

國立中興大學附屬高級中學 111 學年度第 1 學期第二次期中考 高一數學測驗卷

班級:_____

座號:_____

姓名:_____

試題共 四 頁

命題老師：Bao

審題老師：Derek

第壹部分：選擇題 (占 44 分)

一、單選題 (占 20 分)

說明：第 1 題至第 4 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「選擇 (填) 題答案區」。各題答對者，得 5 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 將直線 $2x - y + 3 = 0$ 往右平移 2 個單位，再向下平移 1 個單位，則下列哪個選項為平移後的直線方程式？

(1) $2x - y - 6 = 0$

(2) $2x - y + 2 = 0$

(3) $2x - y - 2 = 0$

(4) $2x - y + 8 = 0$

(5) $2x - y = 0$

2. 設 x, y 滿足 $(x - 2)^2 + y^2 = 25$ ，若欲求 $\frac{y - 7}{x - 1}$ 的最大值和最小值，下列選項何者正確？

(1) 最大值為 $\frac{4}{3}$ ；最小值為 $\frac{3}{4}$

(2) 最大值為 $\frac{4}{3}$ ；最小值為 $-\frac{3}{4}$

(3) 最大值為 $\frac{4}{3}$ ；最小值不存在

(4) 最大值不存在；最小值為 $-\frac{3}{4}$

(5) 最大值不存在；最小值不存在

3. $P(a, b)$ 為圓 $(x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 3$ 上的點，則使 $a^2 + b^2$ 為整數的點 P 有幾個？

(1) 4

(2) 8

(3) 35

(4) 50

(5) 70

4. 平面坐標上，下列哪個不等式組為右下圖中陰影部分 (含邊界)？

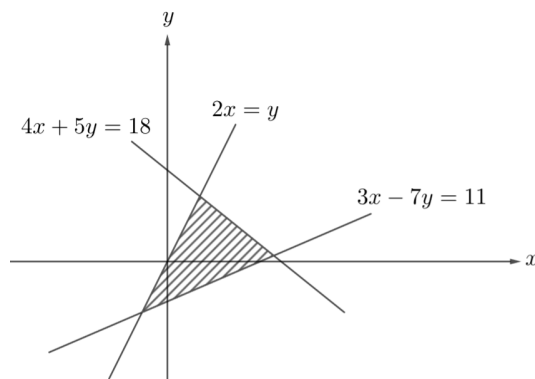
$$(1) \begin{cases} 2x \geq y, \\ 4x + 5y \geq 18, \\ 3x - 7y \geq 11, \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} 2x \geq y, \\ 4x + 5y \leq 18, \\ 3x - 7y \leq 11, \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} 2x \leq y, \\ 4x + 5y \geq 18, \\ 3x - 7y \geq 11, \end{cases}$$

$$(4) \begin{cases} 2x \leq y, \\ 4x + 5y \geq 18, \\ 3x - 7y \leq 11, \end{cases}$$

$$(5) \begin{cases} 2x \leq y, \\ 4x + 5y \leq 18, \\ 3x - 7y \geq 11, \end{cases}$$



二、多選題 (占 24 分)

說明：第 5 題至第 7 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇 (填) 題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 8 分；答錯 1 個選項者，得 4.8 分；答錯 2 個選項者，得 1.6 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

5. 三條直線 $2y = x + a$ ， $y = bx + 4$ ， $cy = dx + 1$ 可圍成一個三角形，且此三角形中有兩個頂點為 $(2, 0)$ 與 $(0, 6)$ ，下列哪些選項是正確的？

- (1) $a = -2$ (2) $b = -2$ (3) $c = \frac{1}{6}$ (4) $d = \frac{1}{2}$ (5) 第三個頂點為 $(\frac{-4}{5}, \frac{28}{5})$

6. 坐標平面上，點 $A(1, 2)$ 可對圓 $C: x^2 + y^2 + 2x + 4y + k - 2 = 0$ 做兩條切線，下列選項哪些為可能之 k 值。

- (1) -13 (2) $-2\sqrt{2}$ (3) 2π (4) 7 (5) 13

7. 坐標平面上直線 $L: y = mx + 2$ 與四條直線 $L_1: y = -\frac{x}{2} + 10$ 、 $L_2: y = -\frac{x}{2}$ 、 $L_3: y = 2x + 5$ 、 $L_4: y = 2x - 10$ 恰有三個交點，以下哪些選項為可能的 m 之值？
- (1) -1 (2) $-\frac{1}{2}$ (3) 0 (4) $\frac{1}{2}$ (5) $\frac{7}{2}$

第貳部分：選填題 (56 分)

說明：1. 第 A 至 H 題，將答案畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」所標示的列號（8-23）
2. 每題完全答對給 7 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。
3. 若答案為分數，皆須化為最簡分數；若答案內有根號，皆須化為最簡根式。

- A. 對於任意實數 m ，兩直線 $(3+m)x + (1-m)y = 1 + 3m$ 與 $(2k+1)x + (3k-2)y = k$ 恆有一個固定的交點，則 $k = \underline{\textcircled{8}}$ 。
- B. 設 x 為實數， $|\sqrt{x^2 - 2x + 5} - \sqrt{x^2 + 4x + 5}|$ 的最大值為 $\sqrt{\textcircled{9}\textcircled{10}}$ 。
- C. 已知圓 C 的圓心為 $(0,0)$ ，半徑為 2，點 P 在第三象限，自 P 作圓 C 的兩條切線，斜率為 $\frac{4}{3}$ 與 $-\frac{5}{12}$ ，若 P 之坐標為 (a,b) ，求 $a+b = \underline{\textcircled{11}\textcircled{12}}$ 。
- D. 已知 $\triangle ABC$ 的 $A(1, -2)$ 與 $B(-3, 0)$ ， C 在 y 軸正向上， $\triangle ABC$ 的外心 O 在 x 軸上，則 C 點坐標為 $\underline{\textcircled{13}, \sqrt{\textcircled{14}}}$ 。

- E. 設 m 為整數，已知圓 $C: x^2 + y^2 - (2m+2)x - (2m+6)y - 5 = 0$ 的圓心落在第二象限，則此圓面積為 (15) π 。
- F. $ABCD$ 與 $PQRS$ 皆為平行四邊形， $A(3, 3)$ ， $B(2, -1)$ ， $C(7, 1)$ ， $D(8, 5)$ ， $P(-5, 6)$ ， $Q(-3, 2)$ ， $R(1, 8)$ ， $S(-1, 12)$ ，若一直線 $ax + by = 39$ 同時將兩個平行四邊形的面積二等分，求數對 $(a, b) = \underline{(16, 17)}$ 。
- G. 已知 $P(1, 1)$ 為圓 $x^2 + y^2 + 4x + 2y - 20 = 0$ 內部一點，過 P 的弦之中點所形成的軌跡為 $x^2 + y^2 + \underline{(18)}x + \underline{(19)}y = \underline{(20)}$ 。
- H. 有一長方形撞球台 $ABCD$ ，已知 $\overline{AB} = 8$ ，點 P 在 \overline{AB} 上且 $\overline{AP} = 1$ ，將球置於 P 朝 \overline{BC} 上的 Q 點射出，反射撞到 \overline{CD} 上的 R 點，再反射撞到 \overline{AD} 上的 S 點，在 S 反射又回到 P 點，若不計摩擦力，已知 $\overline{BQ} = 5$ ，則 \overline{AD} 之值為 $\frac{\underline{(21)}\underline{(22)}}{\underline{(23)}}$ 。

試題結束，請記得檢查，並將答案塗在答案卡上，班級姓名座號標示正確，祝考試順利。

選擇題：1. (3) 2. (5) 3. (5) 4. (2) 5. (2)(3)(5) 6. (2)(3) 7. (1)(5)

選填題：A. 1 B. $\sqrt{10}$ C. -4 D. $(0, \sqrt{6})$ E. 7 F. (5, 7) G. (1, 0, 3) H. $\frac{40}{7}$