國立中興大學附屬高級中學 112學年度 第二學期 高二興附盃數學競賽 試題卷

命題教師: 審題教師:老師

二年 班 座號: 姓名:

試題卷共2頁

備註:請於答案卡(卷)上畫(寫)上正確身分資料,若因未劃記書寫身分資料,或因劃記書寫錯誤,統一扣該科總成績 5 分。

- 一、多重選擇題:30%(每題10分,錯一個選項得6分,錯二個選項得2分,錯三個以上選項得0分)
- 1. ()關於平面 E: x+2y+kz=1 的敘述,請選出正確的選項。
 - (1)可以找到實數 $_k$,使得 $_E$ 與平面 $_x=1$ 互相垂直 (2)可以找到實數 $_k$,使得 $_E$ 與平面 $_2y=-1$ 互相垂直
 - (3)可以找到實數k,使得E與平面z = 2024 互相垂直 (4)可以找到實數k,使得E與平面x z = 1 互相垂直
 - (5)可以找到實數 k ,使得 E 與平面 x-2y=1 互相垂直

Ans. 3,4

2. ()空間中,下列哪些圖形會與直線 $L: \frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-3}{3}$ 有交點?

Ans.1,5

3. ()下列各直線中,請選出和z軸互為歪斜線的選項。

(1)
$$L_1: \begin{cases} x = 0 \\ z = 0 \end{cases}$$
 (2) $L_2: \begin{cases} y = 0 \\ x + z = 1 \end{cases}$ (3) $L_3: \begin{cases} x + y = 1 \\ z = 0 \end{cases}$ (4) $L_4: \begin{cases} y = 1 \\ z = 1 \end{cases}$ (5) $L_5: \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$

Ans.3,4

- 二、選填題:70%(A~F 題每題9分,G~H 每題8分,答案若為分數,一律化為最簡分數作答,否則不予計分。全對才給分。)
- A. 空間中,已知兩平行平面 $E_1: 2x + 2y z 3 = 0$ 與 $E_2: 2x + 2y z + 9 = 0$,則與 E_1 、 E_2 等距離的平行平面方程式為 2x + 2y z = 4 ⑤

Ans. 2x + 2y - z = -3

B. 空間中,o為原點,點A,B,C分為位於x軸、y軸、z軸的正向上, $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$,且D在 \overline{OC} 上,滿足 $\overline{OD} = \frac{1}{4}\overline{OC}$,則o點到平面ABC與o點到平面ABD的距離比值為 $\underline{\sqrt{6}}$

Ans. $\sqrt{6}$

C. 空間中,已知兩平面 $E_1: 2x+y-kz=10$ 與 $E_2: x-y-z=8$ 的夾角為 θ ,且 $\cos\theta=\pm\frac{\sqrt{2}}{3}$,則所有可能 k 值的和為 ⑦ ⑧

Ans. - 6

Ans. (-2, 1, 3)

E. 空間中,兩歪斜線
$$L_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y+3}{4} = \frac{z+2}{3}$$
 與 $L_2: \frac{x-5}{2} = \frac{y-2}{5} = \frac{z-6}{4}$,則包含 L_2 且平行 L_1 的平面方程式為 E ,則 E 為 $x-$ ① $y+$ ② $z=$ ② ④ (請填入 x 係數為 1 時的平面方程式)

Ans. x-2y+2z=13

F. 空間中,設
$$A(1,-1,7)$$
, $B(2,3,4)$,則直線 AB 上距離 x 軸最近之點坐標為(⑤,⑥,①) Ans. (2,3,4)

G. 空間中,
$$A(1,1,2)$$
, $B(-2,1,5)$, L : $x-3=\frac{y-1}{2}=\frac{2-z}{2}$, P 在 L 上,求 $\triangle PAB$ 面積最小為 18 $\sqrt{19}$ 。(化簡 為最簡根式)

Ans. $2\sqrt{2}$

H. 空間中,
$$E_1: x+y+z=2$$
與 $E_2: x+y+z=6$ 為平行的平面,若 $L_1: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{-1}$ 分別交 E_1, E_2 於 A, B 兩點,
$$L_2: \frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z}{-1}$$
分別交 E_1, E_2 於 D, C 兩點,其中 L_1 與 L_2 平行,則平行四邊形 $ABCD$ 的面積為 ② $\sqrt{21}$ ②

Ans. $4\sqrt{30}$