國立中興大學附屬高級中學 112 學年度第 2 學期期末考 高三數學測驗卷

班級:＿＿＿＿＿　　座號:＿＿＿　　姓名:＿＿＿＿＿＿＿　　試題共 五 頁

命題老師：Bao　　審題老師：Ting

第壹部分：選擇題 (占 44 分)

一、單選題 (占 20 分)

說明：第 1 題至第 5 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題答對者，得 4 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 設 z 為複數，且滿足 $|z-1|=\sqrt{2}$，則 $|z-4+3i|$ 的最大值為何？

   (1) 2　(2) 4　(3) $2\sqrt{2}$　(4) $3\sqrt{2}$　(5) $4\sqrt{2}$

   (5)

2. 若 $f(x)=x^4-x^3+kx^2-2$ 為整係數多項式，其中 $k>0$ 且 $f(x)$ 有一次因式 $x-h$，則 $k+h$ 之值為何？

   (1) -1　(2) 0　(3) 1　(4) 2　(5) 3

   (5)

3. 將代表方程式 $z^5=-1-i$ 五個根的點描在複數平面上，問這五個點落在下列哪一個區域的點最多？

   (1) 第一象限　(2) 第二象限　(3) 第三象限　(4) 第四象限　(5) x 軸上

   (3)

4. 若 $\Gamma=\{z\,|\,z$為複數且$|z+2i|=1\}$，則下列哪個點會落在圖形 $\Omega=\{\omega\,|\,\omega=-iz, z\in\Gamma\}$ 上？

   (1) 3　(2) $-3+i$　(3) $2-i$　(4) $2+i$　(5) $-2-i$

   (5)

5. 設 $z=\sin 15^\circ + i\cos 15^\circ$，$n\in\mathbb{N}$，若 z^n 為一實數，則 n 的最小值為何？

(1) 3　(2) 6　(3) 9　(4) 12　(5) 15

(4)

二、多選題 (占 24 分)

說明：第 6 題至第 8 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 8 分；答錯 1 個選項者，得 4.8 分；答錯 2 個選項者，得 1.6 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

6. 試問方程式 $f(x)=x^4-x^3-9x^2+2x+12=0$ 在哪些連續整數之間有實根？

(1) -3 與 -2 之間　(2) -2 與 -1 之間　(3) 0 與 1 之間

(4) 1 與 2 之間　(5) 2 與 3 之間

(1)(2)(4)

7. 已知三次方程式 $x^3-4x+k=0$ 有一複數根 $1+i$，以及另外兩根 α,β，試問下列選項哪些是正確的？

(1) α,β 其中之一為 $1-i$　(2) $k=4$　(3) $\alpha+\beta=-1-i$

(4) $\alpha\beta=4-2i$　(5) 此三次方程式無實根。

(3)(5)

8. 設 $\omega=\cos\dfrac{2\pi}{7}+i\sin\dfrac{2\pi}{7}$，試問下列選項哪些是正確的？

(1) $\omega^7=1$

(2) $1+\omega+\omega^2+\omega^3+\cdots+\omega^{2024}=0$

(3) $(1-\omega)(1-\omega^2)(1-\omega^3)(1-\omega^4)(1-\omega^5)(1-\omega^6)=7$

(4) $(2+\omega)(2+\omega^2)(2+\omega^3)(2+\omega^4)(2+\omega^5)(2+\omega^6)=127$

(5) $\omega,\omega^2,\omega^3,\omega^4,\omega^5,\omega^6$ 在複數平面上所圍圖形為一正六邊形。(1)(3)

第貳部分：選填題 (56 分)

三、選填題 (占 56 分)

說明：1. 第 A 至 H 題，將答案畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」所標示的列號（9-27） 2. 每題完全答對給 7 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。 3. 若答案為分數，皆須化為最簡分數；若答案內有根號，皆須化為最簡根式。

A. 若滿足「複數 z 的實部為 2，且 $\dfrac{1}{z}$ 的虛部為 $\dfrac{1}{5}$」的 z 有 z_1,z_2，求 $z_1+z_2=\underline{⑨-⑩i}$。$4-5i$

B. 已知複數 z 滿足 $(3-4i)^3=\dfrac{(-7+24)^4\cdot(5-12i)\cdot z}{(2+i)^4\cdot(1-7i)^3}$，求 $|z|=\underline{\dfrac{⑪\sqrt{⑫}}{⑬⑭}}$。$\dfrac{2\sqrt{2}}{13}$

C. 設複數 z 滿足 $|\dfrac{z+3}{z-1}|=2$ 以及 $Arg(\dfrac{z-1}{z+3})=\dfrac{\pi}{3}$，求複數 z 的虛部為 $\underline{\dfrac{⑮\sqrt{⑯}}{⑰}}$。$\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$

D. 若 a,b 皆為實數，且方程式 $x^3+ax^2+bx-13=0$ 有一根為 $1+2i$，則方程式的實根為 $\underline{\dfrac{⑱⑲}{⑳}}$。$\frac{13}{5}$

E. 若 $z=\dfrac{(\cos 5^\circ - i\sin 5^\circ)\cdot(-\cos 5^\circ + i\sin 5^\circ)}{(\sin 5^\circ + i\cos 5^\circ)(\cos 5^\circ + i\sin 5^\circ)}$，試求 z 的主幅角為 $\underline{\dfrac{㉓}{㉓}\pi}$。$\frac{4}{9}$

F. 設 α,β 為方程式 $x^2+17x+4=0$ 的兩根，試求 $(\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta})^2=\underline{㉓㉔㉕}$。$-21$

G. 試求方程式 $(x^3+x^2+x+1)(x^2+x+1)=0$ 的五個根在複數平面所構成的五邊形面積為 $\underline{\dfrac{㉖+\sqrt{㉗}}{㉘}}$。$\frac{1+\sqrt{3}}{2}$

H. 已知複數 z 滿足 $Arg(z^2-4)=\dfrac{5\pi}{6}$ 以及 $Arg(z^2+4)=\dfrac{\pi}{3}$，則所有滿足的 z 的主幅角總和為 $\underline{\dfrac{㉙}{㉚}\pi}$。$\frac{5\pi}{3}$

試題結束，請記得檢查，並將答案塗在答案卡上，班級姓名座號標示正確，祝考試順利。