

財團法人大學入學考試中心基金會
114學年度分科測驗試題
數學乙考科

請於考試開始鈴響起，在答題卷簽名欄位以正楷簽全名

—作答注意事項—

考試時間：80分鐘

作答方式：

- 選擇（填）題用 2B 鉛筆在「答題卷」上作答；更正時以橡皮擦擦拭，切勿使用修正帶（液）。
- 除題目另有規定外，非選擇題用筆尖較粗之黑色墨水的筆在「答題卷」上作答；更正時，可以使用修正帶（液）。
- 考生須依上述規定劃記或作答，若未依規定而導致答案難以辨識或評閱時，恐將影響成績。
- 答題卷每人一張，不得要求增補。
- 選填題考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子劃記。請仔細閱讀下面的例子。

例：若答案格式是 $\frac{18-1}{18-2}$ ，而依題意計算出來的答案是 $\frac{3}{8}$ ，則考生必須分別在答題卷上

的第 18-1 列的 $\boxed{3}$ 與第 18-2 列的 $\boxed{8}$ 劃記，如：

18-1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	\pm
18-2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	\pm

例：若答案格式是 $\frac{19-1}{19-2}$ ，而答案是 $\frac{-7}{50}$ 時，則考生必須分別在答題卷的第 19-1 列

的 $\boxed{-}$ 與第 19-2 列的 $\boxed{7}$ 劃記，如：

19-1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	\pm
19-2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	\pm

選擇（填）題計分方式：

- 單選題：每題有 n 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項。各題答對者，得該題的分數；答錯、未作答或劃記多於一個選項者，該題以零分計算。
- 多選題：每題有 n 個選項，其中至少有一個是正確的選項。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得該題全部的分數；答錯 k 個選項者，得該題 $\frac{n-2k}{n}$ 的分數；但得分低於零分或所有選項均未作答者，該題以零分計算。
- 選填題每題有 n 個空格，須全部答對才給分，答錯不倒扣。

※試題中參考的附圖均為示意圖，試題後附有參考公式及數值。

第壹部分、選擇（填）題（占72分）

一、單選題（占30分）

說明：第 1 題至第 6 題，每題 5 分。

1. 試選出 1.5×5 的值。

- (1) $7\bar{5}$
- (2) $7\bar{6}$
- (3) $7\bar{7}$
- (4) $7\bar{8}$
- (5) $7\bar{9}$

2. 坐標平面上，試問下列哪一個方程式的圖形是通過點(1,1)的圓？

- (1) $(x-1)^2 + y^2 = 1$
- (2) $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 1$
- (3) $3(x-1)^2 + y^2 = 1$
- (4) $x^2 + y^2 = 1$
- (5) $x^2 + 3y = 4$

3. 已知有兩個公正的六面骰子 A、B：

A 上的點數分別為 1、2、5、6、7、9，

B 上的點數分別為 1、3、4、5、6、9，

記錄 A、B 點數大小關係如下表所示。例如：A 與 B 的點數分別為 5 與 3，記錄為「A 大」；A 與 B 點數均為 5，記錄為「和局」。

		A					
點數		1	2	5	6	7	9
B	1	和局	A 大	A 大	A 大	A 大	A 大
	3	B 大	B 大	A 大	A 大	A 大	A 大
	4	B 大	B 大	A 大	A 大	A 大	A 大
	5	B 大	B 大	和局	A 大	A 大	A 大
	6	B 大	B 大	B 大	和局	A 大	A 大
	9	B 大	B 大	B 大	B 大	B 大	和局

今某人同時擲 A、B 兩骰子，則在 A 點數大於 B 點數的條件下，B 點數是 6 的機率為何？

- (1) $\frac{1}{6}$
- (2) $\frac{1}{9}$
- (3) $\frac{1}{16}$
- (4) $\frac{1}{18}$
- (5) $\frac{1}{32}$

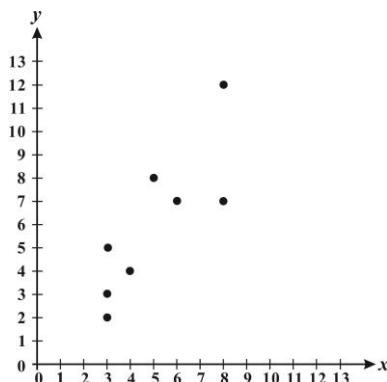
4. 空間中有一個邊長為 1 的正立方體。點 O 為其中一個頂點，其餘 7 個頂點為 A 、 B 、 C 、 D 、 E 、 F 、 G 。已知 $\overline{OA}=\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CD}=\overline{DE}=\overline{EF}=\overline{FG}=1$ 且 $\overline{OG}>1$ ，試選出距離點 O 最遠的頂點。
- (1) C
(2) D
(3) E
(4) F
(5) G

5. 某公司統計上週 8 家分店的來店人數 x (單位：百人) 及營業額 y (單位：萬元)，得到 8 筆數據 (x, y) ，記錄如下：

$(3,3)$ 、 $(3,5)$ 、 $(3,2)$ 、 $(4,4)$ 、 $(5,8)$ 、 $(6,7)$ 、 $(8,12)$ 、 $(8,7)$ 。

在坐標平面上標出這 8 個點 (如圖所示)，推得這 8 筆數據 y 對 x 的最適直線 (迴歸直線)

方程式為 $y = \frac{5}{4}x - \frac{1}{4}$ 。



公司想從另一個角度分析，將這 8 筆數據的來店人數、營業額各自從小到大排序，得到新的 8 筆數據 (x, y) 如下：

$(3,2)$ 、 $(3,3)$ 、 $(3,4)$ 、 $(4,5)$ 、 $(5,7)$ 、 $(6,7)$ 、 $(8,8)$ 、 $(8,12)$ 。

設新的 8 筆數據 y 對 x 的最適直線 (迴歸直線) 方程式為 $y = mx + b$ ，其中 m 、 b 為實數。根據上述，試選出正確的選項。

- (1) $m = \frac{5}{4}$ 且 $b = -\frac{1}{4}$
(2) $m > \frac{5}{4}$ 且 $b > -\frac{1}{4}$
(3) $m > \frac{5}{4}$ 且 $b < -\frac{1}{4}$
(4) $m < \frac{5}{4}$ 且 $b > -\frac{1}{4}$
(5) $m < \frac{5}{4}$ 且 $b < -\frac{1}{4}$

6. 試選出 $\sum_{k=1}^5 \log_7 \left(\frac{2k-1}{2k+1} \right)$ 的值。

- (1) $-\log 11$ (2) $\log 11$ (3) $\log \frac{11}{7}$ (4) $-\frac{\log 11}{\log 7}$ (5) $\frac{\log 11}{\log 7}$

二、多選題（占24分）

說明：第 7 題至第 9 題，每題 8 分。

7. 設二階方陣 $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ 。試選出正確的選項。

- (1) $A^2 = A$
(2) $A + B = B + A$
(3) $AB = BA$
(4) $(A - B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$
(5) $(A + B)^2 = 2(A + B)$

8. 平面上有一個三角形 ABC ，其中 $\angle A = 91^\circ$ 、 $\angle C = 29^\circ$ 。令 $\overline{BC} = a$ 、 $\overline{CA} = b$ 、 $\overline{AB} = c$ 。
試選出正確的選項。

- (1) $a^2 > b^2 + c^2$
(2) $\frac{c}{a} > \sin 29^\circ$
(3) $\frac{b}{a} > \cos 29^\circ$
(4) $\frac{a^2 + b^2 - c^2}{ab} < \sqrt{3}$
(5) 三角形 ABC 的外接圓半徑小於 c

9. 有一個抽牌拿獎金活動，規則如下：

在一個不透明箱子中有 2 張標示金額「1000 元」的牌及 3 張標示金額「0 元」的牌。參加者從箱中隨機抽出一張牌，在不知道抽出牌標示的金額情況下，主持人再將一張標示金額「500 元」的牌放入箱中。此時參加者有以下兩種選擇：

- (一) 保留原先抽出的牌，該牌標示的金額即為獲得的獎金。
- (二) 放棄原先抽出的牌且不放回，再從箱中隨機抽出一張牌，該牌標示的金額即為獲得的獎金。

今某甲參加此活動，假設每張牌被抽中的機會均相等，試選出正確的選項。

- (1) 若某甲選擇 (一)，則獲得獎金 0 元的機率為 $\frac{3}{5}$
- (2) 若某甲選擇 (一)，則獲得獎金的期望值為 500 元
- (3) 若某甲選擇 (二)，則獲得獎金 1000 元的機率為 $\frac{2}{5}$
- (4) 若某甲選擇 (二)，則獲得獎金 0 元的機率為 $\frac{12}{25}$
- (5) 若某甲選擇 (二)，則獲得獎金的期望值為 420 元

三、選填題（占18分）

說明：第 10 題至第 12 題，每題 6 分。

10. 設 $i = \sqrt{-1}$ 。已知複數 $\frac{1-7i}{-1+i} = a + bi$ ，其中 a 、 b 為實數。

則 $a =$ $(10\text{-}1)$ $(10\text{-}2)$ ， $b =$ $(10\text{-}3)$ 。

11. 某洗衣機的行程必須從一、二、三、四、五共 5 種不同衣料擇一，搭配甲、乙、丙、丁共 4 種不同模式擇一，另有 A、B、C 共 3 種附加功能，每種附加功能可以自由選擇是否開啟，但是「第一種衣料」不可以與附加功能「A」同時使用。例如「第二種衣料」搭配「甲模式」，且同時開啟「A」、「B」兩種附加功能為一個可以的行程；但「第一種衣料」搭配「甲模式」，且同時開啟「A」、「B」兩種附加功能為一個不可以的行程。根據上述，此洗衣機共有 (11-1) (11-2) (11-3) 個可以的行程。

12. 平面上有不共線的三點 A 、 B 、 C ，已知向量 \vec{AB} 與 \vec{AC} 的內積為 16，

\vec{CB} 與 \vec{AC} 的內積為 3，則 $\overline{AC} = \sqrt{(12-1)(12-2)}$ 。(化為最簡根式)

第貳部分、混合題或非選擇題（占28分）

說明：本部分共有 2 題組，每一子題配分標於題末。限在答題卷標示題號的作答區內作答。
選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時以橡皮擦擦拭，切勿使用修正帶（液）。非選擇題請由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

13-15 題為題組

設 $f(x)$ 為實係數三次多項式。已知函數 $y = f(x)$ 在 $x = -3$ 處有極小值；在 $x = 1$ 處有極大值。根據上述，試回答下列問題。

13. 下列關於 $f''(-3)$ 和 $f''(1)$ 的敘述，試選出正確的選項。(單選題，3 分)

- (1) $f''(-3) = f''(1) = 0$
- (2) $f''(-3) > 0$ 且 $f''(1) > 0$
- (3) $f''(-3) > 0$ 且 $f''(1) < 0$
- (4) $f''(-3) < 0$ 且 $f''(1) > 0$
- (5) $f''(-3) < 0$ 且 $f''(1) < 0$

14. 已知通過 $y = f(x)$ 圖形反曲點的切線斜率為 4，試求 $f'(x)$ 。(非選擇題，6 分)

15. 承 14 題，試求 $\int_{-3}^1 f'(x) dx$ 的值。(非選擇題，4 分)

16-18 題為題組

某人想在農地種植甲、乙兩種水果，並設定甲水果的種植面積（甲面積）、乙水果的種植面積（乙面積）符合以下三個條件：

- (一) 甲面積不超過 15 公畝。
- (二) 甲面積與乙面積的和不超過 24 公畝。
- (三) 甲面積不超過乙面積的 3 倍，且乙面積不超過甲面積的 2 倍。

設甲面積為 x 公畝、乙面積為 y 公畝。根據上述，試回答下列問題。

16. 試問下列哪一個選項的數對 (x, y) 會滿足上述的三個條件？(單選題，3 分)

- (1) (7,15) (2) (12,13) (3) (14,10) (4) (15,4) (5) (16,8)

17. 試將某人對甲面積、乙面積所設定的三個條件，以 x 、 y 的二元一次聯立不等式表示。(非選擇題，4 分)

18. 已知某人的農地收成時，甲水果每公畝可獲利 6 萬元、乙水果每公畝可獲利 7 萬元。試求某人種植甲、乙兩種水果的最大獲利為多少萬元？在答題卷求解區寫出計算過程，並在答題卷作圖區畫出可行解區域及標出其所有頂點坐標，且以斜線標示該區域。(非選擇題，8 分)

參考公式及可能用到的數值

1. 首項為 a ，公差為 d 的等差數列前 n 項之和為 $S = \frac{n(2a + (n-1)d)}{2}$

首項為 a ，公比為 $r (r \neq 1)$ 的等比數列前 n 項之和為 $S = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$

2. 級數和： $\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ ； $\sum_{k=1}^n k^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$

3. ΔABC 的正弦定理： $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$ (R 為 ΔABC 外接圓半徑)

ΔABC 的餘弦定理： $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$

4. 一維數據 $X : x_1, x_2, \dots, x_n$ ，

算術平均數 $\mu_x = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ ；標準差 $\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_x)^2} = \sqrt{\frac{1}{n} (\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\mu_x^2)}$

5. 二維數據 $(X, Y) : (x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ ，

相關係數 $r_{x,y} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu_x)(y_i - \mu_y)}{n\sigma_x\sigma_y}$

最適直線（迴歸直線）方程式 $y - \mu_y = r_{x,y} \frac{\sigma_y}{\sigma_x} (x - \mu_x)$

6. 參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414, \sqrt{3} \approx 1.732, \sqrt{5} \approx 2.236, \sqrt{6} \approx 2.449, \pi \approx 3.142$

7. 對數值： $\log 2 \approx 0.3010, \log 3 \approx 0.4771, \log 5 \approx 0.6990, \log 7 \approx 0.8451$

8. 若 $X \sim B(n, p)$ 為二項分布，則期望值 $E(X) = np$ ，變異數 $Var(X) = np(1-p)$