

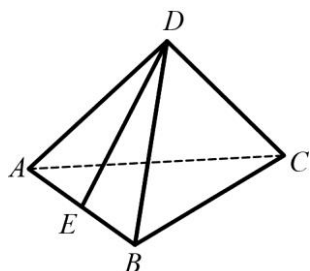
*請於答案卡(卷)上畫(寫)上正確身分資料，若因未劃記書寫身分資料，或因劃記書寫錯誤，統一扣該科總成績 5 分。

一、單選題（占 20 分）

說明：第 1 題至第 4 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之

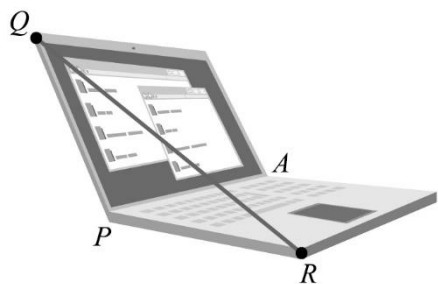
「選擇（填）題答案區」。各題答對者，得 5 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. () 如圖為一正四面體 $ABCD$ ，若 \overline{DE} 垂直 \overline{AB} ，試問哪一平面會與 \overline{AB} 垂直？



- (1)平面 DBC (2)平面 CDE (3)平面 ACD (4)平面 ABC (5)以上皆非

2. () 下圖為一台打開的筆記型電腦，其中螢幕與鍵盤面均為矩形。設 $\overline{PQ} = \overline{PR} = 20$ 公分，且 $\angle QPR = 120^\circ$ ，則 \overline{QR} 長度為何？



- (1) 40 (2) 30 (3) 20 (4) $20\sqrt{2}$ (5) $20\sqrt{3}$

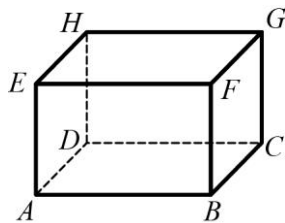
3. () 假設地球為一半徑 r 的球體，有一質點自甲地沿著該地所在經線往北移動，抵達北極點時移動所經過的弧線之長度為 $\frac{7}{12}\pi r$ 。試問哪一個選項最可能是甲地的位置？ (1)東經 75° 、北緯 15° (2)東經 30° 、南緯 75°
(3)東經 75° 、南緯 15° (4)西經 30° 、北緯 75° (5)西經 15° 、南緯 30°

4. () 針對以下敘述，請選出正確的選項。

- (1)空間中兩直線若不相交，表示兩條直線互相平行
(2)空間中兩直線若不相交，表示兩條直線互為歪斜線
(3)平面上兩條不相交的直線可能為歪斜線
(4)空間中兩歪斜線在一平面上的投影可能為平行線
(5)以上皆非

說明：第5題至第8題，每題有5個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得6分；答錯1個選項者，得3.6分；答錯2個選項者，得1.2分；答錯多於2個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

5. () 如附圖，可以決定唯一平面的選項為何？

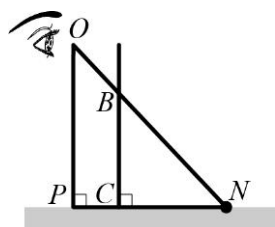


- (1) A, D, F, G 四點 (2) \overrightarrow{EF} 與 \overrightarrow{HD} (3) D 點與 \overrightarrow{AC} (4) \overrightarrow{DF} 與 \overrightarrow{HF} (5) \overrightarrow{AG} 與 \overrightarrow{HB}

6. () 空間中二點 $P(2, -3, 5)$ 、 $O(0, 0, 0)$ ，則下列選項何者正確？

- (1) 點 P 到 yz 平面的距離為 $\sqrt{34}$ (2) 點 P 到 y 軸的距離為 $\sqrt{29}$ (3) 點 P 對 z 軸的對稱點為 $(-2, -3, 5)$
 (4) 點 P 在 xy 平面上的投影點為 $(2, -3, 0)$ (5) \overline{OP} 在 yz 平面上的投影長為 2

7. () 畫家使用單點透視法將地面上正前方的一點 N 畫在垂直地面的畫布上，畫布側面的示意圖如圖。選出所有正確的選項。



- (1) 當 N 點與畫布的距離 \overline{CN} 愈遠時， B 點就會愈高
 (2) 當 N 點與畫布的距離 \overline{CN} 為無窮遠時，視線 OB 會平行水平面
 (3) 當畫家與畫布的距離 \overline{PC} 愈遠時， B 點就會愈高
 (4) $\frac{\overline{BC}}{\overline{OP}} = \frac{\overline{CN}}{\overline{PC}}$
 (5) 若 $\overline{OP} = 30$ ， $\overline{PC} = 3$ ， $\overline{CN} = 7$ ，則 $\overline{BC} = 21$

8. () 動畫《中華一番》中的點心師傅鋼棍解師傅有一道經典名菜：黃金比例燒賣。解師傅說：只要把握肉：菜：蛋：蝦 = 8：5：5：5 的黃金比例，用鋼棍以迅雷不及掩耳的速度敲打，並分別置於燒賣皮中，就能做出肉與各種材料都達到黃金比例的黃金比例燒賣。數學中的黃金比例：將一條線分割成兩段，總長度 $a+b$ 與長度較長的 a 之比等於 a 與長度較短的 b 之比，其比值即為黃金比例常數。根據上述數學中的黃金比例的說明，下列哪些數值即為黃金比例常數？（選項裡 a, b 為題幹敘述中的數值）

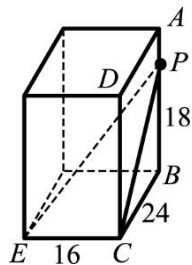
- (1) $\frac{a}{b}$ (2) $\frac{b}{a}$ (3) $\frac{a+b}{a}$ (4) $\frac{8}{5}$ (5) $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

說明：1.第 A 至 J 題，將答案畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」所標示的列號 (9~29)。

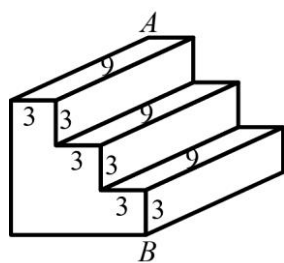
2.第 A 至 F 題每小題完全答對給 6 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

2.第 G 至 J 題每小題完全答對給 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

- A. 下圖為一個長立方體， P 點為 \overline{AB} 上一點，且 $\overline{PB}=18$ ， $\overline{BC}=24$ ， $\overline{EC}=16$ ，則 \overline{EP} 長度為 ⑨ ⑩。



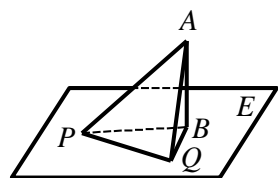
- B. 有一個三階臺階，每階臺階的長、寬、高分別為 9 公分、3 公分、3 公分，在 A 處有一隻甲蟲，由表面爬到 B 處，若最短路徑長為 $a\sqrt{b}$ 公分（最簡根式），則數對 $(a,b) = (\text{⑪}, \text{⑫})$ 。



- C. 有一半徑為 2、球心在原點的球面，球面上有兩點 $A(0,0,2)$ 、 $B(\sqrt{3},0,-1)$ ，若有一隻螞蟻在球面上由 A 點爬至 B 點，

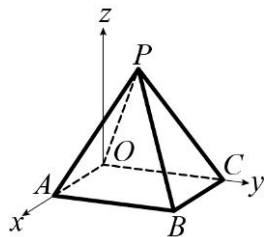
則其所爬之最短距離為 $\frac{\text{⑬}}{\text{⑭}} \pi$ 。

- D. 如圖，設空間中一點 A 在平面 E 上投影為 B ， P 、 Q 均在平面 E 上，平面 APQ 與平面 BPQ 所交成的兩面角為 45° ，且 $\angle APQ = 60^\circ$ ， $\overline{PA}=8$ ，則 \overline{PA} 在平面 E 上之正射影長為 $\text{⑮} \sqrt{\text{⑯} \text{⑰}}$ 。



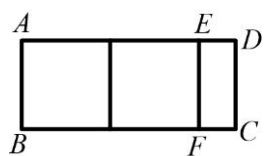
- E. 如圖是空間中的一個立體圖（底面是正方形，四個側面都是正三角形）。設其中四個頂點的坐標為 $O(0,0,0)$ 、 $A(6,0,0)$ 、 $B(6,6,0)$ 、 $C(0,6,0)$ ，如果 Q 為 \overline{AB} 上一點，且 $\overline{PQ}=\sqrt{31}$ ，則 Q 點的坐標為 $(\text{⑮}, \text{⑯}, \text{⑰})$ 。

(有兩解，請填 y 座標大於 2 之解)

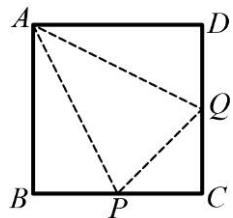


- F. 如圖，將矩形 $ABCD$ 截掉兩個以寬為邊的正方形，已知剩下的矩形 $FCDE$ 與原矩形 $ABCD$ 相似，

若 $\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \sqrt{a} - b$ ，求數對 $(a, b) =$ (21) (22)。

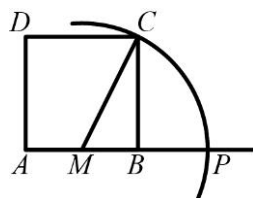


- G. 如圖，正方形 $ABCD$ 的邊長為 6，而 P 、 Q 各為 \overline{BC} 、 \overline{CD} 的中點，今將此正方形沿虛線向上摺起，使 B 、 C 、 D 三點重合，令此重合點為 R ，則四面體 $A-PQR$ 中，平面 AQR 與平面 PQR 的二面角為 (23) (24) 度。



- H. 如圖， $ABCD$ 為一正方形， M 為 \overline{AB} 上一點，以 M 為圓心， \overline{MC} 為半徑畫弧交 \overline{AB} 直線於 P 點，此時可得

$\overline{AP} : \overline{AD} = (\sqrt{5} + 1) : 2$ ，我們稱這個比例為黃金比例，若此時 $\frac{\overline{MC}}{\overline{MB}}$ 的比值為 \sqrt{a} ，則 $a =$ (25)。



- I. 杜拜是阿拉伯聯合大公國人口最多的城市，也是中東地區的經濟和金融中心，而觀光業也是杜拜主要發展的產業之一，在杜拜有許多知名的景點，比如：哈理發塔、杜拜購物中心、帆船飯店…等等，近年來在杜拜又打造世界之最佳的旅遊新地標：「杜拜相框 (The Dubai Frame)」，在 2018 年 1 月落成，其為 50 層樓高，沒有中間形體，以完全中空、四邊鑲金框架面貌示人的超現實建物，為世界上最大的相框。由兩座 150 公尺、50 層樓高的塔樓，頂端由玻璃空橋連接而成的杜拜框，它的高度以及寬度的比例滿足「黃金比例」($\frac{1+\sqrt{5}}{2}$)，也成為一個特點。

現有一畫家帶著一名身高為 180 公分的模特兒來到這，想畫出一幅以杜拜相框為相框，模特兒在相框中的畫作。畫家選定了在杜拜相框正前方 60 公尺的地方，以單點透視法作畫，他將畫布放在他面前適當距離的位置後，請模特兒站在他面前 1.2 公尺處，便開始認真作畫了。



已知杜拜相框高度為 150 公尺，試估算其寬度約為 (26) (27) 公尺。($\sqrt{5} \approx 2.236$)

(四捨五入至整數)

- J. 承上題，在畫家的畫布中，杜拜相框的高度有 75 公分，估算畫中模特兒的身高約為 (28) (29) 公分。

- 1. 2
- 2. 5
- 3. 3
- 4. 4
- 5. 1345
- 6. 24
- 7. 125
- 8. 135
- A. 34
- B. (9,5)
- C. $\frac{4}{3}$
- D. $2\sqrt{10}$
- E. (6,5,0)
- F. (2,1)
- G. 90
- H. 5
- I. 93
- J. 45