

班級：\_\_\_\_\_ 年 \_\_\_\_\_ 班 座號: \_\_\_\_\_ 姓名: \_\_\_\_\_

試題共 3 頁，第 0 頁

# 答案卷

**一、單選題：** (每題 4 分，共 12 分。請選出最適合的選項，全對才給分。)

1	2	3	
(5)	(3)	(4)	

**二、多選題：**

1. 每題 7 分，共 28 分，每題至少有一個選項是正確的。
2. 所有選項均答對者得 7 分；錯一個選項得 4.2 分；錯二個選項得 1.4 分；所有選項均未作答或答錯多於 2 個選項者，該題以 0 分計算。

4	5	6	7
(1)(3)(5)	(1)(2)	(2)(5)	(4)

**三、選填題：**

1. 第 A 至 J 題，將答案畫記在答案卡之「選擇 (填) 題答案區」所標示的列號 (8 – 23)。
2. 每題完全答對給 5 分，共 50 分。答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A	B	C	D
5.7	2	-3	3
E	F	G	H
(4, 2)	14	$\frac{2}{3}$	0
I	J		
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$		

班級：\_\_\_\_\_ 年 \_\_\_\_\_ 班 座號: \_\_\_\_\_ 姓名: \_\_\_\_\_

試題共 3 頁，第 0 頁

**四、混合題 (共 10 分)：****第 (a)、(b)、(c) 小題為非選擇題，請使用黑色原子筆在標示題號手寫卷內作答。****請由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分，只寫答案不予計分。**

1. 已知  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx - 17$  為實係數三次多項式函數且  $y = g(x)$  為  $y = f(x)$  在  $x = 1$  附近的一次近似函數，若  $f(x)$  滿足  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) + 5}{x - 1} = 2$ ，試回答下列問題。

(a) 函數  $y = g(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。(非選擇題，3 分)(b) 函數  $y = f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。(非選擇題，3 分)(c) 已知一次函數  $y = h(x)$  與  $y = g(x)$  相異，且兩函數圖形的斜率相同，若函數  $y = h(x)$  的圖形與函數  $y = f(x)$  的圖形相切，則函數  $y = h(x)$  為何？(非選擇題，4 分)**答案：**(a)  $2x - 7$ 。(b)  $x^3 - 12x^2 + 23x - 17$ 。(c)  $y = h(x) = 2x - 115$ 。

注意：請於答案卡（卷）上畫（寫）上正確身分資料，  
若因未劃記書寫身分資料，或因劃記書寫錯誤，統一扣該科總成績 5 分。

**一、單選題：**（每題 4 分，共 12 分。請選出最適合的選項，全對才給分。）

1. 下列哪個選項為發散數列？

- (1)  $\left\langle \frac{3}{n+2} \right\rangle$  (2)  $\left\langle 2 - \frac{1}{n^2} \right\rangle$  (3)  $\left\langle \frac{-2n^2 + 1}{n^2 - 1} \right\rangle$  (4)  $\left\langle \frac{(-5)^n}{6^{n+1}} \right\rangle$  (5)  $\langle (-1)^n \rangle$

2. 下列哪個選項的函數，在  $x = 0$  處可微分？

- (1)  $f_1(x) = |x|$  (2)  $f_2(x) = [x]$ ， $[ \cdot ]$  為高斯符號 (3)  $f_3(x) = \frac{x}{x^2 + x + 3}$  (4)  $f_4(x) = \frac{x}{|x|}$  (5)  $f_5(x) = \sqrt{x^2}$

3. 設  $a$ 、 $b$ 、 $c$  為實數，若  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + ax^2 + bx - 8}{(x + 2)^2} = c$ ，下列選項何者正確？

- (1)  $a = -2$  (2)  $b = 4$  (3)  $c = 3$  (4)  $a + b + c = -6$  (5)  $abc = -32$

**二、多選題：**

1. 每題 7 分，共 28 分，每題至少有一個選項是正確的。

2. 所有選項均答對者得 7 分；錯一個選項得 4.2 分；錯二個選項得 1.4 分；所有選項均未作答或答錯多於 2 個選項者，該題以 0 分計算。

4. 有一實數數列  $\langle a_n \rangle$ ，其中  $a_n = \sin(n\pi - \frac{\pi}{6})$ ， $n$  為正整數。試選出正確的選項。

- (1)  $a_1 = \frac{1}{2}$  (2)  $a_2 = a_3$  (3)  $a_n$  是發散數列 (4)  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 0$  (5)  $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n)^n = 1$

5. 下列各無窮級數，哪些為收斂級數？

- (1)  $1 - \frac{2}{3} + \frac{4}{9} - \frac{8}{27} + \cdots + (-\frac{2}{3})^{n-1} + \cdots$  (2)  $\frac{2}{5} + \frac{4}{15} + \frac{8}{45} + \cdots + \frac{2}{5} \times (\frac{2}{3})^{n-1} + \cdots$  (3)  $1 + \frac{3}{2} + \frac{9}{4} + \cdots + (\frac{3}{2})^{n-1} + \cdots$   
 (4)  $6 + 6 + 6 + \cdots + 6 + \cdots$  (5)  $-2 + 2 - 2 + \cdots + (-1)^n \times 2 + \cdots$

6. 已知  $f'(2) = 5$ ，則下列選項哪些正確？

- (1)  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 5$  (2)  $\lim_{x \rightarrow 2} (f(x) - f(2)) = 0$  (3)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = 0$  (4)  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h} = 0$   
 (5)  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2-h) - f(2)}{h} = -5$

7. 設  $f(x)$ 、 $g(x)$  與  $h(x)$  均為定義在實數上的實數值函數，下列選項何者正確？

- (1) 若  $\lim_{x \rightarrow a} (f(x) + g(x))$  存在，則  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$  與  $\lim_{x \rightarrow a} g(x)$  也存在。

- (2) 若  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$  存在，則  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ 。

- (3) 若  $\lim_{x \rightarrow a} |f(x)|$  存在，則  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$  也存在。

- (4) 若  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = 3$ ，且  $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$ ，則  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$ 。

- (5) 設  $0 < |x - a| < b$  時， $g(x) \leq f(x) \leq h(x)$  恒成立，若  $\lim_{x \rightarrow a} g(x)$  與  $\lim_{x \rightarrow a} h(x)$  均存在，則  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$  也存在。

班級：\_\_\_\_\_ 年 \_\_\_\_\_ 班 座號: \_\_\_\_\_ 姓名: \_\_\_\_\_

試題共 3 頁，第 2 頁

**三、選填題：**

1. 第 A 至 J 題，將答案畫記在答案卡之「選擇 (填) 題答案區」所標示的列號 (8 – 23)。  
 2. 每題完全答對給 5 分，共 50 分。答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A.  $1.\bar{4} \times 4$  的值為 5. $\overline{8}$ 。B.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n^2 + 2}{n - 1} - \frac{n^2 - n + 1}{n} \right)$  的值為 ⑨。C.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{|x| - x}{|x| - 1} + \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x - 4}{|x| + 1}$  的值為 ⑩⑪。D. 已知  $f(x) = x^2 - 5|x - 1|$ 。則  $f'(-1)$  的值為 ⑫。E. 設  $f(x) = \begin{cases} x^3 + x, & x \geq 1 \\ ax - b, & x < 1 \end{cases}$ ， $a, b$  為實數。若  $f(x)$  在  $x = 1$  處可微分，則數對  $(a, b) =$  (⑬, ⑭)。F. 設  $f(x)$  為多項式函數，滿足  $f(0) = 0$  且  $(x + 1)f'(x) - 3f(x) - 6 = 0$ ，則  $f(1) =$  ⑮⑯。G. 設函數  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + ax^2 - x + b$  的圖形與  $x$  軸的交點為  $P$ ，若以  $P$  為切點的切線方程式為  $y = 3x + 6$ ，則  $a + b$  之值為  $\frac{⑰}{⑱}$ 。(化為最簡分數)H. 設多項式函數  $f(x)$  在  $x = 1$  處可微分，則  $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{f(1+t^2) - f(1)}{t}$  之值為 ⑲。I. 設  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x^2} - (1+ax)}{x^2} = b$ ，則  $a + b$  之值為  $\frac{⑳}{㉑}$ 。(化為最簡分數)J. 設  $a_n = \frac{1}{\sqrt{n^2+1}} + \frac{2}{\sqrt{n^2+2}} + \frac{3}{\sqrt{n^2+3}} + \cdots + \frac{n}{\sqrt{n^2+n}}$ ，則  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n}$  之值為  $\frac{㉒}{㉓}$ 。(化為最簡分數)**四、混合題 (共 10 分)：**

題目與答題方式，詳見答案卷。考試結束後，需將答案卡、答案卷一併繳回。

# 答案卷

## 四、混合題 (共 10 分) :

第 (a)、(b)、(c) 小題為非選擇題，請使用黑色原子筆在標示題號手寫卷內作答。

請由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分，只寫答案不予計分。

1. 已知  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx - 17$  為實係數三次多項式函數且  $y = g(x)$  為  $y = f(x)$  在  $x = 1$  附近的一次近似函數，若  $f(x)$  滿足  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) + 5}{x - 1} = 2$ ，試回答下列問題。

(a) 函數  $y = g(x) = \text{_____}$ 。(非選擇題，3 分)

(b) 函數  $y = f(x) = \text{_____}$ 。(非選擇題，3 分)

(c) 已知一次函數  $y = h(x)$  與  $y = g(x)$  相異，且兩函數圖形的斜率相同，若函數  $y = h(x)$  的圖形與函數  $y = f(x)$  的圖形相切，則函數  $y = h(x)$  為何？(非選擇題，4 分)

(a) 函數  $y = g(x) = \text{_____}$ 。(非選擇題，3 分)

(b) 函數  $y = f(x) = \text{_____}$ 。(非選擇題，3 分)

(c) 已知一次函數  $y = h(x)$  與  $y = g(x)$  相異，且兩函數圖形的斜率相同，若函數  $y = h(x)$  的圖形與函數  $y = f(x)$  的圖形相切，則函數  $y = h(x)$  為何？(非選擇題，4 分)