

第壹部分：選擇題（占 48 分）

一、單選題（占 18 分）

說明：第 1 題至第 3 題，每題 5 個選項，其中只有一個是最適當的答案，畫記在答案卡之「解答欄」。各題答對得 6 分；未作答、答錯或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

- 【1】設拋物線 $\Gamma: y^2 = 8x$ 的焦點為 F ，若 A 、 B 為 Γ 上相異兩點且均在 x 軸上方，滿足 $\overline{AF} = 6$ ， $\overline{BF} = 3$ ，則 $\overline{AB} =$ (1) $\sqrt{11}$ (2) $\sqrt{13}$ (3) $\sqrt{15}$ (4) $\sqrt{17}$ (5) $\sqrt{19}$ 。

Ans : (4)

- 【2】令橢圓 $\Gamma_1: \frac{x^2}{5^2} + \frac{y^2}{3^2} = 1$ 、 $\Gamma_2: \frac{x^2}{5^2} + \frac{y^2}{3^2} = 2$ 、 $\Gamma_3: \frac{x^2}{5^2} + \frac{y^2}{3^2} = \frac{-2x}{5}$ 的長軸長分別為 l_1 、 l_2 、 l_3 。請問下列哪一個選項是正確的？

(1) $l_1 = l_2 = l_3$ (2) $l_1 = l_2 < l_3$ (3) $l_1 < l_2 < l_3$ (4) $l_1 < l_3 < l_2$ (5) $l_1 = l_3 < l_2$ 。

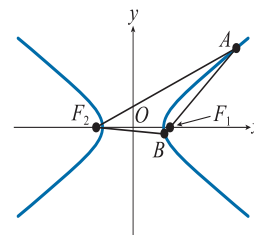
Ans : (5)

- 【3】如右圖，雙曲線 $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ 的兩個焦點為 F_1 、 F_2 ，且 \overline{AB} 通過焦點 F_1 。已知 $\overline{AB} = 10$ ，

則

$\triangle ABF_2$ 的周長為 (1) 30 (2) 32 (3) 34 (4) 36 (5) 38。

Ans : (4)



二、多選題（占 30 分）

說明：第 4 題至第 6 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，選出正確選項畫記在答案卡之「解答欄」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 10 分；答錯 1 個選項者，得 6 分；答錯 2 個選項者，得 2 分；所有選項均未作答或答錯多於 2 個選項者，該題以零分計算。

- 【4】在坐標平面上，圓 C 的圓心在原點且半徑為 2，已知直線 L 與圓 C 相交，請問 L 與下列哪些圖形一定相交？

(1) y 軸 (2) $y = \log_2 x$ (3) $x^2 + y^2 = 5$

(4) $(x-2)^2 + y^2 = 16$ (5) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ 。

Ans : (3)(4)(5)

- 【5】試問下列哪些選項中的二次曲線，其焦點（之一）是拋物線 $y^2 = 2x$ 的焦點？

(1) $y = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}$ (2) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ (3) $\frac{4x^2}{3} + y^2 = 1$

(4) $8x^2 - 8y^2 = 1$ (5) $4x^2 - 4y^2 = 1$ 。

Ans: (1)(4)

【6】若 $\Gamma: \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$ ，則下列哪些直線與 Γ 有交點？

(1) $L_1: 3x + 2y = 0$

(2) $L_2: 4x + 3y = 0$

(3) $L_3: 3x - 2y = -0.001$

(4) $L_4: 3x - y = 3$

(5) $L_5: 2x + y = 2\sqrt{2}$

Ans (2)(3)(5)

第貳部分：選填題（占 52 分）

說明：1. 第 A 至 I 題，將答案畫記在答案卡之「解答欄」所標示的列號（7 - 33）。

2. A-H 每題完全答對給 6 分。I 題完全答對給 4 分。

3. 答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. 已知 $\sqrt{(x-2)^2 + (y+1)^2} + \sqrt{(x+2)^2 + (y+1)^2} = 10$ 的圖形是一個橢圓，求其短軸長 = ⑦ $\sqrt{\textcircled{8} \textcircled{9}}$ 。

Ans: $2\sqrt{21}$

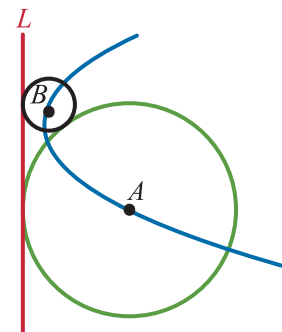
B. 已知拋物線 $\Gamma: x^2 = 4y$ ，P 為 Γ 上的動點，試求 P 點至 x 軸的距離與到直線 $L: y = x - 5$ 的距離和最小值為

⑩ $\sqrt{\textcircled{11}}$ - ⑫。（化成最簡根式）

Ans: $3\sqrt{2} - 1$

C. 如右圖所示，A，B 為兩圓的圓心，兩圓相切且與 L 相切；一拋物線過 A，B 兩點且準線

為 L。已知大圓半徑為 16，小圓半徑為 4，求拋物線的焦距為 $\frac{\textcircled{13} \textcircled{14}}{\textcircled{15}}$ 。（化成最簡分數）



Ans: $\frac{16}{5}$ 。

D. 求拋物線 $y^2 = 16x$ 上與直線 $L: 4x - 3y + 20 = 0$ 最短距離為 $\frac{\textcircled{16} \textcircled{17}}{\textcircled{18}}$ 。（化成最簡分數）

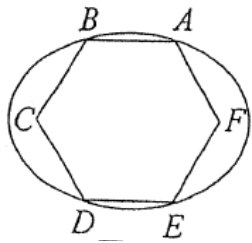
Ans: $\frac{11}{5}$

E. 已知 P 點為橢圓 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ 上一點，求 P 點到直線 $L: 3x + 4y - 12 = 0$ 的距離最大值 - 距離最小值為

$\frac{\textcircled{19} \sqrt{\textcircled{20} \textcircled{21}}}{\textcircled{22}}$ 。（化成最簡根式）

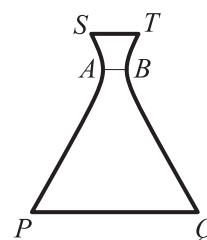
Ans: $\frac{4\sqrt{13}}{5}$

- F. 如圖，一橢圓 $\frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{3} = 1$ ，今在內部置入一正六邊形 ABCDEF，使得正六邊形與橢圓有相同的中心點，且正六邊形的四個頂點 A、B、D、E 位於橢圓上，則此正六邊形的面積為 $\frac{\textcircled{23} \textcircled{24} \sqrt{\textcircled{25}}}{\textcircled{26}}$ 。(化成最簡根式)



Ans: $\frac{36\sqrt{3}}{7}$

- G. 右圖是某冷卻塔的截面圖，其頸部 \overline{AB} 為雙曲線的貫軸，且與 \overline{ST} ， \overline{PQ} 互相平行。已知 $\overline{AB} = 2$ ， $\overline{ST} = 4$ ， $\overline{PQ} = 12$ ，且 \overline{AB} 與 \overline{ST} 的距離為 3，求 \overline{AB} 與 \overline{PQ} 的距離 = $\sqrt{\textcircled{27} \textcircled{28} \textcircled{29}}$ 。



Ans: $\sqrt{105}$

- H. 設雙曲線 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{5} = 1$ 的兩個焦點為 F_1 ， F_2 。已知 P 點在雙曲線上，且 $\angle F_1PF_2 = 60^\circ$ ，求 $\triangle F_1PF_2$ 的面積 = $\textcircled{30} \sqrt{\textcircled{31}}$ 。

Ans: $5\sqrt{3}$

- I. 已知橢圓 C_1 與雙曲線 C_2 共焦點 $F_1(3,0), F_2(-3,0)$ ，且短軸與共軛軸重合，則 C_1 與 C_2 的交點的軌跡所圍成的區域內部(不含邊界)的格子點(指 x,y 座標為整數的點)總數為 $\textcircled{32} \textcircled{33}$ 個
 Ans: 25