

◎請於答案卡上書寫並劃記正確的身分資料，若因未劃記、劃記不完全或劃記錯誤。造成讀卡錯誤者，扣總成績 5 分。

常用數值：  $\log 2 = 0.3010$ ； $\log 3 = 0.4771$ ； $\log 7 = 0.8451$

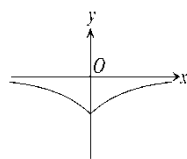
等比級數公式：  $r \neq 1, 1 + r + r^2 + \cdots + r^{n-1} = \frac{r^n - 1}{r - 1}$

### 一、配合題(共 10 分)

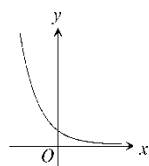
第 1 題至第 5 題，請將該題函數所對應的圖形，依圖形編號劃記在答案卡上。各題答對者得 2 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. ( ) 設  $a > 1$ ， $y = a^{|x|}$ 。
2. ( ) 設  $0 < a < 1$ ， $y = -a^x$ 。
3. ( ) 設  $0 < a < 1$ ， $y = \log_a x$ 。
4. ( ) 設  $a > 1$ ， $y = \log_{\frac{1}{a}}(-x)$ 。
5. ( ) 設  $a > 1$ ， $y = |\log_a x|$ 。

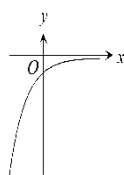
①



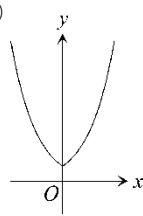
②



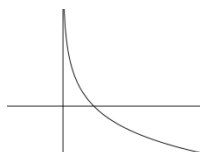
③



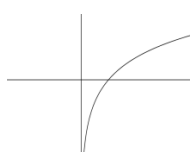
④



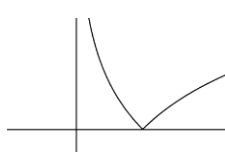
⑤



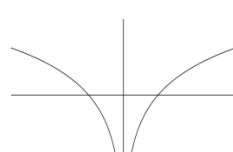
⑥



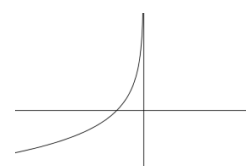
⑦



⑧



⑨



### 二、單選題(共 15 分)

第 6 題至第 8 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請將正確選項畫記在答案卡。各題答對者得 5 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

6. ( )  $\log_{0.25} 8$  之值為下列何者？

(1)  $\frac{2}{3}$     (2)  $-\frac{2}{3}$     (3)  $-2$     (4)  $\frac{3}{2}$     (5)  $-\frac{3}{2}$

7. ( ) 已知  $a$ 、 $b$ 、 $c$  均為正數，且  $2^a = \log_{\frac{1}{2}} a$ ， $(\frac{1}{2})^b = \log_2 b$ ， $(\frac{1}{2})^c = \log_{\frac{1}{2}} c$ ，則此三個數的大小順序為下列何者？

(1)  $c < b < a$     (2)  $b < c < a$     (3)  $c < a < b$     (4)  $a < c < b$     (5)  $a < b < c$

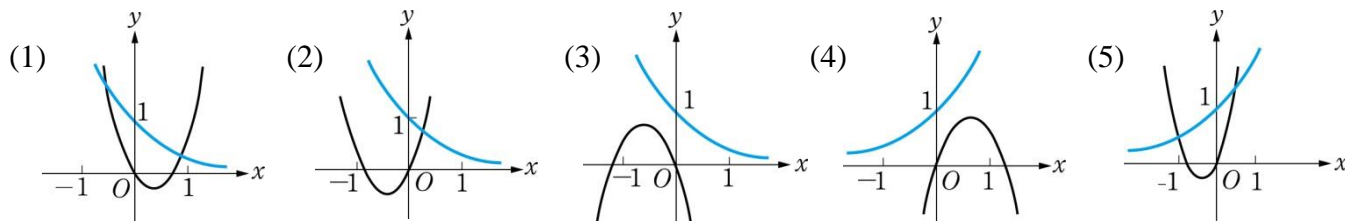
8. ( ) 設  $\log 2 = a$ ， $\log 3 = b$ ，則  $\log \sqrt{135}$  之值為下列何者？

(1)  $\sqrt{1+3b-a}$     (2)  $\sqrt{3-3a+b}$     (3)  $\frac{1}{2}(1+3b-a)$     (4)  $\frac{1}{2}(3+b-3a)$     (5)  $\frac{1}{2}(3+3b-3a)$

### 三、多選題(共 15 分)

第 9 題至第 11 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 5 分；答錯 1 個選項者，得 3 分；答錯 2 個選項者，得 1 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

9. ( ) 在下列圖形中，二次函數  $y = ax^2 + bx$  與指數函數  $y = (\frac{b}{a})^x$  之圖形，可能是哪一選項？



10. ( ) 若  $(a, b)$  是對數函數  $y = \log_5 x$  圖形上一點，則下列哪個選項中的點也在該對數函數的圖形上？

- (1)  $(a+1, b+1)$  (2)  $(5a, b+1)$  (3)  $(\frac{1}{a}, -b)$  (4)  $(10a, 2b)$  (5)  $(a^2, 2b)$

11. ( ) 已知  $1 < a$ ， $0 < x_1 < x_2$ ，設函數  $f(x) = a^x$  與  $g(x) = \log_a x$ ，請選出正確的選項。

- (1)  $f(x)$  的圖形與  $g(x)$  的圖形對稱於直線  $y = x$   
 (2)  $f(x)$  的圖形與  $g(x)$  的圖形沒有交點  
 (3)  $f(\frac{x_1 + x_2}{2}) < \frac{f(x_1) + f(x_2)}{2}$   
 (4)  $g(\frac{x_1 + x_2}{2}) < \frac{g(x_1) + g(x_2)}{2}$   
 (5)  $f(x) = a^x$  的圖形以  $x$  軸為漸近線

### 四、選填題(共 60 分)

說明：第 A 至 L 題，將答案畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」所標示的列號（12-37）。每題完全答對給 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. 方程式  $\log_5(2x-1) = \log_{25}(x^2 - x + 19)$  的解為 12。

B. 設銀行利率的算法有單利和複利兩種：

(I) 單利：本利和  $S = \text{本金} P \times (1 + \text{期利率} \times \text{期數})$ ；

(II) 複利：本利和  $S = \text{本金} P \times (1 + \text{期利率})^{\text{期數}}$ 。

小興準備向銀行貸款 1 百萬元當做創業基金，其年利率為 2%，約定三年期滿一次還清貸款的本利和。銀行貸款一般以複利（每年複利一次）計息還款，但給小興創業優惠改以單利計息還款。此優惠下，小興在三年期滿還款時可以比複利計息少繳 13 14 15 16 元？

C. 若  $(11, 1)$ 、 $(b, 0)$ 、 $(71, c)$  三個點均在函數  $f(x) = \log_a(x-7)$  的圖形上，則  $a + b + c$  之值為 17 18。

D. 求  $(\log_8 9 + \log_{0.25} 3) \times (\log_{\frac{1}{3}} 0.5 + \log_9 16)$  之值為 19 20。(化為最簡分數)

E. 設  $a, b, c, d$  皆為正整數，且  $a \log_{5400} 2 + b \log_{5400} 3 + c \log_{5400} 5 = d$ ，則  $4 \log_6 d - \log_6 a - \log_6 b - 2 \log_6 c$  之值為

21 22。

F. 已知坐標平面上三點  $(2, \log 5)$ ， $(4, \log 15)$  與  $(6, \log x)$  在同一直線上，則  $x$  之值為 23 24。

G. 使用科學記號  $a \times 10^n$  來表示  $3^{60}$  時，則  $n$  之值為 25 26。

H. 在坐標平面上， $\Gamma$  是邊長為 4 的正方形，其中心位在點  $(1, 1)$ ，且各邊與坐標軸平行。已知函數  $y = a \times 3^x$  的圖形與  $\Gamma$  相交，其中  $a$  為實數，則  $a$  的最大可能範圍為 27 28  $\leq a \leq$  29。

I. 傳染病在發生初期時，由於大部分人未感染且無抗體，所以總感染人數大都以指數形式成長。在「初始感染人數為  $P_0$ ，且每位已感染者平均一天會傳染給  $r$  位未感染者」的前提下， $n$  天後感染到此疾病的總人數  $P_n$  可以表示為

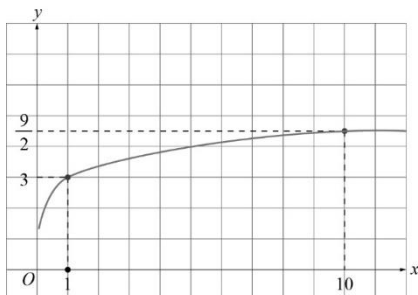
$P_n = P_0(1+r)^n$ ，其中  $P_0 \geq 1$  且  $r > 0$ 。已知某傳染病初期符合上述數學模型且每隔 12 天總感染人數會增加為 5 倍，試試求

$\log_5(P_{20}) - \log_5(P_{11})$  的值為  $\frac{\text{30}}{\text{31}}$ 。(化為最簡分數)

J. 滿足  $1 + \frac{3}{2} + (\frac{3}{2})^2 + \cdots + (\frac{3}{2})^{n-1} > 998$  的最小自然數  $n$  為 32 33。

K. 已知  $a > 1$ ， $f(x) = a^x$ ，若  $A, B, C, D$  為  $x$  軸上由左至右的四相異點，且  $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD}$ ，過  $A, B, C, D$  作  $x$  軸垂線分別交  $y = f(x)$  的圖形於  $E, F, G, H$ ，若  $\overline{AE} = 6$ ， $\overline{DH} = 384$ ，則  $\overline{BF} + \overline{CG}$  之值為 34 35 36。

L. 19 世紀德國科學家費希納發現“主觀感覺與刺激強度的對數成正比”的規律。若人類對於食物的甜味感受度  $y$  (分) 和食物本身的甜度  $x$  (度) 之關係符合上述定律，即  $y = a \log x + b$ ，其關係如附圖所示。今有某種蛋糕原本讓顧客感受到的甜度為  $s$  (分)，但是顧客普遍覺得不夠甜，若蛋糕師傅想調整甜度，重新製作一個讓顧客感受到甜度超過  $s+1$  (分) 的蛋糕，則重新製作的蛋糕本身的甜度至少要變為原來蛋糕的甜度的 37 倍。(整數倍)  
註：甜味感受度  $y$  (分)，分數愈高愈甜。甜度  $x$  (度)， $x$  愈大表示含糖量愈高。



## 答案卷

### 一、配合題 (每題 2 分，共 10 分)

1	2	3	4	5
4	3	5	9	7

### 二、單選題 (每題 5 分，共 15 分)

6	7	8
5	4	3

### 三、多選題 (每題 5 分，共 15 分)

9	10	11
124	235	135

### 四、填充題 (每題 5 分，共 60 分)

A	B	C	D	E	F
3	1208	15	$\frac{1}{2}$	-2	45
G	H	I	J	K	L
28	$-3 \leq a \leq 9$	$\frac{3}{4}$	16	120	5