀下面的例子。

例:若第 B 題的答案格式是 (18) ,而依題意計算出來的答案是 $\frac{3}{8}$,則考生 必須分別在答案卡上的第 18 列的 (3) 與第 19 列的 (3) 劃記,如:

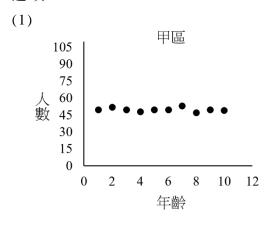
例:若第 C 題的答案格式是 $\frac{20(21)}{50}$,而答案是 $\frac{-7}{50}$ 時,則考生必須分別在答案 卡的第 20 列的 \Box 與第 21 列的 \Box 割記,如:

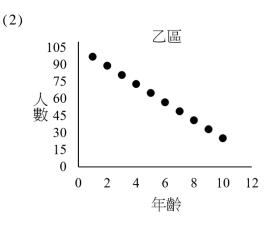
第壹部分:選擇題(單選題、多選題及選填題共占 74 分)

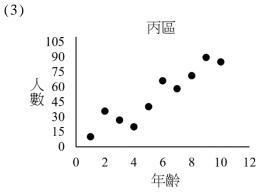
一、單選題(占18分)

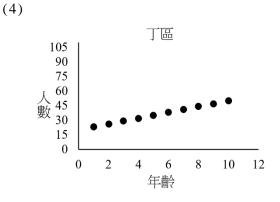
說明:第1題至第3題,每題有5個選項,其中只有一個是正確或最適當的選項,請劃記在答案卡之「選擇(填)題答案區」。各題答對者,得6分;答錯、未作答或劃記 多於一個選項者,該題以零分計算。

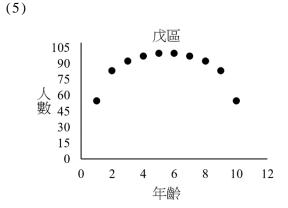
1. 下列選項分別為甲、乙、丙、丁、戊等五個地區 1 至 10 歲(以整數計)兒童 罹患某疾病的人數散佈圖。試選出罹患某疾病的人數與年齡相關係數值最大的 選項。











2. 已知實係數二次多項式函數 f(x)滿足 f(-1)=k, f(1)=9k, f(3)=-15k,其中 k>0。 設函數 y=f(x)圖形頂點的 x坐標為 a,試選出正確的選項。

- (1) $a \le -1$
- (2) -1 < a < 1
- (3) a=1
- (4) 1 < a < 3
- $(5) 3 \le a$

- 3. 某公司舉辦年終抽獎活動,每人從編號分別為 1 至 6 的六張牌中隨機抽取兩張。假設每張牌抽到的機會均相等,且規則如下:
 - (一)若這兩張牌的號碼之和是奇數,則可得獎金100元,此時抽獎結束;
 - (二)若號碼之和為偶數,就將這兩張牌丟掉,再從剩下的四張牌中隨機抽取兩張牌,且其號碼之和為奇數,則可得獎金 50 元,其他情形則沒有獎金,此時抽獎結束。

依上述規則,試求每人參加此抽獎活動的獎金期望值為多少元?

- (1) 50
- (2)70
- (3) 72
- (4) 80
- (5) 100

二、多選題(占 32 分)

說明:第4題至第7題,每題有5個選項,其中至少有一個是正確的選項,請將正確選項 劃記在答案卡之「選擇(填)題答案區」。各題之選項獨立判定,所有選項均答對 者,得8分;答錯1個選項者,得4.8分;答錯2個選項者,得1.6分;答錯多於2 個選項或所有選項均未作答者,該題以零分計算。 4. 設 $a = \log_2 8$, $b = \log_3 1$, $c = \log_{0.5} 8$, 試選出正確的選項。

- (1) b=0
- (2) a+b+c>0
- (3) a > b > c
- (4) $a^2 > b^2 > c^2$
- (5) $2^a > 3^b > (\frac{1}{2})^c$

5. 某便利商店將甲、乙、丙三個積木模型和 a、b、c、d、e 五個角色公仔,共 八個玩具,分成兩袋販售。每袋均裝有四個玩具,其分裝的原則如下:

- (一)甲和 a 必須裝在同一袋。
- (二)每袋至少裝有一個積木模型。
- (三) d和 e必須裝在不同袋。

根據以上敘述,試選出正確的選項。

- (1) 每袋至少裝有兩個角色公仔
- (2) 乙和丙必裝在不同袋
- (3) 如果乙和 d 裝在同一袋,則丙和 e 必裝在同一袋
- (4) 如果乙和 d 裝在不同袋,則 b和 c 必裝在不同袋
- (5) 如果b和c裝在不同袋,則乙和丙必裝在同一袋

6. 已知實數數列 $\langle a_n \rangle$ 滿足 $a_1 = 1$, $a_{n+1} = \frac{2n+1}{2n-1} a_n$, n為正整數。試選出正確的選項。

- (1) $a_2 = 3$
- (2) $a_4 = 9$
- (3) $\langle a_n \rangle$ 為等比數列
- $(4) \quad \sum_{n=1}^{20} a_n = 400$
- $(5) \quad \lim_{n\to\infty}\frac{a_n}{n}=2$

7. 已知某人每次飛鏢射中的機率皆為 $\frac{1}{2}$,且每次射飛鏢的結果均互相獨立。試從下列選項中,選出發生機率為 $\frac{1}{2}$ 的事件。

- (1) 連續射 2 次飛鏢,恰射中 1 次
- (2) 連續射 4 次飛鏢,恰射中 2 次
- (3) 連續射 4 次飛鏢,射中的總次數為奇數
- (4) 連續射 6 次飛鏢,在第 1 次沒有射中的條件下,第 2 次有射中
- (5) 連續射 6 次飛鏢, 在前 2 次恰射中 1 次的條件下, 後 4 次恰射中 2 次

三、選填題(占24分)

說明:1.第A至C題,將答案劃記在答案卡之「選擇(填)題答案區」所標示的列號(8-13)。 2.每題完全答對給8分,答錯不倒扣,未完全答對不給分。

A. 數線上有原點 O及三點 A(-2)、 B(10)、 C(x) ,其中 x為實數。 已知線段 \overline{BC} 、 \overline{AC} 、 \overline{OB} 長度大小關係為 \overline{BC} < \overline{AC} < \overline{OB} , 則 x的最大範圍為 8 < x < 9 。

B. 設矩陣 $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1}$, 其中 $\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1}$ 為矩陣 $\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ 的反方陣。若 $A + B = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$,則 $a + b + c + d = \underline{(10)(1)}$ 。

- C. 已知一個不均勻銅板,投擲時出現正面的機率為 $\frac{1}{3}$,出現反面的機率為 $\frac{2}{3}$ 。今在坐標平面上有一顆棋子,依投擲此銅板的正反面結果,前進至下一個位置,規則如下:
 - (一)若擲出為正面,則從目前位置依著向量(-1,2)的方向與長度,前進至下 一個位置;
 - (二)若擲出為反面,則從目前位置依著向量(1,0)的方向與長度,前進至下一個位置。

例如:棋子目前位置在坐標(2,4),若擲出反面,則棋子前進至坐標(3,4)。

假設棋子以原點(0,0)為起始點,依上述規則,連續投擲此銅板6次,且每次投擲均互相獨立,則經過6次移動後,棋子停在坐標(①,①)的機率最大。

— — 一以下是第貳部分的非選擇題,必須在答案卷面作答 — — —

第貳部分:非選擇題(占26分)

說明:本部分共有二大題,答案必須寫在「答案卷」上,並於題號欄標明大題號(一、二) 與子題號((1)、(2)、……),同時必須寫出演算過程或理由,否則將予扣分甚至零分。作答使用筆尖較粗之黑色墨水的筆書寫,且不得使用鉛筆。若因字跡潦草、未標示題號、標錯題號等原因,致評閱人員無法清楚辨識,該部分不予計分。每一子題配分標於題末。

- 一、坐標平面上有兩點 A(-3,4), B(3,2) 及一條直線 L。已知 A、 B 兩點在直線 L的兩側且 $\overrightarrow{n}=(4,-3)$ 是直線 L的法向量。設 A點到直線 L的距離為 B點到直線 L的距離的 5 倍。根據上述,試回答下列問題。
 - (1) 試求向量 \overrightarrow{AB} 與向量 \overrightarrow{n} 的內積。(4分)
 - (2) 試求直線 L的方程式。(4分)
 - (3) 設 P點在直線 L上且 $\overline{PA} = \overline{PB}$, 試求 P點坐標。 (4分)

二、已知某廠商生產甲、乙兩型電動車所需的成本有電池、馬達、其他等三大類, 甲、乙兩型的各類成本如下表(單位:萬元):

	電池成本	馬達成本	其他成本
甲型	56	26	48
乙型	40	20	56

今該廠商甲、乙兩型電動車售價的算式為「電池成本的x倍」、「馬達成本的y倍」與「其他成本的 $\frac{x+y}{2}$ 倍」之總和,即

售價=電池成本×x+馬達成本×y+其他成本× $\frac{x+y}{2}$

其中倍數 x、 y需滿足「 $1 \le x \le 2$, $1 \le y \le 2$,且甲、乙兩型電動車的售價均不超過 200 萬元」。

該廠商為了區隔產品,希望甲、乙兩型電動車的售價差距最大。根據上述資訊,試回答下列問題。

- (1) 試寫出甲、乙兩型電動車的售價(以x、y的式子來表示),並說明「甲型電動車的售價必定高於乙型電動車的售價」。(4分)
- (2) 試在坐標平面上,畫出滿足題幹條件(x,y)的可行解區域,並以斜線標示該 區域。(4分)
- (3) 試求當倍數 x、y分別為多少時,甲、乙兩型電動車的售價差距最大?此時甲、乙兩型電動車的售價差距為多少萬元?(6分)