

國立中興大學附屬高級中學 110 學年度第 2 學期期末考 高一數學測驗卷

班級: _____

座號: _____

姓名: _____

試題共 三 頁

命題老師: Ting

審題老師: Bao

第壹部分：選擇題 (占 37 分)

一、單選題 (占 21 分)

說明：第 1 題至第 3 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「選擇 (填) 題答案區」。各題答對者，得 7 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 設 $\sin \theta = \frac{4}{5}$ ，試求 $(\sin(90^\circ + \theta) - \cos(180^\circ - \theta)) \times \tan(-\theta)$?

- (1) $\frac{8}{5}$ (2) $\frac{-8}{5}$ (3) 0 (4) $\frac{3}{10}$ (5) $\frac{-3}{10}$

2. 令 $a = \sin 181^\circ$, $b = \tan 181^\circ$, $c = \cos 180^\circ$, $d = \sin 37^\circ - \cos 37^\circ$, $e = \sin 230^\circ + \tan 230^\circ$ ，請問以上五個數字有幾個為負？

- (1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 4 (5) 5

3. 已知凸四邊形 $ABCD$ 中， $\overline{AB} = 7$, $\overline{BC} = 3$, $\overline{CD} = \overline{DA} = 8$ ，若對角線 $\overline{AC} = 8$ ，則另一條對角線 \overline{BD} 長為何？

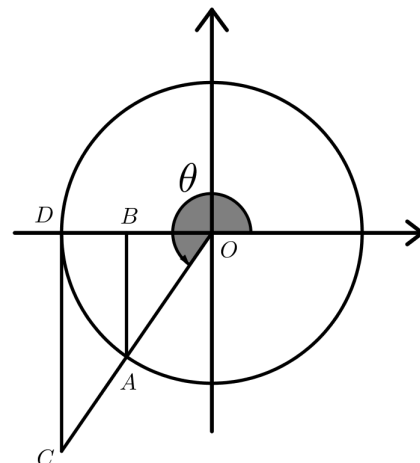
- (1) $2\sqrt{43}$ (2) $\sqrt{171}$ (3) $2\sqrt{39}$ (4) $\sqrt{97}$ (5) $2\sqrt{23}$

二、多選題 (占 16 分)

說明：第 4 題至第 5 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇 (填) 題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 8 分；答錯 1 個選項者，得 4.8 分；答錯 2 個選項者，得 1.6 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

4. 右圖為一單位圓， A, D 為圓上兩點且 θ 為第三象限角，已知 $\overline{AB}, \overline{CD}$ 垂直 x 軸，則下列哪些敘述正確？

- (1) $\overline{AB} = \sin \theta$
 (2) $\overline{OB} = -\cos \theta$
 (3) $\overline{CD} = -\tan \theta$
 (4) $\triangle OAB$ 面積 $= \frac{1}{2} \sin \theta \cos \theta$
 (5) $\triangle OAB$ 面積 $= \cos^2 \theta \times \triangle OCD$ 面積



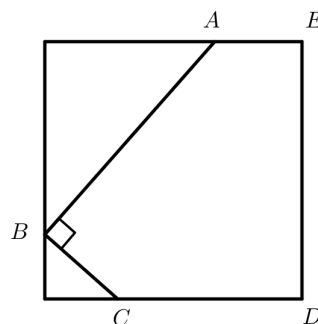
5. 在 $\triangle ABC$ 的三邊長為 a 、 b 、 c ，其對角依次為 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ ，請問下列哪些敘述正確？

- (1) 若 $\sin^2 A > \sin^2 B + \sin^2 C$ ，則 $\triangle ABC$ 為鈍角三角形
- (2) 若 $\angle A$ 為鈍角，則 $\sin A > \sin B$ 且 $\sin A > \sin C$
- (3) 存在三角形滿足 $\sin A + \sin B < \sin C$
- (4) 若 $a : b : c = 2 : 3 : 4$ ，則 $\cos A = -\frac{1}{4}$
- (5) 若三邊長滿足 $b = c \geq 2a$ ，則 $\cos A > \cos B + \cos C$

第貳部分：選填題 (63 分)

說明：1. 第 A 至 I 題，將答案畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」所標示的列號（6-30）
 2. 每題完全答對給 7 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。
 3. 若答案為分數，皆須化為最簡分數；若答案內有根號，皆須化為最簡根式。

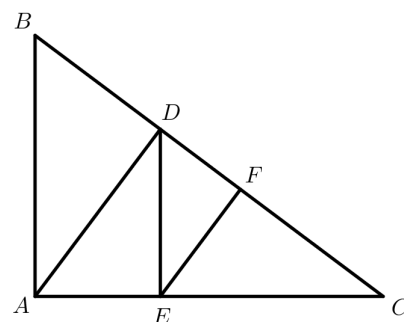
- A. 右圖為一矩形，其中 $\angle ABC = \angle CDE = \angle DEA = 90^\circ$ ， $\overline{AB} = 8$ ， $\overline{BC} = 3$ ，若 $\cos \angle BCD = \frac{-4}{5}$ ，則 $\overline{DE} = \frac{\textcircled{6}\textcircled{7}}{\textcircled{8}}$ 。



- B. 已知方程式 $4x^2 - \sqrt{2}x + k = 4(x - \sin \theta)(x - \cos \theta)$ ，則 $k = \frac{\textcircled{9}\textcircled{10}}{\textcircled{11}}$ 。

- C. 極坐標平面上，極點 O 及三點 $A[4, 0^\circ]$ ， $B[8, 120^\circ]$ ， $C[r, 30^\circ]$ ，若 C 在線段 \overline{AB} 上，則 $r = \frac{\textcircled{12}\sqrt{\textcircled{13}}}{\textcircled{14}}$ 。

- D. 已知 $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ，做 $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ ， $\overline{DE} \perp \overline{AC}$ ， $\overline{EF} \perp \overline{BC}$ 。若 $\overline{BC} = 8$ 且 $\sin C \cos C = \frac{1}{5}$ ，則 $\overline{DF} = \frac{\textcircled{15}}{\textcircled{16}\textcircled{17}}$ 。(右圖為示意圖，僅供參考)

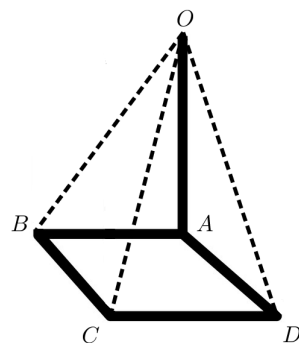


E. 已知三角形三邊長分別為 $6, 2\sqrt{7}$ 與 8 ，則此三角形面積為 $\frac{18\sqrt{19}}{19}$ 。

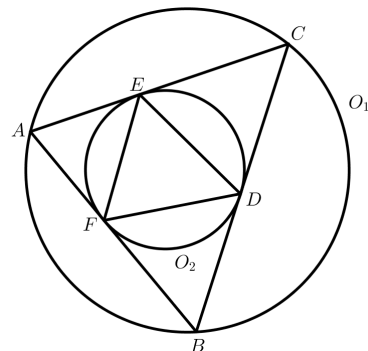
F. 已知 $9\sin\theta - \cos\theta = 1$ ，則所有可能的 $\cos\theta$ 值總和為 $\frac{20+21}{22+23}$ 。

G. 設 P 點的極坐標為 $[10, \theta]$ 且 θ 滿足 $5\sin^2\theta - 6\sin\theta - 8 = 0$ ，若 $\tan\theta > 0$ ，則 P 點改以直角坐標表示後之 x 坐標為 $\frac{24+25}{25}$ 。

H. 現在有一塔 \overline{OA} 垂直於地面矩形 $ABCD$ ， \overline{BAO} 想要從 C 處擊中位於塔頂 O 點的阿尼亞(示意簡圖如右)， \overline{BAO} 想到一個方法：先在塔正西方 B 點與正南方 D 點處設置電子水平儀測得 O 點仰角分別為 60° 與 45° ，經計算後， \overline{BAO} 在 C 處只需設定雷射槍的仰角為 θ 時，就能直線擊中阿尼亞，則 $\sin\theta = \frac{\sqrt{26+27}}{28}$ 。(不考慮儀器高度、身高等因素造成之影響)



I. 示意圖如右，圓 O_1 與 O_2 分別為 $\triangle ABC$ 的外接圓與內切圓，其中 D, E, F 三點分別為內切圓與 $\triangle ABC$ 三邊的切點，若 $\overline{AB} = 6$ ， $\overline{DE} = 4$ ， $\overline{DF} = 3$ ，則 $\frac{O_2 \text{面積}}{O_1 \text{面積}} = \frac{29}{30}$ 。



試題結束，請記得檢查，並將答案塗在答案卡上，班級姓名座號標示正確，祝考試順利。

選擇題：1. (2) 2. (3) 3. (4) 4. (2)(4)(5) 5. (1)(2)(5)

選填題：A. $\frac{41}{5}$ B. $\frac{-7}{4}$ C. $\frac{8\sqrt{3}}{5}$ D. $\frac{8}{25}$ E. $6\sqrt{7}$ F. $\frac{-1}{41}$ G. -6 H. $\frac{\sqrt{21}}{7}$ I. $\frac{4}{9}$