

*請於答案卡(卷)上畫(寫)上正確身分資料，若因未劃記書寫身分資料，或因劃記書寫錯誤，統一扣該科總成績 5 分。

一、單選題（占 20 分）

說明：第 1 題至第 5 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題答對者，得 4 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

() 1. 下列哪個函數在 $x=1$ 處可微？(其中 $[x]$ 表示不超過 x 的最大整數)

- (1) $f_1(x)=[x]$ (2) $f_2(x)=\frac{(x-1)^2}{|x-1|}$ (3) $f_3(x)=|x-1|$ (4) $f_4(x)=x(x-1)$ (5) $f_5(x)=x[x]$

() 2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{n} \sqrt{1 - \left(\frac{k}{n}\right)^2}$ 代表的值是下列哪一個選項？

- (1) 4π (2) 2π (3) π (4) $\frac{1}{2}\pi$ (5) $\frac{1}{4}\pi$

() 3. 若方程式 $2x^3 - 3x^2 - 12x + (5-k) = 0$ 有兩相異負根與一正根，則實數 k 的範圍為下列哪一個選項？

- (1) $-15 < k < 12$ (2) $5 < k < 12$ (3) $0 < k < 12$ (4) $-12 < k < 15$ (5) $-12 < k < 5$

() 4. 已知 $0 < a < 2$ ，若 $\int_0^1 |3x-a| dx = \frac{5}{6}$ ，則 a 的值為下列哪一個選項？

- (1) 1 (2) $\frac{1}{2}$ (3) $\frac{5}{6}$ (4) $\frac{1}{3}$ (5) $\frac{5}{4}$

() 5. 若三次函數 $f(x) = 2x^3 - \frac{13}{2}x^2 + 6x + \frac{1}{2}$ ，則下列哪個選項為此函數的切線方程式？

- (1) $3x+2y=0$ (2) $2x+3y=0$ (3) $x+y=3$ (4) $x+y=2$ (5) $x+y=-1$

二、多重選題（占 32 分）

說明：第 6 題至第 9 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 8 分；答錯 1 個選項者，得 4.8 分；答錯 2 個選項者，得 1.6 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

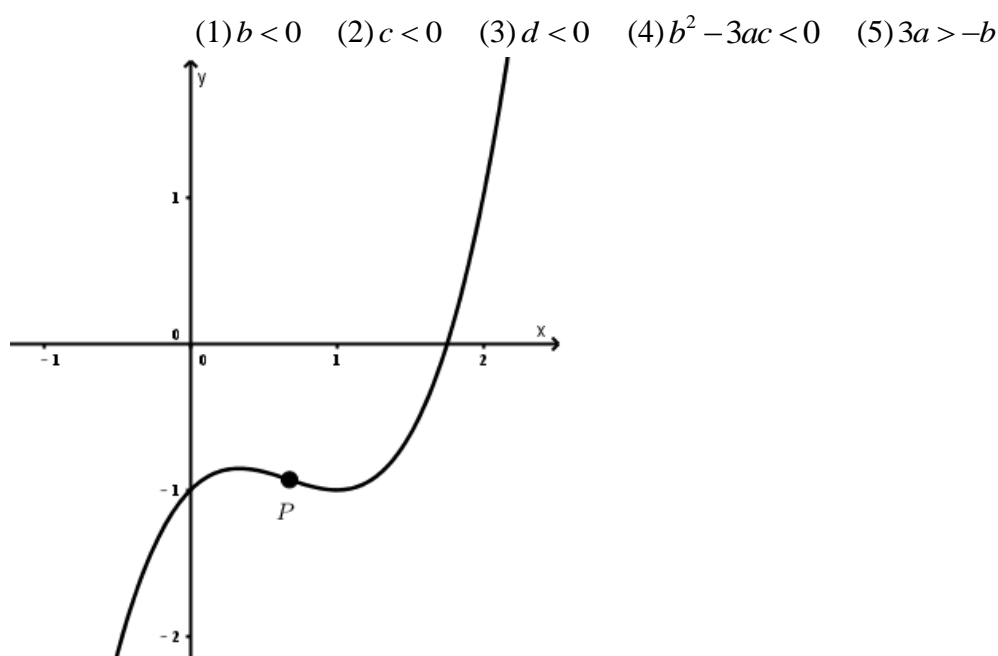
() 6. 若函數 $f(x) = x^3 - 2x^2 + x - 1 = a_3(x-2)^3 + a_2(x-2)^2 + a_1(x-2) + a_0$ 。請選出正確的選項。

- (1) $a_3 + a_2 = 5$
- (2) $a_1 = 5$
- (3) $a_0 = -1$
- (4) 在 $y = f(x)$ 的圖形上，以點 $(2, 1)$ 為切點的切線斜率為 5
- (5) 在 $y = f(x)$ 的圖形上，極大值發生在 $x = 1$ 處，極小值發生在 $x = \frac{1}{3}$ 處

() 7. 設 k 為實數，則關於函數 $f(x) = x^3 - 3x^2 + 5x + k$ 的圖形，請選出正確的選項。

- (1) 圖形與任一水平直線恰有一交點
- (2) 圖形有水平切線
- (3) 若 (p, q) 在圖形上，則 $(2-p, 6-q+2k)$ 也在圖形上
- (4) 圖形有最高點，也有最低點
- (5) 函數 $f(x)$ 在 $x=0$ 附近的一次近似為 $y = 5x + k$

() 8. 若 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ 的圖形如下圖所示，其中 P 點為反曲點。請選出正確的選項。



() 9. 已知實係數多項式 $f(x)$ ，滿足 $f'(x) = x^4 - 2x^2$ 。請選出正確的選項。

- (1) $f(x)$ 的圖形只有一個反曲點
- (2) 當 $x = \sqrt{2}$ 時，有 $y = f(x)$ 極小值
- (3) 當 $x > \sqrt{2}$ 時，圖形為嚴格遞減的函數圖形
- (4) $f(-2) > f(-3)$
- (5) 若 $1 < \alpha < \beta < \sqrt{2}$ ，則 $f'(\alpha) > f'(\beta)$

三、選填題（占 48 分）

說明：1.第 A 至 H 題，將答案畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」所標示的列號（10-23）。

2.每題完全答對給 6 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. 若函數 $f(x) = \sqrt{2x - x^2}$ 的最大值為 M ，最小值為 m ，求 $M + m =$ ⑩

B. 已知多項式 $f(x)$ 滿足 $f(3) = 0$ 且 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+4h)}{h} = 8$ ，求 $f'(3) =$ ⑪

C. 將區間 $[0, 3]$ 等分成 n 小段，設函數 $f(x) = 2x^3$ 的圖形與 x 軸，在此區間所圍成區域的上和為 U_n ，求 $U_3 =$ ⑫ ⑬

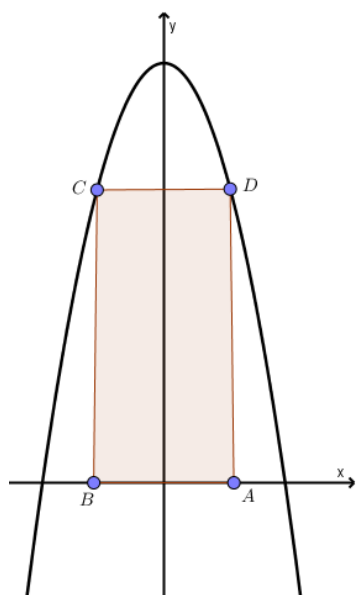
D. 設函數 $f(x) = x^2 + k$ ($k \geq 0$) 及三直線 $x = 0$ 、 $x = 2$ 、 $y = 0$ ，所圍成的區域面積為 $\frac{20}{3}$ ，求 $k =$ ⑭

E. 若 $\int_1^x f'(t) dt = x^3 + ax^2 + b$ ，且滿足 $f'(1) = 5$ ，試求 $f''(1) =$ ⑮

F. 若 a, b 為實數，且滿足 $\int_{-1}^0 (ax^2 + 2x)dx = b$ 與 $\int_0^1 (ax^2 + b)dx = 5$ ，求 $a + b =$ ①⑥ ①⑦

G. 函數 $f(x) = x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 3x + k$ ， k 為任意實數，試求函數圖形上，兩條切線斜率 3 之切線間的距離為何？
 $\frac{\sqrt{①⑧ ①⑨}}{②⑦ ②⑧}$
 (化為最簡根式)

H. 如圖，已知 A 、 B 是 x 軸上兩點， C 、 D 是拋物線 $y = 12 - x^2$ 上的兩點，且 $ABCD$ 形成一個矩形，求此矩形的最大面積為何？②② ②③



解答

一、單選題 1.(4) 2.(5) 3.(2) 4.(1) 5.(3)

二、多重選題 6.(1)(2)(4) 7.(1)(3)(5) 8.(1)(3)(5) 9.(2)(4)

三、選填題 A. 1 B. 2 C. 72 D. 2
 E. 8 F. 11 G. $\frac{\sqrt{10}}{20}$ H. 32