



® 华东师大版

本社 组编

一课一练

八年级数学（第二学期）

配上海新教材



华东师范大学出版社

本社 组编

 **华东师大版**

一课一练

八年级数学 （第二学期）

 **华东师范大学出版社**

·上海·

图书在版编目(CIP)数据

华东师大版一课一练. 八年级数学 第二学期/本社
组编. —5 版. —上海:华东师范大学出版社, 2025.

ISBN 978 - 7 - 5760 - 6614 - 2

I. G634

中国国家版本馆 CIP 数据核字第 202553MM34 号

HUADONGSHIDA BAN YIKEYILIAN

华东师大版一课一练

八年级数学(第二学期)

组 编 本 社
总 策 划 孔令志
项目编辑 应向阳
责任编辑 石 战 黄 易
责任校对 时东明
装帧设计 刘怡霖
责任发行 余 洁

出版发行 华东师范大学出版社
社 址 上海市中山北路 3663 号 邮编 200062
网 址 www.ecnupress.com.cn
电 话 021-60821666 行政传真 021-62572105
客服电话 021-62865537 门市(邮购)电话 021-62869887
地 址 上海市中山北路 3663 号华东师范大学校内先锋路口
网 店 <http://hdsdcbs.tmall.com>

印 刷 者 浙江临安曙光印务有限公司
开 本 889 毫米×1194 毫米 1/16
印 张 13.75
字 数 321 千字
版 次 2026 年 1 月第 5 版
印 次 2026 年 1 月第 1 次
书 号 ISBN 978 - 7 - 5760 - 6614 - 2
定 价 45.00 元

出 版 人 王 焰

(如发现本版图书有印订质量问题,请寄回本社客服中心调换或电话 021-62865537 联系)

如发现图书内容有差错,
或有更好的建议,请扫描
下面的二维码联系我们。



前 言

在上海,有一套助学读物,可谓是“家喻户晓”,曾有“家长不买不放心,学生不做不放心”的美誉,她的名字起初叫《一课一练》,后更名为《华东师大版一课一练》,大家更习惯叫她《一课一练》。

《一课一练》于1993年问世,由本社自主策划、组织编写,是一套精准配套中小学课堂教学的辅导书,展现了上海基础教育的教学成果,获得了广大师生和家长的认可。她的品牌影响力从上海扩大至全国,版权输出到海外,走进了英国的中小学课堂,真正实现了文化的“走出去”。上海版《一课一练》涵盖了从小学到高中阶段的主要学科,全国版《一课一练》目前出版了小学阶段部分品种。《一课一练》曾被评为“改革开放30年最具影响力的300本书”之一,三度获得“上海市著名商标”。她已成为上海这座城市的文化名片。

本丛书(上海版《一课一练》)是一套课后练习系统,帮助学生巩固所学内容,题目设计遵循循序渐进、从易到难的原则。配合课时或课文设计的练习,我们通常称为“普通版”;与此对应的“增强版”(在书名上作了标注),是以周或者大节为单位设计的综合练习。“增强版”总体难度高、综合性强,学生可以根据自己的水平选用。

华东师大出版社很早就提出“学术教辅”的理念,并从先进性、原创性、科学性、规范性、教学性、实用性六方面认认真真、扎扎实实地做好教辅出版。这些都支撑着《一课一练》的茁壮成长。著名数学教育家、原普通高中数学课程标准研制组组长张奠宙教授在《一课一练》英国版出版之时曾撰文《学术教辅:一个新的起点》。他认为:“‘学术教辅(数学)’的终极目标,是要将数学学科内容的学术形态,转化为学生容易理解的教育形态。这种转化,要能高屋建瓴地展现数学内容的本质,恰如其分地符合学生的认知规律……”他强调:“熟能生巧,数学是要动手做题的。基本知识要熟悉,基本技能要熟练,非有一定强度的练习不可。一课一练,就是这种优良数学教育传统的体现。”

优秀的作者团队是立书之本。在《一课一练》的作者队伍中,教研专家是核心,他们对整体的内容有很好的把握,又有很强的协调编写团队的能力。来自教学一线的优秀教师是编写的主力,他们熟悉教材内容,了解教学动态,掌握学生情况,关注考试变化,保证了书稿的质量。参加编写的还有一些大学教师,他们是学科教育专家,为《一课一练》更上一层楼奠定了基础。

《一课一练》的品种不断拓展延伸,《一课一练》的内容始终与时俱进,《一课一练》的形态持续迭代更新,不变的是坚持学术教辅的出版理念,作者和编辑团队的工匠精神,以及服务教育的出版初心。

愿在你的成长中,《一课一练》与你一路相伴!

华东师范大学出版社教辅分社

目 录

第23章 四边形

23.1(1) 多边形的内角和	1
23.1(2) 多边形的外角和	4
习题 23.1	6
23.2(1) 平行四边形的性质(1)	9
23.2(2) 平行四边形的性质(2)	11
23.2(3) 平行四边形的判定(1)	14
23.2(4) 平行四边形的判定(2)	17
习题 23.2	20
23.3(1) 矩形	23
23.3(2) 菱形	26
23.3(3) 正方形	29
习题 23.3	32
23.4(1) 三角形的中位线	36
23.4(2) 三角形的重心	39
习题 23.4	42
单元练习二十三	45

第24章 平面直角坐标系

24.1(1) 平面直角坐标系的引入	50
24.1(2) 简单图形的坐标表达	52
24.1(3) 物体位置的坐标表示	54
习题 24.1	57
24.2 两点间的距离公式	59
习题 24.2	62
24.3(1) 平移	65
24.3(2) 轴对称	68
习题 24.3	70
单元练习二十四	73

第25章 一次函数

25.1 变量与函数	78
25.2(1) 正比例函数的概念	81
25.2(2) 正比例函数的图像	83
25.2(3) 正比例函数的性质	85
习题 25.2	87
25.3(1) 一次函数的概念	89
25.3(2) 一次函数的图像	91
25.3(3) 一次函数的性质	94
25.3(4) 一次函数、一次方程与一次不等式	97
习题 25.3	100
25.4 一次函数的应用	104
习题 25.4	108
单元练习二十五	111

第26章 反比例函数

26.1 反比例函数	116
26.2(1) 反比例函数的图像与性质(1)	118
26.2(2) 反比例函数的图像与性质(2)	121
习题 26.2	123
26.3 反比例函数的应用	126
习题 26.3	129
单元练习二十六	132

期中练习	137
------	-----

期末练习	142
------	-----

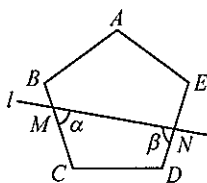
附录 参考答案	151
---------	-----

第 23 章 四边形

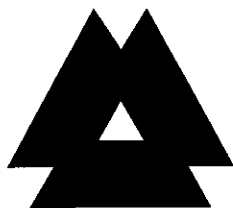
23.1(1) 多边形的内角和

一、选择题

- ① 如图,直线 l 与正五边形 $ABCDE$ (各边相等且各内角相等) 的边 BC 、 DE 相交于点 M 、 N , 则 $\alpha + \beta$ 的大小为()。
- (A) 160° (B) 144° (C) 126° (D) 108°



第 1 题图

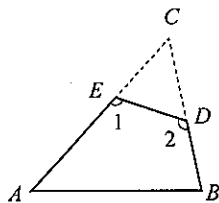


第 2 题图

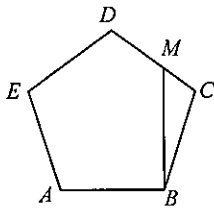
- ② 某校“智慧数学教室”重新装修,如图是用边长相等的正三角形和正 n 边形(各边相等且各内角相等)两种地砖铺满地面后的部分示意图,则 n 的值为()。
- (A) 14 (B) 12 (C) 11 (D) 10
- ③ 一个多边形切去一个角后,形成的另一个多边形的内角和为 1080° , 那么原多边形的边数为()。
- (A) 7 (B) 6 或 7 或 8 (C) 8 或 9 或 10 (D) 7 或 8 或 9

二、填空题

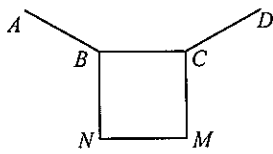
- ④ 一个多边形的内角和为 900° , 则这个多边形的边数是_____。
- ⑤ 如图,从 $\triangle ABC$ 纸片中剪去 $\triangle CDE$, 得到四边形 $ABDE$ 。如果 $\angle 1 + \angle 2 = 230^\circ$, 那么 $\angle C$ 的度数为_____。



第 5 题图



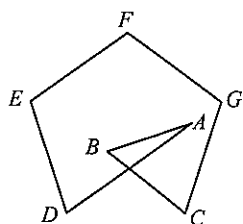
第 6 题图



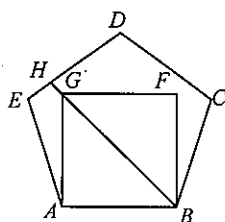
第 7 题图

- ⑥ 如图,过各内角都相等的五边形 $ABCDE$ 的顶点 B 作 $BM \perp AB$, 交 CD 于点 M , 则 $\angle MBC$ 的度数为_____。
- ⑦ 如图, AB 、 BC 、 CD 是正十二边形(各边相等且各内角相等)的三条边, 四边形 $BCMN$ 是正方形, 则 $\angle ABN$ 的度数为_____。
- ⑧ 一个多边形,除一个内角外,其余各内角之和等于 2025° , 这个内角的度数为_____。

- ⑨ 如图,若 $\angle E = \angle F = \angle G = 108^\circ$, $\angle C = \angle D = 72^\circ$,则 $\angle A + \angle B =$ _____。



第 9 题图



第 10 题图

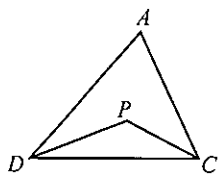
- ⑩ 如图,正五边形 $ABCDE$ (各边相等且各内角相等)与正方形 $ABFG$ 的边 AB 重合,连接 BG 并延长,与 DE 交于点 H ,则 $\angle DHB$ 的度数为_____。

三、解答题

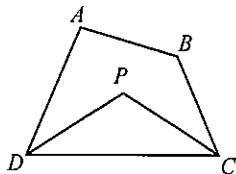
- ⑪ n 边形的对角线总条数与边数相等,求该 n 边形的内角和。



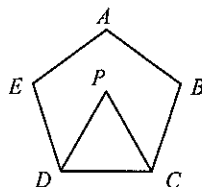
- ⑫ (1) 如图①, P 为 $\triangle ADC$ 内一点, DP 、 CP 分别平分 $\angle ADC$ 和 $\angle ACD$ 。如果 $\angle A = 50^\circ$, 那么 $\angle P =$ _____°; 如果 $\angle A = 100^\circ$, 那么 $\angle P =$ _____°。(直接写出答案,不必说明理由)



第 12 题图①



第 12 题图②



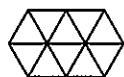
第 12 题图③

- (2) 如图②, P 为四边形 $ABCD$ 内一点, DP 、 CP 分别平分 $\angle ADC$ 和 $\angle BCD$, 请直接写出 $\angle P$ 与 $\angle A + \angle B$ 的数量关系: _____。(直接写出答案,不必说明理由)
- (3) 如图③, P 为五边形 $ABCDE$ 内一点, DP 、 CP 分别平分 $\angle EDC$ 、 $\angle BCD$, 试探究 $\angle P$ 与 $\angle A + \angle B + \angle E$ 的数量关系,并说明理由。

⑬ 综合实践。

项目背景:平面镶嵌是用形状相同或者不同的平面封闭图形,覆盖平面区域,使图形间既无缝隙又不重叠地全部覆盖。一般来说,构成一个平面镶嵌图形的基本图形是多边形或类似的一些常规形状,例如我们铺设地板时经常使用正方形地砖。

实践发现:对于正 n 边形(各边相等且各内角相等),如果一个内角度数能被 360° 整除,那么这样的正 n 边形可以进行平面镶嵌,图①和图②就是分别利用正三角形和正方形得到的两组镶嵌图案。如图③,按照平面镶嵌的条件,正五边形就不能进行平面镶嵌。对于不规则的全等凸五边形,也可以进行平面镶嵌,图④就是利用不规则的凸五边形得到的一种镶嵌图案。



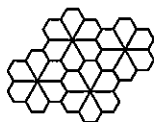
第 13 题图①



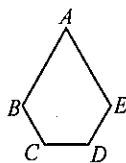
第 13 题图②



第 13 题图③



第 13 题图④



第 13 题图⑤

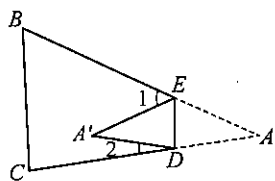
问题解决:

- (1) 图③中 $\angle 1$ 的度数为_____。
- (2) 图⑤是图④中的一个基本图形,其中 $\angle B = \angle C = \angle D = \angle E = 120^\circ$,求 $\angle A$ 的度数。
- (3) 某中学图书馆准备用正多边形地砖铺设地面,已有正三角形地砖,现打算购买另外一种正多边形地砖,与已有正三角形地砖进行共顶点组合镶嵌。请设计一种共顶点组合镶嵌方案,并说明理由。

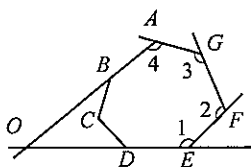
23.1(2) 多边形的外角和

一、选择题

- ① 若一个多边形的内角和与外角和总共是 900° , 则此多边形是()。
 (A) 四边形 (B) 五边形 (C) 六边形 (D) 七边形
- ② 如图, 把 $\triangle ABC$ 纸片沿 DE 折叠, 当点 A 的对应点 A' 落在四边形 $BCDE$ 内部时, 如果 $\angle 1 = 40^\circ$, $\angle 2 = 30^\circ$, 那么 $\angle A =$ ()。
 (A) 40° (B) 30° (C) 70° (D) 35°



第2题图

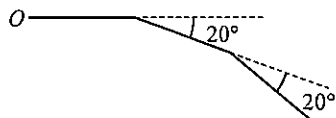


第3题图

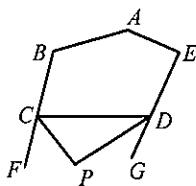
- ③ 如图, 在七边形 $ABCDEFG$ 中, AB 、 ED 的延长线相交于点 O 。若七边形 $ABCDEFG$ 在 $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 、 $\angle 3$ 、 $\angle 4$ 处的外角的度数之和为 220° , 则 $\angle BOD$ 的度数为()。
 (A) 40° (B) 45° (C) 50° (D) 60°

二、填空题

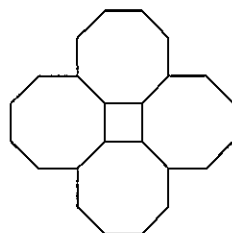
- ④ 已知在四边形 $ABCD$ 中, $\angle A + \angle C = 180^\circ$, $\angle B : \angle C : \angle D = 1 : 2 : 3$, 则 $\angle C$ 的度数为_____。
- ⑤ 一个多边形的一个外角为 α , 且该多边形的内角和与 α 的和等于 840° , 则这个多边形的边数为_____, $\alpha =$ _____。
- ⑥ 已知三角形三个外角度数的比是 $3 : 4 : 5$, 那么这个三角形最大的内角的度数是_____。
- ⑦ 如图, 小陈从点 O 出发, 前进 5 米后向右转 20° , 再前进 5 米后又向右转 20° , \dots , 这样一直走下去, 他第一次回到出发点 O 时一共走了_____米。



第7题图



第9题图



第10题图

- ⑧ 已知一个多边形内角和是外角和的 4 倍, 则这个多边形共有_____条对角线。
- ⑨ 如图, 五边形 $ABCDE$ 中, $\angle A = 140^\circ$, $\angle B = 120^\circ$, $\angle E = 90^\circ$, CP 和 DP 分别是 $\angle BCD$ 、 $\angle EDC$ 的外角的平分线, 且相交于点 P , 则 $\angle CPD$ 的度数为_____。
- ⑩ 一个正 m 边形(各边相等且各内角相等)恰好被 m 个正 n 边形围住(无重叠、无间隙, 例如: 当 $m = 4$, $n = 8$ 时, 如图所示), 若 $m = 3$, 则 $n =$ _____。

三、解答题

⑪ 一个多边形的每个外角都是 45° 。

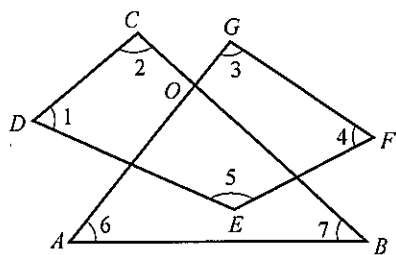
(1) 试求这个多边形的边数。

(2) 求这个多边形的内角和。

⑫ 在一个多边形中, 每个内角都相等, 并且每个外角都等于与它相邻的内角的 $\frac{1}{4}$, 求这个多边形的边数及内角和。



⑬ 如图, 求 $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + \angle 5 + \angle 6 + \angle 7$ 的度数。



第 13 题图

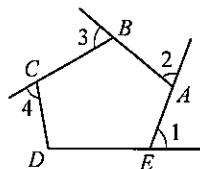
习题 23.1

一、选择题

- ① 下列哪一个度数可以作为某一个多边形的内角和()。
- (A) 240° (B) 600° (C) 540° (D) 2180°
- ② 已知从多边形的一个顶点引出的对角线把多边形分为 10 个三角形,则此多边形内角和是()。
- (A) 1440° (B) 1800° (C) 2160° (D) 1620°
- ③ 当多边形每增加一条边时,它的()。
- (A) 外角和与内角和都增加 180°
 (B) 外角和与内角和都不变
 (C) 外角和增大 180° ,内角和不变
 (D) 外角和不变,内角和增大 180°

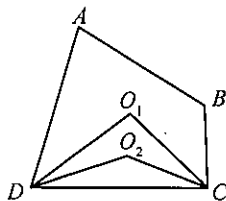
二、填空题

- ④ 如果 n 边形的每一个内角都等于与它相邻外角的 2 倍,则 n 的值是_____。
- ⑤ 一个多边形的内角和与外角和的差为 540° ,那么这个多边形的边数是_____。
- ⑥ 若凸 n 边形的内角和为 1440° ,则从一个顶点出发引的对角线条数是_____。
- ⑦ 如图, $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 、 $\angle 3$ 、 $\angle 4$ 是五边形 $ABCDE$ 的外角,且 $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3 = \angle 4 = 70^\circ$,则 $\angle CDE$ 的度数为_____。
- ⑧ 一个四边形被裁掉一个角后,所得多边形的内角和是_____。
- ⑨ 一个多边形,除了一个内角 $\angle A$ 外,其余各角的和为 2750° ,则 $\angle A$ 的度数为_____。



第 7 题图

- ⑩ 如图,在四边形 $ABCD$ 中, $\angle A + \angle B = 200^\circ$,作 $\angle ADC$ 、 $\angle BCD$ 的平分线交于点 O_1 称为第 1 次操作,作 $\angle O_1DC$ 、 $\angle O_1CD$ 的平分线交于点 O_2 称为第 2 次操作,作 $\angle O_2DC$ 、 $\angle O_2CD$ 的平分线交于点 O_3 称为第 3 次操作, ..., 则第 5 次操作后 $\angle CO_5D$ 的度数是_____。

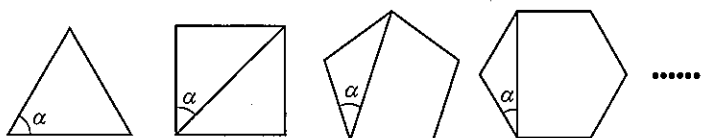


第 10 题图

三、解答题

- ⑪ 一个多边形的各个内角都相等,一个外角等于一个内角的 $\frac{1}{5}$,求该多边形的边数。

⑫ 观察每个正多边形(各边相等且各内角相等)中 $\angle\alpha$ 的变化情况,解答下列问题:



第 12 题图

(1) 将下面的表格补充完整:

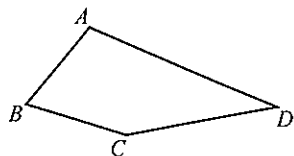
正多边形边数	3	4	5	6	...	_____
$\angle\alpha$ 的度数	_____	_____	_____	_____	...	10°

(2) 是否存在一个正 n 边形,使其中的 $\angle\alpha = 21^\circ$? 若存在,直接写出 n 的值;若不存在,请说明理由。

⑬ 如图,在四边形 $ABCD$ 中, $\angle B = 60^\circ$, $\angle D = 30^\circ$, $AB = BC$ 。

(1) 求 $\angle A + \angle C$ 的度数。

(2) 连接 BD ,探究 AD 、 BD 、 CD 三者之间的数量关系,并说明理由。



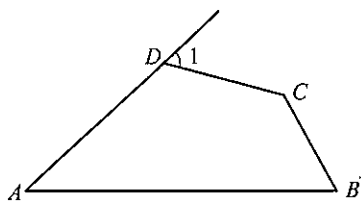
第 13 题图



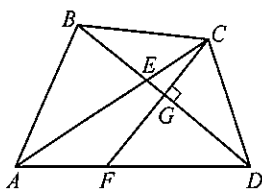
14 小明同学围绕“四边形内角和等于 360° ”进行了一系列探究。他发现如果四边形的对角互补,那么会有更多的结论产生,小明把有一组对角互补的四边形叫作“对补四边形”,具体探索过程如下:

【初步探索】(1) 小明先是将四边形的一边进行延长,如图①, $\angle 1$ 是四边形 $ABCD$ 的一个外角,如果 $\angle A + \angle C = 180^\circ$ 。那么 $\angle 1$ 与 $\angle B$ 的数量关系是_____。

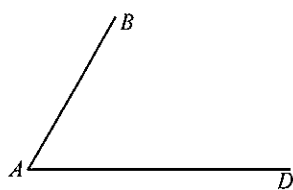
【深入探究】(2) 如图②,在四边形 $ABCD$ 中,对角线 AC 、 BD 交于点 E ,且 AC 平分 $\angle BAD$, $\angle BAC = \angle CBD$, CF 平分 $\angle BCD$,与 AD 交于点 F ,且 $CF \perp BD$ 于点 G ,小明发现四边形 $ABCD$ 是对补四边形,请帮他说明理由。



第 14 题图①



第 14 题图②



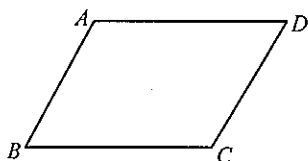
第 14 题图③

(3) 已知四边形 $ABCD$ 是对补四边形,其三个顶点 A 、 B 、 D 如图③所示,连接 AB 、 AD , $AB < AD$ 。若 AE 平分 $\angle BAD$, CF 平分 $\angle BCD$,且直线 AE 、 CF 交于点 O (与点 C 不重合),请帮助小明探究 $\angle AOC$ 与 $\angle D$ 之间的数量关系。

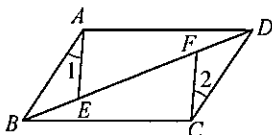
23.2(1) 平行四边形的性质(1)

一、选择题

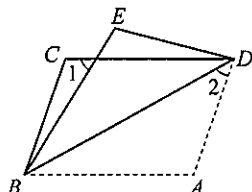
- ① 如图,在平行四边形 $ABCD$ 中, $\angle B + \angle D = 100^\circ$, 则 $\angle A =$ ()。
- (A) 50° (B) 80° (C) 100° (D) 130°
- ② 如图,平行四边形 $ABCD$ 中, E 、 F 是对角线 BD 上的两点,若添加一个条件使 $\triangle ABE \cong \triangle CDF$, 则添加的条件不能是 ()。
- (A) $AE = CF$ (B) $BE = FD$ (C) $BF = DE$ (D) $\angle 1 = \angle 2$



第 1 题图



第 2 题图



第 3 题图

- ③ 如图,将平行四边形 $ABCD$ 沿对角线 BD 折叠,使点 A 落在点 E 处。若 $\angle 1 = 56^\circ$, $\angle 2 = 42^\circ$, 则 $\angle A$ 的度数为 ()。
- (A) 110° (B) 109° (C) 108° (D) 111°

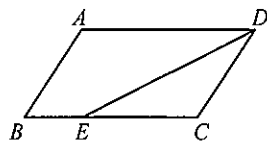
二、填空题

- ④ 如图,在平行四边形 $ABCD$ 中, DE 平分 $\angle ADC$ 交 BC 边于点 E , 已知 $BE = 4$ cm, $AB = 6$ cm, 则 AD 的长度是 _____ cm。

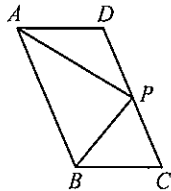
- ⑤ 在 $\square ABCD$ 中, AB 、 BC 、 CD 三条边的长度分别为 $(x+3)$ cm、 $(x-4)$ cm、 16 cm, 则这个平行四边形的周长为 _____ cm。

- ⑥ 若平行四边形的两邻边长分别 4 和 5 , 两条较短边之间的距离为 3 , 则两条较长边之间的距离为 _____。

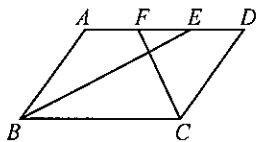
- ⑦ 如图,在 $\square ABCD$ 中, P 是 CD 边上一点, 且 AP 和 BP 分别平分 $\angle DAB$ 和 $\angle CBA$, 若 $AD = 5$, $AP = 8$, 则 $\triangle APB$ 的周长是 _____。



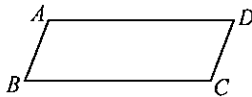
第 4 题图



第 7 题图



第 8 题图



第 9 题图

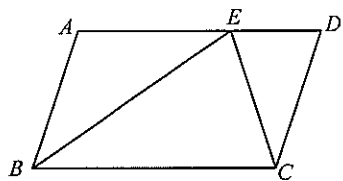
- ⑧ 如图,在 $\square ABCD$ 中, $AB = 6$, $BC = 8$, $\angle ABC$ 的平分线交边 AD 于点 E , $\angle BCD$ 的平分线交边 AD 于点 F , 则线段 EF 的长为 _____。

- ⑨ 将平行四边形 $ABCD$ (如图) 绕点 B 旋转后, 点 A 落在边 BC 上, 点 D 的对应点为点 E , 且

点 D 、 C 、 E 在同一直线上。如果 $AB=2$, $AD=6$, 那么 $\triangle BCE$ 的周长为_____。



⑩ 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, $AD=10$, $CD=6$, E 为 AD 上一点, 且 $BE=BC$, $CE=CD$, 则 $DE=$ _____。



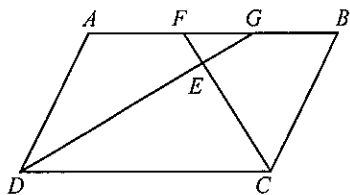
第 10 题图

三、解答题

⑪ 如图, 已知四边形 $ABCD$ 是平行四边形, $\angle BCD$ 的平分线 CF 交边 AB 于点 F , $\angle ADC$ 的平分线 DG 交边 AB 于点 G , 且 DG 与 CF 交于点 E 。

(1) 求证: $AF=GB$ 。

(2) 求证: $\triangle EFG$ 是直角三角形。

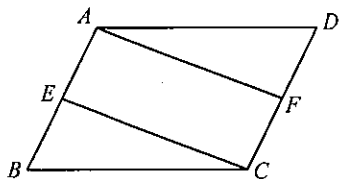


第 11 题图

⑫ 如图, $\square ABCD$ 中, E 、 F 分别是边 AB 、 CD 上的点, $BE=DF$, 连接 AF 、 EC 。

(1) 求证: $\triangle AFD \cong \triangle CEB$ 。

(2) 连接 AC , 若 $AC=BC$, 点 E 为 AB 的中点, $\angle B=60^\circ$, $BC=6$, 求 AF 的长。

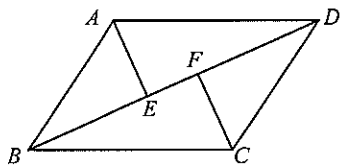


第 12 题图

⑬ 如图, 已知四边形 $ABCD$ 为平行四边形, 过点 A 作 $AE \perp BD$ 交 BD 于点 E , 过点 C 作 $CF \perp BD$ 交 BD 于点 F 。

(1) 求证: $AE=CF$ 。

(2) 若 $\angle ABD=30^\circ$, $AB=4$, $BC=6$, 求 EF 的长。



第 13 题图

23.2(2) 平行四边形的性质(2)

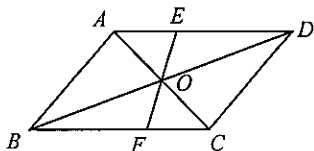
一、选择题

① 如图, $\square ABCD$ 的对角线 AC 、 BD 相交于点 O , EF 过点 O 与 AD 、 BC 分别交于点 E 、 F 。若 $AB=4$, $BC=5$, $OE=1.5$, 那么四边形 $EFCD$ 的周长是()。

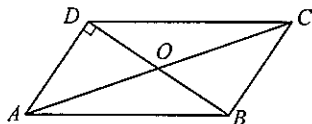
- (A) 16 (B) 14 (C) 12 (D) 10

② 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, 已知 $\angle ODA=90^\circ$, $AC=10$ cm, $BD=6$ cm, 则 AD 的长为()。

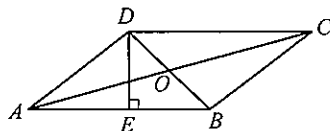
- (A) 4 cm (B) 5 cm (C) 6 cm (D) 8 cm



第 1 题图



第 2 题图



第 3 题图

③ 如图, 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, $DE \perp AB$ 于点 E , $AC=3$, $AB \cdot AE=2$, 则 BD 的值为()。

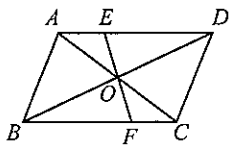
- (A) $\frac{1}{2}$ (B) 1 (C) $\sqrt{2}$ (D) 2

二、填空题

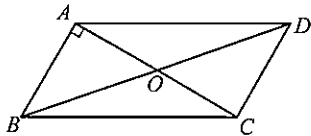
④ 已知 $\square ABCD$ 的周长是 30, AC 、 BD 相交于点 O , $\triangle AOB$ 的周长比 $\triangle BOC$ 的周长大 3, 那么 $AB=$ _____。

⑤ 如图, EF 过平行四边形 $ABCD$ 对角线的交点 O , 交 AD 于点 E , 交 BC 于点 F 。若平行四边形 $ABCD$ 的周长为 18, $OE=1.5$, 则四边形 $EFCD$ 的周长为_____。

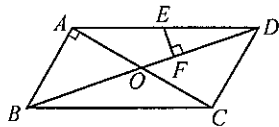
⑥ 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, 对角线 AC 、 BD 相交于点 O , $\angle BAC=90^\circ$, $AB=3$, $BC=5$, 则 $BD=$ _____。



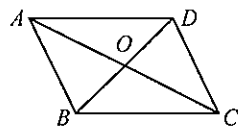
第 5 题图



第 6 题图



第 7 题图



第 8 题图

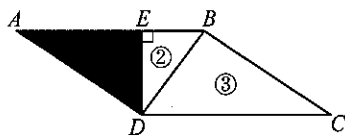
⑦ 如图, 在 $\square ABCD$ 中, $AB \perp AC$, 点 E 是 AD 中点, 作 $EF \perp BD$ 于点 F , 已知 $AB=4$, $AC=6$, 则 EF 的长为_____。

⑧ 如图, $\square ABCD$ 两条对角线 AC 、 BD 交于点 O , 已知 $\angle ADB=45^\circ$, $BC=3\sqrt{2}$, 若 $AC=2AB$, 则 AB 的长为_____。

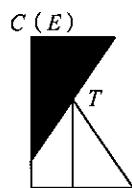
⑨ 如果一个平行四边形一个内角的平分线分它的一边为 1:2 的两部分, 那么称这样的平行

四边形为“协调平行四边形”，称该边为“协调边”。当“协调边”为 3 时，这个平行四边形的周长为_____。

- ⑩ 如图①，在平行四边形纸片 $ABCD$ 中， $BC=2$ ，对角线 $DB \perp BC$ ，且 $DB < BC$ ，作 $DE \perp AB$ 于点 E ，将纸片沿 DB 、 DE 剪开后得到纸片①②③。如图②，先让②③两张纸片的较大锐角完全重叠，再让①③的长直角边重叠且保证 C 、 E 两点重合，最后摆成了“K”型图，若图②中纸片①的斜边恰好经过纸片②的顶点 T ，则 CT 的长度为_____， AB 的长度为_____。



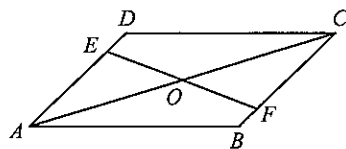
第 10 题图①



第 10 题图②

三、解答题

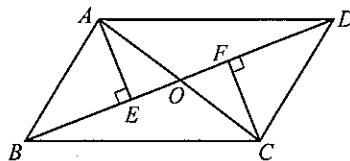
- ⑪ 如图，点 O 为 $\square ABCD$ 对角线 AC 的中点，过点 O 的直线与边 AD 、 BC 分别相交于点 E 、 F 。求证： $DE=BF$ 。



第 11 题图

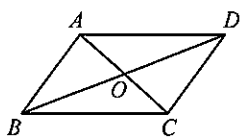
- ⑫ 如图，在 $\square ABCD$ 中，对角线 AC 、 BD 交于点 O ， $AE \perp BD$ ， $CF \perp BD$ ，垂足分别为 E 、 F 。

- (1) 求证： $EO=FO$ 。
- (2) 若 $AE=EF=4$ ，求 AC 的长。

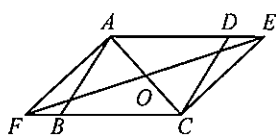


第 12 题图

⑬ 如下是小明在证明平行四边形性质定理“平行四边形的对角线互相平分”的部分过程：



第 13 题图①



第 13 题图②

证明：如图①，因为四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

所以 $AB \parallel CD$, $AB = CD$,

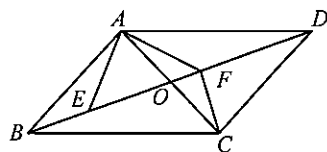
所以 $\angle BAO = \angle DCO$, $\angle ABO = \angle CDO$, ...

(1) 请写出小明完整的证明过程。

(2) 如图②，在 $\square ABCD$ 中， O 为对角线 AC 的中点，延长 AD 至点 E ，连接 EO 并延长，交 CB 的延长线于点 F ，连接 AF 、 EC 。若 $AC = 10$, $EF = 26$, $\angle CAF = 90^\circ$ ，求 CF 的长。



⑭ 如图，在 $\square ABCD$ 中，对角线 AC 、 BD 相交于点 O ， $AB = AC$ 。 $AB \perp AC$ ，过点 C 作 $CF \perp BD$ 于点 F ，连接 AF ，过点 A 作 $AE \perp AF$ 交 BD 于点 E ，求证： $OE = CF + OF$ 。



第 14 题图

23.2(3) 平行四边形的判定(1)

一、选择题

① 能判定四边形 $ABCD$ 为平行四边形的是()。

(A) $AB \parallel CD, AD = BC$

(B) $AB = CD, AD = BC$

(C) $\angle A = \angle B, \angle C = \angle D$

(D) $AB = AD, CB = CD$

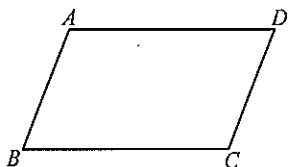
② 如图,在四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, 添加下列一个条件后,一定能证明四边形 $ABCD$ 是平行四边形的是()。

(A) $AB = CD$

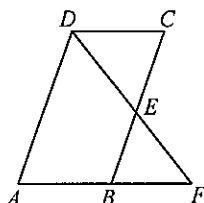
(B) $AB = AD$

(C) $AD = BC$

(D) $\angle C + \angle D = 180^\circ$



第 2 题图



第 3 题图

③ 如图,在四边形 $ABCD$ 中, E 是 BC 的中点,连接 DE 并延长,交 AB 的延长线于点 F , $AB = BF$ 。若要添加一个条件,使四边形 $ABCD$ 是平行四边形,下列条件中正确的是()。

(A) $AD = BC$

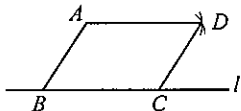
(B) $CD = BF$

(C) $\angle F = \angle CDE$

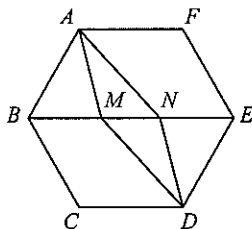
(D) $\angle A = \angle C$

二、填空题

④ 如图, A 是直线 l 外一点,在直线 l 上取两点 B, C ,分别以点 A 为圆心, BC 长为半径和以点 C 为圆心, AB 长为半径画弧,两弧交于点 D ,且点 D 与点 A 位于直线 l 的同侧,连接 AB, AD, CD ,则四边形 $ABCD$ 一定是平行四边形,其根据是_____。



第 4 题图



第 5 题图

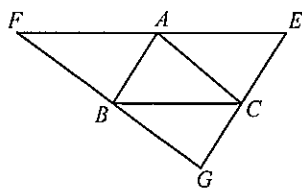
⑤ 如图,在正六边形 $ABCDEF$ (各边相等且各内角相等) 中, M, N 是对角线 BE 上的两点。添加下列条件中的一个: ① $BM = EN$; ② $\angle FAN = \angle CDM$; ③ $AM = DN$; ④ $\angle AMB = \angle DNE$ 。其中,能使四边形 $AMDN$ 是平行四边形的为_____。(填序号)

⑥ 在四边形 $ABCD$ 中,给出下列条件: ① $AB \parallel CD$; ② $AD = BC$; ③ $\angle A = \angle C$; ④ $AD \parallel BC$ 。选其中两个条件就能证明四边形 $ABCD$ 是平行四边形的选法有_____种。

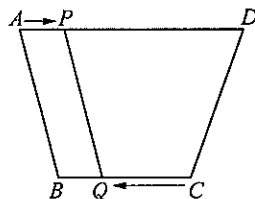
⑦ 如图, $AB \parallel EG$, $EF \parallel BC$, $AC \parallel FG$, 图中有_____个平行四边形, 它们分别是_____。

⑧ 如果一个四边形的边长依次是 a 、 b 、 c 、 d , 且 $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 2ac + 2bd$, 那么这个四边形是_____。

⑨ 用两个全等的三角形(三边都不相等)拼成平行四边形, 有_____种拼法。



第 7 题图

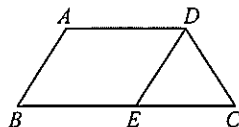


第 10 题图

⑩ 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AD = 12\text{ cm}$, $BC = 9\text{ cm}$, P 、 Q 两点分别从点 A 、 C 同时出发, 点 P 以 1 cm/s 的速度由点 A 向点 D 运动, 点 Q 以 2 cm/s 的速度由点 C 出发向点 B 运动, _____秒后四边形 $ABQP$ 是平行四边形。

三、解答题

⑪ 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $\angle B = \angle C$ 。 E 是边 BC 上一点, 且 $DE = DC$ 。 求证: 四边形 $ABED$ 是平行四边形。

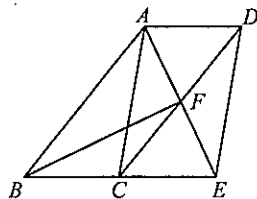


第 11 题图

⑫ 如图, 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, $\angle BAD$ 的平分线 AE 交 CD 于点 F , 交 BC 的延长线于点 E 。

(1) 求证: $BE = CD$ 。

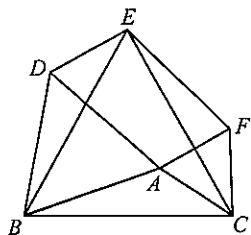
(2) 若 BF 恰好平分 $\angle ABE$, 连接 AC 、 DE , 求证: 四边形 $ACED$ 是平行四边形。



第 12 题图

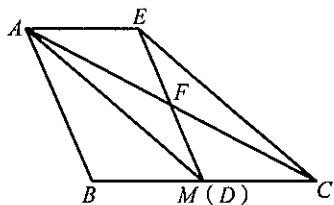


- 13 如图,分别以 $\triangle ABC$ 的三边为边,在边 BC 的同侧作三个等边三角形,即 $\triangle ABD$ 、 $\triangle BCE$ 、 $\triangle ACF$,连接 DE 、 EF 。求证:四边形 $ADEF$ 是平行四边形。

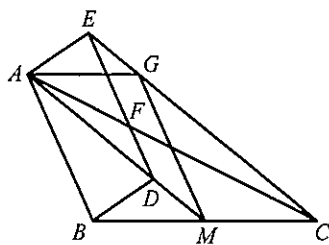


第 13 题图

- 14 已知 AM 是 $\triangle ABC$ 的中线,点 D 在线段 AM 上(点 D 不与点 A 重合),过点 D 作 $DF \parallel AB$ 交 AC 边于点 F ,过点 C 作 $CE \parallel AM$ 交 DF 的延长线于点 E ,连接 AE 。



第 14 题图①



第 14 题图②

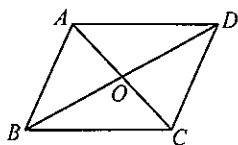
- (1) 如图①,当点 D 与点 M 重合时,求证:四边形 $ABDE$ 是平行四边形;
- (2) 如图②,当点 D 不与点 M 重合时,过点 M 作 $MG \parallel DE$ 交 EC 于点 G ,连接 BD 、 AG 。在不添加任何辅助线的情况下,请直接写出图中所有的平行四边形。

23.2(4) 平行四边形的判定(2)

一、选择题

① 如图,下列条件中,不能证明四边形 $ABCD$ 是平行四边形的是()。

- (A) $AB \parallel CD, AD \parallel BC$
 (B) $AB = CD, AD = BC$
 (C) $OA = OC, OB = OD$
 (D) $AB \parallel CD, AD = BC$

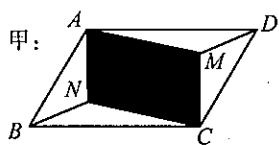


第1题图

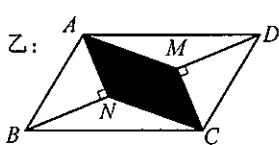
② 在四边形 $ABCD$ 中,对角线 AC, BD 交于点 O ,给出下列四个条件:① $AD \parallel BC$;② $AD = BC$;③ $OA = OC$;④ $OB = OD$ 。从中任选两个条件,能使四边形 $ABCD$ 为平行四边形的选法有()。

- (A) 3种 (B) 4种 (C) 5种 (D) 6种

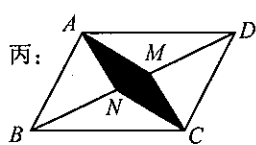
③ 如图,在 $\square ABCD$ 中, $AD > AB$, $\angle ABC$ 为锐角。要在对角线 BD 上找点 N, M ,使四边形 $ANCM$ 为平行四边形,现有甲、乙、丙三种方案,正确的方案是()。



取 BD 的中点 O ,作 $BN = NO, OM = MD$ 。



作 $AN \perp BD$ 于点 N , $CM \perp BD$ 于点 M 。



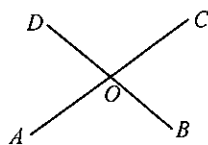
作 AN, CM 分别平分 $\angle BAD, \angle BCD$ 。

第3题图

- (A) 甲、乙、丙都是 (B) 只有甲、乙才是 (C) 只有甲、丙才是 (D) 只有乙、丙才是

二、填空题

④ 如图, AC, BD 是相交的两条线段, O 分别为它们的中点。当 BD 绕点 O 旋转时,连接 AB, BC, CD, DA 所得到的四边形 $ABCD$ 始终为_____形。



第4题图

⑤ 四边形的四条边的长分别为 $5, 7, 2a - 1, a + 1$, 当 a 的值为_____时,该四边形可能为平行四边形。

⑥ 在四边形 $ABCD$ 中, AC, BD 相交于点 O 。若 $AC = 12 \text{ cm}$, $BD = 10 \text{ cm}$, 则当 $AO =$ _____, $OD =$ _____时,四边形 $ABCD$ 为平行四边形。

⑦ 阅读下面的材料:

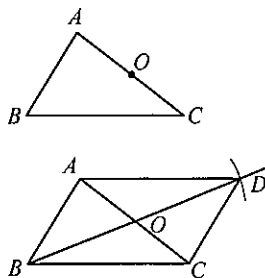
在数学课上,老师提出如下问题:

如图,已知 $\triangle ABC$ 及 AC 边的中点 O 。

求作:平行四边形 $ABCD$ 。

小敏的作法如下:

① 连接 BO 并延长,在延长线上取点 D ,使 $OD = BO$;



第7题图

② 连接 DA 、 DC 。

所以四边形 $ABCD$ 就是所求作的平行四边形。

老师说：“小敏的作法正确。”

请回答：小敏的作法的依据是_____。

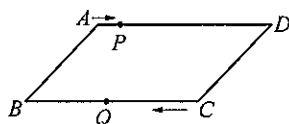
⑧ 点 A 、 B 、 C 是平面内不在同一条直线上的三点，点 D 是该平面内任意一点，若 A 、 B 、 C 、 D 四点恰能构成一个平行四边形，则在该平面内符合这样的点 D 有_____个。

⑨ 在四边形 $ABCD$ 中， AC 与 BD 相交于点 O ，现只给出条件“ $AB \parallel CD$ ”。有以下六个说法：

- ① 如果再加上条件“ $AD \parallel BC$ ”，那么就能证明四边形 $ABCD$ 是平行四边形；
- ② 如果再加上条件“ $AB = CD$ ”，那么就能证明四边形 $ABCD$ 是平行四边形；
- ③ 如果再加上条件“ $\angle DAB = \angle DCB$ ”，那么就能证明四边形 $ABCD$ 是平行四边形；
- ④ 如果再加上条件“ $BC = AD$ ”，那么就能证明四边形 $ABCD$ 是平行四边形；
- ⑤ 如果再加上条件“ $AO = CO$ ”，那么就能证明四边形 $ABCD$ 是平行四边形；
- ⑥ 如果再加上条件“ $\angle DBA = \angle CAB$ ”，那么就能证明四边形 $ABCD$ 是平行四边形。

其中正确的是_____。（填序号）

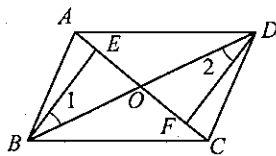
⑩ 如图，平行四边形 $ABCD$ 中， $AB = 8\text{ cm}$ ， $AD = 12\text{ cm}$ ，点 P 在 AD 边上以 1 cm/s 的速度从点 A 向点 D 运动，点 Q 在 BC 边上，以 4 cm/s 的速度从点 C 出发，在 CB 间往返运动， P 、 Q 两点同时出发，当点 P 到达点 D 时停止运动（同时点 Q 也停止运动，点 P 不与点 A 重合）。在运动_____秒以后，以 P 、 D 、 Q 、 B 为顶点的四边形是平行四边形。



第 10 题图

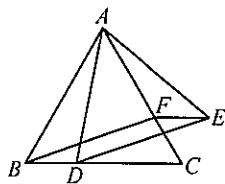
三、解答题

⑪ 如图，四边形 $ABCD$ 中，对角线 AC 、 BD 相交于点 O ，点 E 、 F 分别在线段 OA 、 OC 上，且 $OB = OD$ ， $\angle 1 = \angle 2$ ， $AE = CF$ 。求证：四边形 $ABCD$ 是平行四边形。



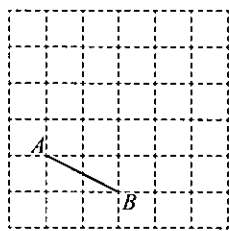
第 11 题图

- ⑫ 如图,已知 $\triangle ABC$ 是边长为3的等边三角形,点 D 是边 BC 上的一点,且 $BD=1$,以 AD 为边作等边 $\triangle ADE$,过点 E 作 $EF \parallel BC$,交 AC 于点 F ,连接 BF 。求证:四边形 $BDEF$ 是平行四边形。

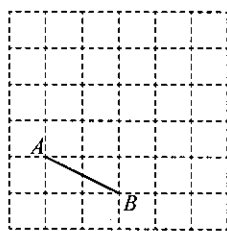


第12题图

- ⑬ 如图,在 6×6 的方格纸中,每个小正方形的边长都为1,点 A 、 B 均为格点,请在所给的方格纸中画出符合要求的格点四边形(顶点均在格点上的四边形)。



第13题图①



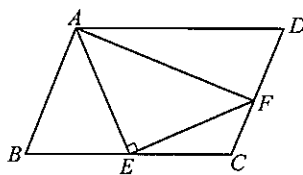
第13题图②

- (1) 在图①中画出一个 $\square ABCD$,使边 BC 长为 $\sqrt{10}$ 。
- (2) 在图②中画出一个 $\square ABEF$,使 $\square ABEF$ 的面积为8。



- ⑭ 如图,在四边形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $\angle ABC = \angle ADC$ 。

- (1) 求证:四边形 $ABCD$ 为平行四边形。
- (2) 点 E 为 BC 边的中点,连接 AE ,过 E 作 $EF \perp AE$ 交边 CD 于点 F ,连接 AF ,若 $AF \perp CD$, $CF=3$, $DF=4$,求 AE 与 CE 的值。



第14题图

习题 23.2

一、选择题

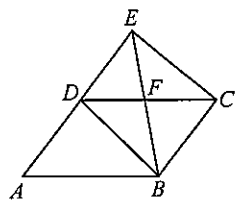
① 如图, E 是 $\square ABCD$ 边 AD 延长线上一点, 连接 BE 、 CE 、 BD , BE 交 CD 于点 F 。添加以下条件, 不能证明四边形 $BCED$ 为平行四边形的是 ()。

(A) $\angle ABD = \angle DCE$

(B) $DF = CF$

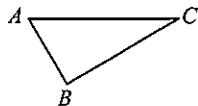
(C) $\angle AEB = \angle BCD$

(D) $\angle AEC = \angle CBD$

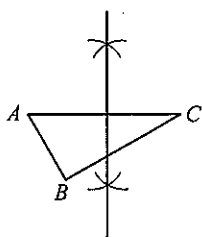


第 1 题图

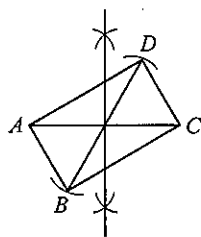
② 已知 $\triangle ABC$ (如图①), 按图②、图③所示的尺规作图痕迹 (不需借助三角形全等) 就能推出四边形 $ABCD$ 是平行四边形的依据是 ()。



第 2 题图①



第 2 题图②



第 2 题图③

(A) 两组对边分别平行的四边形是平行四边形

(B) 对角线互相平分的四边形是平行四边形

(C) 一组对边平行且相等的四边形是平行四边形

(D) 两组对边分别相等的四边形是平行四边形

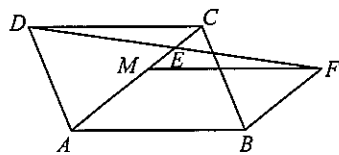
③ 如图, E 为 $\square ABCD$ 的对角线 AC 上一点, $AC = 6$, $CE = 1$, 连接 DE 并延长至点 F , 使得 $EF = DE$, 过点 F 作 $FM \parallel CD$ 交 AC 于点 M , 连接 BF , 则 BF 的长为 ()。

(A) $\frac{7}{2}$

(B) 4

(C) $\frac{9}{2}$

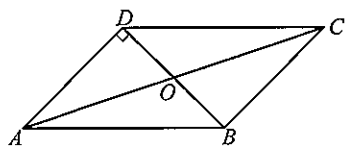
(D) 5



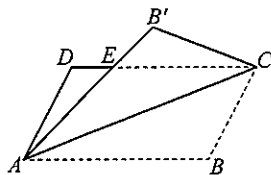
第 3 题图

二、填空题

④ 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, 对角线 AC 与 BD 交于点 O , $AD = 12$, $AC = 26$, $\angle ADB = 90^\circ$, 则 AD 与 BC 间的距离为 _____。



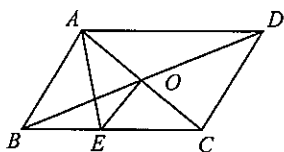
第 4 题图



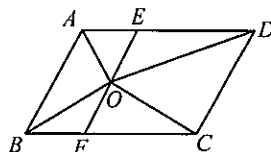
第 5 题图

⑤ 如图, 将 $\square ABCD$ 沿对角线 AC 折叠, 使点 B 落在点 B' 处, 若 $\angle AED = \angle ACB = 40^\circ$, 则 $\angle B$ 的度数为 _____。

- ⑥ 如图,在平行四边形 $ABCD$ 中, AC 、 BD 相交于点 O , $OE \perp AC$ 交边 BC 于点 E ,连接 AE ,若 $\angle ABC = 60^\circ$, $\angle BAE = \angle DAC$,则 $\angle BAE$ 的度数为_____。



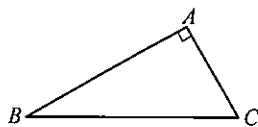
第 6 题图



第 7 题图

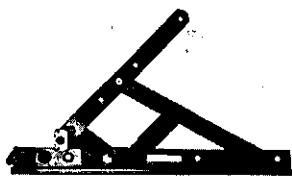
- ⑦ 如图,已知在 $\square ABCD$ 中, $3AB = 2BC$,点 O 是 $\angle BAD$ 和 $\angle CBA$ 的平分线的交点,过点 O 作 $EF \parallel AB$,分别交 AD 、 BC 于 E 、 F 两点,连接 OD 、 OC 。已知下列结论:① $AO \perp BO$; ②点 O 是 EF 的中点;③ $DE = 2AE$ 。则其中所有正确的结论为_____。(填序号)
- ⑧ 平行四边形一个内角的平分线将该平行四边形的一边分为 2 cm 和 3 cm 两部分,则该平行四边形的周长为_____。

- ⑨ 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 90^\circ$, $\angle B = 30^\circ$, $AC = 4$,点 D 在边 BC 上,过点 D 作 $DE \perp BC$ 于 D ,交边 AB 于点 E ,将 $\triangle ABC$ 沿直线 DE 翻折,点 A 、 C 分别与点 F 、 G 对应,如果四边形 $AFBG$ 是平行四边形,那么 CG 的长是_____。

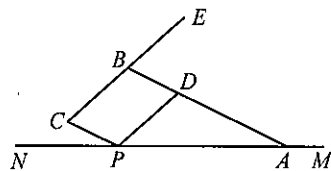


第 9 题图

- ⑩ 如图①是四连杆开平窗铰链,其示意图如图②所示, MN 为滑轨, AB 、 CE 、 PC 、 PD 为固定长度的连杆。支点 A 固定在 MN 上,支点 B 固定在连杆 CE 上,支点 D 固定在连杆 AB 上。支点 P 可以在 MN



第 10 题图①



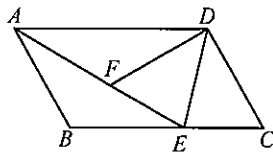
第 10 题图②

上滑动,点 P 的滑动带动点 B 、 C 、 D 、 E 的运动。已知 $MN = 30\text{ cm}$, $AM = 1\text{ cm}$, $AD = 15\text{ cm}$, $PC = BD = 5\text{ cm}$, $PD = BC = BE = 9\text{ cm}$ 。窗户在关闭状态下,点 B 、 C 、 D 、 E 都在滑轨 MN 上。当窗户开到最大时, $BC \perp MN$ 。

- (1) 若 $\angle ABC = 90^\circ$,则支点 P 与支点 A 的距离为_____ cm 。
- (2) 窗户从关闭状态到开到最大的过程中,支点 P 移动的距离为_____ cm 。

三、解答题

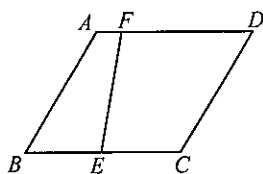
- ⑪ 如图,在四边形 $ABCD$ 中, E 为 BC 上一点,连接 AE , $BE = AB$,且 $BC = AE$,将 $\triangle ABE$ 绕点 A 逆时针旋转,得到 $\triangle AFD$,点 F 恰好落在线段 AE 上,连接 DE 。
- (1) 求证:四边形 $ABCD$ 为平行四边形。
- (2) 若 $EF = 2$, $DF = 3$,求四边形 $ABCD$ 的周长。



第 11 题图



- 12 如图, E 是 $\square ABCD$ 的边 BC 的中点, $BC=12\text{cm}$, 点 F 从点 A 出发沿射线 AD 以 2cm/s 的速度运动, 当以点 F 、 E 、 C 、 D 为顶点的四边形是平行四边形时, 求此时点 F 运动的时间。

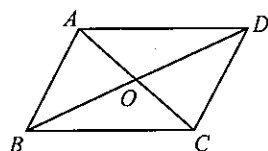


第 12 题图

13 【知识回顾】

如图①, 在四边形 $ABCD$ 中, 我们用符号语言表示出所有的 8 个边、角、对角线的数量关系:

① $AB=CD$;	② $AD=BC$;	③ $AB \parallel CD$;	④ $AD \parallel BC$;
⑤ $\angle BAD=\angle BCD$;	⑥ $\angle ABC=\angle ADC$;	⑦ $OA=OC$;	⑧ $OB=OD$ 。



第 13 题图①

我们任意选择 2 个条件来探索四边形是否为平行四边形。

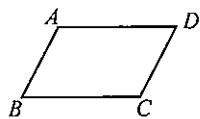
- (1) 请选择上面①~⑧中的 2 个, 写出一个除了课本上“平行四边形的定义及 3 条判定定理”外可以证明四边形为平行四边形的方法: _____ (填序号), 用文字语言表述: _____。并证明你的结论。

【数学思考】

若将①②组合可以得到新的数量关系⑨: $AB+AD=CD+CB$; ⑦⑧组合可以得到新的数量关系⑩: $OA+OD=OB+OC$ 。那么是否可以再加一个条件来证明四边形 $ABCD$ 是平行四边形呢?

- (2) 若选择④和⑨则可证明四边形是平行四边形。如图②, 在四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AB+AD=CD+CB$ 。求证: 四边形 $ABCD$ 是平行四边形。
- (3) 请在①~⑧中选择一个条件, 并完成证明。

如图①, 在四边形 $ABCD$ 中, AC 、 BD 交于点 O , _____ (填序号), $OA+OD=OB+OC$ 。求证: 四边形 $ABCD$ 是平行四边形。



第 13 题图②

23.3(1) 矩形

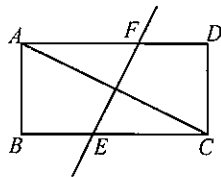
一、选择题

① 下列说法中,正确的是()。

- (A) 对角线相等的四边形是矩形
- (B) 对角线互相平分且相等的四边形是矩形
- (C) 对角线垂直的四边形是矩形
- (D) 对角线相等且垂直的四边形是矩形

② 如图,矩形 $ABCD$ 中,对角线 AC 的垂直平分线 EF 分别交 BC 、 AD 于点 E 、 F ,若 $BE=3$, $AF=5$,则 AC 的长为()。

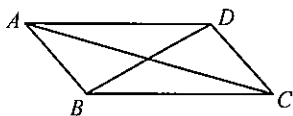
- (A) $4\sqrt{5}$
- (B) $4\sqrt{3}$
- (C) 10
- (D) 8



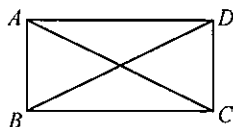
第2题图

③ 为了研究特殊的四边形,老师制作了一个教具(如图①);用钉子将四根木条钉成一个平行四边形框架 $ABCD$,并在 A 与 C , B 与 D 两点之间分别用一根橡皮筋拉直固定,右手握住木条 BC ,用左手向右推动框架至 $AB \perp BC$ (如图②),观察这个变化过程和所得到的四边形,下列说法正确的是()。

① 四边形 $ABCD$ 由平行四边形变为矩形;② B 、 D 两点之间的距离不变;③ 四边形 $ABCD$ 的面积不变;④ 四边形 $ABCD$ 的周长不变。



第3题图①

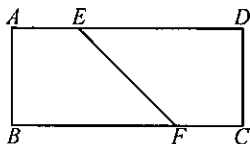


第3题图②

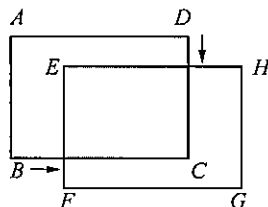
- (A) ①②
- (B) ①④
- (C) ①②④
- (D) ①③④

二、填空题

④ 如图,在矩形 $ABCD$ 中, E 、 F 分别是 AD 、 BC 边上的点, $AE=CF$, $\angle EFB=45^\circ$,若 $AB=6$, $BC=14$,则 AE 的长为_____。



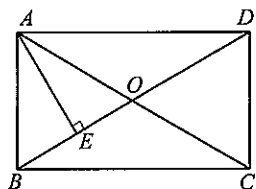
第4题图



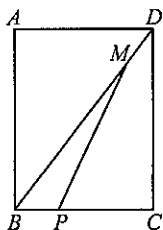
第5题图

⑤ 如图,将长为6,宽为4的长方形 $ABCD$ 先向右平移2个单位长度,再向下平移 m 个单位长度,得到长方形 $EFGH$,若重合部分面积为长方形 $ABCD$ 面积的 $\frac{1}{2}$,则 m 的值为_____。

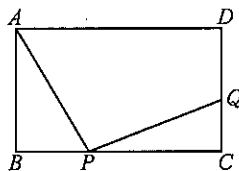
- ⑥ 如图,在矩形 $ABCD$ 中, $AB=3$, 对角线 AC 、 BD 相交于点 O , AE 垂直平分 OB 于点 E , 则 AD 的长为_____。



第6题图

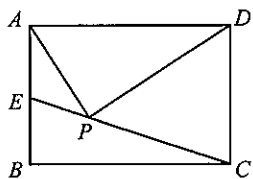


第7题图

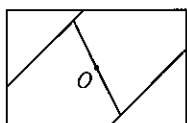


第8题图

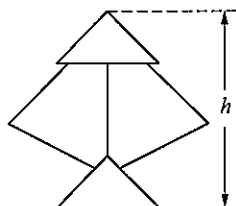
- ⑦ 如图,在矩形 $ABCD$ 中, $AB=8$, $BC=6$, P 是线段 BC 上一点(点 P 不与点 B 重合), M 是 DB 上一点,且 $BP=DM$,设 $BP=x$, $\triangle MBP$ 的面积为_____。(用含 x 的代数式表示)
- ⑧ 如图,在长方形 $ABCD$ 中, $AB=12\text{ cm}$, $BC=20\text{ cm}$, 点 P 从点 B 出发,以 2 cm/s 的速度沿 BC 向点 C 运动,同时,点 Q 从点 C 出发,以 $x\text{ cm/s}$ 的速度沿 CD 向点 D 运动(点 P 到点 C 或点 Q 到点 D 时,两点都停止运动),当 x 的值为_____,可以使 $\triangle ABP$ 与以 P 、 Q 、 C 为顶点的三角形全等。
- ⑨ 如图,矩形 $ABCD$ 内有一点 P ,连接 AP 、 DP 、 CP ,延长 CP 交 AB 于点 E ,若 $\angle APD=90^\circ$, $AD=8$, $CP=CD=6$, 则 AE 的长是_____。



第9题图



第10题图①

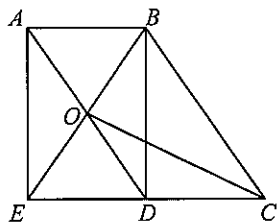


第10题图②

- ⑩ 将一个相邻两边之比为 $2:3$ 的矩形分成四部分,其中有两个全等的等腰直角三角形,其腰长与矩形较长边之比为 $5:12$,如图①,它是一个中心对称图形。现将其拼成不重叠、无缝隙的轴对称“鱼”形,如图②,寓意“鱼跃龙门”。在图①中,若对称中心 O 到矩形较长边的距离为 4 , 则矩形较短边的长为_____,图②中“鱼”首尾高 h 的值为_____。

三、解答题

- ⑪ 如图,在 $\square ABCD$ 中,点 O 为线段 AD 的中点,延长 BO 交 CD 的延长线于点 E ,连接 AE 、 BD , $\angle BDC=90^\circ$ 。
- (1) 求证:四边形 $ABDE$ 是矩形。
- (2) 连接 OC ,若 $AB=4$, $BD=2\sqrt{5}$, 求 OC 的长。

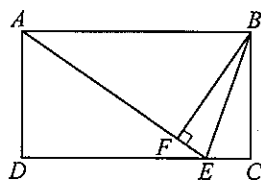


第11题图

12 如图,在矩形 $ABCD$ 中,点 E 是边 DC 上一点, $BF \perp AE$ 于点 F , $AD = BF$ 。

(1) 证明: BE 平分 $\angle CBF$ 。

(2) 若 $BF = 6$, $CE = 2$, 求 AB 的长。

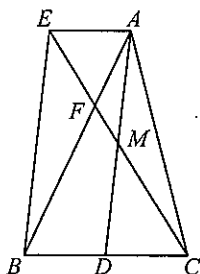


第 12 题图

13 如图,已知 AD 是 $\triangle ABC$ 的中线, M 是 AD 的中点,过 A 点作 $AE \parallel BC$, CM 的延长线与 AE 相交于点 E ,与 AB 相交于点 F ,连接 BE 。

(1) 求证: 四边形 $AEBD$ 是平行四边形。

(2) 如果 $\angle BAD = \angle CAD$, 求证: 四边形 $AEBD$ 是矩形。



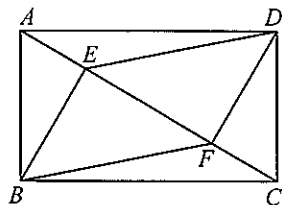
第 13 题图



14 如图,在矩形 $ABCD$ 中,点 E 、 F 在对角线 AC 上,且 $AE = CF$, 连接 BE 、 BF 、 DE 、 DF 。

(1) 求证: 四边形 $DEBF$ 是平行四边形。

(2) 若 $BE \perp AC$, $AB = 3$, $BC = 4$, 求线段 BF 的长度。



第 14 题图

23.3(2) 菱形

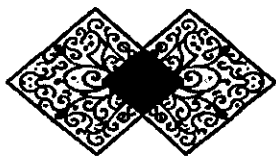
一、选择题

① 如图是一个掐丝珐琅方胜式盖盒的纹样,由两个全等的菱形叠压组成,寓意优胜、优美和同心。若菱形的两条对角线分别为 8 cm 和 6 cm ,重叠部分是一个面积为 6 cm^2 的菱形,则这个图案的总面积为()。

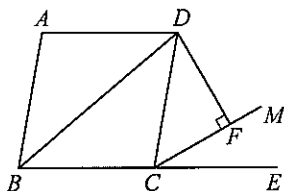
- (A) 42 cm^2 (B) 48 cm^2 (C) 54 cm^2 (D) 60 cm^2

② 如图,四边形 $ABCD$ 为菱形, $\angle ABC = 80^\circ$,延长 BC 到 E ,在 $\angle DCE$ 内作射线 CM ,使得 $\angle ECM = 30^\circ$,过点 D 作 $DF \perp CM$,垂足为 F 。若 $DF = 3\sqrt{5}$,则对角线 BD 的长为()。

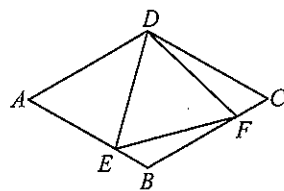
- (A) $3\sqrt{10}$ (B) 10 (C) $6\sqrt{2}$ (D) $6\sqrt{5}$



第 1 题图



第 2 题图



第 3 题图

③ 如图,在菱形 $ABCD$ 中, $\angle A = 60^\circ$,点 E 、 F 分别在边 AB 、 BC 上, $AE = BF = 2$, $\triangle DEF$ 的周长为 $3\sqrt{6}$,则 AD 的长为()。

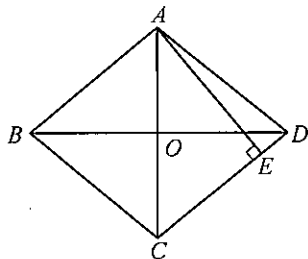
- (A) $\sqrt{6}$ (B) $2\sqrt{3}$
(C) $\sqrt{3} + 1$ (D) $2\sqrt{3} - 1$

二、填空题

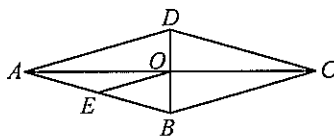
④ 若菱形 $ABCD$ 的一条对角线长为 8 ,边 CD 的长是方程 $x^2 - 10x + 24 = 0$ 的一个根,则该菱形 $ABCD$ 的周长为_____。

⑤ 如图,在菱形 $ABCD$ 中,对角线 $AC = 6$, $BD = 8$,过点 A 作 $AE \perp CD$ 于点 E ,则 AE 为_____。

⑥ 如果菱形有一个内角是 60° ,周长为 32 ,那么较短对角线长是_____。



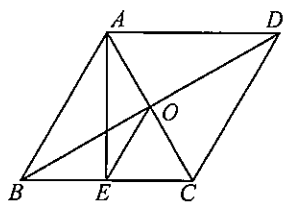
第 5 题图



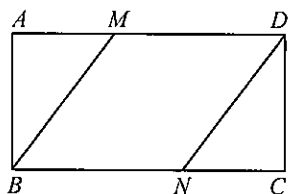
第 7 题图

⑦ 如图,周长为 16 的菱形 $ABCD$ 的对角线相交于点 O , E 为 AB 的中点,连接 OE 。则 OE 的长为_____。

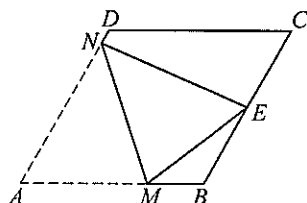
- 8 如图,菱形 $ABCD$ 的对角线 AC 、 BD 相交于点 O ,过点 A 作 $AE \perp BC$ 于点 E ,连接 OE 。若 $OB = 6$, 菱形 $ABCD$ 的面积为 54, 则 OE 的长为_____。



第 8 题图



第 9 题图

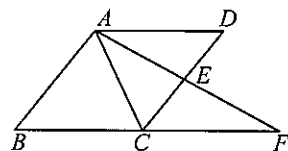


第 10 题图

- 9 如图,在矩形 $ABCD$ 中, $AD = 2AB$, 点 M 、 N 分别在边 AD 、 BC 上,连接 BM 、 DN 。若四边形 $MBND$ 是菱形,则 $\frac{AM}{MD}$ 等于_____。
- 10 如图,在菱形 $ABCD$ 中, $\angle ABC = 120^\circ$, 点 M 和 N 分别是 AB 和 AD 上一点,沿 MN 将 $\triangle AMN$ 折叠,点 A 恰好落在边 BC 的中点 E 上。若 $AB = 2$, 则 ME 的长为_____。

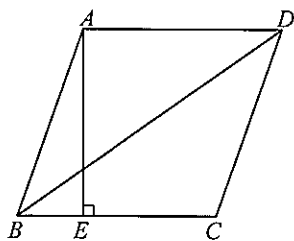
三、解答题

- 11 如图,在菱形 $ABCD$ 中,点 E 是 CD 的中点,连接 AE 并延长,交 BC 的延长线于点 F 。
- (1) 求证: $BC = CF$ 。
 - (2) 若 $AB = 2$, $AE \perp AB$, 求 $\triangle ABF$ 的面积。



第 11 题图

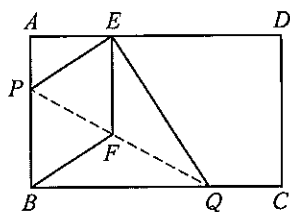
- 12 如图,在四边形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $\angle ABD = \angle CBD$, $AB = AD$ 。
- (1) 求证: 四边形 $ABCD$ 为菱形。
 - (2) 过点 A 作 $AE \perp BC$ 于点 E , 若 $CE = 4$, $BE = \frac{1}{3}AB$, 求 BD 的长。



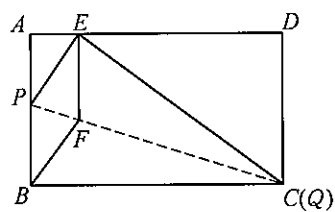
第 12 题图



- 13 如图①,在矩形纸片 $ABCD$ 中, $AB=3$, $AD=5$, 折叠纸片使点 B 落在 AD 上的点 E 处, 折痕为 PQ , 过点 E 作 $EF \parallel AB$ 交 PQ 于点 F , 连接 BF 。



第 13 题图①



第 13 题图②

- (1) 求证: 四边形 $BFEP$ 为菱形。
- (2) 当折痕 PQ 的点 Q 与点 C 重合时(如图②), 求菱形 $BFEP$ 的边长。

23.3(3) 正方形

一、选择题

① 如图,一个四边形添加下列条件中的三个条件便得到正方形:

a. 两组对边分别相等;b. 一组对边平行且相等;c. 一组邻边相等;d. 一个角是直角。

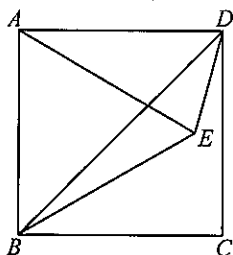
添加的条件:①acd;②bdc;③abc。

则正确的是()。

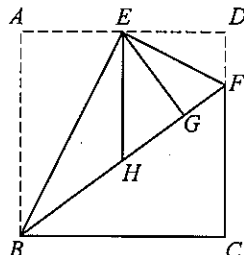
- (A) 仅① (B) 仅③ (C) ①② (D) ②③

② 如图,已知正方形 $ABCD$,以 AB 为边在正方形内部作等边三角形 ABE ,连接 BD 、 DE ,则 $\angle BED$ 的度数是()。

- (A) 120° (B) 130° (C) 135° (D) 55°



第2题图



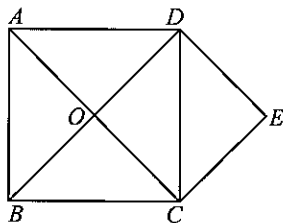
第3题图

③ 如图,将面积为 16 的正方形纸片 $ABCD$ 沿着 BE 折叠,使得点 A 落在点 G 处,再将 $\triangle DEF$ 沿着 EF 折叠,使得点 D 也落在点 G 处,过点 E 作 CF 的平行线与 BG 交于点 H ,则 EH 的长为()。

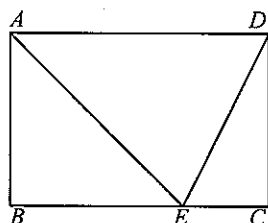
- (A) 3 (B) $\frac{11}{4}$ (C) $\frac{9}{4}$ (D) $\frac{5}{2}$

二、填空题

④ 如图,正方形 $ABCD$ 的对角线 AC 、 BD 相交于点 O , $CE \parallel BD$, $DE \parallel AC$ 。若 $AC = \sqrt{2}$,则点 E 到边 CD 的距离为_____。



第4题图

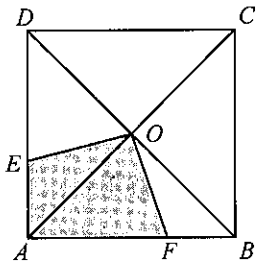


第5题图

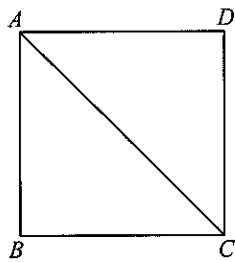
⑤ 如图,在矩形 $ABCD$ 中, $AD = 6$, $AB = 4$, $\angle BAD$ 的平分线交 BC 于点 E ,则 $DE =$ _____。

⑥ 如图,正方形 $ABCD$ 的边长是 2, 对角线 AC 、 BD 相交于点 O , 点 E 、 F 分别在边 AD 、 AB 上, 且 $OE \perp OF$, 则四边形 $AFOE$ 的面积为_____。

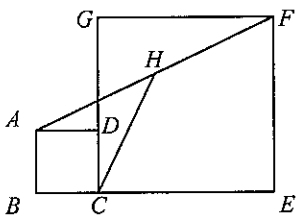
⑦ 如图, 已知正方形 $ABCD$ 边长为 1, 如果将边 AB 沿着过点 A 的直线翻折后, 边 AB 恰巧落在对角线 AC 上, 折痕交边 BC 于点 E , 那么 BE 的长是_____。



第 6 题图



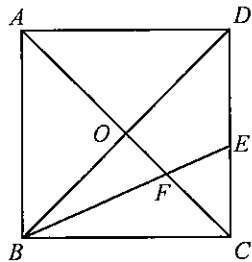
第 7 题图



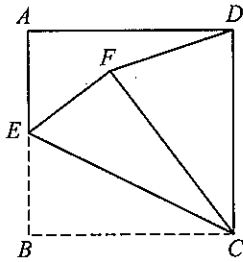
第 8 题图

⑧ 如图, 在正方形 $ABCD$ 和正方形 $CEFG$ 中, 点 D 在 CG 上, $AD=1$, $GD=2$, H 是 AF 的中点, 那么 CH 的长是_____。

⑨ 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, 对角线 AC 、 BD 相交于点 O , $\angle DBC$ 的平分线 BF 交 CD 于点 E , 交 AC 于点 F , $OF = \sqrt{2}$, 则 $AB =$ _____。



第 9 题图

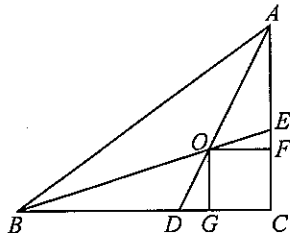


第 10 题图

⑩ 如图, 正方形 $ABCD$ 的边长是 8, 点 E 是 AB 的中点, 连接 CE 。将 $\triangle BCE$ 沿 CE 折叠, 点 B 的对应点是 F , 连接 DF , 则 $\triangle CDF$ 的面积是_____。

三、解答题

⑪ 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, 两锐角的平分线 AD 、 BE 相交于点 O , $OF \perp AC$ 于点 F , $OG \perp BC$ 于点 G , 求证: 四边形 $OGCF$ 是正方形。

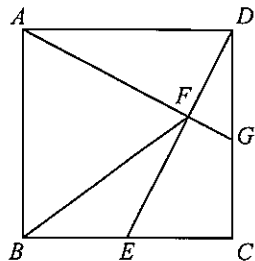


第 11 题图

12 如图,在正方形 $ABCD$ 中,点 E 是 BC 的中点,连接 DE ,过点 A 作 $AG \perp ED$ 交 DE 于点 F ,交 CD 于点 G 。

(1) 证明: G 是 CD 的中点。

(2) 连接 BF , 求证: $AB = FB$ 。



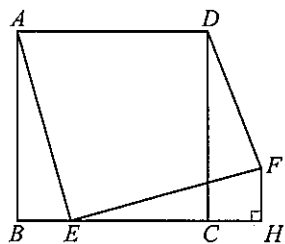
第 12 题图



13 如图,点 E 是正方形 $ABCD$ 的边 BC 上的动点, $\angle AEF = 90^\circ$, 且 $EF = AE$, $FH \perp BH$ 。

(1) 求证: $BE = CH$ 。

(2) 若 $AB = 4$, $BE = x$, 用 x 表示 DF 的长。



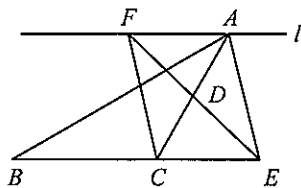
第 13 题图

14 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AC = BC$, $\angle ACB > 90^\circ$, D 是 AC 的中点,过点 A 作直线 $l \parallel BC$, 过点 D 的直线 EF 交 BC 的延长线于点 E , 交直线 l 于点 F , 连接 AE 、 CF 。

(1) 求证: ① $\triangle ADF \cong \triangle CDE$; ② $AE = FC$ 。

(2) 若 $\angle CDE = 2\angle B = 60^\circ$, 试判断四边形 $AFCE$ 是什么特殊四边形, 并证明你的结论。

(3) 若 $EF \perp AC$, 探索: 是否存在 $\angle B$ 能使四边形 $AFCE$ 成为正方形? 若能, 求出满足条件时的 $\angle B$ 的度数; 若不能, 请说明理由。



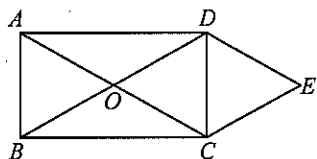
第 14 题图

习题 23.3

一、选择题

① 如图,矩形 $ABCD$ 的对角线 AC 、 BD 相交于点 O , $CE \parallel BD$, $DE \parallel AC$ 。若 $AC=4$, 则四边形 $OCED$ 的周长为()。

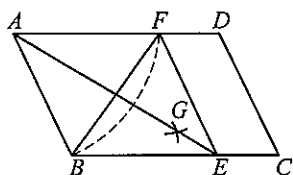
- (A) 4 (B) 6
(C) 8 (D) 10



第 1 题图

② 如图,在平行四边形 $ABCD$ 中,以 A 为圆心, AB 长为半径画弧交 AD 于点 F 。分别以点 F 、 B 为圆心,大于 $\frac{1}{2}BF$ 长为半径作弧,两弧交于点 G ,作射线 AG 交 BC 于点 E ,若 $BF=6$, $AB=5$, 则 AE 的长为()。

- (A) 4 (B) 6 (C) 8 (D) 10



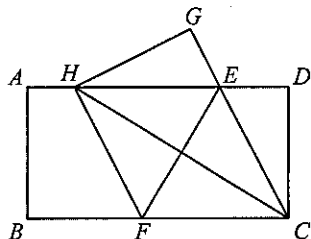
第 2 题图

③ 如图,在一张矩形纸片 $ABCD$ 中, $AB=4$, $BC=8$, 点 E 、 F 分别在边 AD 、 BC 上,将 $ABCD$ 沿直线 EF 折叠,点 C 落在 AD 上的一点 H 处,点 D 落在点 G 处,有以下四个结论:

- ① 四边形 $CFHE$ 是菱形;
② EC 平分 $\angle DCH$;
③ 线段 BF 的取值范围为 $3 \leq BF \leq 4$;
④ 当点 H 与点 A 重合时, $EF=2\sqrt{5}$ 。

其中正确的结论是()。

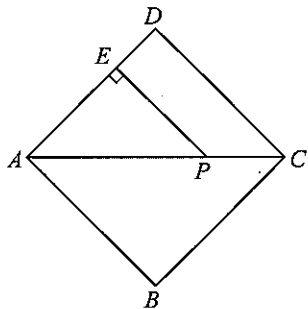
- (A) ①②③④ (B) ①④ (C) ①②④ (D) ①③④



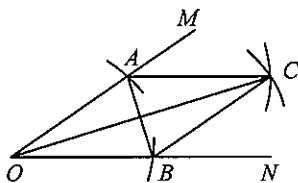
第 3 题图

二、填空题

④ 如图, P 是正方形 $ABCD$ 的对角线 AC 上的一点, $PE \perp AD$ 于点 E , $PE=3$, 则点 P 到直线 AB 的距离为_____。



第 4 题图

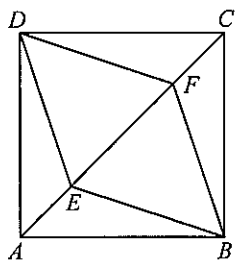


第 5 题图

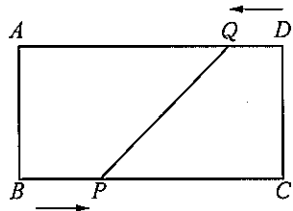
⑤ 如图,在 $\angle MON$ 的两边上分别截取 OA 、 OB ,使 $OA=OB$;分别以点 A 、 B 为圆心, OA 长为半径作弧,两弧交于点 C ;连接 AC 、 BC 、 AB 、 OC 。若 $AB=2\text{ cm}$, 四边形 $OACB$ 的面积为 4 cm^2 。则 OC 的长为_____ cm 。

⑥ 如图, E 、 F 是正方形 $ABCD$ 的对角线 AC 上的两点, $AC=8$, $AE=CF=2$, 则四边形 $BEDF$ 的面积是_____。

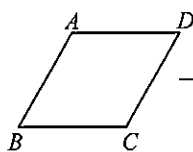
⑦ 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $BC=20$ cm, 点 P 和点 Q 分别从点 B 和点 D 出发, 按逆时针方向沿矩形 $ABCD$ 的边运动, 点 P 和点 Q 的速度分别为 3 cm/s 和 2 cm/s, 则最快_____秒后, 四边形 $ABPQ$ 成为矩形。



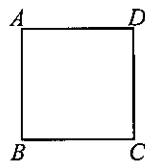
第 6 题图



第 7 题图



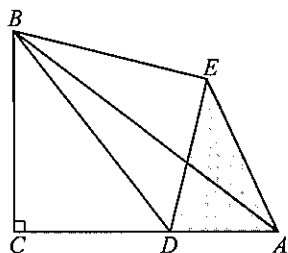
第 8 题图①



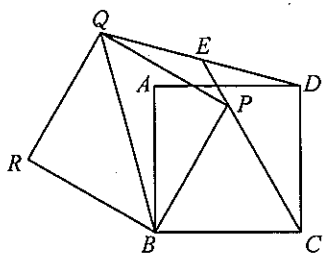
第 8 题图②

⑧ 小明用四根长度相同的木条制作了能够活动的菱形学具, 他先把学具制作成如图①所示的菱形, 并测得 $\angle B=60^\circ$, 接着把学具制作成如图②所示的正方形, 并测得正方形的对角线 $AC=a$ cm, 则图①中对角线 AC 的长为_____ cm。

⑨ 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $AC=4$, $BC=3$, 点 D 是 AC 上一点, 把 $\triangle BDC$ 沿 BD 折叠, 点 C 的对应点为点 E , 连接 AE , 若 $\triangle ADE$ 为直角三角形, 则 $DC=_____$ 。



第 9 题图



第 10 题图

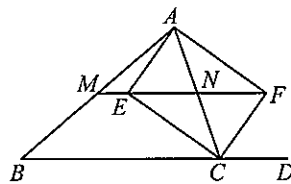
⑩ 如图, 正方形 $ABCD$ 绕 B 点逆时针旋转得到正方形 $BPQR$, 连接 DQ , 延长 CP 交 DQ 于点 E 。若 $CE=5\sqrt{2}$, $ED=4$, 则 $AB=_____$ 。

三、解答题

⑪ 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, CE 、 CF 分别平分 $\angle ACB$ 与它的邻补角 $\angle ACD$, $AE \perp CE$ 于点 E , $AF \perp CF$ 于点 F , 直线 EF 分别交 AB 、 AC 于点 M 、 N 。求证:

(1) 四边形 $AECF$ 为矩形。

(2) $MN \parallel BC$ 。

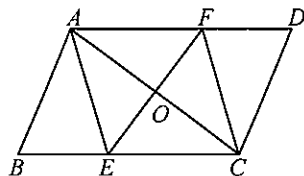


第 11 题图

⑫ 如图,在平行四边形 $ABCD$ 中,点 O 是对角线 AC 中点,过点 O 作 $EF \perp AC$ 交 BC 于点 E , AD 于点 F ,连接 AE 、 CF 。

(1) 求证:四边形 $AECF$ 是菱形。

(2) 若 $AE = 8$, $AC + EF = 20$, 求四边形 $AECF$ 的面积。

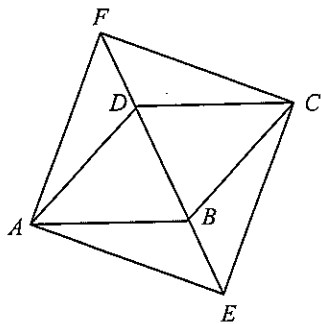


第 12 题图

⑬ 如图,已知菱形 $ABCD$,点 E 、 F 是对角线 BD 所在直线上的两点,且 $\angle AED = 45^\circ$, $DF = BE = 3$, 连接 CE 、 AF 、 CF ,得四边形 $AECF$ 。

(1) 求证:四边形 $AECF$ 是正方形。

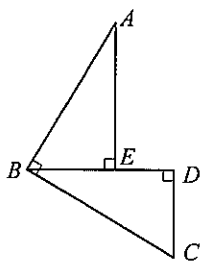
(2) 若 $BD = 4$, 求菱形 $ABCD$ 的面积。



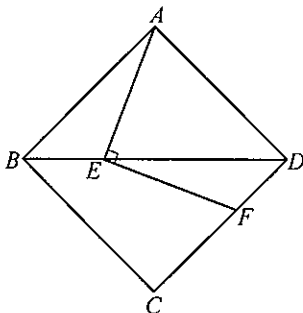
第 13 题图



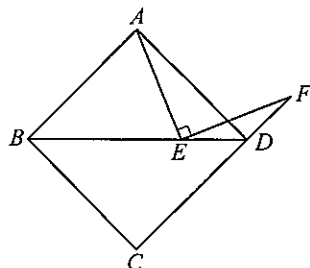
- 14 (1) 【模型建立】如图①, 已知 $\triangle ABE$ 和 $\triangle BCD$, $AB \perp BC$, $AB = BC$, $CD \perp BD$, $AE \perp BD$ 。用等式写出线段 AE 、 DE 、 CD 的数量关系, 并说明理由。



第 14 题图①



第 14 题图②



第 14 题图③

(2) 【模型应用】如图②, 在正方形 $ABCD$ 中, 点 E 、 F 分别在对角线 BD 和边 CD 上, $AE \perp EF$, $AE = EF$ 。用等式写出线段 BE 、 AD 、 DF 的数量关系, 并说明理由。

(3) 【模型迁移】如图③, 在正方形 $ABCD$ 中, 点 E 在对角线 BD 上, 点 F 在边 CD 的延长线上, $AE \perp EF$, $AE = EF$ 。用等式写出线段 BE 、 AD 、 DF 的数量关系, 并说明理由。

23.4(1) 三角形的中位线

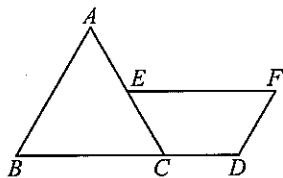
一、选择题

① 如图,在等边 $\triangle ABC$ 中, E 为 AC 边上的中点, $EF \parallel BD$,且 $EF = BC = 4$ 。若 $CD = 2$,则 DF 的长为()。

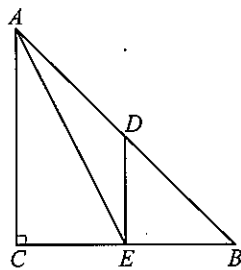
- (A) 2.5 (B) 2 (C) 1.5 (D) 1

② 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AC = BC = 4$, $\angle ACB = 90^\circ$, D 、 E 分别为 AB 、 BC 边的中点,连接 AE 、 DE ,则 $\triangle ADE$ 的面积为()。

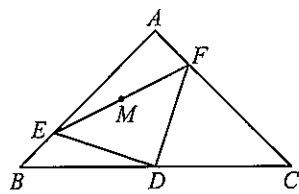
- (A) $\frac{3}{2}$ (B) $\frac{5}{2}$ (C) 2 (D) 4



第1题图



第2题图



第3题图

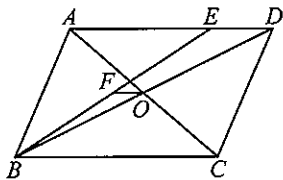
③ 如图,在等腰 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中,直角边 $AB = AC = 1$, D 为 BC 的中点, E 为 AB 边上的动点, $DF \perp DE$ 交 AC 于点 F , M 为 EF 的中点,当点 E 从点 B 运动到点 A 时,点 M 所经过的路线长为()。

- (A) $\frac{\sqrt{2}}{2}\pi$ (B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (C) $\frac{\pi}{2}$ (D) $\frac{1}{2}$

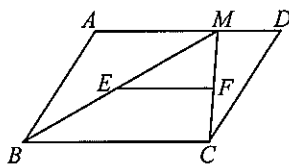
二、填空题

④ 如图,在 $\square ABCD$ 中, $AB = 4$, $AD = 6$,对角线 AC 、 BD 交于点 O , BE 平分 $\angle ABC$ 交 AD 于点 E , F 是 BE 的中点,连接 OF ,则线段 OF 的长为_____。

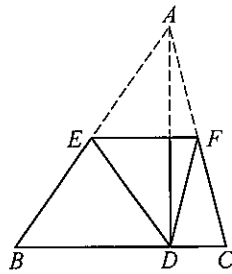
⑤ 如图,在 $\square ABCD$ 中,点 M 为边 AD 上一点, $AM = 2MD$, E 、 F 分别是 BM 、 CM 的中点。若 $EF = 6$,则 AM 的长为_____。



第4题图



第5题图

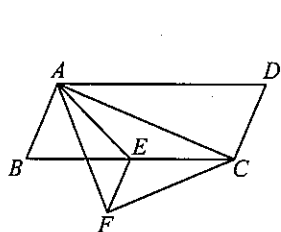


第6题图

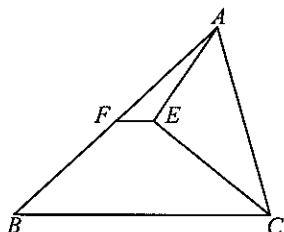
⑥ 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 12$, $AC = 10$, $BC = 9$, AD 是 BC 边上的高。将 $\triangle ABC$ 按如图所示的方式折叠,使点 A 与点 D 重合,折痕为 EF ,则 $\triangle DEF$ 的周长为_____。

⑦ 如图,在 $\square ABCD$ 中, AC 是对角线, $\angle ACD = 90^\circ$, E 是 BC 的中点, AF 平分 $\angle BAC$, $CF \perp AF$ 于点 F ,连接 EF 。已知 $AB = 5$, $BC = 13$,则 EF 的长为_____。

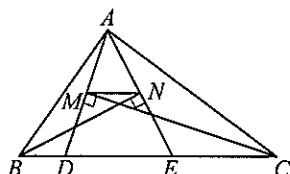
⑧ 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACE = \angle ECB$, $AE \perp EC$, F 是边 AB 的中点, $AE = 3$, $EC = 4$, $BC = 7$,那么 FE 的长是_____。



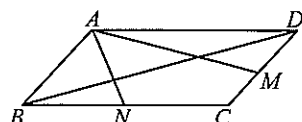
第 7 题图



第 8 题图



第 9 题图



第 10 题图

⑨ 如图, $\triangle ABC$ 的周长为 19,点 D 、 E 在边 BC 上, $\angle ABC$ 的平分线垂直于 AE ,垂足为 N , $\angle ACB$ 的平分线垂直于 AD ,垂足为 M ,若 $BC = 7$,则 MN 的长度为_____。

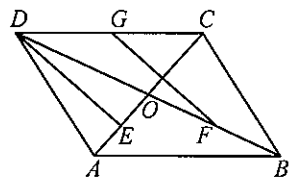
⑩ 如图,在平行四边形 $ABCD$ 中, M 、 N 分别为 CD 、 BC 的中点, $AM = 6$, $AN = 3$, $\angle MAN = 60^\circ$,则对角线 BD 的长为_____。

三、解答题

⑪ 如图, $\square ABCD$ 的对角线相交于点 O ,过点 D 作 $DE \perp AC$ 于点 E , F 、 G 分别是 OB 、 CD 的中点,连接 FG ,已知 $BD = 2AD$ 。

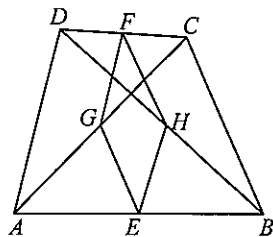
(1) 求证: $AC = 4AE$ 。

(2) 若 $BD = 10$, $AC = 8$,求 FG 的长。



第 11 题图

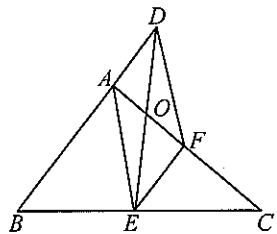
⑫ 如图,在四边形 $ABCD$ 中, E 、 F 、 G 、 H 分别是 AB 、 CD 、 AC 、 BD 的中点。四边形 $EGFH$ 是平行四边形吗?请证明你的结论。



第 12 题图

⑬ 如图,在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, E 、 F 分别是 BC 、 AC 的中点,延长 BA 到点 D ,使 $AB = 2AD$,连接 DE 、 DF 、 AE 、 EF , AF 与 DE 交于点 O 。

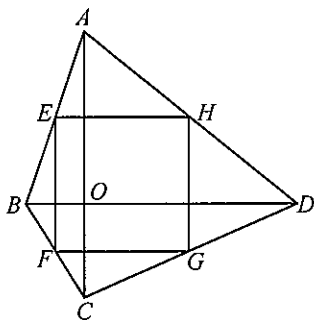
- (1) 证明: AF 与 DE 互相平分。
 (2) 若 $AB = 8$, $BC = 12$, 求 DO 的长。



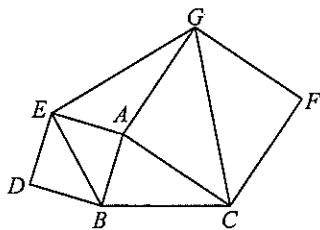
第 13 题图



⑭ 定义: 对于一个四边形, 我们把依次连接它的各边中点得到的新四边形叫做原四边形的“中点四边形”。如果原四边形的中点四边形是正方形, 我们把这个原四边形叫做“中方四边形”。



第 14 题图①



第 14 题图②

- (1) 如图①, 在四边形 $ABCD$ 中, E 、 F 、 G 、 H 分别是 AB 、 BC 、 CD 、 AD 的中点, AC 、 BD 交于点 O , $AC = BD$, 且 $AC \perp BD$, 求证: 四边形 $ABCD$ 是“中方四边形”。
 (2) 如图②, 以锐角 $\triangle ABC$ 的两边 AB 、 AC 为边长, 分别向外侧作正方形 $ABDE$ 和正方形 $ACFG$, 求证: 四边形 $BCGE$ 是“中方四边形”。

23.4(2) 三角形的重心

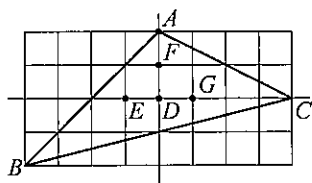
一、选择题

① 如图所示的网格由边长相同的小正方形组成,点 A 、 B 、 C 、 D 、 E 、 F 、 G 在小正方形的顶点上,则 $\triangle ABC$ 的重心是()。

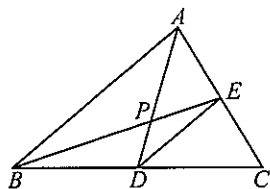
- (A) 点 D (B) 点 E (C) 点 F (D) 点 G

② 如图,点 P 是 $\triangle ABC$ 的重心, $AB=8$, 连接 AP 、 BP 并延长,分别交 BC 、 AC 于点 D 、 E , 连接 DE , 则 DE 的长为()。

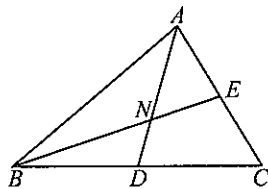
- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5



第 1 题图



第 2 题图



第 3 题图

③ 如图,在 $\triangle ABC$ 中, AD 、 BE 是 $\triangle ABC$ 的中线, AD 和 BE 交于点 N , 若 $S_{\triangle BDN} = 5$, 则 $S_{\text{四边形}DCEN} = ()$ 。

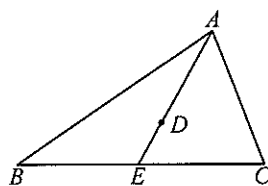
- (A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10

二、填空题

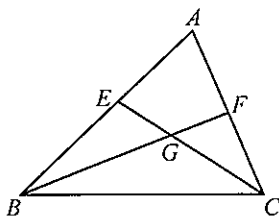
④ 如图,点 D 是 $\triangle ABC$ 的重心,连接 AD 并延长交 BC 于点 E , $AB = 4$, $\triangle ABE$ 的周长比 $\triangle ACE$ 的周长大 1.8, 则 $AC = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

⑤ 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, 点 G 为 $\triangle ABC$ 的重心, 连接 AG 并延长, 交 BC 于点 F , 如果 $BC = 6$, 那么 GF 的长是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

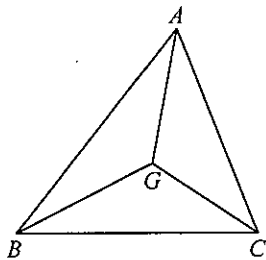
⑥ 如图, $\triangle ABC$ 的面积为 12, G 为 $\triangle ABC$ 的重心, 若 $AC = 3$, 则点 G 到 CF 的距离为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。



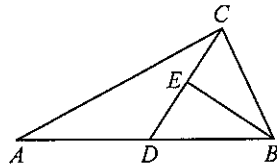
第 4 题图



第 6 题图



第 7 题图

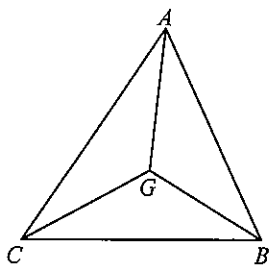


第 8 题图

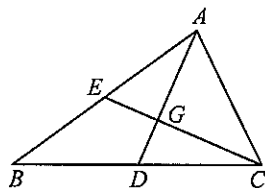
⑦ 如图,若点 G 是 $\triangle ABC$ 的重心, 则 $S_{\triangle ABG} : S_{\triangle ACG} : S_{\triangle BCG}$ 为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

⑧ 如图,在 $\triangle ABC$ 中, AC 的垂直平分线交 AB 于点 D , 连接 CD , BE 是 $\triangle BCD$ 的中线。若 $AD + BC = AB$, $AD = 6$, $BE = 4$, 则点 C 到 AB 的距离为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

- 9 如图,点 G 为 $\triangle ABC$ 的重心。如果 $AG = CG$, $BG = 2$, $AC = 4$, 那么 AB 的长等于_____。



第 9 题图

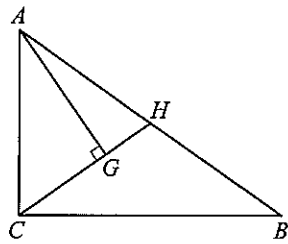


第 10 题图

- 10 如图, G 是 $\triangle ABC$ 的重心, 且 $\triangle DGC$ 的面积为 4, 则 $\triangle ABC$ 的面积为_____。

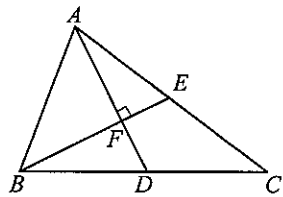
三、解答题

- 11 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, G 是 $\triangle ABC$ 的重心, 且 $AG \perp CG$, CG 的延长线交 AB 于点 H 。求 $S_{\triangle AGH} : S_{\triangle ABC}$ 的值。



第 11 题图

- 12 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, AC 、 BC 边上的中线 BE 、 AD 交于点 F , 且 $AD \perp BE$, $AC = 20$, $AD = 12$ 。求 BE 的长。

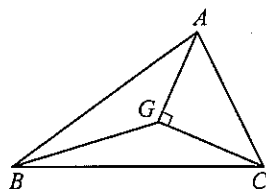


第 12 题图

⑬ 如图,已知 G 是 $\triangle ABC$ 的重心, $AG \perp GC$ 。

(1) 若 $AC=4$, 求 BG 的长。

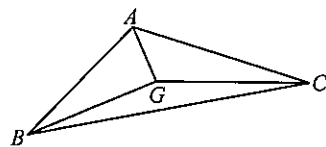
(2) 若 $\triangle ABC$ 的面积为 9, 求 $\triangle GBC$ 的面积。



第 13 题图



⑭ 如图, G 是 $\triangle ABC$ 的重心, 且 $AG=5$, $BG=12$, $CG=13$, 求 $\triangle ABC$ 中 AB 边上的高。



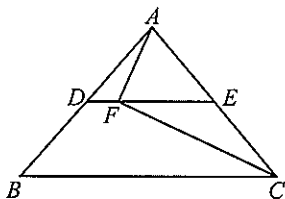
第 14 题图

习题 23.4

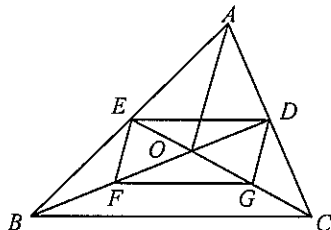
一、选择题

① 如图,在 $\triangle ABC$ 中, D 、 E 分别是 AB 、 AC 的中点, $BC=16$, F 是线段 DE 上一点,连接 AF 、 CF , $DE=4DF$,若 $\angle AFC=90^\circ$,则 AC 的长度是()。

- (A) 6 (B) 8 (C) 10 (D) 12



第 1 题图

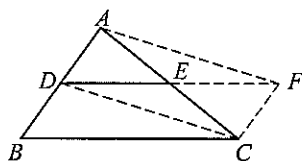


第 2 题图

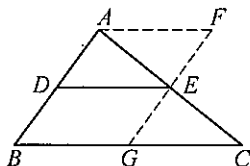
② 如图,在 $\triangle ABC$ 中, BD 、 CE 是 $\triangle ABC$ 的中线, BD 与 CE 相交于点 O , F 、 G 分别是 OB 、 OC 的中点,连接 AO 、 EF 、 ED 、 GF 、 GD 。若 $AO=3\text{ cm}$, $BC=4\text{ cm}$,则四边形 $DEFG$ 的周长是()。

- (A) 7 cm (B) 9 cm (C) 12 cm (D) 14 cm

③ 数学课上,大家一起研究三角形中位线定理的证明。小丽和小亮在学习思考后各自尝试作了一种辅助线,如图,其中能够用来证明三角形中位线定理的是()。



小丽的辅助线作法:
延长 DE 到 F ,使 $EF=DE$,
连接 DC 、 AF 、 FC 。



小亮的辅助线作法:
过点 E 作 $GE\parallel AB$,
过点 A 作 $AF\parallel BC$,
 GE 与 AF 交于点 F 。

第 3 题图

- (A) 小丽和小亮的辅助线作法都可以
(B) 小丽和小亮的辅助线作法都不可以
(C) 小丽的辅助线作法可以,小亮的不可以
(D) 小亮的辅助线作法可以,小丽的不可以

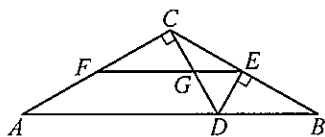
二、填空题

④ 已知三角形的三条中位线的长分别为 5 cm 、 6 cm 、 10 cm ,则这个三角形的周长是_____cm。

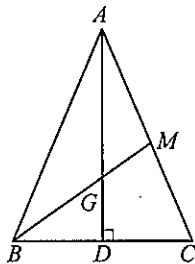
⑤ 等腰三角形的两条中位线分别为 3 和 5 ,则等腰三角形的周长为_____。

⑥ 如图,已知 EF 是 $\triangle ABC$ 的中位线, $DE \perp BC$ 交 AB 于点 D , CD 与 EF 交于点 G ,若 $CD \perp AC$, $EF = 8$, $EG = 3$, 则 AC 的长为_____。

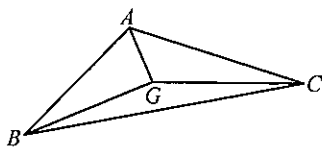
⑦ 如图,若等腰三角形的底边上的高等于 18,腰上的中线等于 15,则这个等腰三角形的面积等于_____。



第 6 题图



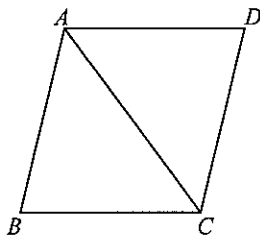
第 7 题图



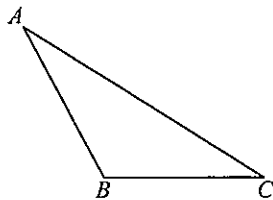
第 8 题图

⑧ 如图,在 $\triangle ABC$ 中, G 是三角形 ABC 的重心, $AG = 5$, $GB = 12$, $AB = 13$, 则 $CG =$ _____。

⑨ 若两个三角形重心之间的距离称为两个三角形的“重心距”,如图,在菱形 $ABCD$ 中, $AB = 10$, 对角线 $AC = 12$, 那么 $\triangle ABC$ 与 $\triangle ADC$ 的“重心距”为_____。



第 9 题图



第 10 题图

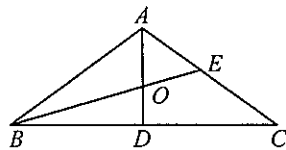
⑩ 定义:如果一个三角形一条边上的高等于这条边,那么这个三角形叫做“等高底三角形”,这条边叫做等底。如图, $\triangle ABC$ 是等高底三角形, BC 是等底,点 A 关于直线 BC 的对称点是点 A' ,连接 AA' ,如果 B 是 $\triangle AA'C$ 的重心,那么 $\frac{AC}{BC}$ 的值是_____。

三、解答题

⑪ 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 10$ cm, $BC = 16$ cm, $AD \perp BC$ 于点 D , BE 是 $\triangle ABC$ 的中线, BE 与 AD 相交于点 O 。

(1) 求 OD 的长。

(2) 求 OE 的长。

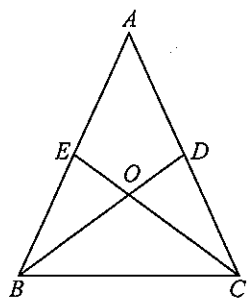


第 11 题图

12 如图,在等腰三角形 ABC 中, BD 、 CE 分别是两腰上的中线。

(1) 求证: $BD = CE$ 。

(2) 设 BD 与 CE 相交于点 O ,点 M 、 N 分别为线段 BO 和 CO 的中点。当 $\triangle ABC$ 的重心到顶点 A 的距离与底边长相等时,判断四边形 $DEMN$ 的形状,并说明理由。

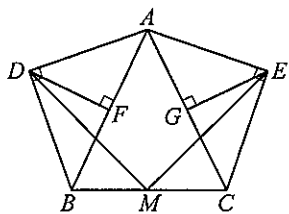


第 12 题图

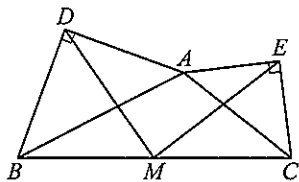


13 (1) 【问题发现】

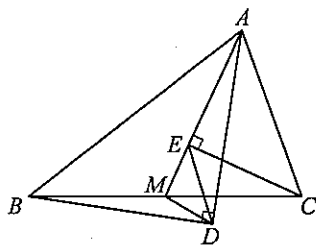
在等腰三角形 ABC 中, $AB = AC$, 分别以 AB 和 AC 为斜边,向 $\triangle ABC$ 的外侧作等腰直角三角形,如图①所示,其中 $DF \perp AB$ 于点 F , $EG \perp AC$ 于点 G , M 是 BC 的中点,连接 MD 和 ME 。



第 13 题图①



第 13 题图②



第 13 题图③

填空:线段 AF 、 AG 、 AB 之间的数量关系是_____ ; 线段 MD 、 ME 之间的数量关系是_____。

(2) 【拓展探究】

在任意三角形 ABC 中,分别以 AB 和 AC 为斜边向 $\triangle ABC$ 的外侧作等腰直角三角形,如图②所示, M 是 BC 的中点,连接 MD 和 ME ,请指出 MD 与 ME 具有怎样的数量关系和位置关系,并证明结论。

(3) 【解决问题】

在任意三角形 ABC 中,分别以 AB 和 AC 为斜边,向 $\triangle ABC$ 的内侧作等腰直角三角形,如图③所示, M 是 BC 的中点,连接 MD 和 ME ,若 $MD = 2$,请直接写出线段 DE 的长。

单元练习二十三

一、选择题

① 在直角三角形 ABC 中, $\angle BCA = 90^\circ$, D 、 E 、 F 分别是边 BC 、 AB 、 AC 的中点, 连接 CE 、 DF , 则 CE 与 DF 的关系是()。

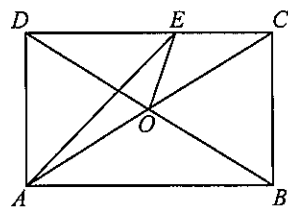
- (A) 相等且互相平分 (B) 相等且垂直 (C) 互相垂直平分 (D) 垂直平分且相等

② 下列命题中, 正确的是()。

- (A) 两条对角线互相平分的四边形是平行四边形
(B) 两条对角线相等的四边形是矩形
(C) 两条对角线互相垂直的四边形是菱形
(D) 两条对角线互相垂直且平分的四边形是正方形

③ 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AD = \frac{1}{2}AC$, AE 平分 $\angle BAD$ 交 CD 于点 E , 给出以下结论: ① $\triangle ADE$ 为等腰直角三角形; ② $\triangle BOC$ 为等边三角形; ③ $\angle DOE = 70^\circ$; ④ $\angle EOC = 3\angle EAC$; ⑤ OE 是 $\triangle ACD$ 的中位线。其中正确的结论有()。

- (A) 2 个 (B) 3 个
(C) 4 个 (D) 5 个



第 3 题图

④ 下面是小林同学证明三角形中位线定理的过程, 回答错误的是()。

如图, DE 是 $\triangle ABC$ 的中位线。求证: $DE = \frac{1}{2}BC$, $DE \parallel BC$ 。

证明: 在 $\triangle ABC$ 中, 延长 DE 到点 F , 使得 $EF = DE$, 连接 CF 。

因为 $\angle AED = \angle CEF$, $AE = CE$,

所以 $\triangle ADE \cong \triangle CFE$ ②,

所以 $\angle A = \angle ECF$, $AD = CF$,

所以 ③。

又因为 $AD = BD$,

所以 $CF = BD$,

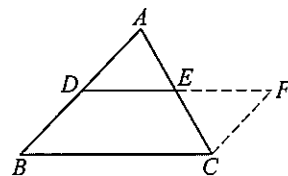
所以四边形 $BCFD$ 是 ④,

所以 $DE \parallel BC$, $DE = \frac{1}{2}BC$ 。

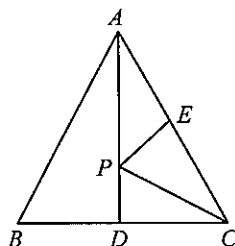
- (A) ①中填 DE (B) ②中填 SAS
(C) ③中填 $DF \parallel BC$ (D) ④中填平行四边形

⑤ 如图, 在等边三角形 ABC 中, D 、 E 分别是 BC 、 AC 的中点, 点 P 是线段 AD 上的一个动点, 当 $\triangle PCE$ 的周长最小时, P 点的位置在()。

- (A) $\triangle ABC$ 的重心处 (B) AD 的中点处
(C) A 点处 (D) D 点处

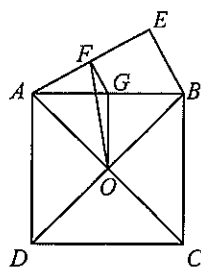


第 4 题图



第 5 题图

- ⑥ 如图,在正方形 $ABCD$ 中, $AD=4$, 对角线 AC 与 BD 交于点 O , $OG \perp AB$ 于点 G , E 为平面内一动点, 且 $\angle AEB=90^\circ$, F 为 AE 中点, 连接 GF 、 OF 。有下列说法: ① $\angle AFG=90^\circ$; ② 取 AG 中点 P , 连接 PF , 则 $\angle FPG=2\angle FAB$; ③ 当四边形 $AOBE$ 为正方形时, $S_{\triangle FGO}=2$; ④ 在点 E 运动过程中, OF 的最小值为 $\sqrt{5}-1$ 。其中正确的序号有()。



第 6 题图

(A) ①②

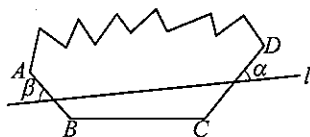
(B) ①②④

(C) ②③④

(D) ①②③④

二、填空题

- ⑦ 若一个八边形的每个外角都相等, 则它的一个内角等于_____度。
- ⑧ 已知菱形 $ABCD$ 的对角线 $AC=4\sqrt{3}$, $BD=6\sqrt{3}$, 则菱形 $ABCD$ 的面积为_____。
- ⑨ 如图是 n 边形纸片的一部分, 其中只有 $\angle B$ 、 $\angle C$ 和 BC 边是完整的, 直线 l 与破损的边 AB 、 CD 相交。若 $\alpha + \beta = 90^\circ$, 则 n 的值为_____。

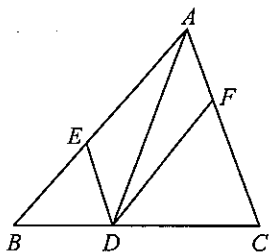


第 9 题图

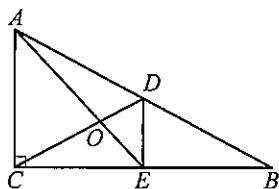
- ⑩ 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 、 E 、 F 分别在边 BC 、 AB 、 CA 上, 且 $DE \parallel CA$, $DF \parallel BA$ 。有下列四种说法:

- ① 四边形 $AEDF$ 是平行四边形;
 ② 如果 $\angle BAC=90^\circ$, 那么四边形 $AEDF$ 是矩形;
 ③ 如果 AD 平分 $\angle BAC$, 那么四边形 $AEDF$ 是菱形;
 ④ 如果 $\angle BAC=90^\circ$, AD 平分 $\angle BAC$, 那么四边形 $AEDF$ 是正方形。

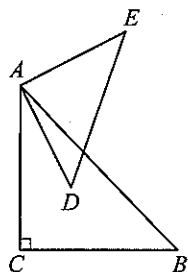
其中, 正确的有_____。(填序号)



第 10 题图



第 11 题图

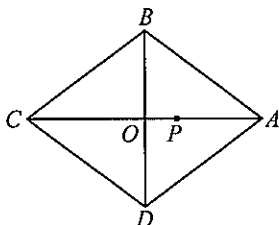


第 13 题图

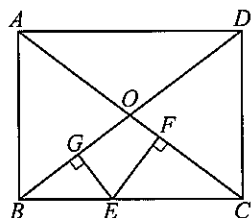
- ⑪ 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $AB=12$, D 、 E 分别是边 AB 、 BC 的中点, CD 与 AE 交于点 O , 则 OD 的长是_____。
- ⑫ 已知在 $\triangle ABC$ 中, $AB=5$, $BC=4$, $CA=3$, G 是其重心, 那么以 GA 、 GB 、 GC 的长为三边长的三角形的面积是_____。
- ⑬ 如图, 在等腰直角三角形 ABC 中, $\angle C=90^\circ$, D 是 $\triangle ABC$ 的重心, 以 AD 为直角边作等腰 $\text{Rt}\triangle ADE$, 若 $\triangle ABC$ 的周长为 6, 则 $\triangle ADE$ 的周长为_____。

⑭ 如图,在菱形 $ABCD$ 中,对角线 AC 、 BD 相交于点 O , $AC=8$, $BD=6$, P 为线段 AC 上一动点,若 $\triangle PAB$ 为等腰三角形,则 AP 的长为_____。

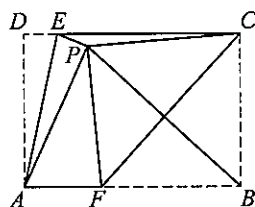
⑮ 如图,在矩形 $ABCD$ 中, $AB=6$, $AD=8$, 对角线 AC 与 BD 交于点 O , E 为 BC 边上的一个动点, $EF \perp AC$, $EG \perp BD$, 垂足分别为点 F 、 G , 则 $EF + EG =$ _____。



第 14 题图



第 15 题图



第 16 题图



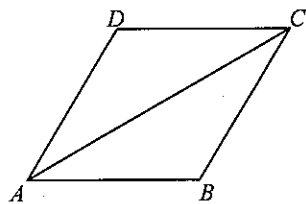
⑯ 如图,在矩形 $ABCD$ 中, E 为 CD 上一点, F 为 AB 上一点, 分别沿 AE 、 CF 折叠, 折叠后 D 、 B 两点刚好都落在矩形内一点 P 上, 且 $\angle EPC = 150^\circ$, 则 $AB : AD$ 的值是_____。

三、解答题

⑰ 如图, AC 是 $\square ABCD$ 的对角线, $\angle BAC = \angle DAC$ 。

(1) 求证: 四边形 $ABCD$ 是菱形。

(2) 若 $AB=2$, $AC=2\sqrt{3}$, 求四边形 $ABCD$ 的面积。

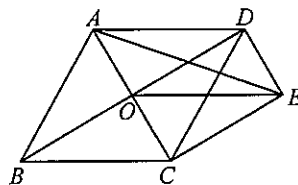


第 17 题图

⑱ 如图, 点 O 是菱形 $ABCD$ 的对角线的交点, $DE \parallel AC$, $CE \parallel BD$, 连接 OE 。

(1) 求证: 四边形 $OCED$ 是矩形。

(2) 如果 $AC=4$, $BD=6$, 连接 AE , 求线段 AE 的长。

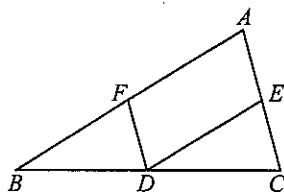


第 18 题图

19 如图, D 、 E 、 F 分别是 $\triangle ABC$ 三边的中点。

(1) 求证: 四边形 $AFDE$ 是平行四边形。

(2) 若四边形 $AFDE$ 是矩形, $AE = 1$, $AF = 2$, 求 BC 的长。

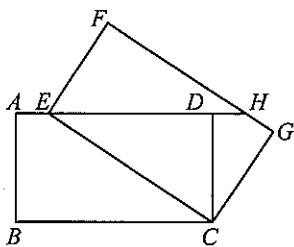


第 19 题图

20 如图, 将矩形 $ABCD$ 绕点 C 旋转得到矩形 $FECG$, 点 E 在边 AD 上, 延长 ED 交 FG 于点 H 。

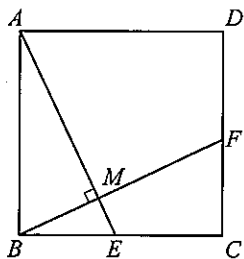
(1) 求证: $\triangle EDC \cong \triangle HFE$ 。

(2) 连接 BE 、 CH , 四边形 $BEHC$ 是怎样的特殊四边形? 证明你的结论。

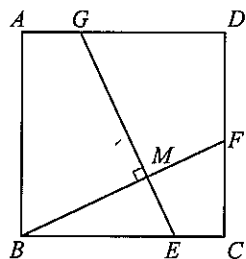


第 20 题图

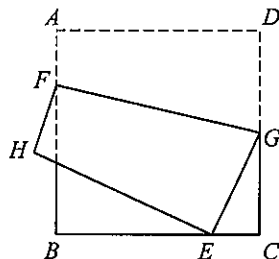
21 【问题情境】: 如图①, 在正方形 $ABCD$ 中, 点 E 、 F 分别在边 BC 、 CD 上, 且 $AE \perp BF$, 垂足为 M 。那么 AE 与 BF 相等吗?



第 21 题图①



第 21 题图②



第 21 题图③

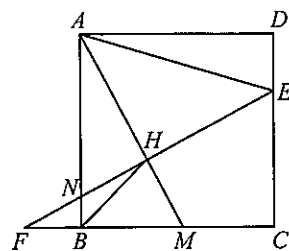
(1) 直接判断: AE _____ BF (填“=”或“≠”)。

(2) 【问题探究】: 如图②, 在正方形 $ABCD$ 中, 点 E 、 F 、 G 分别在边 BC 、 CD 和 DA 上, 且 $GE \perp BF$, 垂足为 M 。那么 GE 与 BF 相等吗? 证明你的结论。

(3) 【问题拓展】: 如图③, 将边长为 40 cm 的正方形 $ABCD$ 折叠, 使得点 D 落在 BC 上的点 E 处。若折痕 FG 的长为 41 cm, 求 CE 的长。

22 如图,在正方形 $ABCD$ 中,点 E 在边 DC 上,点 F 在边 CB 的延长线上,且 $BF = DE$,连接 EF 交边 AB 于点 N ,过点 A 作 $AH \perp EF$,垂足为 H ,交 BC 于点 M ,连接 BH 。

- (1) 求 $\angle AEF$ 的度数。
- (2) 当 $BN = 3$, $CE = 13$ 时,求 BM 的长。
- (3) 若点 M 是 BC 的中点,求证: $AN - BN = \sqrt{2}BH$ 。

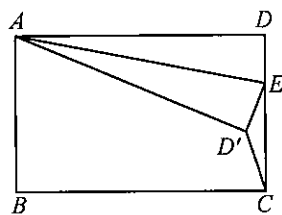


第 22 题图



23 如图,在矩形 $ABCD$ 中, $AB = 3$, $AD = 5$,点 E 为射线 DC 上一点,将 $\triangle AED$ 沿 AE 所在直线翻折至 $\triangle AED'$ 的位置(点 D 落在点 D' 处),连接 CD' 。

- (1) 当 $CD' \parallel AE$ 时, ED' 与 CD 有何数量关系? 请说明理由。
- (2) 当 $\triangle CED'$ 为直角三角形时,请直接写出 DE 的长。



第 23 题图

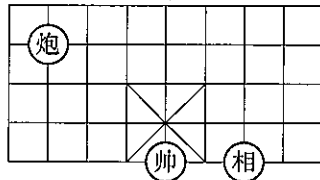
第 24 章 平面直角坐标系

24.1(1) 平面直角坐标系的引入

一、选择题

① 如图所示的象棋棋盘上,若“帅”位于点 $(-1, -2)$ 上,“相”位于点 $(1, -2)$ 上,则“炮”位于点()。

- (A) $(-4, 1)$ (B) $(-2, 1)$
(C) $(-2, -2)$ (D) $(4, -1)$



第 1 题图

② 已知在平面直角坐标系中,点 P 在第二象限,且点 P 到 x 轴的距离等于 4,到 y 轴的距离等于 3,则点 P 的坐标为()。

- (A) $(-4, 3)$ (B) $(-3, -4)$ (C) $(-3, 4)$ (D) $(3, -4)$

③ 在平面直角坐标系中,点 $(-3, -3m+1)$ 在第二象限,则 m 的取值范围是()。

- (A) $m < \frac{1}{3}$ (B) $m < -\frac{1}{3}$ (C) $m > -\frac{1}{3}$ (D) $m > \frac{1}{3}$

二、填空题

④ 在平面直角坐标系中,点 $P(-2, 5)$ 到 x 轴的距离为_____。

⑤ 点 C 在 x 轴上方, y 轴左侧,距离 x 轴 2 个单位长度,距离 y 轴 3 个单位长度,则点 C 的坐标为_____。

⑥ 若 $\begin{cases} x=3, \\ y=2, \end{cases}$ 是关于 x, y 的二元一次方程 $mx - y = 4$ 的一个解,则点 $P(m+1, -2m)$ 在平面直角坐标系中的第_____象限。

⑦ 平面上有一点 $P(a, b)$,点 P 到 x 轴、 y 轴的距离分别为 3、4,且 $ab < 0$,则点 P 的坐标是_____。

⑧ 在平面直角坐标系中,如果一个点的横、纵坐标均为整数,那么我们称该点是格点。若格点 $P(2m-1, m+2)$ 在第二象限,则 m 的值为_____。

⑨ 若 $P(x, y)$ 在第四象限且 $|x|=2, y^2=9$,则 $x-y=$ _____。

⑩ 已知点 P 的坐标为 $(2m+1, m-4)$,且满足点 P 到两坐标轴的距离相等,则点 P 的坐标是_____。

三、解答题

⑪ 已知平面直角坐标系中有一点 $P(2m+1, m-3)$ 。

(1) 若点 P 在第四象限,求 m 的取值范围。

(2) 若点 P 到 y 轴的距离为 3,求点 P 的坐标。

⑫ 当 a, b 都是实数, 且满足 $2a - b = 6$, 就称点 $P(a - 1, \frac{b}{2} + 1)$ 为完美点。

(1) 判断点 $A(2, 3)$ 是否为完美点。

(2) 完美点一定不在第_____象限。

(3) 已知关于 m, n 的方程组 $\begin{cases} m + n = 4, \\ m - n = 2t, \end{cases}$ 当 t 为何值时, 以方程组的解为坐标的点 $B(m, n)$ 是完美点, 请说明理由。



⑬ 对于 a, b 定义两种新运算“ $*$ ”和“ \oplus ”: $a * b = a + kb$, $a \oplus b = ka + b$ (其中 k 为常数, 且 $k \neq 0$)。若平面直角坐标系中的点 $P(a, b)$, 有点 P' 的坐标为 $(a * b, a \oplus b)$ 与之相对应, 则称点 P' 为点 P 的“ k 衍生点”。例如: $P(1, 4)$ 的“2 衍生点”为 $P'(1 + 2 \times 4, 2 \times 1 + 4)$, 即 $P'(9, 6)$ 。

(1) 点 $P(-1, 6)$ 的“2 衍生点” P' 的坐标为_____。

(2) 若点 P 的“3 衍生点” P' 的坐标为 $(5, 7)$, 求点 P 的坐标。

24.1(2) 简单图形的坐标表达

一、选择题

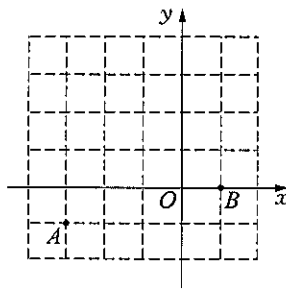
- ① 如果点 $P(a+1, a-1)$ 在 x 轴上, 那么点 P 的坐标为()。
 (A) $(-2, 0)$ (B) $(2, 0)$ (C) $(0, -2)$ (D) $(0, 2)$
- ② 点 P 到 x 轴的距离是 2, 到 y 轴的距离是 3, 且点 P 在 y 轴的右侧, 则 P 点的坐标是()。
 (A) $(2, 3)$ (B) $(3, 2)$ 或 $(3, -2)$
 (C) $(3, 2)$ (D) $(2, -3)$ 或 $(2, -3)$
- ③ 若点 M 的坐标为 $(0, |b|+1)$, 则下列说法中正确的是()。
 (A) 点 M 在 x 轴正半轴上 (B) 点 M 在 x 轴负半轴上
 (C) 点 M 在 y 轴正半轴上 (D) 点 M 在 y 轴负半轴上

二、填空题

- ④ 如果 $P(2m-1, m+3)$ 在第二象限, 那么 m 的取值范围是_____。
- ⑤ 如果点 $A(2, n)$ 在 x 轴上, 那么点 $B(n-2, n+1)$ 在第_____象限。
- ⑥ 点 $A(3, a)$ 在 x 轴上, 点 $B(b, -2)$ 在 y 轴上, 则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- ⑦ 在平面直角坐标系中, 点 $P(2n-1, 3+3n)$ 在坐标轴上, 则 n 的值是_____。
- ⑧ 已知点 A 到 x 轴的距离为 3, 到 y 轴的距离为到 x 轴距离的 3 倍, 则 A 点坐标为_____。
- ⑨ 在平面直角坐标系中, 已知点 $P(-2, 3)$, $PA \parallel y$ 轴, $PA=3$, 则点 A 的坐标为_____。
- ⑩ 已知点 P 的坐标为 $(2x, x+3)$, 点 M 的坐标为 $(x+1, 2x)$, PM 平行于 x 轴, 则 M 点的坐标是_____。

三、解答题

- ⑪ 如图, 在平面直角坐标系中, 每个小正方形网格的边长均为 1。
- (1) 点 A 的坐标为_____, 点 B 的坐标为_____。
- (2) 在图中描出点 $C(1, 2)$ 。
- (3) 在(2)的条件下, 若四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 则点 D 的坐标为_____。
- ⑫ 已知点 $P(2a-2, a+5)$, 解答下列各题:
- (1) 若点 P 在 x 轴上, 求出点 P 的坐标。
- (2) 若点 Q 的坐标为 $(4, 5)$, 直线 $PQ \parallel x$ 轴, 求出点 P 的坐标。
- (3) 若点 P 在第二象限, 且它到 x 轴、 y 轴的距离相等, 求出点 P 的坐标。



第 11 题图

⑬ 在平面直角坐标系中, $A(-2, 1)$, $B(-3, -2)$, 若点 C 在 y 轴右侧, $BC \parallel x$ 轴且 $BC = 4$ 。

(1) 求点 C 的坐标。

(2) 连接 A 、 B 、 C 三点, 求三角形 ABC 的面积。



⑭ 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知点 $A(1, 0)$, $B(0, 2)$, $C(x, y)$, 且 $xy > 0$ 。

(1) 求三角形 OAB 的面积 S 的值。

(2) 若三角形 OAC 的面积 $S_1 = 2$, 三角形 OBC 的面积 $S_2 = 3$, 求点 C 的坐标。

24.1(3) 物体位置的坐标表示

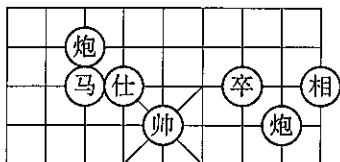
一、选择题

① 象棋在中国有着三千多年的历史,属于二人对抗性游戏的一种。由于用具简单,趣味性强,成为流行极为广泛的棋艺活动。如图是一方的棋盘,如果“帅”坐标是 $(0, 1)$ ，“卒”坐标是 $(2, 2)$,那么“马”的坐标是()。

- (A) $(-2, 1)$ (B) $(2, -2)$ (C) $(-2, 2)$ (D) $(2, 2)$

② 如图是城市某区域的示意图,若将学校和体育场的位置分别记为 $(3, 1)$, $(4, -2)$,则下列各地点中,离 $(0, 0)$ 最近的是()。

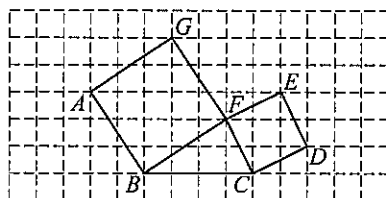
- (A) 超市 (B) 医院 (C) 体育场 (D) 学校



第1题图



第2题图



第3题图

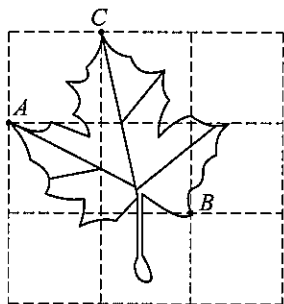
③ 如图,建立平面直角坐标系,使点 B 、 C 的坐标分别为 $(-3, -2)$ 和 $(1, -2)$,则点 A 、 B 、 C 、 D 、 E 、 F 、 G 中,在第二象限的点的个数是()。

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

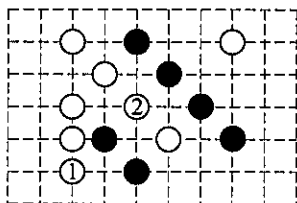
二、填空题

④ 若点 P 在第一、三象限的角平分线上,且到 x 轴的距离为1,则点 P 的坐标为_____。

⑤ 如图,将一片枫叶固定在正方形网格中,若点 A 的坐标为 $(-2, 0)$,点 B 的坐标为 $(0, -1)$,则点 C 的坐标为_____。



第5题图

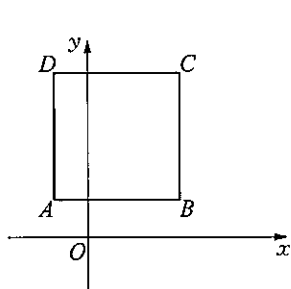


第6题图

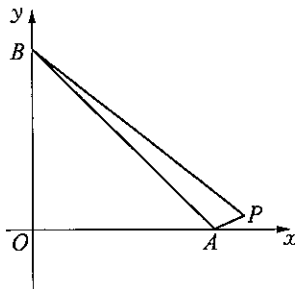
⑥ 五子棋的比赛规则如下:两名玩家分别执黑棋和白棋,轮流在正方形网格的交叉点上落子。黑方先行,双方交替下子。某方的棋子先在横、竖或斜方向上形成连续的五个同色棋子,则该方获胜。如图所示,棋盘上白棋①坐标为 $(-4, -2)$ 。当前轮到黑棋落子,要使得黑棋在此步直接获胜,则黑棋落子的坐标是_____。

⑦ 如图,正方形 $ABCD$ 的边长为 4,点 A 的坐标为 $(-1, 1)$, AB 平行于 x 轴,则点 C 的坐标为_____。

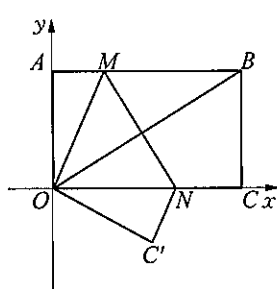
⑧ 如图,由点 $P(14, 1)$, $A(a, 0)$, $B(0, a)$ ($0 < a < 14$) 确定的 $\triangle PAB$ 的面积为 18,则 a 的值为_____。



第 7 题图



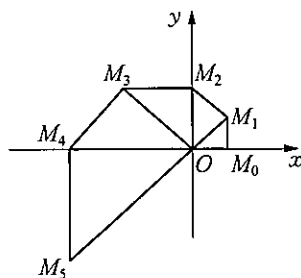
第 8 题图



第 9 题图

⑨ 如图,已知 $A(0, 2\sqrt{2})$, $C(4, 0)$,以 OA 、 OC 为边作矩形 $OABC$,将矩形 $OABC$ 翻折,使点 B 与原点 O 重合,折痕为 MN ,点 C 的对应点为 C' ,则 M 的坐标为_____, C' 的坐标为_____。

⑩ 如图,在平面直角坐标系中,等腰直角三角形 OM_0M_1 的直角边 OM_0 在 x 轴上,点 M_1 在第一象限,且 $OM_0 = 1$ 。以点 M_1 为直角顶点, OM_1 为直角边作等腰直角三角形 OM_1M_2 ,再以点 M_2 为直角顶点, OM_2 为直角边作等腰直角三角形 OM_2M_3 ... 依此规律,点 M_{2025} 的坐标是_____。

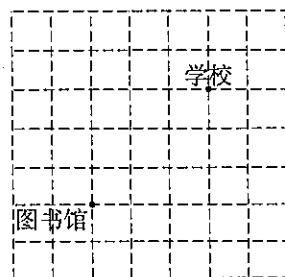


第 10 题图

三、解答题

⑪ 如图,方格纸中每个小方格都是边长为 1 个单位的正方形,学校位置坐标为 $A(2, 1)$,图书馆位置坐标为 $B(-1, -2)$,解答下列问题:

- (1) 在图中建立平面直角坐标系。
- (2) 若体育馆位置坐标为 $C(1, 3)$,请在坐标系中标出体育馆的位置 C 。
- (3) 点 C 绕原点顺时针旋转 90° 得到点 D ,直接写出点 D 的坐标。
- (4) 顺次连接学校、图书馆、体育馆,得到 $\triangle ABC$,求 $\triangle ABC$ 的面积。

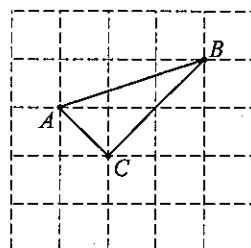


第 11 题图

12 如图,方格纸中每个小正方形方格的边长都为 1。

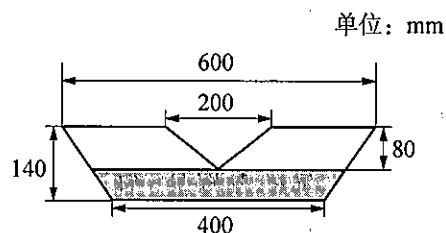
(1) 请在图中画出平面直角坐标系,使方格纸中格点 A 的坐标为 $A(1, 3)$,并写出 C 的坐标。

(2) 在(1)的条件下,若以点 B 、点 C 和点 P 为顶点的三角形与 $\triangle ABC$ 全等(点 P 不与点 A 重合),直接写出 P 点坐标。



第 12 题图

13 一个零件图如图所示。选择合适的位置建立平面直角坐标系,并求出轮廓线上各个转折点的坐标。



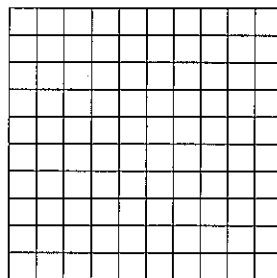
第 13 题图



14 在某河流的北岸有 A 、 B 两个村子, A 村距河北岸的距离为 1 千米, B 村距河北岸的距离为 4 千米,且两村相距 5 千米, B 在 A 的右边,现以河北岸为 x 轴, A 村在 y 轴正半轴上(单位:千米)。

(1) 请在图中建立平面直角坐标系,并描出 A 、 B 两村的位置,写出其坐标。(图中每个小正方形的边长代表 1 千米)

(2) A 、 B 两村商议,共同在河北岸修一个水泵站,分别向两村各铺一条水管,要使所用水管最短,水泵站应修在什么位置? 在图中标出水泵站的位置,并求出所用水管的长度。



第 14 题图

习题 24.1

一、选择题

- ① 在平面直角坐标系中,第二象限内有一点 M ,点 M 到 x 轴的距离为 5,到 y 轴的距离为 4,则点 M 的坐标是()。
- (A) (5, 4) (B) (4, 5) (C) (-4, 5) (D) (-5, 4)
- ② 已知点 $P(a, b)$, $ab > 0$, $a + b < 0$, 则点 P 在()。
- (A) 第一象限 (B) 第二象限 (C) 第三象限 (D) 第四象限
- ③ 已知点 P 的坐标为 (a, b) , 其中 a, b 均为实数,若 a, b 满足 $3a = 2b + 5$, 则称点 P 为“和谐点”。若点 $M(m-1, 3m+2)$ 是“和谐点”, 则点 M 所在的象限是()。
- (A) 第四象限 (B) 第三象限 (C) 第二象限 (D) 第一象限

二、填空题

- ④ 点 P 是第一象限内的点,若点 $P(2+a, 3a+4)$ 到 x 轴和 y 轴的距离相等,则点 P 的坐标为_____。
- ⑤ 已知点 $P(a, b)$ 到 x 轴的距离为 2,到 y 轴的距离为 5,且 $|a-b|=a-b$, 则点 P 的坐标为_____。
- ⑥ 若点 $A(n-2, 3)$ 在 y 轴上,则点 $B(n-3, n+1)$ 在第_____象限。
- ⑦ 若 a, b 互为相反数,则 $P(a, b)$ 在_____象限或_____;若 a, b 互为倒数,则 $P(a, b)$ 所在的象限是_____。
- ⑧ 若点 $P(-a, b)$ 在第二象限,则点 $Q(a+b, ab)$ 在第_____象限。
- ⑨ 已知点 $P(x, y)$ 在 y 轴右侧,且点 P 到 x 轴的距离为 3,到 y 轴的距离为 2,则点 P 的坐标为_____。
- ⑩ 在平面直角坐标系 xOy 中,对于点 $P(x, y)$,若点 Q 的坐标为 $(ax+y, x+ay)$, 其中 a 为常数,则称点 Q 是点 P 的“ a 级关联点”。例如:点 $P(2, 1)$ 的“3 级关联点” $Q(3 \times 2 + 1, 2 + 3 \times 1)$, 即 $Q(7, 5)$ 。
- (1) 点 $A(3, 4)$ 的“2 级关联点”的坐标是_____。
- (2) 已知点 $B(2b-1, b+2)$ 的“-2 级关联点” C 到 x 轴、 y 轴的距离相等,则点 C 的坐标是_____。

三、解答题

- ⑪ 已知点 $P(2m-6, m+1)$, 根据下列条件求出点 P 的坐标。
- (1) 点 P 在 y 轴上。
- (2) 点 P 的纵坐标比横坐标大 5。

12 已知点 $P(2a-2, a+5)$, 解答下列各题。

(1) 若点 P 到 x 轴的距离为 2 时, 求点 P 的坐标。

(2) 若点 Q 的坐标为 $(4, 5)$, 且直线 $PQ \parallel y$ 轴, 求点 P 的坐标。

13 在平面直角坐标系中, 给出如下定义: 点 P 到 x 轴、 y 轴的距离的较大值称为点 P 的“长距”。若点 Q 到 x 轴、 y 轴的距离相等, 则称点 Q 为“完美点”。

(1) 点 $A(-3, 5)$ 的“长距”为_____。

(2) 若点 $B(4-2a, -2)$ 是“完美点”, 求 a 的值。

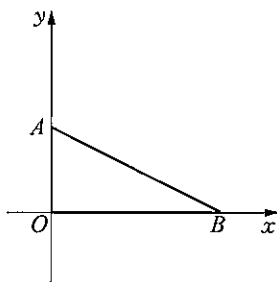
(3) 若点 $C(-2, 3b-2)$ 的长距为 4, 且点 C 在第二象限内, 点 D 的坐标为 $(9-2b, -5)$, 试说明: 点 D 是“完美点”。



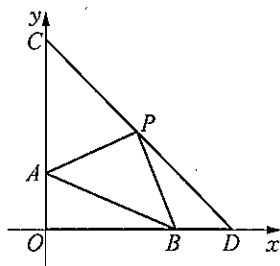
14 如图①, 在平面直角坐标系中, 直线 AB 与 x 轴交于点 $B(b, 0)$, 与 y 轴交于点 $A(0, a)$, 且 $\sqrt{a-b+3} + |2a+b-12| = 0$ 。

(1) 求 $\triangle AOB$ 的面积。

(2) 如图②, P 为线段 CD 上一点, 且 $C(0, 9)$, $D(9, 0)$, 若 $\triangle PAB$ 面积等于 $\triangle AOB$ 的面积的 $\frac{5}{3}$, 求点 P 的横坐标。



第 14 题图①



第 14 题图②

24.2 两点间的距离公式

一、选择题

① 在平面直角坐标系中有两点 $A(0, 4)$ 和 $B(5, 0)$, 则这两点之间的距离是()。

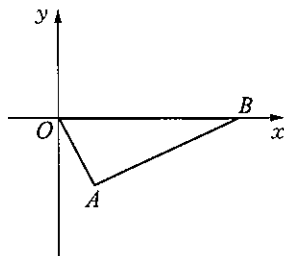
- (A) 3 (B) 4
(C) 5 (D) $\sqrt{41}$

② 已知点 $M(3, -2)$, $N(a, 5)$, 当 M 、 N 两点间的距离最短时, a 的值为()。

- (A) 0 (B) -2
(C) 3 (D) 5

③ 如图所示, 在 $\text{Rt}\triangle ABO$ 中, 斜边 OB 在 x 轴的正半轴上, 直角顶点 A 在第四象限内, $S_{\triangle OAB} = 20$, $OA : AB = 1 : 2$, 则点 B 的坐标为()。

- (A) $(2\sqrt{10}, 0)$
(B) $(12, 0)$
(C) $(10, 0)$
(D) $(5\sqrt{2}, 0)$



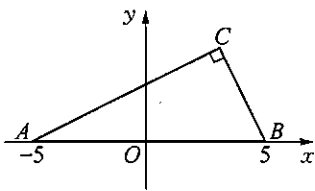
第3题图

二、填空题

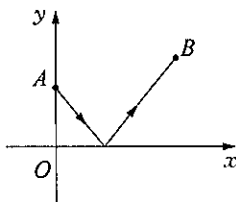
④ 在平面直角坐标系中, 若点 $M(-2, 6)$ 与点 $N(x, 6)$ 之间的距离是 7, 则 x 的值是_____。

⑤ 已知点 $A(3a-6, a+4)$, $B(-3, 2)$, $AB \parallel y$ 轴, 点 P 为直线 AB 上一点, 且 $PA = 2PB$, 则点 P 的坐标为_____。

⑥ 如图, $\text{Rt}\triangle ABC$ 的斜边 AB 在 x 轴上, 点 A 的坐标为 $(-5, 0)$, 点 B 的坐标为 $(5, 0)$, 若点 C 的坐标为 $(m, 4)$, 且点 C 在第一象限, 则 $m =$ _____。



第6题图



第8题图

⑦ 点 C 在 y 轴上, 点 C 到点 $A(-1, 4)$ 与点 $B(2, -5)$ 的距离相等, 则点 C 的坐标为_____。

⑧ 如图, 从点 $A(0, 2)$ 发出的一束光, 经 x 轴反射后过点 $B(4, 3)$, 则这束光从点 A 到点 B 所经过的路径长为_____。

⑨ 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知点 $P(m, 2n^3 + 4)$, 且实数 m 、 n 满足 $m - n^3 - 3 = 0$, 则点 P 到原点 O 的距离的最小值为_____。

⑩ 在平面直角坐标系中, 若点 $A(0, 4)$, $B(3, 0)$, 若点 C 在 x 轴上, 且 $\triangle ABC$ 是以 AB 为腰的等腰三角形, 则点 C 的坐标为_____。

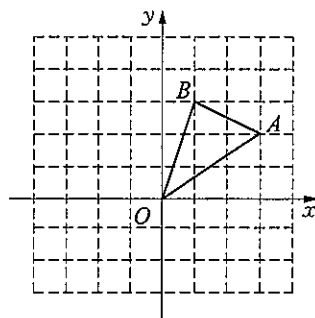
三、解答题

⑪ 如图,在边长为 1 的正方形组成的网格中, $\triangle AOB$ 的顶点均在格点上,点 A 、 B 的坐标分别是 $A(3, 2)$, $B(1, 3)$ 。

(1) $OA = \underline{\hspace{2cm}}$, $OB = \underline{\hspace{2cm}}$, $AB = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

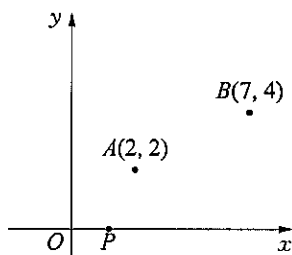
(2) 试问: $\angle ABO$ 是直角吗? 请说明理由。

(3) 将点 A 在网格上做上下移动,当点 A 在什么位置时, $\triangle AOB$ 直角三角形?

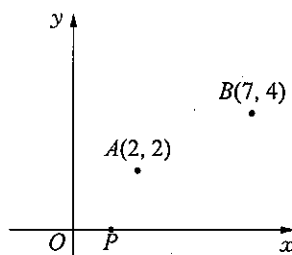


第 11 题图

⑫ 在平原上有一条笔直的公路,在公路同侧有 A 、 B 两个村庄。以公路所在直线为 x 轴建立平面直角坐标系,如图。已知 A 、 B 两个村庄的坐标分别为 $(2, 2)$, $(7, 4)$,一辆汽车(看成点 P)在公路(x 轴)上行驶。



第 12 题图



备用图

(1) 汽车行驶过程中,到 A 、 B 两村距离之和最小为多少?

(2) 汽车行驶过程中,到 A 、 B 两村距离之差最大为多少?

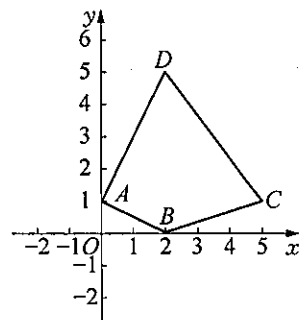


⑬ 在平面直角坐标系 xOy 中, $A(0, 1)$, $B(2, 0)$, $C(5, 1)$, $D(2, 5)$ 。

(1) 请直接写出答案: $AD = \underline{\hspace{2cm}}$, $AB = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) $\angle BAD$ 是直角吗? 请说出理由。

(3) 求点 B 到直线 CD 的距离。

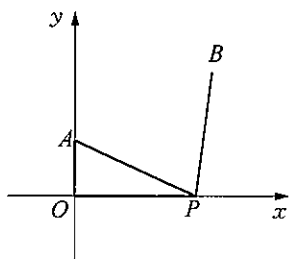


第 13 题图

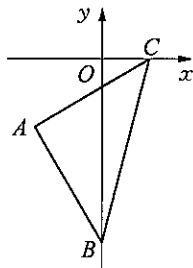
习题 24.2

一、选择题

- ① 在平面直角坐标系中,点 $A(2, -1)$, $B(5, 3)$, 则 AB 的长为()。
- (A) $\sqrt{13}$ (B) 5 (C) 4 (D) 3
- ② 如图,在平面直角坐标系中,点 P 为 x 轴上一点,且到 $A(0, 2)$ 和点 $B(5, 5)$ 的距离相等,则线段 OP 的长度为()。
- (A) 3 (B) 4 (C) 4.6 (D) $2\sqrt{5}$



第 2 题图

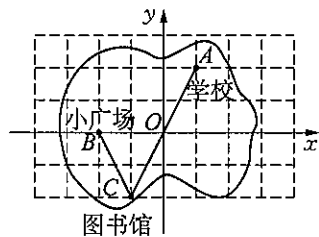


第 3 题图

- ③ 如图,点 A 坐标为 $(-2, -2)$, 点 $B(0, m)$ 在 y 轴的负半轴上沿负方向运动时,作 $\text{Rt}\triangle ABC$, 其中 $\angle BAC = 90^\circ$, 直线 AC 与 x 轴正半轴交于点 $C(n, 0)$ 。在 B 点的运动过程中, m 与 n 的数量关系正确的是()。
- (A) $mn = -4$ (B) $mn = -5$ (C) $m + n = -4$ (D) $m + n = -5$

二、填空题

- ④ 在平面直角坐标系中,点 $A(2, 0)$, $B(3, 3)$, $C(5, 3)$, 连接 BC , 若点 D 是 BC 的中点, 连接 AD , 则 AD 的长为_____。
- ⑤ 在平面直角坐标系中, $M(m+4, m-6)$, $N(n+2, n)$, 其中 $m-n=6$, 则 MN 长度为_____。
- ⑥ 如图,小夏放学回家,从学校(点 A 处)径直走到图书馆(点 C 处),接着又径直走到小广场(点 B 处),已知 $A(1, 2)$, $B(-2, 0)$, $C(-1, -2)$, 那么小夏走过的路程为_____。
- ⑦ 已知点 $P(2x-3, 3-x)$, 点 $Q(3, 2)$, 若 $PQ \parallel x$ 轴, 则线段 PQ 的长为_____。
- ⑧ 已知直角坐标平面内的两点分别为 $A(3, 3)$ 、 $B(7, 1)$, 点 P 在 x 轴上, $\angle APB = 90^\circ$, 那么点 P 的坐标为_____。
- ⑨ 已知 $A(2, 4)$ 、 $B(-1, -1)$, 若以 AB 为边在 AB 的右侧作等腰直角三角形 ABC , 且 $\angle ACB = 45^\circ$, 则 C 点的坐标是_____。
- ⑩ 已知在平面直角坐标系中 $A(-2\sqrt{3}, 0)$, $B(2, 0)$, $C(0, 2)$ 。点 P 在 x 轴上运动, 当点 P 与点 A 、 B 、 C 三点中任意两点构成直角三角形时, 点 P 的坐标为_____。



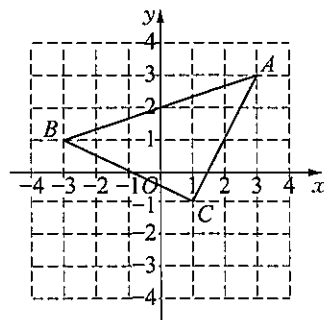
第 6 题图

三、解答题

⑪ 如图,在平面直角坐标系 xOy 中,点 $A(3, 3)$,点 $B(-3, 1)$,点 $C(1, -1)$ 。

(1) $AB =$ _____。

(2) 求证: $AC \perp BC$ 。



第 11 题图

⑫ 已知平面直角坐标系中点 A 、 B 、 C 的坐标分别是 $(-1, 4)$ 、 $(-4, -2)$ 、 $(2, -5)$,求 $\triangle ABC$ 的面积。

⑬ 在平面直角坐标系中,点 M 的坐标为 $(\frac{11}{6}a - 5, \frac{2}{3}a + 4)$ 。

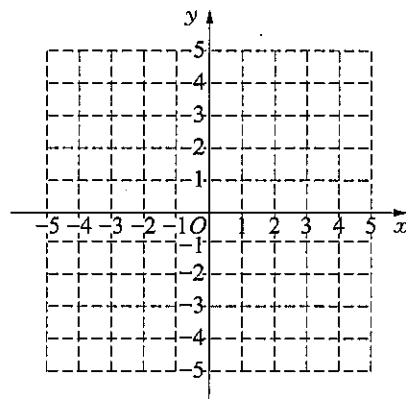
(1) 若点 M 在 x 轴上,求点 M 的坐标。

(2) 若点 Q 的坐标为 $(\frac{3}{2}a, -8)$,且直线 $MQ \parallel y$ 轴,求 M 、 Q 两点之间的距离。

14 在平面直角坐标系中,已知 $A(-1, 0)$, $B(0, 3)$, $AB \perp AD$ 且 $AB = AD$ 。

(1) 在坐标系中画出线段 AB 、 AD 。

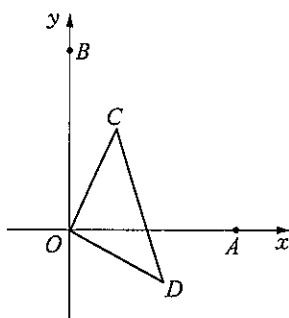
(2) 求点 D 的坐标。



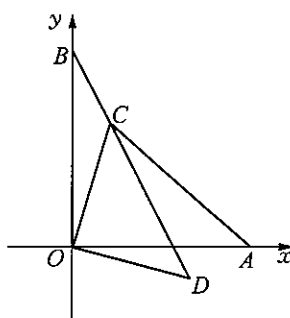
第 14 题图



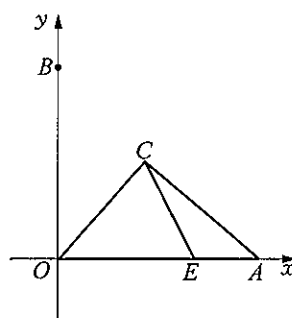
15 如图,在平面直角坐标系中,点 A 、点 B 分别在 x 轴、 y 轴的正半轴上,且 $OA = OB$,另有两点 $C(a, b)$ 和 $D(b, -a)$ (a, b 均大于 0)。



第 15 题图①



第 15 题图②



第 15 题图③

(1) 如图①,连接 OC 、 OD 、 CD ,求证: $\triangle COD$ 为等腰直角三角形。

(2) 如图②,连接 CO 、 CB 、 CA ,若 $CB = 1$, $CO = 2$, $CA = 3$,求 $\angle OCB$ 的度数。

(3) 如图③,若 $a = b$,在线段 OA 上有一点 E ,且 $AE = 3$, $CE = 5$, $AC = 7$,求 $\triangle OCA$ 的面积。

24.3(1) 平移

一、选择题

① 在平面直角坐标系中,点 A 的坐标为 $(1, -2)$,将点 A 向右平移 3 个单位长度后得到 A' ,则点 A' 的坐标是()。

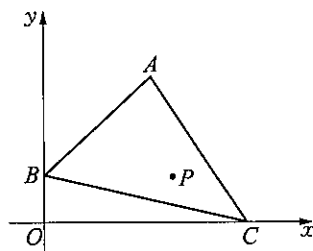
- (A) $(-2, 2)$ (B) $(1, 5)$ (C) $(1, 1)$ (D) $(4, -2)$

② 在平面直角坐标系中,点 A 、 B 、 C 的坐标分别是 $(-3, 1)$ 、 $(-2, 0)$ 、 $(-1, 3)$,将三角形 ABC 沿一确定方向平移,得三角形 $A_1B_1C_1$,点 B 的对应点 B_1 的坐标是 $(1, -2)$,则点 A 的对应点 A_1 和点 C 的对应点 C_1 的坐标分别是()。

- (A) $A_1(0, 1)$, $C_1(2, 2)$
 (B) $A_1(0, -1)$, $C_1(2, 1)$
 (C) $A_1(0, -1)$, $C_1(2, -1)$
 (D) $A_1(-1, 0)$, $C_1(3, 1)$

③ 如图,三角形 ABC 中任意一点 $P(m+2, m)$ 向左平移 3 个单位长度后,点 P 的对应点恰好在 y 轴上,将三角形 ABC 作同样的平移得到三角形 $A_1B_1C_1$,若点 B 的坐标是 $(0, m)$,则点 B 的对应点 B_1 的坐标是()。

- (A) $(0, 1)$ (B) $(3, 1)$
 (C) $(-3, 1)$ (D) $(-4, 1)$

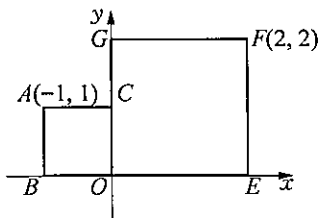


第3题图

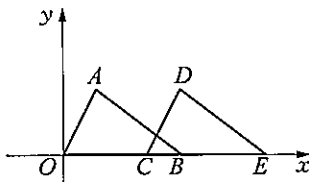
二、填空题

④ 已知点 $A(-1, 0)$ 和点 $B(0, 2)$,将线段 AB 平移,使点 B 移动到点 $C(4, 4)$ 处,这时点 A 移动到点 D 处,则点 D 的坐标为_____。

⑤ 如图,点 A 的坐标为 $(-1, 1)$,点 F 的坐标为 $(2, 2)$,将正方形 $OEF G$ 沿 x 轴向左平移,若与正方形 $ABOC$ 重叠部分的面积为 $\frac{1}{2}$,则点 F 移动后的坐标是_____。



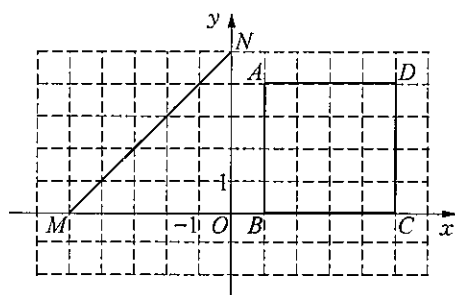
第5题图



第7题图

⑦ 如图, $\triangle OAB$ 的顶点 B 的坐标为 $(4, 0)$,把 $\triangle OAB$ 沿 x 轴向右平移得到 $\triangle CDE$,如果 $CB=1$,那么 E 点的坐标为_____。

- 8 如图,在平面直角坐标系 xOy 中,点 $B(1, 0)$, $C(5, 0)$, 以 BC 为边在 x 轴的上方作正方形 $ABCD$,点 $M(-5, 0)$, $N(0, 5)$ 。将正方形 $ABCD$ 向左平移 3 个单位长度,得到正方形 $A'B'C'D'$,记正方形 $A'B'C'D'$ 与三角形 OMN 重叠的区域(不含边界)为 W ,则区域 W 内整点(横、纵坐标都是整数的点称为整点)的个数为_____。

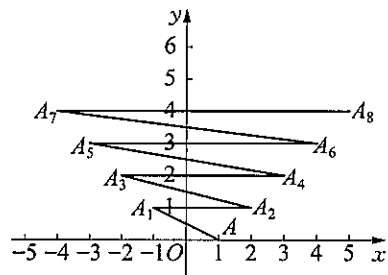


第 8 题图

- 9 对于平面直角坐标系 xOy 中的图形 G 和图形 G 上的任意点 $P(x, y)$,给出如下定义:将点 $P(x, y)$ 平移到 $P'(x+t, y-t)$ 称为将点 P 进行“ t 型平移”,点 P' 称为将点 P 进行“ t 型平移”的对应点;将图形 G 上的所有点进行“ t 型平移”称为将图形 G 进行“ t 型平移”。例如:将点 $P(x, y)$ 平移到 $P'(x+1, y-1)$ 称为将点 P 进行“1 型平移”,将点 $P(x, y)$ 平移到 $P'(x-1, y+1)$ 称为将点 P 进行“-1 型平移”。已知点 $A(1, 1)$ 和点 $B(3, 1)$ 。

- (1) 将点 $A(1, 1)$ 进行“1 型平移”后的对应点 A' 的坐标为_____。
- (2) 若将线段 AB 进行“ t 型平移”后得到的线段与坐标轴有公共点,则 t 的取值范围是_____。

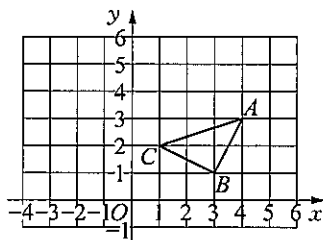
- 10 在平面直角坐标系上有点 $A(1, 0)$,点 A 第一次跳动至点 $A_1(-1, 1)$,第二次向右跳动 3 个单位至点 $A_2(2, 1)$,...,依如图所示规律跳动下去,点 A 第 100 次跳动至点 A_{100} 的坐标是_____。



第 10 题图

三、解答题

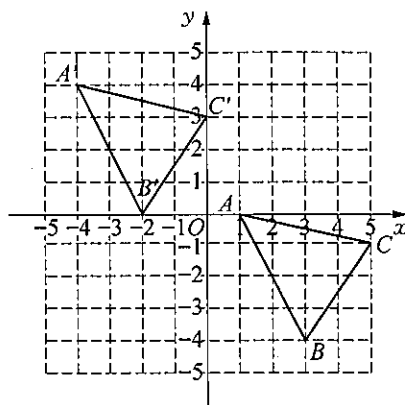
- 11 如图,若 $\triangle A_1B_1C_1$ 是由 $\triangle ABC$ 平移后得到的,且 $\triangle ABC$ 中任意一点 $P(x, y)$ 经过平移后的对应点为 $P_1(x-5, y+2)$ 。
- (1) 求点 A_1 、 B_1 、 C_1 的坐标。
- (2) 求 $\triangle A_1B_1C_1$ 的面积。



第 11 题图

12 已知三角形 ABC 与三角形 $A'B'C'$ 在平面直角坐标系中的位置如图:

- (1) 分别写出点 B 、 B' 的坐标: B _____, B' _____。
- (2) 若点 $P(a, b)$ 是三角形 ABC 内部一点, 则平移后三角形 $A'B'C'$ 内的对应点 P' 的坐标为 _____。
- (3) 求三角形 ABC 的面积。

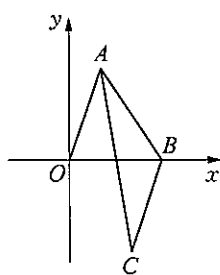


第 12 题图

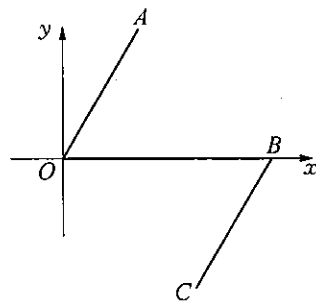


13 已知点 A 在平面直角坐标系中第一象限内, 将线段 AO 平移至线段 BC , 其中点 A 与点 B 对应。

- (1) 如图①, 若 $A(1, 3)$, $B(3, 0)$, 连接 AB 、 AC , 在坐标轴上存在一点 D , 使得 $S_{\triangle AOD} = 2S_{\triangle ABC}$, 求点 D 的坐标。
- (2) 如图②, 若 $\angle AOB = 60^\circ$, 点 P 为 y 轴上一动点 (点 P 不与原点重合), 请直接写出 $\angle CPO$ 与 $\angle BCP$ 之间的数量关系。



第 13 题图①



第 13 题图②

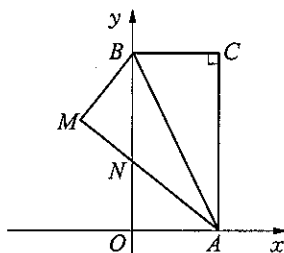
24.3(2) 轴对称

一、选择题

- ① 点 $A(-5, 4)$ 关于 y 轴的对称点 A' 的坐标为()。
- (A) $(-5, -4)$ (B) $(5, -4)$ (C) $(5, 4)$ (D) $(-5, 4)$
- ② 已知点 $A(m, 4)$ 与点 $B(3, n)$ 关于 x 轴对称, 那么 $(m+n)^{2025}$ 的值为()。
- (A) -1 (B) 1 (C) -7^{2017} (D) 7^{2017}
- ③ 将点 $M(-5, y)$ 向上平移 6 个单位长度后得到的点与点 M 关于 x 轴对称, 则 y 的值是()。
- (A) -6 (B) 6 (C) -3 (D) 3

二、填空题

- ④ 点 A 关于 y 轴的对称点 A_1 的坐标是 $(-2, -1)$, 则点 A 关于 x 轴的对称点 A_2 坐标是_____。
- ⑤ 已知点 $A(x-6, 2y+15)$ 与点 $B(y, x)$ 关于 x 轴对称, 则 xy 的值是_____。
- ⑥ 已知点 $P(a+3b, 3)$ 与点 $Q(-5, a+2b)$ 关于 y 轴对称, 则 $a=$ _____ $b=$ _____。
- ⑦ 已知 P_1, P_2 关于 x 轴对称, P_2, P_3 关于 y 轴对称, $P_3(-3, 4)$, 则 P_1 的坐标为_____。
- ⑧ 已知点 $M(1-a, 2a+2)$, 若点 M 关于 x 轴的对称点在第三象限, 则 a 的取值范围_____。
- ⑨ 在平面直角坐标系中, 直线 l 是经过点 $(2, 0)$ 且平行于 y 轴的直线, 若点 $P(a, -2)$ 与点 $Q(4, b)$ 关于直线 l 对称, 则 $a-b=$ _____。
- ⑩ 如图, 在平面直角坐标系中, $\text{Rt}\triangle ABC$ 的顶点 A 在 x 轴上, 顶点 B 在 y 轴上, $\angle C=90^\circ$, $AC \perp x$ 轴, 点 C 的坐标为 $(3, 6)$, 作 $\triangle ABC$ 关于直线 AB 的对称图形, 其中点 C 的对应点为 M , 且 AM 交 y 轴于点 N , 则点 N 的坐标为_____。

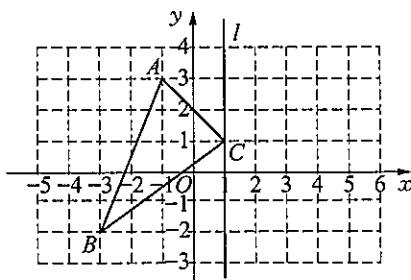


第 10 题图

三、解答题

- ⑪ 已知点 $A(2a-b, 5+a)$, $B(2b-1, -a+b)$ 。
- (1) 若点 A, B 关于 x 轴对称, 求 a, b 的值。
- (2) 若点 A, B 关于 y 轴对称, 求 $(4a+b)^{2025}$ 的值。

- 12 如图,在平面直角坐标系 xOy 中, $\triangle ABC$ 的顶点坐标分别是 $A(-1, 3)$, $B(-3, -2)$, $C(1, 1)$, 直线 l 过点 C 且平行于 y 轴。



第 12 题图

- (1) 在图中画出 $\triangle ABC$ 关于直线 l 对称的 $\triangle A_1B_1C_1$ (其中点 A 、 B 、 C 的对称点分别是点 A_1 、 B_1 、 C_1)。
- (2) 点 B_1 的坐标是_____。
- (3) 如果 $M(a, b)$ 为平面直角坐标系 xOy 中任意一点, 求点 M 关于直线 l 的对称点 M_1 的坐标。(结果用含 a 、 b 的式子表示)



- 13 在平面直角坐标系中, 对点 $P(a, b)$ 作如下变换: 若 $a \geq b$, 作点 P 关于 y 轴的对称点; 若 $a < b$, 作点 P 关于 x 轴的对称点, 我们称这种变换为“YS 变换”。

- (1) 点 $(1, 0)$ 作“YS 变换”后的坐标为_____; 点 $(-3, 4)$ 作“YS 变换”后的坐标为_____。
- (2) 已知点 $A(m+1, m+2)$, $B(m, 1)$, $C(m+1, 1)$, 其中 $0 < m < 1$, 且点 A 、 B 作“YS 变换”后对应的点分别为 M 、 N 两点, $S_{\triangle MNC} = \frac{7}{4}$, 求 m 的值。
- (3) 已知点 $E(1, 5)$, $F(5, 5)$, 在 EF 所在直线上方作等腰直角三角形 EFG , 若点 $P(a - \frac{1}{2}, b)$, $Q(a-1, b)$ 作“YS 变换”后对应的点分别为 P' 、 Q' , 其中 $a < b$ 。是否存在点 G 在线段 $P'Q'$ 上, 若存在, 求 a 的取值范围; 若不存在, 请说明理由。

习题 24.3

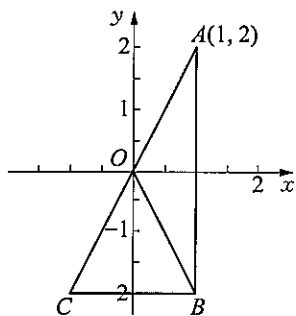
一、选择题

① 如图, x 轴是 $\triangle AOB$ 的对称轴, y 轴是 $\triangle BOC$ 的对称轴, 点 A 的坐标为 $(1, 2)$, 则点 C 的坐标为()。

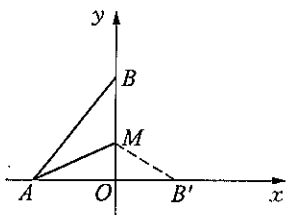
- (A) $(-1, -2)$ (B) $(1, -2)$ (C) $(-1, 2)$ (D) $(-2, -1)$

② 如图, 在平面直角坐标系中, 点 A 的坐标是 $(-3, 0)$, 点 B 的坐标是 $(0, 4)$, 点 M 是 OB 上一点, 将 $\triangle ABM$ 沿 AM 折叠, 点 B 恰好落在 x 轴上的点 B' 处, 则点 M 的坐标为()。

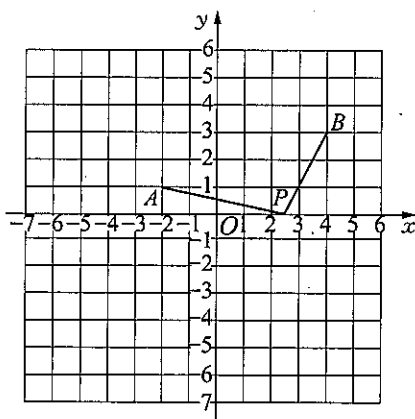
- (A) $(\frac{3}{2}, 0)$ (B) $(0, \frac{3}{2})$ (C) $(\frac{5}{2}, 0)$ (D) $(0, \frac{5}{2})$



第 1 题图



第 2 题图



第 3 题图

③ 如图, 在平面直角坐标系中, 点 A 坐标 $(-2, 1)$, 点 B 坐标为 $(4, 3)$, 点 P 是 x 轴上一动点, 则 $PA + PB$ 的最小值是()。

- (A) $5 + \sqrt{5}$ (B) $3\sqrt{5}$ (C) $2\sqrt{13}$ (D) $4\sqrt{13}$

二、填空题

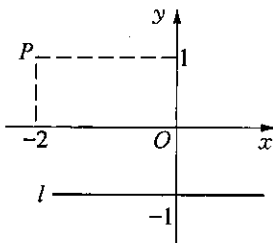
④ 在平面直角坐标系中, 点 O 为原点。已知 $\triangle ABO$ 关于 x 轴对称, 点 A 的坐标为 $(1, -2)$, 若在坐标轴上有一个点 P , 满足 $\triangle BOP$ 的面积等于 2, 则点 P 的坐标为_____。

⑤ 如图, 点 $P(-2, 1)$ 与点 $Q(a, b)$ 关于直线 l 对称, 则 $a + b =$ _____。

⑥ 若点 $P_1(3, m)$ 和 $P_2(n-1, 3)$ 关于 x 轴对称, 则点 $P(m, n)$ 到坐标原点的距离为_____。

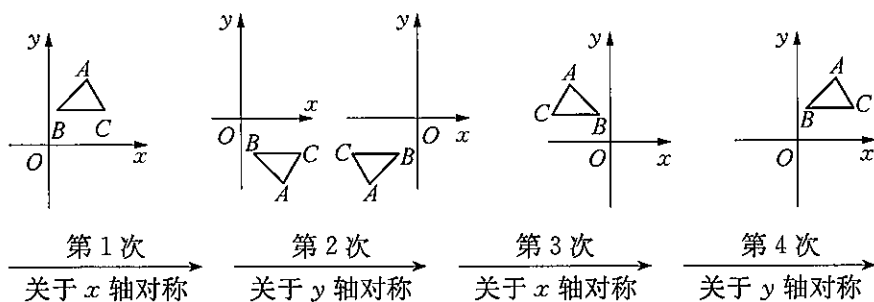
⑦ 在平面直角坐标系中, 有一个轴对称图形, 其中 $A(3, -\frac{5}{2})$,

$B(3, -\frac{11}{2})$ 是图形上的一对对称点。若此图形上另有一点 $C(-2, -10)$, 则点 C 的对称点的坐标是_____。



第 5 题图

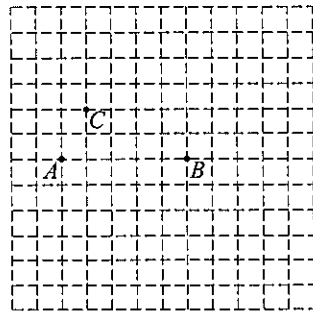
- ⑧ 在平面直角坐标系中,已知 $M(m-1, 2m+3)$ 。若 $N(-3, 2)$,且 $MN \parallel y$ 轴,则点 M 关于 y 轴对称的点的坐标为_____。
- ⑨ 已知点 $P(-1-2a, 5)$ 关于 x 轴的对称点和点 $Q(3, b)$ 关于 y 轴的对称点相同,则 $A(a, b)$ 关于 x 轴对称的点的坐标为_____。
- ⑩ 在平面直角坐标系中,如图,对 $\triangle ABC$ 进行循环往复的轴对称变换,已知原来点 A 的坐标是 $(\sqrt{2}, \sqrt{3})$,则经过第 2027 次变换后所得的点 A 的坐标是_____。



第 10 题图

三、解答题

- ⑪ 如图,方格纸中每个小方格都是边长为 1 的正方形,现有 A 、 B 、 C 三点,其中点 A 坐标为 $(-4, 1)$ 。点 B 坐标为 $(1, 1)$ 。

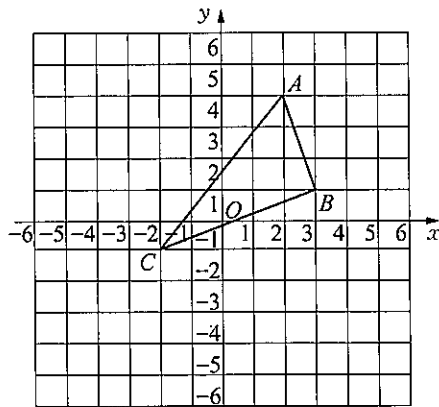


第 11 题图

- (1) 请根据点 A 、 B 的坐标在方格纸中建立平面直角坐标系,顺次连接点 A 、 B 、 C 、 A ,则 $\triangle ABC$ 的形状为_____。
- (2) 若点 C 关于直线 AB 的对称点为点 D 。则点 D 的坐标为_____。
- (3) 在 y 轴上找一点 M ,使 $\triangle ABM$ 的面积等于四边形 $ACBD$ 的面积,点 M 的坐标为_____。

- ⑫ 如图,在平面直角坐标系中, $A(2, 4)$, $B(3, 1)$, $C(-2, -1)$ 。

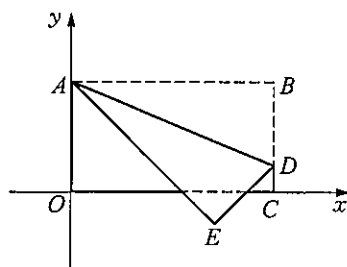
- (1) 在图中作出 $\triangle ABC$ 关于 x 轴的对称图形 $\triangle A_1B_1C_1$,并直接写出点 C_1 的坐标。
- (2) 求 $\triangle ABC$ 的面积。
- (3) 点 $P(a, a-2)$ 与点 Q 关于 x 轴对称,若 $PQ=8$,直接写出点 P 的坐标。



第 12 题图



13 如图,将矩形 $OABC$ 置于平面直角坐标系中,点 A 的坐标为 $(0, 4)$,点 C 的坐标为 $(m, 0)$ ($m > 0$),点 $D(m, 1)$ 在边 BC 上,将长方形 $OABC$ 沿 AD 折叠,使点 B 落在坐标平面内,设点 B 的对应点为点 E 。



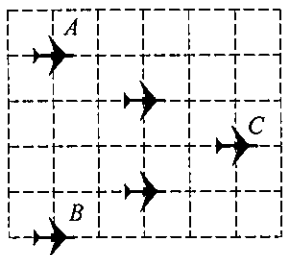
第 13 题图

- (1) 当 $m = 3$ 时,点 B 的坐标为_____,点 E 的坐标为_____。
- (2) 随着 m 的变化,点 E 能否恰好落在 x 轴上?若能,请求出 m 的值;若不能,请说明理由。

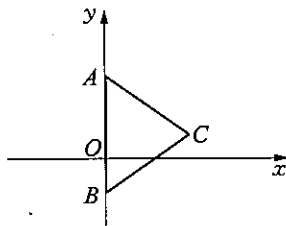
单元练习二十四

一、选择题

- ① 点 P 在第三象限, 点 P 到 x 轴的距离为 5, 到 y 轴的距离是 2, 则点 P 的坐标为()。
- (A) $(-5, 2)$ (B) $(-2, -5)$
(C) $(2, 5)$ (D) $(-2, 5)$
- ② 若点 $A(-2, n)$ 在 x 轴上, 则点 $B(n-1, n+1)$ 在第()象限。
- (A) 一 (B) 二 (C) 三 (D) 四
- ③ 如图是轰炸机机群的一个飞行队形, 如果其中两架轰炸机 A 和 C 在平面直角坐标系中的坐标分别为 $A(-2, 1)$ 和 $C(2, -1)$, 那么轰炸机 B 的坐标是()。
- (A) $(-2, -3)$ (B) $(-2, -2)$
(C) $(0, -3)$ (D) $(0, -2)$
- ④ 已知点 $P(4, -3)$, 则点 P 先向左平移 3 个单位, 再向上平移 2 个单位, 得到新的坐标为()。
- (A) $(1, -5)$ (B) $(1, -1)$ (C) $(7, -5)$ (D) $(7, -1)$
- ⑤ 在平面直角坐标系中, 若点 $M(-2, 3)$ 与点 $N(-2, y)$ 之间的距离是 5, 那么 y 的值是()。
- (A) -2 (B) 8 (C) 2 或 8 (D) -2 或 8



第 3 题图



第 6 题图

- ⑥ 如图, 在平面直角坐标系中, $\triangle ABC$ 顶点 A 、 B 的坐标分别是 $(0, 4)$ 、 $(0, -2)$, $BC = AC = 5$, 则顶点 C 的坐标为()。
- (A) $(1, 4)$ (B) $(4, 1)$ (C) $(4, 2)$ (D) $(3, 1)$

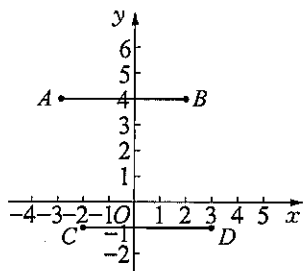
二、填空题

- ⑦ 在平面直角坐标系中, 作点 P 关于 x 轴的对称点, 得到点 P_1 , 再将点 P_1 向右平移 3 个单位, 得到点 $P_2(1, -1)$, 则点 P 的坐标为_____。
- ⑧ (1) 已知点 $P(-2, 1)$, 则点 P 关于 x 轴的对称点的坐标为_____, 关于 y 轴的对称点的坐标为_____。
- (2) 在平面直角坐标系中, 点 $(-3, a)$ 关于 y 轴的对称点的坐标为_____。
- (3) 若点 $(a, -4)$ 与点 $(-3, b)$ 关于 x 轴对称, 则 $a =$ _____, $b =$ _____。
- (4) 若点 $(a, -4)$ 与点 $(-3, b)$ 关于 y 轴对称, 则 $a =$ _____, $b =$ _____。

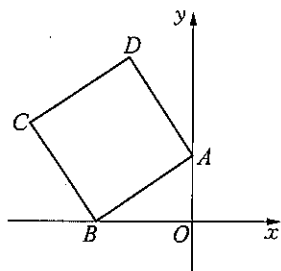
⑨ 如图,在平面直角坐标系中,已知点 $A(-3, 4)$, $B(2, 4)$, 连接 AB , 则线段 AB 上的点的坐标可以表示为 $(x, 4) (-3 \leq x \leq 2)$ 。现将线段 AB 向下平移 5 个单位,再向右平移 1 个单位后得到线段 CD , 则线段 CD 上的点的坐标可以表示为_____。

⑩ 第一象限内有两点 $P(m-4, n)$, $Q(m, n-3)$, 将线段 PQ 平移,使点 P 、 Q 分别落在两条坐标轴上,则点 P 平移后的对应点的坐标是_____。

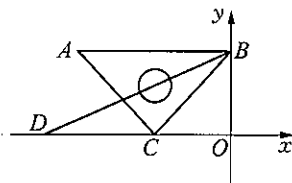
⑪ 在平面直角坐标系中,已知 $A(3, 4)$, $B(1, 2)$, $C(3, -1)$, 请你在坐标系内找一点 P (不与点 B 重合), 使 $PA = BA$, $PC = BC$, 则点 P 的坐标是_____。



第 9 题图



第 12 题图



第 13 题图

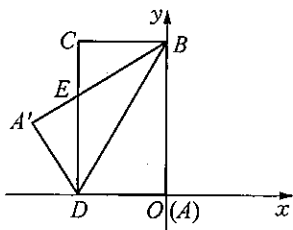
⑫ 在平面直角坐标系中,正方形 $ABCD$ 的位置如图所示,点 A 的坐标为 $(0, 2)$, 点 B 的坐标为 $(-3, 0)$, 则点 C 坐标是_____。

⑬ 如图,把一个等腰直角三角板 ABC 放在平面直角坐标系 xOy 中,点 A 和点 B 的坐标分别是 $(-6, 3)$ 和 $(0, 3)$, 点 C 在 x 轴负半轴上。 $\angle ABC$ 的平分线交 x 轴于点 D , 则点 D 的坐标是_____。

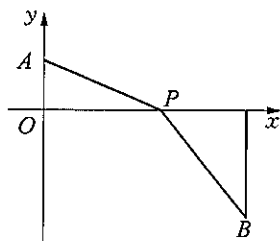
⑭ 在平面直角坐标系中,点 A 、 B 、 C 、 D 的坐标分别为 $(-3, 0)$ 、 (x, y) 、 $(0, 4)$ 、 $(-6, z)$ 。若以点 A 、 B 、 C 、 D 为顶点的四边形是菱形,则 z 的值为_____。

⑮ 如图所示,已知 O 为坐标原点,矩形 $ABCD$ (点 A 与坐标原点重合)的顶点 D 、 B 分别在 x 轴、 y 轴上,且点 C 的坐标为 $(-4, 8)$, 连接 BD , 将 $\triangle ABD$ 沿直线 BD 翻折至 $\triangle A'BD$, $A'B$ 交 CD 于点 E 。则点 A' 坐标为_____。

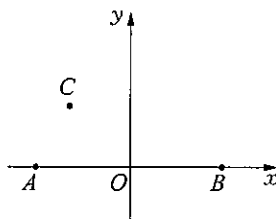
⑯ 为了探索代数式 $\sqrt{x^2+1} + \sqrt{(4-x)^2+4}$ 的最小值,小明运用了“数形结合”的思想:如图,在平面直角坐标系中,取点 $A(0, 1)$, 点 $B(4, -2)$, 设点 $P(x, 0)$, 那么 $AP = \sqrt{x^2+1}$, $BP = \sqrt{(4-x)^2+4}$ 。借助上述信息,可求出 $\sqrt{x^2+1} + \sqrt{(4-x)^2+4}$ 最小值为_____。



第 15 题图



第 16 题图



第 17 题图

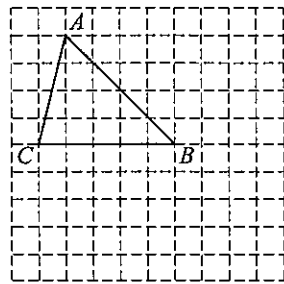
⑰ 如图,已知 $A(-3, 0)$, $B(3, 0)$, $C(-2, 2)$, 若点 D 在 y 轴上,且 A 、 B 、 C 、 D 四点所组成的四边形的面积为 15 (不考虑凹四边形), 则点 D 的坐标为_____。

- 18 在平面直角坐标系中, O 是原点, $A(-\sqrt{5}, 0)$, $B(\sqrt{5}, 0)$, 点 C 在坐标轴上, 且 $AC + BC = 6$, 则所有满足条件的点 C 的坐标为_____。

三、解答题

- 19 如图是一个被抹去 x 轴、 y 轴及原点 O 的网格图, 网格中每个小正方形的边长均为 1 个单位长度, $\triangle ABC$ 的各顶点都在网格的格点上, 已知点 $A(-3, 4)$, $B(1, 0)$, $C(-4, 0)$ 。

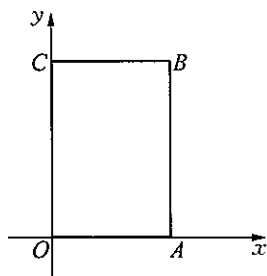
- (1) 在图中画出被抹去的 x 轴、 y 轴及原点 O 。
- (2) 将 $\triangle ABC$ 向右平移 3 个单位长度, 再向下平移 2 个单位长度, 得到 $\triangle A_1B_1C_1$, 其中点 A 、 B 、 C 的对应点分别为点 A_1 、 B_1 、 C_1 , 请画出平移后的 $\triangle A_1B_1C_1$, 并写出点 A_1 的坐标。
- (3) 若点 P 在 y 轴上, 直接写出所有使得 $\triangle A_1B_1P$ 的面积为 6 的点 P 的坐标。



第 19 题图

- 20 如图, 在矩形 $OABC$ 中, O 为平面直角坐标系的原点, 点 A 的坐标为 $(8, 0)$, 点 C 的坐标为 $(0, 12)$, 点 B 在第一象限内, 点 P 从原点出发, 以每秒 2 个单位长度的速度沿着 $O \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow O$ 的路线移动(即沿着长方形的边移动一周)。

- (1) 写出点 B 的坐标(____, ____)。
- (2) 当点 P 移动了 5 秒时, 描出此时点 P 的位置, 并写出点 P 的坐标。
- (3) 在移动过程中, 当点 P 到 x 轴的距离为 5 个单位长度时, 求点 P 移动的时间。
- (4) 在移动过程中, 是否存在点 P 到 x 轴、 y 轴的距离都相等? 如果存在, 求出点 P 的移动时间; 如果不存在, 请说明理由。

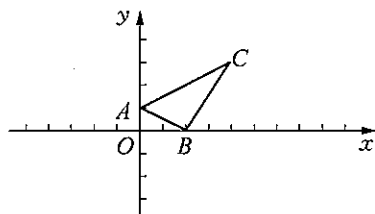


第 20 题图

②① 如图,已知点 $A(0, 1)$, $B(2, 0)$, $C(4, 3)$ 。

(1) 求三角形 ABC 的面积。

(2) 设点 P 在坐标轴上,且 $S_{\triangle ABP} = S_{\triangle ABC}$, 求点 P 的坐标。



第 21 题图

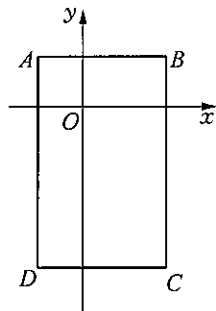
②② 如图,矩形 $ABCD$ 的各边都与坐标轴平行,点 A 、 C 的坐标分别为 $(-1, 1)$, $(\sqrt{3}, -2\sqrt{3})$ 。

(1) 求点 B 、 D 的坐标。

(2) 一动点 P 从点 A 出发,沿长方形的边 AB 、 BC 运动至点 C 停止,运动速度为 $\sqrt{3}$ 个单位长度/秒,设运动时间为 t 秒。

① 当 $t=1$ 时,求点 P 的坐标。

② 当 $t=3$ 时,求三角形 PDC 的面积。



第 22 题图



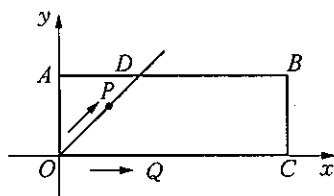
②③ 在平面直角坐标系 xOy 中,已知 $A(3, 0)$, $C(0, 4)$ 。

(1) 在 y 轴上是否存在点 P ,使得以 A 、 C 、 P 为顶点的三角形的面积为 9? 若存在,求出点 P 的坐标;若不存在,请说明理由。

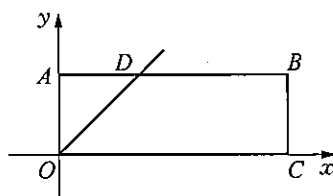
(2) 在 y 轴上是否存在点 Q ,使得 $\triangle ACQ$ 是等腰三角形? 若存在,求点 Q 的坐标。



- 24 如图,在平面直角坐标系 xOy 中,过原点 O 及点 $A(0, 2)$ 、 $C(6, 0)$ 作矩形 $OABC$, $\angle AOC$ 的平分线交 AB 于点 D 。点 P 从点 O 出发,以每秒 $\sqrt{2}$ 个单位长度的速度沿射线 OD 方向移动,同时点 Q 从点 O 出发,以每秒 2 个单位长度的速度沿 x 轴正方向移动。设移动时间为 t 秒。



第 24 题图



备用图

- (1) 在运动过程中,写出 P 、 Q 两点的坐标。(用含 t 的代数式表示)
- (2) 当点 P 移动到点 D 时,求 t 的值。
- (3) 当 t 为何值时, $\triangle PQB$ 为等腰三角形。

第25章 一次函数

25.1 变量与函数

一、选择题

① 某地手机通话费为 0.2 元/分,小明存入 50 元手机话费,记此后他的手机通话时间为 t 分钟,话费余额为 y 元,则此问题中的常量和变量是()。

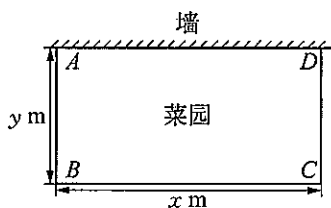
- (A) 常量 50;变量 y 。 (B) 常量 0.2, 50;变量 t 。
(C) 常量 0.2, 50;变量 y 。 (D) 常量 0.2, 50;变量 t 、 y 。

② 已知函数 $y=2x+1$,当 $x=3$ 时, y 的值为()。

- (A) 3 (B) 5 (C) 7 (D) 9

③ 如图,李爷爷要围一个长方形菜园 $ABCD$,菜园的一边靠着足够长的墙,用篱笆围成的另外三边的总长恰好为 24 m。设边 BC 的长为 x m,边 AB 的长为 y m($x>y$),则 y 与 x 之间的函数表达式为()。

- (A) $y=-2x+24$ (B) $y=\frac{1}{2}x+12$
(C) $y=-2x+24$ (D) $y=-\frac{1}{2}x+12$



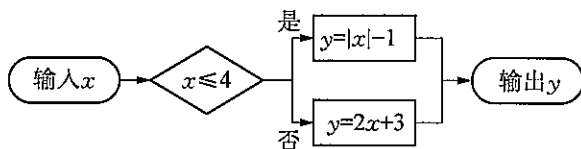
第3题图

二、填空题

④ 若 y 与 x 的表达式为 $y=10x-6$,当 $x=1$ 时, y 的值为_____。

⑤ 已知 $f(x)=-2x+1$,如果 $f(a)=1$,那么 $a=_____$ 。

⑥ 如图是一个运算程序示意图,若开始输入 x 的值为 -3 ,则输出 y 值为_____。



第6题图

⑦ 规定:在平面直角坐标系中,如果一个点的横、纵坐标均为正整数,那么称这个点为“正整点”。函数 $y=\frac{3x-2}{x-1}$ 图像上“正整点”的坐标为_____。

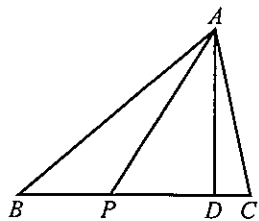
⑧ 等腰三角形顶角为 y° ,底角为 x° ,则 y 关于 x 的函数表达式是_____。

⑨ 小明想了解一根弹簧的长度是如何随所挂物体质量的变化而变化的,他把这根弹簧的上端固定,在其下端悬挂物体,下面是小亮测得的弹簧长度 y (cm)与所挂物体的质量 x (kg)的几组对应值:

所挂物体的质量 x/kg	0	1	2	3	4	5
弹簧长度 y/cm	30	32	34	36	38	40

则在弹性限度内,弹簧长度 y (cm)与所挂物体的质量 x (kg)之间的表达式为_____。

- ⑩ 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AD \perp BC$,且 $AD = 5$ cm, $BC = 7$ cm,点 P 是线段 BC 上一个动点,由点 B 向点 C 以 2 cm/s 的速度移动,运动至点 C 停止,随着点 P 的运动, $\triangle APC$ 的面积 S 也发生了变化。若设点 P 的运动时间为 x ,则 $\triangle APC$ 的面积 S 与点 P 的运动时间 x 之间的表达式为_____。



第 10 题图

三、解答题

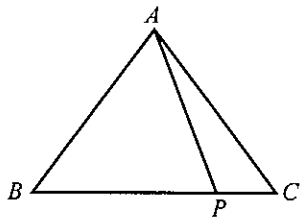
- ⑪ $\triangle ABC$ 是边长为 x 的等边三角形。

- (1) 求 AB 边上的高 h 与 x 之间的函数表达式。
- (2) 当 $h = 2\sqrt{3}$ 时,求 x 的值。



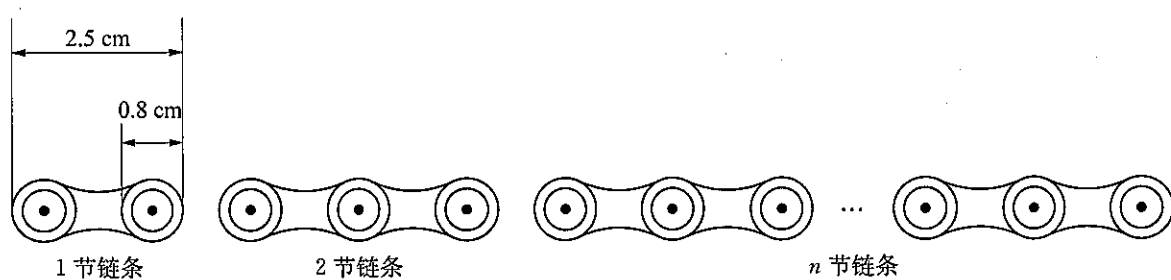
- ⑫ 如图,在等腰三角形 ABC 中, $AB = AC = 10$, $BC = 12$,点 P 在边 BC 上运动(不与点 B 、 C 重合),连接 AP ,设 $BP = x$, $\triangle ABP$ 的面积为 S 。

- (1) 求 $\triangle ABP$ 底边 BP 上的高 h 。
- (2) 求 S 与 x 之间的函数表达式。
- (3) 当 BP 的长度为 4 时,求出相应的 S 的值。



第 12 题图

- 13 如图,某品牌自行车每节链条的长度为 2.5 cm,重叠部分的圆的直径为 0.8 cm。



第 13 题图

- (1) 观察图形,填写下表:

链条节数 x (节)	2	3	4	...
链条长度 y (cm)	4.2	_____	_____	...

- (2) 请你写出 y 与 x 之间的函数表达式。

- (3) 60 节链条的总长度是多少?

25.2(1) 正比例函数的概念

一、选择题

- ① 下列变量之间的关系中,一个变量是另一个变量的正比例函数的是()。
- (A) 正方形的面积 S 随着边长 x 的变化而变化
(B) 圆的周长 C 随着半径 r 的变化而变化
(C) 面积为 20 的三角形的一边 a ,随着这边上的高 h 的变化而变化
(D) 矩形的一边长为 a ,比它的邻边短 2。矩形的周长 C 随着边长 a 的变化而变化

- ② 下列表示 y 是 x 的正比例函数的是()。

- (A) $y=2x$ (B) $y=\frac{2}{x}$ (C) $y=2x^2$ (D) $y^2=4x$

- ③ 下列说法中,正确的有()。

- ① 当 $k \neq 0$ 时, $y=-\frac{x}{k}$ 是正比例函数;
② 如果 $y=(a+3)x+a^2-9$ 是正比例函数,那么 $a=\pm 3$;
③ 如果 y 与 $x+2$ 成正比例,那么 y 是 x 的正比例函数;
④ 如果 $y=\frac{1}{3}x^2$,那么 y 与 x^2 成正比例。

- (A) 4 个 (B) 3 个 (C) 2 个 (D) 1 个

二、填空题

- ④ 下列函数:① $y=-3x$;② $y=3x-1$;③ $y=\frac{3}{x}$;④ $y=x^2$;⑤ $y=\frac{x}{3}$ 。其中, y 是 x 的正比例函数的有_____个。

- ⑤ 已知 y 是 x 的正比例函数,当 $x=-3$ 时, $y=6$,则这个函数表达式是_____。

- ⑥ 若 y 与 x 成正比,且当 $x=-\frac{1}{2}$ 时, $y=4$,则当 $y=5$ 时, x 的值是_____。

- ⑦ 若 $y=(m-1)x+m^2-1$ 是正比例函数,则 m^{2025} 的值为_____。

- ⑧ 若 $y=(a+1)x^{a^2}+b-2$ 是正比例函数,则 $(a-b)^{2026}$ 的值是_____。

- ⑨ 函数 $y=5x+3m+6$ 是正比例函数,则 $m=$ _____。当 $x=6$ 时, $y^2-2y+3=$ _____。

- ⑩ 已知正比例函数 $y=kx$,当自变量 x 的值增大 3 时,函数值 y 相应减少 4,则 k 的值为_____。

三、解答题

- ⑪ 已知 y 与 x 成正比例,且当 $x=3$ 时, $y=15$ 。

- (1) 求 y 与 x 之间的表达式。
(2) 当 $x=-3$ 时,求 y 的值。

12 已知 y 与 $x+2$ 成正比例, 当 $x=3$ 时, $y=7$ 。

(1) 求 y 与 x 的函数表达式。

(2) 当 $x=-1$ 时, 求 y 的值。



13 已知 $y=y_1+y_2$, 且 y_1-3 与 x 成正比例, y_2 与 $x-2$ 成正比例。当 $x=2$ 时, $y=7$; 当 $x=1$ 时, $y=0$ 。

(1) 求出 y 与 x 之间的函数表达式。

(2) 当 $x=4$ 时, 求 y 的值。

(3) 当 $y=6$ 时, 求 x 的值。

14 已知 $\triangle ABC$ 的边 $BC=8$, 当边 BC 上的高从小到大变化时, $\triangle ABC$ 的面积也随之变化。

(1) 写出 $\triangle ABC$ 的面积 y 与边 BC 上的高 x 之间的函数表达式, 并指出它是什么函数。

(2) 列表格表示当 x 由 5 变到 10 时(每次增加 1), y 的相应值。

(3) 观察表格, 请回答: 当 x 每增加 1 时, 面积 y 如何变化?

25.2(2) 正比例函数的图像

一、选择题

① 已知点 $A(2, m)$ 和点 $B(n, -6)$ 关于 x 轴对称, 一个正比例函数的图像经过点 A , 则这个正比例函数的表达式为()。

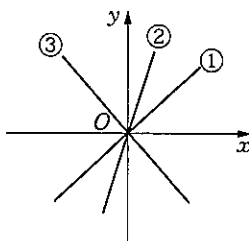
- (A) $y = 3x$ (B) $y = -3x$ (C) $y = \frac{1}{3}x$ (D) $y = -\frac{1}{3}x$

② 经过以下一组点可以画出函数 $y = 2x$ 图像的是()。

- (A) $(0, 0)$ 和 $(2, 1)$ (B) $(1, 2)$ 和 $(-1, -2)$
(C) $(1, 2)$ 和 $(2, 1)$ (D) $(-1, 2)$ 和 $(1, 2)$

③ 如图, 三个正比例函数的图像分别对应的表达式是 ① $y = ax$; ② $y = bx$; ③ $y = cx$, 则 a 、 b 、 c 的大小关系是()。

- (A) $a > b > c$ (B) $c > b > a$
(C) $b > a > c$ (D) $b > c > a$



第3题图

二、填空题

④ 画正比例函数 $y = 2x$ 的图像, 比较简单的方法是过点_____和_____作一直线即可。

⑤ 已知点 $A(a, 1)$ 在正比例函数 $y = \frac{1}{2}x$ 的图像上, 则 a 的值为_____。

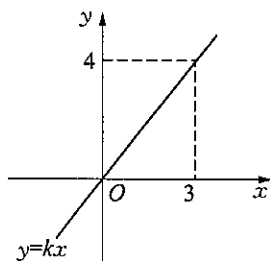
⑥ 正比例函数 $y = kx$ 的图像如图所示, 则 k 的值为_____。

⑦ 若一个正比例函数的图像经过 $A(3, -6)$, $B(m, -4)$ 两点, 则 m 的值为_____。

⑧ 在直线 $y = 2x$ 上, 到 x 轴距离为 2 的点的坐标为_____。

⑨ 已知 $y = (k-1)x^{|k|}$ 是正比例函数, 若点 $A(-2, y_1)$, $B(1, y_2)$ 都在该函数图像上, 则 y_1 _____ y_2 。(用“>”“<”或“=”填空)

⑩ 若点 $P(1, n)$, $Q(3, n+6)$ 在正比例函数 $y = kx$ 的图像上, 则 $k =$ _____。



第6题图

三、解答题

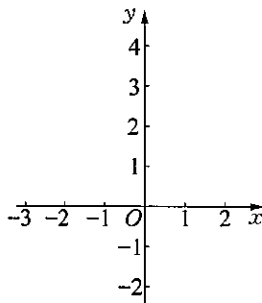
⑪ 已知正比例函数的图像经过点 $(-1, 2)$ 。

(1) 求此正比例函数的表达式。

(2) 在如图所示的平面直角坐标系中画出这个函数的图像。

(3) 点 $(2, -5)$ 是否在此函数图像上?

(4) 若这个图像还经过点 $A(a, 8)$, 求点 A 的坐标。



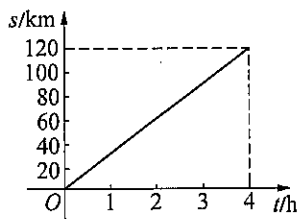
第11题图

⑫ 已知三个正比例函数: $y_1 = \frac{1}{2}x$, $y_2 = kx (k \neq 0)$, $y_3 = -2x$ 。

- (1) 写出这三个正比例函数的图像都具有的一条性质。
- (2) 如果直线 $x = m (m \neq 0)$ 与 y_1 、 y_2 、 y_3 顺次交于点 A 、 B 、 C , 且 $AB = BC$, 求 k 的值。

⑬ 汽车由 A 城匀速驶往相距 120 km 的 B 城, s (单位: km) 表示汽车离开 A 城的距离, t (单位: h) 表示汽车行驶的时间, 如图所示。

- (1) 求汽车行驶的平均速度。
- (2) 当 $t=1$ 时, 汽车离开 A 城有多远?
- (3) 当 $s=100$ 时, 汽车行驶了多长时间?

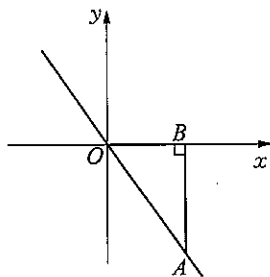


第 13 题图



⑭ 如图, 已知点 $A(m, -2m+2)$ 在正比例函数 $y = -\frac{3}{2}x$ 的图像上, 过点 A 作 $AB \perp x$ 轴交 x 轴于点 B 。

- (1) 求 m 的值。
- (2) 判断 $A'(-m, 2m-2)$ 是否在该正比例函数图像上。
- (3) 在 x 轴上是否存在一点 P , 使得 $\triangle AOP$ 的面积是 $\triangle AOB$ 面积的 $\frac{1}{2}$? 若存在, 求出点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由。

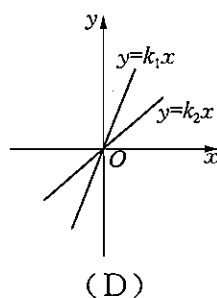
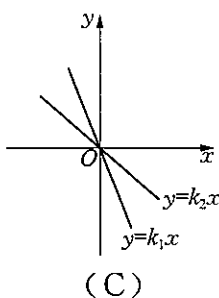
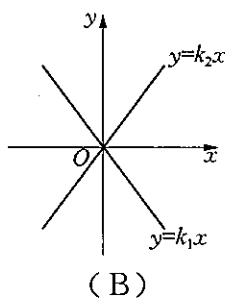
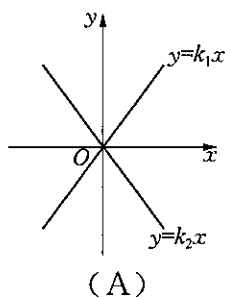


第 14 题图

25.2(3) 正比例函数的性质

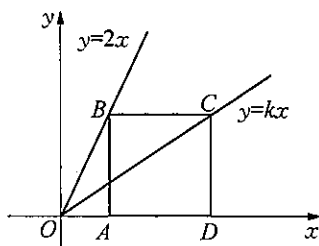
一、选择题

- ① 下列关于正比例函数 $y = -2x$ 的说法中,正确的是()。
- (A) 当 $x = -2$ 时, $y = 1$ (B) 它的图像是一条过原点的直线
(C) y 随 x 的增大而增大 (D) 它的图像经过第一、三象限
- ② 若点 $(-3, y_1)$, $(3, y_2)$ 都在函数 $y = -mx$ ($m < 0$) 的图像上,则 y_1 与 y_2 的大小关系是()。
- (A) $y_1 > y_2$ (B) $y_1 < y_2$ (C) $y_1 = y_2$ (D) 无法确定
- ③ 在 $y = k_1x$ 中, y 随 x 的增大而减小, $k_1k_2 < 0$, 则在同一直角坐标系中, $y = k_1x$ 和 $y = k_2x$ 的图像大致为()。

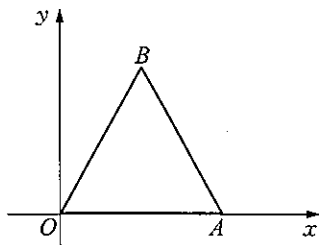


二、填空题

- ④ 若正比例函数 $y = kx$ 的图像经过点 $(7, -13)$, 则 y 的值随 x 的增大而_____。
- ⑤ 已知正比例函数 $y = kx$ ($k \neq 0$) 的图像经过第二象限与第四象限, 请写出符合上述条件的 k 的一个值:_____。
- ⑥ 已知点 $P(a, b)$ 在第三象限, 则直线 $y = (a + b)x$ 经过第_____象限, y 随 x 的增大而_____。
- ⑦ 若 x, y 是变量, 函数 $y = (k + 1)x^{k^2 + 2k - 2}$ 是正比例函数, 且经过第一、三象限, 则 $k =$ _____。
- ⑧ 函数 $y = (k^2 - 4)x^2 + (k + 1)x$ 是正比例函数, 且 y 随 x 的增大而减小, 则 $k =$ _____。
- ⑨ 如图, 正方形 $ABCD$ 的边长为 2, 点 B, C 分别在直线 $y = 2x$, $y = kx$ 上, 点 A, D 在 x 轴上, k 的值为_____。



第 9 题图



第 10 题图

- ⑩ 在平面直角坐标系中, 放置如图所示的等边 $\triangle OAB$, 已知 $A(2, 0)$, 若正比例函数 $y = kx$ 的图像经过点 B , 则 k 的值为_____。

三、解答题

⑪ 已知点 $(2, -4)$ 在正比例函数 $y = kx$ 的图像上。

(1) 求 k 的值。

(2) 若点 $(-1, m)$ 在函数 $y = kx$ 的图像上,试求出 m 的值。

(3) 若 $A(\frac{1}{2}, y_1)$, $B(-2, y_2)$, $C(1, y_3)$ 都在此函数图像上,试比较 y_1 、 y_2 、 y_3 的大小关系。

⑫ 已知正比例函数 $y = (2k - 4)x$ 的图像经过第二、四象限。

(1) 求正整数 k 的值。

(2) 在(1)的条件下,判断并说明点 $A(3, -9)$ 是否在这个函数图像上。

⑬ 已知函数 $y = (k + \frac{1}{3})x^{k^2-3}$ (k 为常数)。

(1) 当 k 为何值时,此函数是正比例函数?

(2) 当 k 为何值时,此函数为正比例函数且其图像经过第一、三象限? 并写出此正比例函数的表达式。

(3) 当 k 为何值时,此函数为正比例函数且 y 随 x 的增大而减小? 并写出此正比例函数的表达式。



⑭ 已知如下三个正比例函数: $y_1 = 4x$, $y_2 = kx$ ($k \neq 0$), $y_3 = -\frac{1}{4}x$ 。

(1) 若 $M(-2, 4)$, $N(4, n)$ 两点均在 $y_2 = kx$ ($k \neq 0$)的图像上,求 n 的值。

(2) 若点 $A(h, a)$ 在 $y_1 = 4x$ 的图像上,点 $B(h, b)$ 在 $y_2 = kx$ ($k \neq 0$)的图像上,点 $C(h, c)$ 在 $y_3 = -\frac{1}{4}x$ 的图像上,且 $AB = 2BC$,求 k 的值。

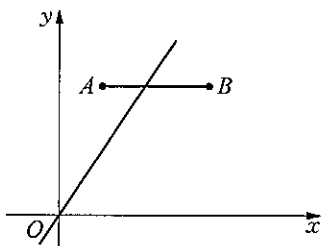
习题 25.2

一、选择题

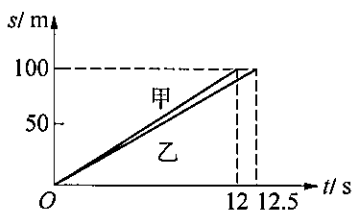
- ① 关于正比例函数 $y=5x$ 的描述,错误的是()。
- (A) 图像是一条过原点的直线 (B) y 随 x 的增大而增大
- (C) 图像过 $(1, \frac{1}{5})$ (D) 图像过一、三象限
- ② 已知正比例函数 $y=(2m-1)x$ 的图像上两点 $A(a_1, b_1)$, $B(a_2, b_2)$, 当 $a_1 < a_2$ 时, 有 $b_1 > b_2$, 则 m 的取值范围是()。
- (A) $m < \frac{1}{2}$ (B) $m > \frac{1}{2}$ (C) $m < 2$ (D) $m > 0$
- ③ 已知 $x=0$ 是关于 x 的一元二次方程 $(m-1)x^2 + mx + 4m^2 - 4 = 0$ 的一个根, 那么直线 $y=mx$ 经过的象限是()。
- (A) 第一、三象限 (B) 第二、四象限
- (C) 第一、二象限 (D) 第三、四象限

二、填空题

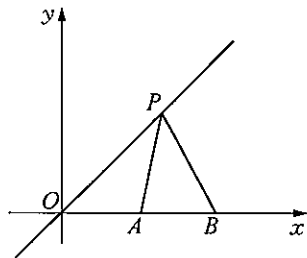
- ④ 写一个图像经过第二、四象限的正比例函数的表达式:_____。
- ⑤ 已知关于 x 的正比例函数 $y=(m-1)x^{5-m^2}$ 的图像经过第二、四象限, 则 m 的值为_____。
- ⑥ 如图, 在平面直角坐标系中, 点 A 、 B 的坐标分别为 $(1, 3)$ 、 $(n, 3)$, 若直线 $y=\frac{3}{2}x$ 与线段 AB 有公共点, 则 n 的取值范围为_____。
- ⑦ 在平面直角坐标系中, 点 $A(-2, 1)$, $B(3, 3)$, $C(-6, m)$ 分别在三个不同的象限。若函数 $y=kx$ ($k \neq 0$) 的图像经过其中两点, 则 m 的值为_____。
- ⑧ 若正比例函数 $y=kx$ 的自变量增加 3 时, 其函数值相应的增加 1, 则正比例函数的表达式为_____。



第 6 题图



第 9 题图



第 10 题图

- ⑨ 甲、乙两人在一次赛跑中的路程 s (m) 与时间 t (s) 之间的关系如图所示, 根据图像回答问题: (1) 这次赛跑的总路程是_____m; (2) 乙在这次赛跑中的速度为_____m/s。
- ⑩ 如图, 在平面直角坐标系中, 点 P 是直线 $y=x$ 上的动点, $A(1, 0)$, $B(2, 0)$ 是 x 轴上的两点, 则 $PA + PB$ 的最小值为_____。

三、解答题

⑪ 已知函数 $y = (m - 2)x + m + 2$ 。

(1) 若该函数为正比例函数,求 m 的值。

(2) 若该函数过点 $(3, 4)$,求 m 的值。

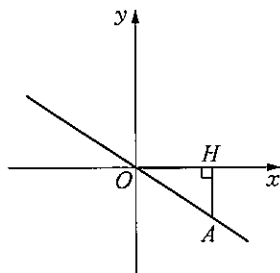
⑫ 已知 $y = y_1 - 2y_2$,其中 y_1 与 x 成正比例, y_2 与 $x + 1$ 成正比例,且当 $x = 1$ 时, $y = 3$;当 $x = 2$ 时, $y = 5$ 。求 y 与 x 之间的函数表达式。



⑬ 如图,已知正比例函数 $y = kx$ 的图像经过点 A ,点 A 在第四象限,过点 A 作 $AH \perp x$ 轴,垂足为 H ,点 A 的横坐标为 3,且 $\triangle AOH$ 的面积为 3。

(1) 求正比例函数的表达式。

(2) 在 x 轴上能否找到一点 P ,使 $\triangle AOP$ 的面积为 5? 若存在,求点 P 的坐标;若不存在,请说明理由。



第 13 题图

25.3(1) 一次函数的概念

一、选择题

① 下列函数为一次函数的是()。

① $y = x + 6$; ② $y - x = -2(x + 1)$; ③ $y = -x^2 + 4x - 1$; ④ $y = 4x$ 。

(A) ①②④ (B) ①③ (C) ①② (D) ②④

② 下列问题中,变量 y 与 x 成一次函数关系的是()。

(A) 路程一定时,时间 y 和速度 x

(B) 长 10 米的铁丝折成长为 y , 宽为 x 的长方形

(C) 圆的面积 y 与它的半径 x

(D) 斜边长为 5 的直角三角形的两直角边长 y 和 x

③ 若函数 $y = (m - 1)x^{|m|} + m + 2$ 是一次函数,则 m 的值为()。

(A) 1 (B) -1 (C) ± 1 (D) -2

二、填空题

④ 若 $3y + 2$ 与 $x - 3$ 成正比例,且比例系数为 3,则 y 与 x 的函数表达式为_____。

⑤ 下列说法中正确的有_____。(填序号)

① 正比例函数一定是一次函数; ② 一次函数一定是正比例函数;

③ 若 $y - 1$ 与 x 成正比例,则 y 是 x 的一次函数; ④ 若 $y = kx + b$, 则 y 是 x 的一次函数。

⑥ 给出下列各式: ① $y = -0.1x$; ② $y = -2x - 1$; ③ $y = \frac{x}{2}$; ④ $y = 2x^2$; ⑤ $y^2 = 4x$ 。其中一次函数的有_____个。

⑦ 当 $m =$ _____时,关于 x 的函数 $y = (m - 2)x^{m^2 - 3} + 5$ 是一次函数。

⑧ 对于一次函数 $y = 3x - 6$,当 $x = -2$ 时, $y =$ _____; 当 $y = 6$ 时, $x =$ _____。

⑨ 已知 $y = (m - 3)x^{m^2 - 8} + 2$ 是关于 x 的一次函数,则 $(2m + 5)^{2025} =$ _____。

⑩ 某超市糯米的价格为 5 元/千克,端午节推出促销活动:一次购买的数量不超过 2 千克时,按原价售出,超过 2 千克时,超过的部分打八折。设某人的付款金额为 x 元,购买量为 y 千克,则购买量 y 关于付款金额 x ($x > 10$) 的函数表达式为_____。 y 是 x 的_____函数。

三、解答题

⑪ 已知一次函数 $y = 2x - 3$ 。

(1) 当 $x = -2$ 时,求 y 的值。

(2) 当 $y = 1$ 时,求 x 的值。

(3) 当 $-3 < y < 0$ 时,求 x 的取值范围。

⑫ 已知函数 $y = (m - 2)x^{3-|m|} + m + 7$ 。

(1) 当 m 为何值时, y 是 x 的一次函数?

(2) 若函数是一次函数, 则 x 为何值时, y 的值为 3?

⑬ 已知 y 是关于 x 的一次函数, 且当 $x = 1$ 时, $y = -4$; 当 $x = 2$ 时, $y = -6$ 。

(1) 求 y 关于 x 的函数表达式。

(2) 分别求当 $x = -2$ 和 $x = 4$ 时, y 的值。



⑭ 已知 $y + a$ 与 $x - b$ 成正比例(其中 a 、 b 都是常数)。

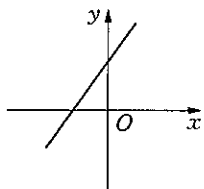
(1) 试说明 y 是 x 的一次函数。

(2) 如果 $x = -1$ 时, $y = -15$; $x = 7$ 时, $y = 1$, 求这个一次函数的表达式。

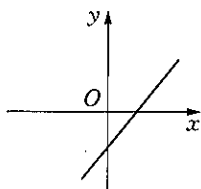
25.3(2) 一次函数的图像

一、选择题

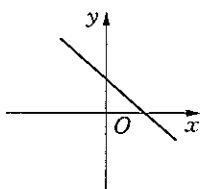
① 一次函数 $y = \frac{3}{2}x - 1$ 的图像大致是()。



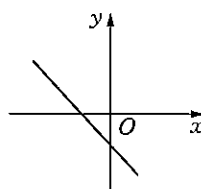
(A)



(B)



(C)



(D)

② 如果一次函数 $y = kx + b$ 的图像经过点(1, 3)和(0, 1),那么这个一次函数的表达式是()。

(A) $y = -2x + 1$

(B) $y = 2x + 1$

(C) $y = -x + 2$

(D) $y = x + 2$

③ 若点 $A(2, 4)$ 在函数 $y = kx - 2$ 的图像上,则下列各点在此函数的图像上的是()。

(A) $(8, 20)$

(B) $(\frac{3}{2}, 0)$

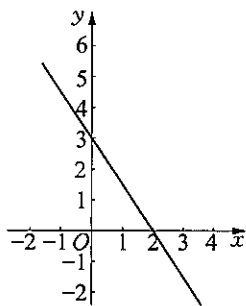
(C) $(0, -2)$

(D) $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$

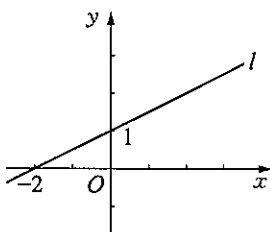
二、填空题

④ 一次函数 $y = kx + b$ 的图像如图所示,其中 $b =$ _____, $k =$ _____。

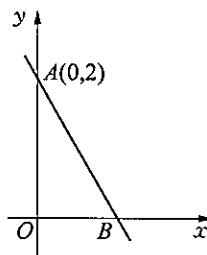
⑤ 如图,直线 l 是一次函数 $y = kx + b$ 的图像,如果点 $A(3, m)$ 在直线 l 上,则 m 的值为 _____。



第4题图



第5题图



第8题图

⑥ 一次函数 $y = mx + 1$ 的图像过点(3, -5),则函数图像与 x 轴、 y 轴围成的三角形面积是 _____。

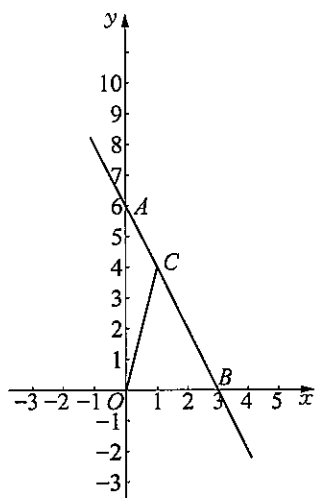
⑦ 一次函数 $y = kx + 6$ 的图像与 x 轴交于点 A ,与 y 轴交于点 B , $S_{\triangle AOB} = 9$,则 $k =$ _____。

⑧ 如图,直线 AB 是一次函数 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 的图像,若 A 、 B 之间的距离为 $\sqrt{5}$,则直线的表达式为 _____。

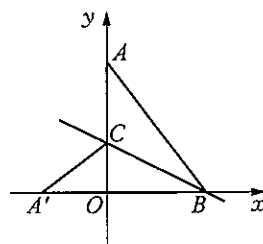
⑨ 如图,在平面直角坐标系中,已知 $A(0, 6)$ 、 $B(3, 0)$ 、 $C(1, 4)$ 。过 A 、 B 两点作直线,连接 OC ,有下列结论:

- ① 直线 AB 的表达式: $y = -3x + 6$;
 ② 点 C 在直线 AB 上;
 ③ 线段 BC 长为 $\sqrt{17}$;
 ④ $S_{\triangle AOC} : S_{\triangle BOC} = 1 : 2$ 。

正确的有_____。(填序号)



第 9 题图



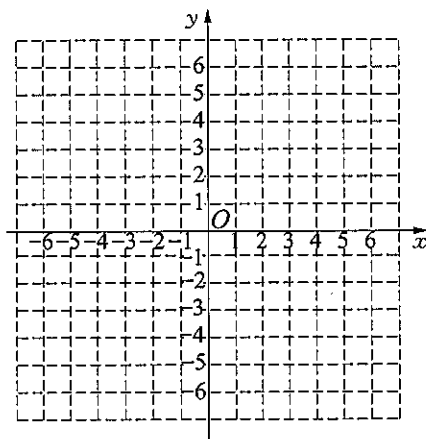
第 10 题图

- ⑩ 如图,在平面直角坐标系中,点 $A(0, 4)$, $B(3, 0)$,连接 AB 。将 $\triangle AOB$ 沿过点 B 的直线折叠,使点 A 落在 x 轴上的点 A' 处,折痕所在的直线交 y 轴正半轴于点 C ,则直线 BC 的表达式为_____。

三、解答题

- ⑪ 已知一次函数的图像经过 $(2, 3)$ 和 $(-1, -3)$ 两点。

- (1) 在如图所示的平面直角坐标系中画出这个函数的图像。
- (2) 求该一次函数的表达式。
- (3) 求出该函数图像与 x 轴的交点坐标。

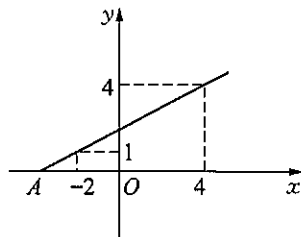


第 11 题图

12 一次函数的图像如图所示。

(1) 求该一次函数的表达式。

(2) 点 P 在一次函数的图像上, 点 A 是一次函数的图像与 x 轴的交点。若 $S_{\triangle PAO} = 8$ 。求点 P 的坐标。



第 12 题图

13 已知点 $A(6, 0)$, $P(m, n)$ 是直线 $y = -2x + 10$ 上一动点。设 $\triangle OPA$ 的面积为 S 。

(1) 直接写出 S 关于 m 的函数表达式。

(2) 当 $S = 12$ 时, 求点 P 坐标。

(3) 画出函数 S 的图像。



14 在平面直角坐标系中, 已知 $A(0, 1)$, $B(-1, 0)$, $C(1, 0)$ 。

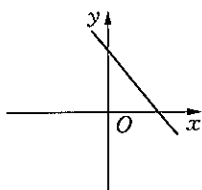
(1) 若点 D 与 A 、 B 、 C 三点构成平行四边形, 请写出所有符合条件的点 D 的坐标。

(2) 选择(1)中符合条件的一点 D , 求直线 BD 的表达式。

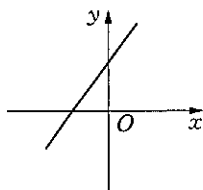
25.3(3) 一次函数的性质

一、选择题

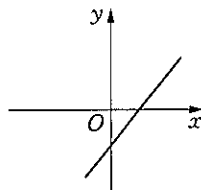
- ① 在平面直角坐标系中画一次函数 $y=2x-5$ 的图像, 下列说法正确的是()。
- (A) 函数图像是经过一、二、三象限的一条直线 (B) 函数 y 的值随 x 值的增大而减小
- (C) 图像与 x 轴的交点坐标是 $(0, -5)$ (D) 图像与坐标轴围成的三角形面积是 $\frac{25}{4}$
- ② 已知直线 $y=kx+b$ 经过一、二、三象限, 则直线 $y=bx-k$ 的图像大致是()。



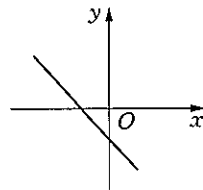
(A)



(B)



(C)



(D)

- ③ 已知一次函数 $y=(m-1)x-m^2+1$ 的图像与 x 轴交于点 A , 与 y 轴交于点 $B(0, -3)$, 且 y 随着 x 的增大而减小, 则点 A 的坐标为()。
- (A) $(-3, 0)$ (B) $(0, -3)$ (C) $(-1, 0)$ (D) $(0, -1)$

二、填空题

- ④ 已知 $A(1, y_1)$, $B(2, y_2)$ 在函数 $y=-x+a$ 上, 则 y_1 _____ y_2 。(填“ $>$ ”或“ $<$ ”)
- ⑤ 写出一个图像经过点 $(2, -1)$, 并且 y 随 x 的增大而减小的一次函数的表达式: _____。
- ⑥ 已知 a 为整数, 且一次函数 $y=(a+4)x+a+2$ 的图像不经过第二象限, 则 a 的值为 _____。

- ⑦ 关于一次函数 $y=(a-2)x+b$, 现给出以下结论:

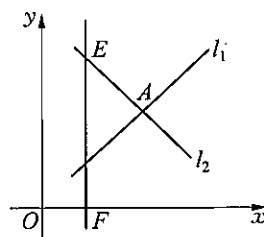
- ① 当 $a > 2$ 时, y 的值随着 x 的值的增大而增大;
- ② 当 $a > 2$, $b > 0$ 时, 该函数图像经过第一、二、三象限;
- ③ 将该函数图像向下平移 2 个单位长度后得到 $y=2x+1$, 则 $a=4$, $b=3$;
- ④ 当 $b=a$ 时, 无论 a 取何值, 直线 $y=(a-2)x+a$ 一定过定点 $(-1, 2)$ 。

其中正确的是 _____。(填序号)

- ⑧ 已知直线 $y=-\sqrt{3}x+\sqrt{3}$ 与 x 轴、 y 轴分别交于 A 、 B 两点, 过点 B 作 $BC \perp AB$, 使得 $\triangle ABC$ 为等腰直角三角形, 则 C 点的坐标为 _____。

- ⑨ 若 $abc \neq 0$, 且 $\frac{a+b}{c} = \frac{b+c}{a} = \frac{a+c}{b} = k$, 则直线 $y=kx+k$ 一定经过 _____ 象限。

- ⑩ 已知 $l_1: y=\frac{3}{4}x+\frac{1}{4}$, $l_2: y=-x+9$, l_1 与 l_2 交于点 A , 垂直于 x 轴的直线 EF 交 x 轴于点 $F(2, 0)$ 。若点 P 为直线 EF 上一点, 将 $\triangle FPA$ 沿 AP 折叠, 使得点 F 落在直线 l_1 上, 则点 P 的纵坐标为 _____。



第 10 题图

三、解答题

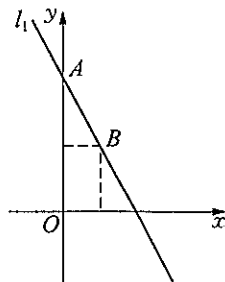
⑪ 如图,已知直线 l_1 经过点 $A(0, 4)$ 、 $B(1, 2)$, 直线 $l_2: y = kx - 3 (k \neq 0)$ 。

(1) 求直线 l_1 的表达式。

(2) 若 $k = 1$, 直线 l_2 与 x 轴交于点 C , 直线 l_1 与 l_2 交于点 P 。

① 求点 P 的坐标。

② 求 $\triangle CPA$ 面积。

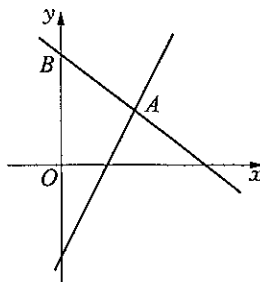


第 11 题图

⑫ 如图,在平面直角坐标系中,点 $A(2, m)$ 在直线 $y = 2x - \frac{5}{2}$ 上,过点 A 的直线交 y 轴于点 $B(0, 3)$ 。

(1) 求 m 的值和直线 AB 的表达式。

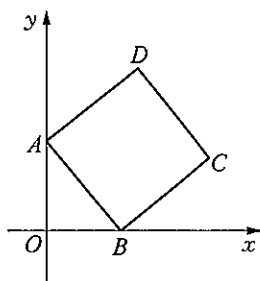
(2) 若点 $P(t, y_1)$ 在线段 AB 上,点 $Q(t-1, y_2)$ 在直线 $y = 2x - \frac{5}{2}$ 上,求 $y_1 - y_2$ 的最大值。



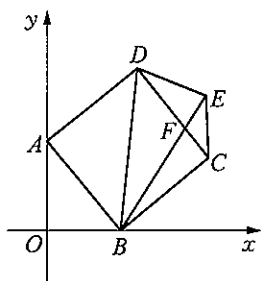
第 12 题图



- 13 如图①,将正方形 $ABCD$ 放置在平面直角坐标系中的第一象限,点 A 、 B 分别在 y 轴、 x 轴的正半轴上, AB 所在直线的方程为 $y = -\frac{4}{3}x + 4$ 。



第 13 题图①



第 13 题图②

- (1) 求点 C 和点 D 的坐标;
- (2) 如图②,连接 BD ,将线段 BD 绕点 B 顺时针方向旋转至 BE 的位置,交线段 CD 于点 F ,若 $DE = DF$,求直线 CE 的表达式。

25.3(4) 一次函数、一次方程与一次不等式

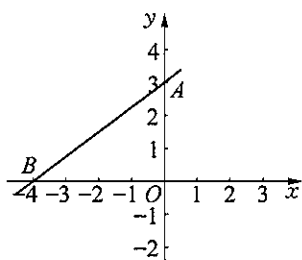
一、选择题

① 如图, 直线 $y = mx + n$ 过点 A 、 B , 则关于 x 的方程 $mx + n = 0$ 的解是()。

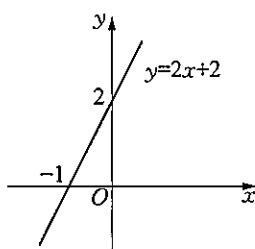
- (A) $x = 3$ (B) $x = 0$
(C) $x = -4$ (D) $x = -1$

② 一次函数 $y = 2x + 2$ 的图像如图所示, 则不等式 $2x + 2 \geq 2$ 的解集为()。

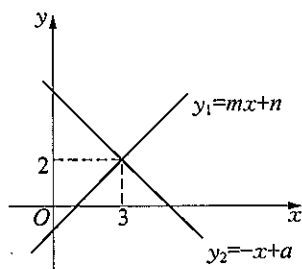
- (A) $x \geq -1$ (B) $x \geq 0$ (C) $x \leq 2$ (D) $x \geq 2$



第 1 题图



第 2 题图



第 3 题图

③ 一次函数 $y_1 = mx + n$ 与 $y_2 = -x + a$ 的图像如图所示, 则 $-x + a \geq mx + n$ 的解集为()。

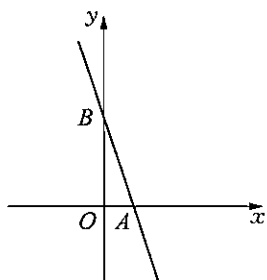
- (A) $x \leq 3$ (B) $x \geq 3$ (C) $x < 3$ (D) $x > 2$

二、填空题

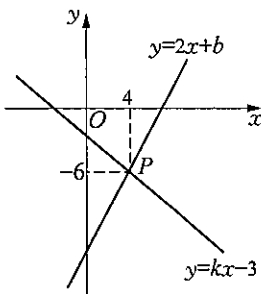
④ 已知函数 $y = 3x$ 和 $y = kx + 5$ ($k \neq 0$) 的图像相交于点 $A(m, -6)$, 则方程 $3x = kx + 5$ 的解为_____。

⑤ 如图, 一次函数 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 的图像与 x 轴交于点 $A(1, 0)$, 与 y 轴交于点 $B(0, 3)$, 则关于 x 的不等式 $kx + b > 0$ 的解集为_____。

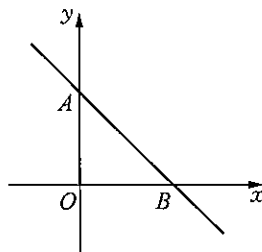
⑥ 如图, 已知函数 $y = 2x + b$ 与函数 $y = kx - 3$ 的图像交于点 P , 则不等式 $2x + b > kx - 3$ 的解集是_____。



第 5 题图



第 6 题图



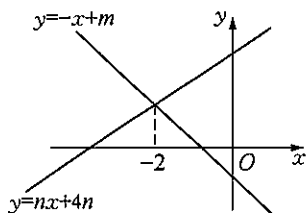
第 7 题图

⑦ 如图, 一次函数 $y = kx + b$ 的图像与 y 轴正半轴相交于点 A , 与 x 轴正半轴相交于点 B , 且满足 $OA = 2$, 则关于 x 的不等式 $kx + b > 2$ 的解集是_____。

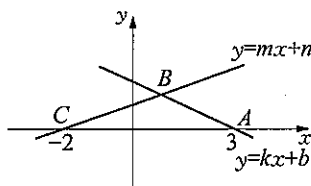
8 如图,直线 $y = -x + m$ 与 $y = nx + 4n (n \neq 0)$ 的交点的横坐标为 -2 。有下列结论:

- ① $m < 0, n > 0$;
- ② 直线 $y = nx + 4n$ 一定经过点 $(-4, 0)$;
- ③ 当 $x > -2$ 时, $-x + m > nx + 4n$;
- ④ m 与 n 满足 $m = 2n - 2$ 。

其中正确的有_____。(填序号)



第 8 题图



第 10 题图

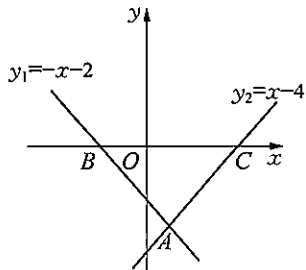
9 若一次函数 $y = (a+4)x + a + 2$ 与 y 轴交于负半轴,关于 x 的不等式组 $\begin{cases} \frac{5x-a}{3} - x \leq 3, \\ 3x < 2x + 1 \end{cases}$ 的解集为 $x < 1$,则符合条件的所有整数 a 的和为_____。

10 如图,一次函数 $y = kx + b$ 与 $y = mx + n$ 的图像交于点 $B(1, \frac{3}{2})$,且分别交 x 轴于点 $A(3, 0), C(-2, 0)$,则 $0 \leq kx + b \leq mx + n$ 的解集_____。

三、解答题

11 如图,一次函数 $y_1 = -x - 2$ 与 $y_2 = x - 4$ 的图像相交于点 A 。

- (1) 求点 A 的坐标。
- (2) 若一次函数 $y_1 = -x - 2$ 与 $y_2 = x - 4$ 的图像与 x 轴分别相交于点 B, C ,求 $\triangle ABC$ 的面积。
- (3) 结合图像,直接写出 $y_1 > y_2$ 时, x 的取值范围。



第 11 题图

12 已知一次函数 $y = kx + b (k < 0)$ 的图像过点 $(-1, 3)$ 。

(1) 若图像还经过点 $(3, -5)$, 求这个函数的表达式。

(2) 在(1)的条件下, 若点 $P(m, n)$ 在该函数的图像上, 且 $m - n > 4$, 求 m 的取值范围。

(3) 若当 $x < t$ 时, 总有 $y > 3$, 求 t 的取值范围。

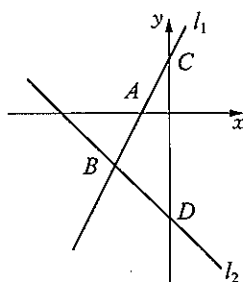


13 如图, 在平面直角坐标系中, 直线 $l_1: y = kx + b (k \neq 0)$ 与 x 轴交于点 $A(-1, 0)$, 与 y 轴交于点 C , 与直线 $l_2: y = -x - 4$ 交于点 $B(a, -2)$ 。

(1) 求直线 l_1 的表达式。

(2) 直线 l_2 与 y 轴交于点 D , 若点 P 是直线 l_1 上一动点, 且满足 $S_{\triangle CDP} = 18$, 求点 P 的坐标。

(3) 直接写出不等式 $-x - 4 < kx + b \leq 0$ 的解集。

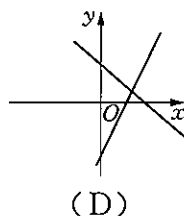
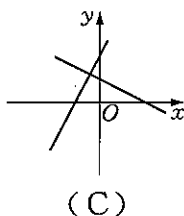
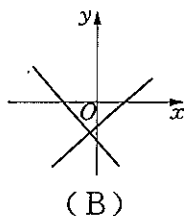
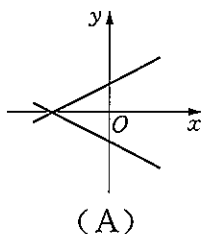


第 13 题图

习题 25.3

一、选择题

① 两条直线 $y = ax + b$ 与 $y = bx + a$ 在同一直角坐标中图像位置可能是()。



② 有下列说法:

① 直线 $y = -2x + 4$ 与直线 $y = x + 1$ 的交点坐标是 $(1, 2)$;

② 一次函数 $y = kx + b$, 若 $k > 0$, $b < 0$, 那么它的图像过第一、二、三象限;

③ 函数 $y = -6x$ 是一次函数, 且 y 随 x 的增大而减小;

④ 已知一次函数的图像与直线 $y = -x + 1$ 平行, 且过点 $(8, 2)$, 那么此一次函数的表达式为 $y = -x + 6$;

⑤ 直线 $y = kx + k - 1$ 必经过点 $(-1, -1)$ 。

其中正确的有()。

(A) 2 个

(B) 3 个

(C) 4 个

(D) 5 个

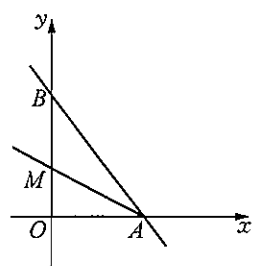
③ 如图, 直线 $y = -\frac{4}{3}x + 8$ 与 x 轴、 y 轴分别交于 A 、 B 两点, $\angle BAO$ 的平分线所在的直线 AM 的函数表达式为()。

(A) $y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$

(B) $y = -\frac{1}{2}x + 3$

(C) $y = -\frac{1}{2}x + \frac{7}{2}$

(D) $y = -\frac{1}{2}x + 4$

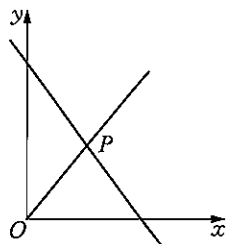


第3题图

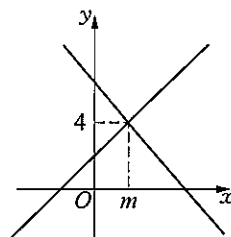
二、填空题

④ 已知 $y = \frac{x}{x+1}$, 则当 $x = 3$ 时, $y =$ _____。

⑤ 如图, 直线 $y = kx + b$ ($k < 0$) 与直线 $y = x$ 相交于点 $P(1, 1)$, 当 $kx + b < x$ 时, x 的取值范围为_____。



第5题图

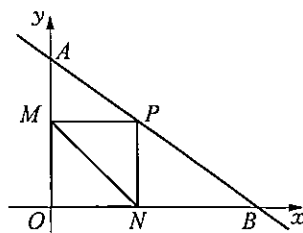


第6题图

⑥ 如图, 若直线 $y_1 = x + 2$ 与直线 $y_2 = kx + b$ ($k < 0$) 相交于点 $P(m, 4)$, 当 $y_1 < y_2$ 时, x

的取值范围为_____。

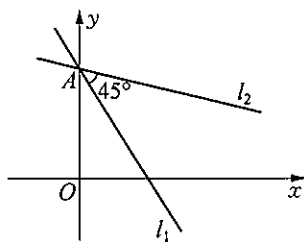
- ⑦ 如图,一次函数 $y = -\frac{3}{4}x + 6$ 与两坐标轴的正半轴分别交于 A、B 两点, P 是线段 AB 上任意一点(不包括端点),过点 P 分别作两坐标轴的垂线 PM 与 PN,垂足为 M、N,若四边形 OMPN 为正方形,则点 P 的横坐标为_____。



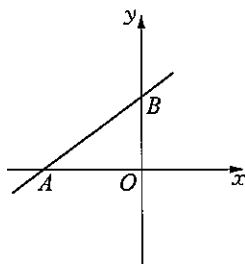
第 7 题图

- ⑧ 若关于 x 的分式方程 $\frac{a}{x-2} + 3 = \frac{x}{x-2}$ 的解为正整数,且关于 x 的一次函数 $y = (a+3)x + 6$ 的图像经过第一、二、三象限,则满足条件的所有整数 a 的值之和是_____。

- ⑨ 已知直线 $l_1: y = -2x + 2$ 与 y 轴交于点 A,直线 l_2 经过点 A, l_1 与 l_2 在 A 点相交所形成的夹角为 45° (如图所示),则直线 l_2 的表达式为_____。



第 9 题图



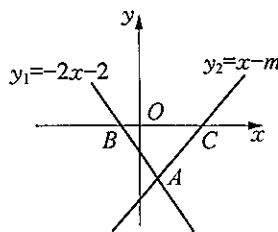
第 10 题图

- ⑩ 如图,直线 $y = \frac{3}{4}x + 3$ 与 x 轴、 y 轴分别交于点 A、B, P 为 y 轴上的一动点,连接 AP,若将 $\triangle PAB$ 沿直线 AP 翻折,使点 B 恰好落在 x 轴上的点 B' 处,则点 P 的坐标为_____。

三、解答题

- ⑪ 如图,一次函数 $y_1 = -2x - 2$ 与 $y_2 = x - m$ 的图像相交于点 $A(n, -4)$ 。

- 求点 A 的坐标及 m 的值。
- 若一次函数 $y_1 = -2x - 2$ 与 $y_2 = x - m$ 的图像与 x 轴分别相交于点 B、C,求 $\triangle ABC$ 的面积。
- 结合图像,直接写出当 $y_1 < y_2$ 时, x 的取值范围。



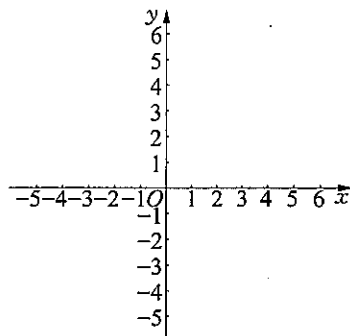
第 11 题图

12 已知一次函数 $y = (m - 2)x + 3 - m$ 的图像不经过第三象限, 且 m 为正整数。

(1) 求 m 的值。

(2) 在如图所示的平面直角坐标系中画出该一次函数的图像。

(3) 当 $-4 < y < 0$ 时, 根据函数图像, 求 x 的取值范围。



第 12 题图

13 在平面直角坐标系中, 直线 $y = x + 2$ 与 x 轴相交于点 A , 点 $B(m, n)$ 在直线 $y = x + 2$ 上。点 C 、 D 的坐标分别为 (c, n) 、 $(d, 0)$, 其中 $c > m > 0$, $d > 0$ 。

(1) 若 $m = 2$, 求线段 AB 的长度;

(2) 若 $c - d = m + 2$, 判断四边形 $ABCD$ 的形状, 并说明理由。



14 阅读与理解

【阅读材料】

一次函数 $y=kx+b$ ($k \neq 0$) 的图像是一条直线。通常也称为直线 $y=kx+b$, 其中 k 称为直线的斜率, 它表示直线相对于横坐标轴的倾斜程度。特别地, 当 $k=0$ 时, 直线为 $y=b$ 。所以, 直线 $y=kx+b$ 可由直线 $y=kx$ ($k \neq 0$) 或直线 $y=b$ 经过平移或旋转得到。那么, 已知直线上的两点 $A(x_1, y_1)$ 和 $B(x_2, y_2)$, 如何求出 k 的值呢?

将 A 、 B 两点的坐标分别代入 $y=kx+b$, 得到 $y_1=kx_1+b$, $y_2=kx_2+b$ 。把上面两式相减, 消去 b , 得到 $y_2-y_1=k(x_2-x_1)$, 当 $x_2 \neq x_1$ 时, 求得 $k=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ 。

因此, 当 $x_2 \neq x_1$ 时, 直线 AB 的斜率等于直线上两点的纵坐标之差与横坐标之差的比值。特别地, 当 $x_2=x_1$ 时, 直线与 y 轴平行, 此时直线的斜率 k 不存在。

【理解运用】

- (1) 已知点 $P(2, 3)$, $Q(5, 9)$, 则直线 PQ 的斜率 $k=$ _____, 其表达式为 _____。
- (2) 已知点 $E(2, 3)$, $F(m, 5)$, 其中 m 为常数, 且 $m \neq 2$ 。若直线 EF 与直线 $y=3x-2$ 平行, 求 m 的值。
- (3) 判断: 点 $A(1, 2)$, $B(2, 5)$, $C(4, 8)$ 三点是否在同一直线上, 并说明理由。

25.4 一次函数的应用

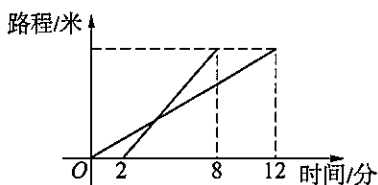
一、选择题

① 在今年新的龟兔跑步比赛中,乌龟趁兔子睡着时率先出发 2 分钟,兔子醒来之后全力追赶,最后比乌龟提前 4 分钟到达终点。比赛中龟兔两者的路程与时间的关系如图所示,那么兔子出发后()分钟追上了乌龟。

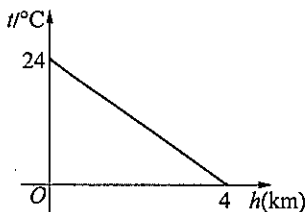
- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5

② 空中气温 $t(^{\circ}\text{C})$ 与距离地面高度 $h(\text{km})$ 之间的函数关系如图所示。下列说法正确的是()。

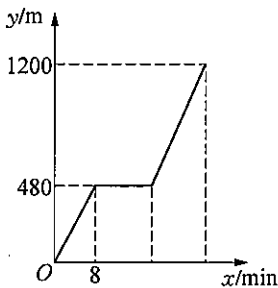
- (A) t 随着 h 的增大而增大 (B) 地面的气温为 0°C
(C) t 与 h 的函数表达式为 $t = 6h + 24$ (D) 当 h 大于 $\frac{2}{3} \text{ km}$ 时,气温低于 20°C



第 1 题图



第 2 题图



第 3 题图

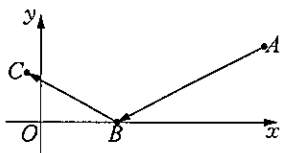
③ 周末小明 8:30 从家出发,步行前往距家 1200 米的图书馆看书,途中进入早餐店吃了早餐,小明从早餐店出来后的速度变为原来的 1.2 倍,9:00 到达图书馆,小明离家的距离 $y(\text{m})$ 与所用时间 $x(\text{min})$ 的关系如图所示,那么小明在早餐店就餐用时()分钟。

- (A) 8 (B) 10 (C) 12 (D) 14

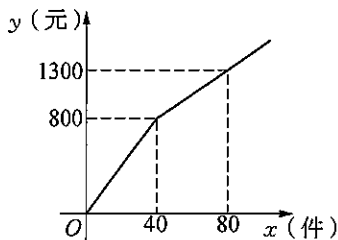
二、填空题

④ 从大连发快递到北京,某快递公司收费标准如下:快递物品不超过 1 千克收费 12 元,超过 1 千克的部分每千克收费 5 元,设快递物品的重量为 x 千克 ($x > 1$),那么从大连发快递到北京的快递费 $y(\text{元})$ 与物品重量 $x(\text{千克})$ 的函数表达式为_____。

⑤ 如图,一束光线从点 $A(6, 2)$ 出发,经过 x 轴上的点 $B(2, 0)$ 反射后经过点 $C(m, n)$,则 $m + 2n$ 的值是_____。



第 5 题图

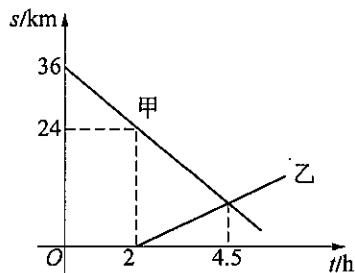


第 6 题图

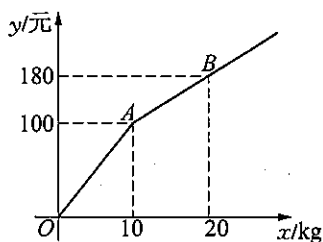
⑥ 商店以每件 13 元的价格购进某商品 100 件,售出部分后进行了降价促销,销售金额 $y(\text{元})$ 与销售量 $x(\text{件})$ 的函数关系如图所示,则售完这 100 件商品可盈利_____元。

7 甲、乙两人分别从 A、B 两地出发相向而行，他们距 B 地的距离 s (km) 与时间 t (h) 的关系如图所示，那么乙的速度是 _____ km/h。

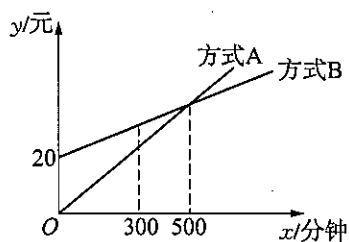
8 某水果店销售某种水果，价格 y (元) 与销售量 x (kg) 之间的函数关系如图所示。若王叔叔从该水果店一次性购买 25 kg 该种水果，需要付款 _____ 元。



第 7 题图



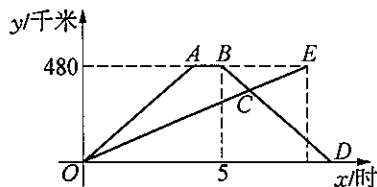
第 8 题图



第 9 题图

9 某电信公司为顾客提供了 A、B 两种手机上网方式，一个月的手机上网费用 y (元) 与上网时间 x (分钟) 之间的关系如图所示，如果一个月上网 300 分钟，那么方式 B 产生的费用比方式 A 高 _____ 元。

10 快车与慢车分别从甲、乙两地同时相向出发，匀速而行，快车到达乙地后停留 1 h，然后按原速原路返回，快车比慢车晚 1 h 到达甲地，快慢两车距各自出发地的距离 y (km) 与所用的时间 x (h) 的关系如图所示。有下列说法：①甲、乙两地之间的路程为 480 km；②慢车的速度是 60 km/h；③出发 6 h 后，快慢两车第一次相遇；④快慢两车相距 120 km 时，两车出发的时间为 2 h 或 $\frac{10}{3}$ h，其中正确的有 _____。(填序号)

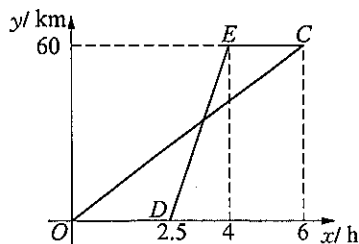


第 10 题图

三、解答题

11 已知甲、乙两人分别骑自行车与摩托车从 A 地前往 B 地，乙比甲晚 2.5 个小时出发，离开 A 地的距离 y (千米) 与时间 x (小时) 的关系如图所示。

- (1) 求甲、乙的速度分别为多少。
- (2) 乙出发多少小时，两人相遇？
- (3) 乙出发多少小时后，甲乙两人相距 15 千米？



第 11 题图

12 某商家根据市场预测,购进“天舟一号”(记作 A)、“天宫二号”(记作 B)两种航天模型。若购进 A 种模型 10 件, B 种模型 5 件,需要 1000 元;若购进 A 种模型 4 件, B 种模型 3 件,需要 550 元。

(1) 问:购进 A、B 两种模型每件需多少元?

(2) 若该商店决定拿出 1 万元全部用来购进这两种模型,考虑到市场需求,要求购进 A 种模型的数量不超过 B 种模型数量的 8 倍,且 B 种模型最多购进 33 件,那么该商店共有几种进货方案?

(3) 若销售每件 A 种模型可获利润 20 元,销售每件 B 种模型可获利润 30 元,在第(2)问的前提下,设销售总盈利为 W 元,购买 B 种模型 m 件,求出 W 关于 m 的函数表达式,并求出当 m 为何值时,销售总盈利最大,求出最大值。

13 某家具城每月付给销售人员的工资有如下两种方案。

方案一:没有底薪,只付销售提成;

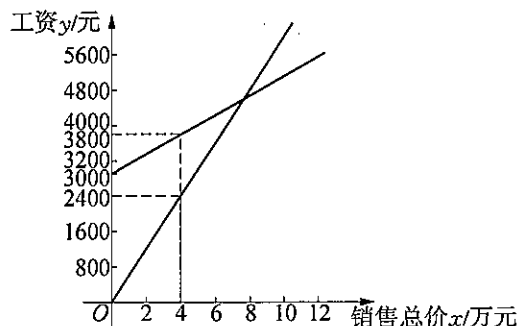
方案二:底薪加销售提成。

如图,射线 l_1 、射线 l_2 分别表示该家具城每月按方案一、方案二付给销售人员的工资 y_1 (单位:元)和 y_2 (单位:元)与销售人员当月家具销售总价(单位:万元) ($x \geq 0$) 的函数关系。

(1) 方案二中的底薪是_____元。

(2) 求 y_2 与 x 的函数表达式。

(3) 若该公司某销售人员今年 5 月的家具销售总价没有超过 10 万元,且 5 月的工资超过了 5000 元,请你判断该公司采用了哪种工资方案付给这名销售人员 5 月工资,并说明你的理由。



第 13 题图



14 根据以下素材,探索完成任务。

设计购买		
素材 1	某商场计划销售 A、B 两种型号的无人机,经调查,用 15 000 元采购 A 型无人机的件数是用 6000 元采购 B 型无人机的件数的 2 倍,一件 A 型无人机的进价比一件 B 型无人机的进价多 300 元。	
素材 2	该商场购进 A、B 型无人机共 100 件进行试销,其中 B 型无人机的件数不大于 A 型无人机的件数,已知 A 型无人机的售价为 2000 元/件,B 型无人机的售价为 1800 元/件,且全部能售出。	
问题解决		
任务 1	探究无人机的进价	问:一件 A、B 型无人机的进价分别为多少元?
任务 2	探究采购方案	如何采购能获得最大利润? 最大利润是多少?

习题 25.4

一、选择题

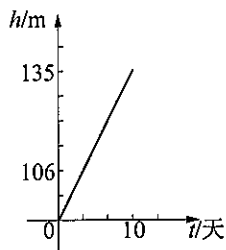
① 某地网约车的收费标准如下：

行驶里程数 x (单位:km)	费用 y (单位:元)
3 km 以下(含 3 km)	8.00
3 km 以上每增加 1 km	1.80

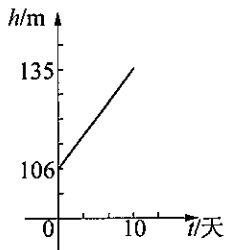
则费用 y 与网约车行驶里程数 $x(x > 3)$ 之间的表达式为()。

- (A) $y = 8x$ (B) $y = 1.8x$
(C) $y = 1.8x + 2.6$ (D) $y = 1.8x + 8$

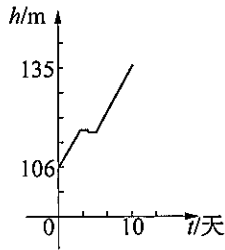
② 三峡工程在某年 6 月 1 日至该年 6 月 10 日下闸蓄水期间,水库水位由 106 m 升至 135 m,高峡平湖初现人间。假设水库水位匀速上升,那么下列图像中,能正确反映这 10 天水位 h (m) 随时间 t (天) 变化的是()。



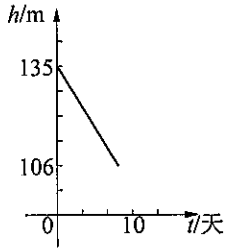
(A)



(B)



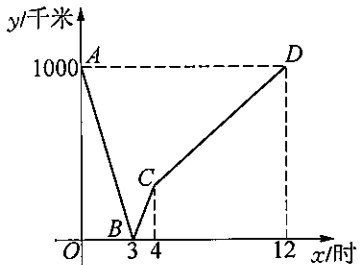
(C)



(D)

③ 一列动车从甲地开往乙地, 一列普通列车从乙地开往甲地, 两车均匀速行驶并同时出发。设普通列车行驶的时间为 x (小时), 两车之间的距离为 y (千米), y 与 x 之间的函数关系的图像如图所示, 则下列说法错误的是()。

- ① 动车的速度是 270 千米/小时；
- ② 两车出发后 3 小时相遇；
- ③ 甲、乙两地相距 1000 千米；
- ④ 普通列车从乙地到达甲地需 9 小时。



第 3 题图

- (A) ①② (B) ①④ (C) ②③ (D) ②④

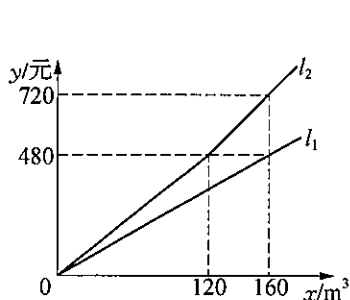
二、填空题

4 某地海拔高度 h 与温度 T 的关系可用 $T=21-6h$ 来表示(其中温度单位为 $^{\circ}\text{C}$, 海拔高度单位为 km), 则该地区某海拔高度为 2000 m 的山顶上的温度为_____。

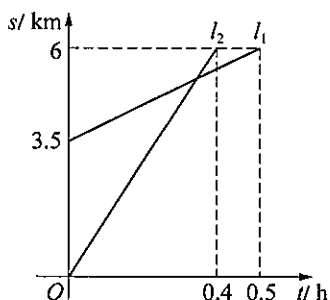
⑤ 声音在空气中传播的速度 y (m/s) 与气温 x ($^{\circ}\text{C}$) 之间的表达式为 $y = \frac{3}{5}x + 331$ 。当 $x = 25^{\circ}\text{C}$ 时, 某人看到烟花燃放 5 s 后才听到声音, 则此人与燃放烟花所在地的距离为 _____ m。

⑥ 某市为提倡节约用水,自今年1月1日起调整居民用水价格,图中 l_1 、 l_2 分别表示去年、今年水费 y (元)与用水量 x (m^3)之间的关系,小雨家去年用水量为 130 m^3 ,若今年用水量与去年相同,水费将比去年多_____元。

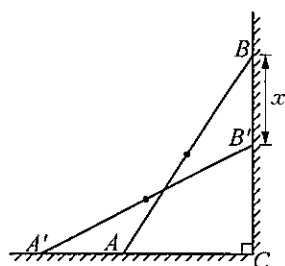
⑦ 学校提倡“低碳环保,绿色出行”,小明和小亮分别选择步行和骑自行车上学,两人各自从家同时同向出发,沿同一条路匀速前进。如图所示, l_1 和 l_2 分别表示两人到小亮家的距离 s (km)和时间 t (h)的关系,则出发_____h后两人第一次相遇。



第6题图



第7题图



第8题图

⑧ 如图,一架梯子 AB 靠墙而立,梯子顶端 B 到地面的距离 BC 为 4 m ,梯子中点处有一个标记,在梯子顶端 B 竖直下滑的过程中,该标记到地面的距离 y 与顶端下滑的距离 x 满足的函数关系是_____。

⑨ 甲、乙两家快递公司关于普通小件物品的收费标准如下表:

	1 kg 及以下	超过 1 kg 的部分(不足 1 kg 按 1 kg 计)
甲	8 元	2 元/kg
乙	6 元	3 元/kg

设邮件的质量为 $x \text{ kg}$,甲、乙两公司的快递费分别为 $y_{\text{甲}}$ 元、 $y_{\text{乙}}$ 元。

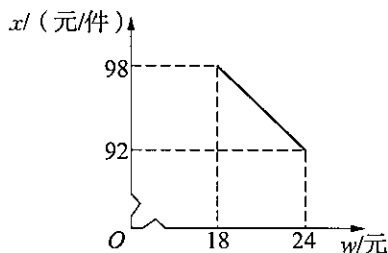
(1) 若 $y_{\text{甲}}=14$,则 $x=$ _____。

(2) 若 $y_{\text{甲}} \leq y_{\text{乙}}$,则 x 的取值范围为_____。

⑩ 某商场销售一种儿童滑板车,经市场调查,售价 x (元/件)、每星期销量 y (件)之间的函数表达式为 $y=100x-7800$;售价 x (元/件)与单件利润 w (元)之间的关系如图所示。

(1) x 与 w 之间的函数表达式为_____;(不必写范围)

(2) 若某星期该滑板车单件利润为 25 元,则本星期该滑板车的销量为_____件。



第10题图

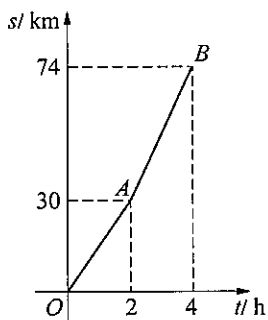
三、解答题



11 “低碳环保、绿色出行”的理念得到了广大群众的认可,越来越多的人选择自行车作为出行的交通工具。明明爸爸爱好骑行,“五一”节假日第一天早晨 8:00 从家出发骑行,12:00 结束。骑行了 2h 后,由于路况变化,明明爸爸调整了骑行速度。明明爸爸骑行的路程 s (km) 与骑行的时间 t (h) 之间的关系如图所示。

(1) 当 $2 \leq t \leq 4$ 时,求 s 与 t 之间的函数表达式。

(2) 明明爸爸出发时约了一位骑友同行,他们一起骑行了 63 km 后分开,他们共同骑行了多长时间?



第 11 题图

12 某超市以每件 10 元的价格新进一批商品,经市场调研发现:超市每天售出该商品的数量 y (件)与售价 x (元/件)之间满足一次函数关系。下表列出了 x 、 y 的一些对应值:

x	12	14	16	18
y	80	70	60	50

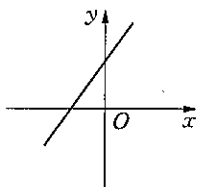
(1) 试确定 y 与 x 之间的函数表达式。

(2) 物价部门规定,任何商品的利润率都不得超过 70%,若超市销售该商品每天想获得 280 元的利润,求该商品的售价。

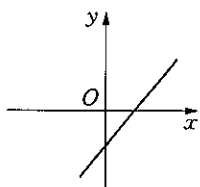
单元练习二十五

一、选择题

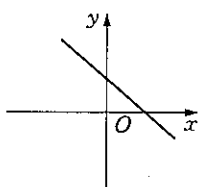
① 正比例函数 $y=kx$ ($k \neq 0$) 的函数值 y 随 x 的增大而增大, 则一次函数 $y=-x+k$ 的图像大致是()。



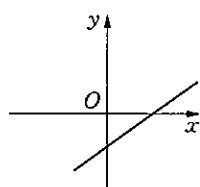
(A)



(B)



(C)



(D)

② 已知直线 $y_1=2x$ 与直线 $y_2=-2x+4$ 相交于点 A。有以下结论: ①点 A 的坐标为 $A(1, 2)$; ②当 $x=1$ 时, 两个函数值相等; ③当 $x < 1$ 时, $y_1 < y_2$; ④直线 $y_1=2x$ 与直线 $y_2=-2x+4$ 在平面直角坐标系中的位置关系是垂直。其中正确的是()。

(A) ①②③

(B) ②③

(C) ①②③④

(D) ①④

③ 关于函数 $y=-2x+3$ 有下列结论, 其中正确的是()。

(A) 图像经过点 $(-1, 1)$

(B) 若 $A(-2, y_1)$, $B(1, y_2)$ 在图像上, 则 $y_1 < y_2$

(C) 图像经过第二、三、四象限

(D) 图像向下平移 1 个单位长度后的表达式为 $y=-2x+2$

④ 一次函数 $y=kx+b$ 的 x 与 y 的部分对应值如下表所示, 根据该表提供的信息, 下列说法正确的是()。

x	...	-2	-1	0	1	2	...
y	...	-7	-3	1	5	9	...

(A) y 的值随 x 值的增大而减小

(B) 该函数的图像经过第一、三、四象限

(C) 不等式 $kx+b > 1$ 的解集为 $x > 0$

(D) 关于 x 的方程 $kx+b=0$ 的解是 $x=1$

⑤ 为响应环保组织提出的“低碳生活”的号召, 李明决定不开汽车而改骑自行车上班。有一天, 李明骑自行车从家里到工厂上班, 途中因自行车发生故障, 原地修车花了一段时间, 车修好后继续骑行, 直至到达工厂(假设在骑自行车过程中匀速行驶)。

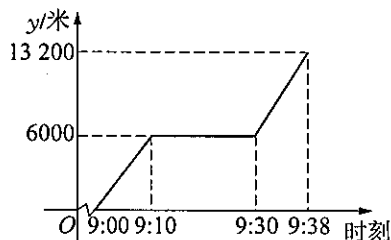
李明离家的距离 y (米) 与离家时间 x 的关系表示如图。分析图中信息, 下列说法正确的是()。

(A) 途中修车花了 30 min

(B) 修车之前的平均速度是 500 m/min

(C) 车修好后的平均速度是 800 m/min

(D) 车修好后的平均速度是修车之前的平均速度的 1.5 倍



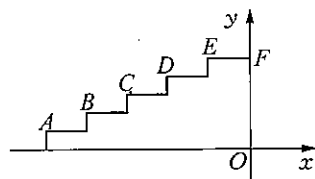
第 5 题图

⑥ 如图是某台阶的一部分,每一级台阶的长度和高度之比为 $2:1$,且各级台阶的长度和高度分别相等,在平面直角坐标系中,点 A 的坐标是 $(-10, 1)$ 。有下列说法:

甲:同时经过点 A 、 B 、 C 、 D 、 E 的直线的表达式为 $y = \frac{1}{2}x + 6$;

乙:若直线 $y = kx$ 使得 $A \sim F$ 这些点分布在它的两侧,每侧各 3 个点,

则 k 的取值范围为 $-1 < k < -\frac{1}{2}$ 。



第 6 题图

下列判断正确的是()。

- (A) 只有甲正确 (B) 只有乙正确 (C) 甲、乙都不正确 (D) 甲、乙都正确

二、填空题

⑦ 已知变量 $y-1$ 和 $x+8$ 成正比例,且 $x=2$ 时, $y = -\frac{1}{2}$, 则 y 和 x 的函数表达式为_____。

⑧ 要使 $y = (m-2)x^{|m-1|} + 3$ 是关于 x 的一次函数,则 $m =$ _____。

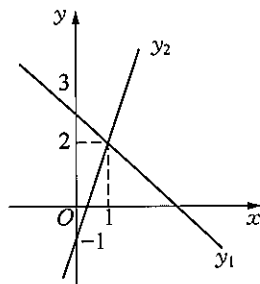
⑨ 已知一次函数图像经过第一、三、四象限,请写出满足该条件的一个函数表达式:_____。

⑩ 已知点 $A(m, y_1)$, $B(m+1, y_2)$ 都在一次函数 $y = -2x + a$ 的图像上,则 y_1 _____ y_2 。(填“ $>$ ”或“ $<$ ”)

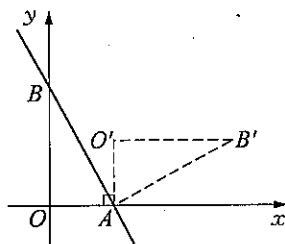
⑪ 已知函数 $y = (m-3)x - \frac{2}{3}$ (m 是常数), y 随 x 的增大而减小,符合题意的 m 的值是_____。(写出一个合理的值即可)

⑫ 已知关于 x 的一次函数 $y = ax + 4a - 1$, 有下列说法:①若 $a = \frac{1}{3}$, 则函数图像经过第一、二、三象限;②函数图像与 y 轴交于点 $(0, -1)$;③若函数图像经过原点,则 $a = \frac{1}{4}$;④无论 a 为何实数,函数的图像总经过点 $(-4, -1)$ 。其中正确的是_____。(填序号)

⑬ 一次函数 $y_1 = ax + 3$ 与 $y_2 = kx - 1$ 的图像如图所示,则不等式 $kx - ax < 4$ 的解集是_____。



第 13 题图



第 15 题图

⑭ 关于 x 的一次函数 $y = (-2k+1)x + k + 2$, 若 y 随 x 的增大而减小,且图像与 y 轴的交点在原点上方,则实数 k 的取值范围是_____。

⑮ 如图,直线 $y = -\frac{4}{3}x + 4$ 与 x 轴、 y 轴分别交于 A 、 B 两点,把 $\triangle AOB$ 绕点 A 顺时针旋转

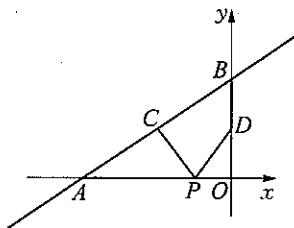
90°后得到 $\triangle AO'B'$,则点 B' 的坐标是_____。

- ⑩ 某学校计划在总费用 2300 元的限额内,租用汽车送 234 名学生和 6 名教师集体外出活动,每辆汽车上至少要有 1 名教师。现有甲、乙两种大客车,它们的载客量和租金如表所示:

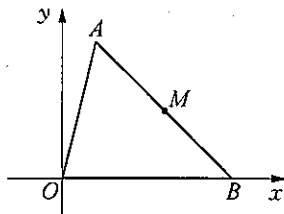
	甲种客车	乙种客车
载客量/(人/辆)	45	30
租金/(元/辆)	400	280

设租用 x 辆甲种客车,则租车费用 y (单位:元)关于 x 的表达式为_____。(不求出自变量 x 的取值范围)

- ⑪ 如图,直线 $y = \frac{2}{3}x + 4$ 与 x 轴、 y 轴分别交于点 A 和点 B ,点 C 、 D 分别为线段 AB 、 OB 的中点,点 P 为 OA 上一点,且 $\angle APC = \angle OPD$,则点 P 的坐标为_____。



第 17 题图



第 18 题图

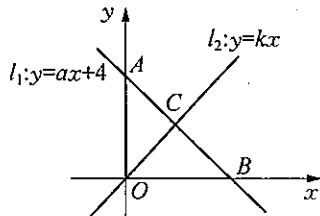


- ⑫ 如图,在平面直角坐标系中, O 是原点, $A(1, 4)$, $B(5, 0)$, AB 的中点 M 的坐标为 $(3, 2)$ 。若一次函数 $y = kx + b$ 的图像经过点 M ,且将 $\triangle OAB$ 分成面积之比为 2 : 3 的两部分,则 k 的值为_____。

三、解答题

- ⑬ 如图,在平面直角坐标系中,直线 $l_1: y = ax + 4$ 与 x 轴、 y 轴分别交于点 B 、 A ,且与直线 $l_2: y = kx$ 相交于点 $C(2, 2)$ 。

- 求 a 和 k 的值。
- 求 $\triangle OBC$ 的面积。

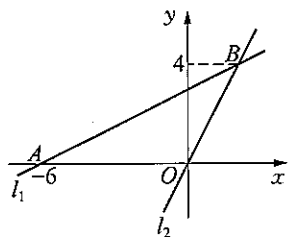


第 19 题图

20 如图,在平面直角坐标系 xOy 中,过点 $A(-6, 0)$ 的直线 l_1 与直线 $l_2: y = 2x$ 相交于点 $B(m, 4)$ 。

(1) 求直线 l_1 的表达式。

(2) 过动点 $P(n, 0)$ 且垂直于 x 轴的直线与 l_1 、 l_2 的交点分别为 C 、 D ,当点 C 位于点 D 上方时,写出 n 的取值范围。



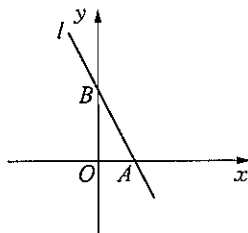
第 20 题图

21 如图,在平面直角坐标系中,直线 l 经过点 $A(1, 0)$ 和点 $B(0, 2)$ 。

(1) 求直线 l 的表达式。

(2) 动点 $P(m, n)$ 在直线 l 上,当 $-2 < m < 4$ 时,请直接写出 n 的取值范围。

(3) 点 Q 是直线 l 上一动点,当 $\triangle OBQ$ 的面积与 $\triangle OBA$ 的面积之比为 $1:3$ 时,求点 Q 的坐标。



第 21 题图



22 为了吸引游客,某森林公园推出了甲、乙两种购票方式。

甲:按照次数收费,门票每人每次 25 元。

乙:购买一张森林公园年卡后,一年内门票每人每次有折扣优惠。

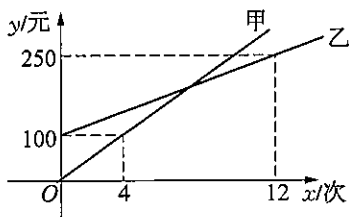
设某人一年内去森林公园的次数为 x ,所需费用为 y 元,且 y 与 x 的函数关系如图所示。

根据图中信息,解答下列问题:

(1) 分别求出选择甲、乙两种购票方式时, y 关于 x 的函数表达式。

(2) 购买一张森林公园年卡的费用为_____元。

(3) 选择哪种购票方式更划算? 请说明理由。



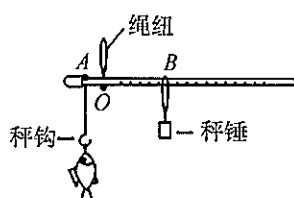
第 22 题图

23 项目学习：认识杆秤

知识背景：阿基米德曾说：“给我一个支点，我就能撬起整个地球。”这句话是物理学杠杆原理的夸张说法。我国战国时代的墨子也曾提出杠杆原理，“衡而必正，说在得”，“衡，加重于其一旁，必捶，权重不相若也。相衡，则本短标长。两加焉，重相若，则标必下，标得权也”。我国古代人民利用杠杆原理制作出了杆秤（如图①），杆秤也是中华民族衡重的基本量具之一。

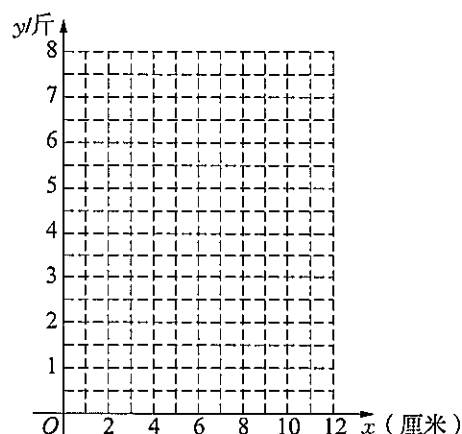
材料 1：如图①，可以用秤砣（即秤锤）到秤纽（即绳纽）的水平距离，来得出秤钩上所挂物体的质量。称重时，若秤杆上秤砣到秤纽的水平距离为 x （厘米）时，秤钩所挂物重为 y （斤），则 y 是关于 x 的一次函数。表中为若干次称重时所记录的一些数据。

x （厘米）	1	2	4	7	8	10
y （斤）	1.5	2	3	4	5	6



第 23 题图①

材料 2：



第 23 题图②

根据以上素材，解决下面问题：

- (1) 表中有一对数据记录错误。在图②中，通过描点的方法，观察判断哪一对是错误的。
- (2) 求出这个一次函数的表达式。
- (3) 当秤杆上秤砣到秤纽的水平距离为 18 厘米时，秤钩所挂物重是多少斤？

第26章 反比例函数

26.1 反比例函数

一、选择题

① 下列函数中, y 是 x 的反比例函数的是()。

- (A) $y = \frac{x}{3}$ (B) $y = \frac{3}{2x+1}$ (C) $y = -2x$ (D) $y = \frac{3}{4}x^{-1}$

② 下面的三个问题中都有两个变量:

- ① 矩形的面积一定, 一边长 y 与它的邻边长 x ;
② 某村的耕地面积一定, 人均耕地面积 S 与全村总人口 n ;
③ 汽车的行驶速度一定, 行驶路程 s 与行驶时间 t 。

其中, 两个变量之间的函数关系可以用形如 $y = \frac{k}{x}$ (k 为常数, $k \neq 0$) 的式子表示的是()。

- (A) ①② (B) ①③ (C) ②③ (D) ①②③

③ 关于正比例函数 $y = -\frac{1}{8}x$ 和反比例函数 $y = -\frac{1}{8x}$ 的说法正确的是()。

- (A) 自变量 x 的指数相同 (B) 比例系数相同
(C) 自变量 x 的取值范围相同 (D) 函数 y 的取值范围相同

二、填空题

④ 现有下列函数: ① $y = \frac{1}{2}x$; ② $y = -\frac{\sqrt{5}}{3x}$; ③ $y = x^2$; ④ $y = 2x + 1$; ⑤ $y = x^{-1}$; ⑥ $xy = -3$ 。

其中 y 是关于 x 的反比例函数的有_____。(填序号)

⑤ 反比例函数 $y = (m-2)x^{2m+1}$ 的函数值为 $\frac{1}{3}$ 时, 自变量 x 的值是_____。

⑥ 下列问题中, 两个变量之间的关系不是反比例函数关系的是_____。(填序号)

- ① 直角三角形中两锐角之间的关系;
② 用一根长 40 cm 的铁丝弯成一个矩形, 这个矩形的一边长 x (cm) 与面积 S (cm²) 之间的关系;
③ 小明将 10 000 字的调查报告录入电脑, 录入时间 t (分) 与录入速度 v (字/分) 之间的关系;
④ 汽车油箱中共有油 50 升, 设平均每天用油 5 升, x 天后油箱中剩余的油量为 y 升。
⑦ 我们学习了反比例函数, 例如: 当路程 s 一定时, 速度 v 是时间 t 的反比例函数, 其函数表

达式可写成 $v = \frac{s}{t}$ (s 是常数, $s > 0$)。请你另举一个在日常生活或学习中, 两个变量间具有反

比例函数关系的实例, 并写出它的函数表达式。

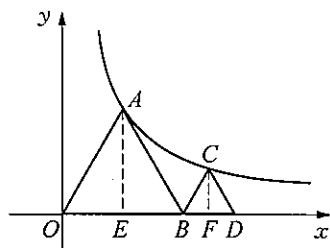
实例: _____。

函数表达式: _____。

⑧ 已知 y 与 $2z$ 成反比例, 比例系数为 k_1 , z 与 $\frac{1}{2}x$ 成正比例, 比例系数为 k_2 , k_1 和 k_2 是常数, 且 $k_1 k_2 \neq 0$, 则 y 关于 x 成_____比例。(填“正”或“反”)

⑨ 定义: $[a, b]$ 为反比例函数 $y = \frac{a}{bx}$ ($ab \neq 0$, a, b 为实数) 的“关联数”。反比例函数 $y = \frac{k_1}{x}$ 的“关联数”为 $[m, m+2]$, 反比例函数 $y = \frac{k_2}{x}$ 的“关联数”为 $[m+1, m+3]$, 若 $m > 0$, 则 k_1 _____ k_2 。(填“ $>$ ”“ $<$ ”或“ $=$ ”)

⑩ 如图, 点 A, C 都在函数 $y = \frac{3\sqrt{3}}{x}$ ($x > 0$) 的图像上, 点 B, D 都在 x 轴上, 且 $\triangle OAB$ 、 $\triangle BCD$ 都是等边三角形, 则点 D 的坐标为_____。



第 10 题图

三、解答题

⑪ 已知 y 与 x^2 成反比例, 并且当 $x = 3$ 时, $y = 4$ 。

(1) 写出 y 与 x 的函数表达式。

(2) 当 $x = 5$ 时, 求 y 的值。

(3) 当 $y = 6$ 时, 求 x 的值。

⑫ 已知 y_1 是 x 的正比例函数, y_2 是 x 的反比例函数, 并且当自变量 $x = 1$ 时, $y_1 - y_2 = -3$; 当自变量 $x = 2$ 时, $y_1 = y_2$, 求函数 y_1 和 y_2 的表达式。



⑬ 在面积为定值的一组菱形中, 当菱形的一条对角线长为 4 cm 时, 它的另一条对角线长为 12 cm。

(1) 设菱形的两条对角线的长分别为 x cm、 y cm, 求 y 关于 x 的函数表达式。这个函数是反比例函数吗? 如果是, 请指出比例系数。

(2) 若其中一个菱形的一条对角线长为 6 cm, 求这个菱形的边长。

26.2(1) 反比例函数的图像与性质(1)

一、选择题

① 下列函数中, y 是 x 的反比例函数的是()。

(A) $y = \frac{4}{x}$

(B) $y = x + 1$

(C) $y = \frac{x}{3}$

(D) $y = x^2$

② 已知反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图像经过点 $(-1, 2)$, 则下列说法正确的是()。

(A) 图像位于第一、三象限

(B) 图像经过点 $(\frac{1}{3}, -6)$

(C) 图像关于 y 轴对称

(D) y 随 x 的增大而增大

③ 已知点 $A(x_1, -4)$, $B(x_2, -2)$, $C(x_3, 3)$ 都在反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k < 0)$ 的图像上, 则 x_1, x_2, x_3 的大小关系为()。

(A) $x_3 < x_2 < x_1$

(B) $x_1 < x_3 < x_2$

(C) $x_3 < x_1 < x_2$

(D) $x_2 < x_3 < x_1$

二、填空题

④ 已知函数 $y = (m-2)x^{|m|-3}$, 若该函数为正比例函数, 则 m 的值为_____; 若该函数为反比例函数, 则 m 的值为_____。

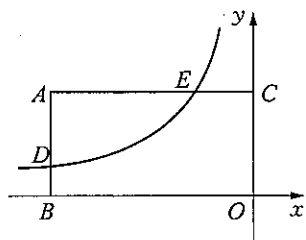
⑤ 已知反比例函数 $y = \frac{m+7}{x}$ 的图像在第二、第四象限, 则 m 的取值范围是_____。

⑥ 写出一个当 $x > 0$ 时, y 随 x 的增大而增大的反比例函数表达式_____。

⑦ 若点 $A(a-1, y_1)$, $B(a+1, y_2)$ 在反比例函数 $y = \frac{k^2+1}{x} (k \text{ 为常数})$ 的图像上, 且 $y_1 > y_2$, 则 a 的取值范围是_____。

⑧ 若点 $M(x_1, y_1)$ 和点 $N(x_2, y_2)$ 在反比例函数 $y = \frac{k^2-4k+5}{x} (k \text{ 为常数})$ 的图像上, 若 $x_1 < 0 < x_2$, 则 $y_1, y_2, 0$ 的大小关系为_____。

⑨ 如图, 点 $A(-6, 3)$, $AB \perp x$ 轴于点 B , $AC \perp y$ 轴于点 C , 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图像与线段 AB 、 AC 分别交于点 D 、 E 。若点 D 的纵坐标为 1, 则点 E 的坐标为_____。



第9题图

⑩ 已知反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \text{ 为常数, 且 } k \neq 0)$, 当 $-4 \leq x \leq -2$ 时, y 的最大值是 -1 , 则当 $2 \leq x \leq 4$ 时, y 的最小值为_____。

三、解答题

⑪ 已知 y 是 x 的反比例函数,且当 $x=4$ 时, $y=5$ 。

(1) 求这个函数的表达式。

(2) 若点 $A(10, 1-a)$ 在这个函数图像上,求 a 的值。

⑫ 已知反比例函数 $y = \frac{3-2m}{x}$, 当 $x < 0$ 时, y 随 x 的增大而减小, 求正整数 m 的值。



⑬ 已知反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图像经过 $A(3, m)$ 、 $B(1, 6)$ 两点。

(1) 求 k 和 m 的值。

(2) 已知点 $P(x_1, y_1)$ 和点 $Q(x_2, y_2)$ 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图像上, 若 $y_1 < y_2$, 直接写出 x_1 、 x_2 、 0 三者之间的大小关系。

14 问题呈现:我们知道反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图像是双曲线,那么函数 $y = \frac{k}{x+m} + n (k, m, n \text{ 为常数且 } k \neq 0)$ 的图像还是双曲线吗? 它与反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图像有怎样的关系呢? 让我们一起开启探索之旅……

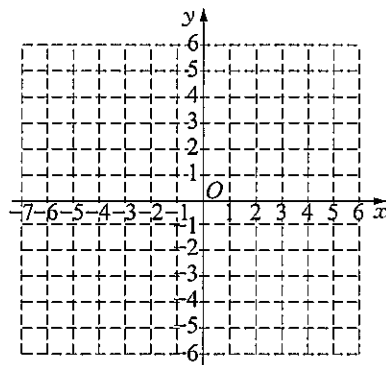
探索思考:首先探索函数 $y = \frac{4}{x+1}$ 的图像。

(1) 画出函数 $y = \frac{4}{x+1}$ 图像。

① 列表:

x	...	-6	-5	-4	-3	-2	0	1	2	3	4	...
y

② 描点并连线。



(2) 观察图像,写出该函数图像的两条不同类型的特征:①_____,②_____。

(3) 理解运用:函数 $y = \frac{4}{x+1}$ 的图像是由函数 $y = \frac{4}{x}$ 的图像向_____平移_____个单位,其对称中心的坐标为_____。

(4) 灵活应用:根据上述画函数图像的经验,想一想函数 $y = \frac{4}{x+1} + 2$ 的图像大致位置,并根据图像指出,当 x 满足_____时, $y \geq 3$ 。

26.2(2) 反比例函数的图像与性质(2)

一、选择题

① 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 在第一象限的图像如图所示, 则 k 的值可能是

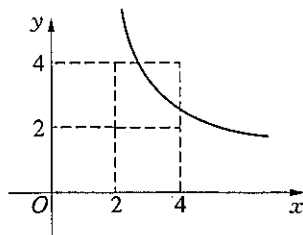
()。

(A) 16

(B) 11

(C) 8

(D) 6



第1题图

② 若反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图像经过点 $(2, -3)$, 则下列说法

正确的是()。

(A) $k = 6$

(B) 图像在二、四象限

(C) y 随 x 增大而增大

(D) 点 $(1, 6)$ 在该反比例函数图像上

③ 已知点 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 在反比例函数 $y = \frac{3}{x}$ 的图像上。若 $x_1 < 0 < x_2$, 则 y_1 与

y_2 的大小关系为()。

(A) $y_1 < 0 < y_2$

(B) $y_2 < 0 < y_1$

(C) $y_1 < y_2 < 0$

(D) $y_2 < y_1 < 0$

二、填空题

④ 若反比例函数 $y = \frac{k-1}{x}$ 的图像在每一象限内, y 随 x 的增大而减小, 则 k 的取值范围是

_____。

⑤ 若函数 $y = (m+2)x^{3-m^2}$ 是反比例函数, 则 m 的值为_____。

⑥ 反比例函数 $y = \frac{k-1}{x}$ 的图像在第一、三象限, 则点 $(k, -3)$ 在第_____象限。

⑦ 某反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 具有下列性质: 当 $x > 0$ 时, y 随 x 的增大而增大。写出一个满足条件的 k 的值是_____。

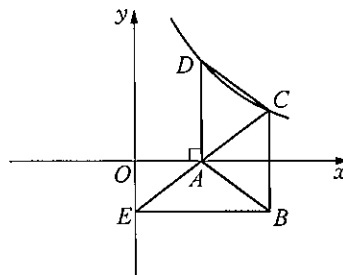
⑧ 已知点 (x_1, y_1) , (x_2, y_2) 在反比例函数 $y = \frac{5}{x}$ 上, 当 $y_1 < y_2 < 0$ 时, x_1 、 x_2 的大小关系是_____。

⑨ 已知 $(-2, a)$, $(-1, b)$, $(1, m)$, $(2, n)$ 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$

的图像上, 若 $a > b$, 则 m _____ n 。(填“>”“<”或“=”)

⑩ 如图, $\square ABCD$ 的顶点 A 在 x 轴上, 点 D 在函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k > 0$, $x > 0$) 的图像上, 且 $AD \perp x$ 轴, CA 的延长线交 y 轴于点 E 。如果

$S_{\triangle ABE} = \frac{3}{2}$, 那么 $k =$ _____。



第10题图

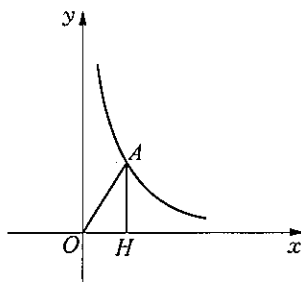
三、解答题

⑪ 已知反比例函数的图像 $y = \frac{k}{x}$ 经过点 $A(2, -4)$, 根据要求分别解决下列问题:

- (1) 求 k 的值。
- (2) 这个函数的图像分布在哪些象限?
- (3) 画出它的图像, 观察图像, y 随 x 的增大而如何变化?
- (4) 点 $B(\frac{1}{2}, -16)$ 、 $C(-3, 5)$ 在这个函数图像上吗?

⑫ 如图, 点 A 在反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图像上, 且点 A 的横坐标为 2, 作 AH 垂直于 x 轴, 垂足为点 H , $S_{\triangle AOH} = 3$ 。

- (1) 求 AH 的长。
- (2) 求 k 的值。
- (3) 若 $M(x_1, y_1)$, $N(x_2, y_2)$ 在该函数图像上, 当 $0 < x_1 < x_2$ 时, 比较 y_1 与 y_2 的大小关系。



第 12 题图



⑬ 在平面直角坐标系中, 已知点 $A(a, y_1)$ 、 $B(a+3, y_2)$ 在反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k < 0)$ 的图像上。试比较 y_1 、 y_2 的大小。

习题 26.2

一、选择题

① 已知反比例函数 $y = \frac{3}{x}$, 下列结论不正确的是()。

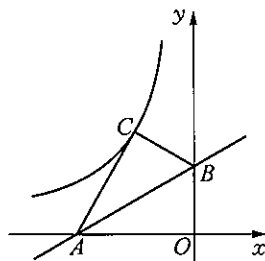
- (A) 图像经过点(1, 3) (B) 图像在第一、三象限
(C) y 随 x 的增大而增大 (D) 当 $x > 3$ 时, $0 < y < 1$

② 已知点 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 都在反比例函数 $y = -\frac{1}{x}$ 的图像上, 且 $x_1 < 0 < x_2$, 则 y_1 、 y_2 的关系一定成立的是()。

- (A) $y_1 > y_2$ (B) $y_1 < y_2$
(C) $y_1 + y_2 = 0$ (D) $y_1 - y_2 = 0$

③ 如图, 在平面直角坐标系中, 直线 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + 2$ 与 x 轴交于点 A , 与 y 轴交于点 B , 将 $\triangle ABO$ 沿直线 AB 翻折, 点 O 的对应点 C 恰好落在双曲线 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 上, 则 k 的值为()。

- (A) -4 (B) -2
(C) $-2\sqrt{3}$ (D) $-3\sqrt{3}$



第 3 题图

二、填空题

④ 已知反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的图像经过点 $(-1, 2)$, 那么在每个象限内, y 随 x 的增大而_____。(填“增大”或“减小”)

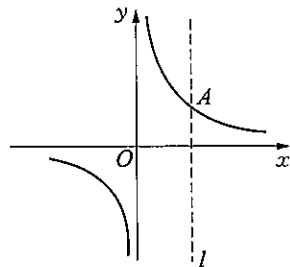
⑤ 若反比例函数 $y = (m+2)x^{|m|-5}$ 的图像在第一、三象限, 则 m 的值为_____。

⑥ 已知点 $A(1, m)$, $B(2, n)$ 在反比例函数 $y = -\frac{2}{x}$ 的图像上, 则 m 与 n 的大小关系为_____。

⑦ 在平面直角坐标系 xOy 中, 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 图像经过点 $P(k^2 - 3, \frac{1}{2})$, 且在每一个象限内, y 随 x 的增大而减小, 则 k 的值为_____。

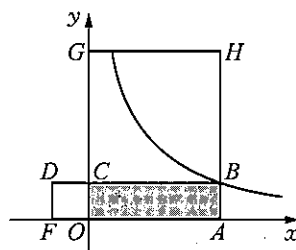
⑧ 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 $A(x_1, y_1)$ 和 $B(x_2, y_2)$ 都在反比例函数 $y = \frac{k-3}{x} (k \neq 3)$ 的图像上, 当 $x_1 < 0 < x_2$ 时, 都有 $y_1 > y_2$, 则 k 的取值范围为_____。

⑨ 如图, 点 A 在反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k > 0)$ 的图像上, 过点 A 作 y 轴的平行线 l 。已知点 A 坐标为 $(2, 1)$, 那么当 $x < 2$ 时, y 的取值范围是_____。



第 9 题图

- 10 如图,点 B 是反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 上一点,矩形 $OABC$ 的周长是 16,正方形 $BCGH$ 和正方形 $OCDF$ 的面积之和为 50,则反比例函数的表达式是_____。



第 10 题图

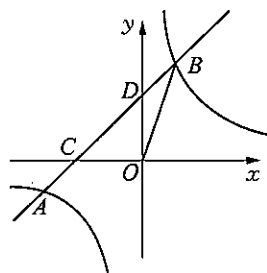
三、解答题

- 11 已知 y 与 z 成正比例, z 与 x 成反比例。当 $x = -4$ 时, $z = 3$,
 $y = -4$ 。

- (1) 求 y 关于 x 的函数表达式。
- (2) 在平面直角坐标系中, y 关于 x 的函数图像上有 A 、 B 两点,且点 A 的横坐标为 2,点 B 的横坐标为 4,求 OAB 的面积。

- 12 如图,一次函数 $y = mx + n (m \neq 0)$ 的图像与反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的图像交于点 A
 $(-3, a)$, $B(1, 3)$,且一次函数与 x 轴、 y 轴分别交于点 C 、 D 。

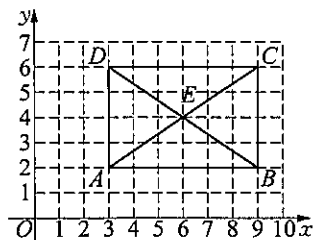
- (1) 求反比例函数和一次函数的表达式。
- (2) 点 P 在第三象限,且在反比例函数图像上,若 $S_{\triangle OCP} = 4S_{\triangle OBD}$,求点 P 的坐标。



第 12 题图

⑬ 如图,矩形 $ABCD$ 的四个顶点都在格点(网格线的交点)上,对角线 AC 、 BD 相交于点 E ,反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图像经过点 A 。

- (1) 求这个反比例函数的表达式。
- (2) 请先描出这个反比例函数图像上不同于点 A 的三个格点,再画出反比例函数的图像。
- (3) 将矩形 $ABCD$ 向左平移,当点 E 落在这个反比例函数的图像上时,求平移的距离。

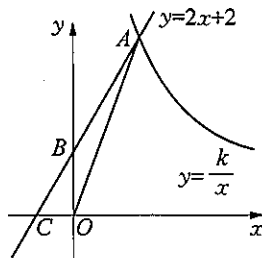


第 13 题图



⑭ 如图,直线 $y = 2x + 2$ 与 x 轴交于 C 点,与 y 轴交于 B 点,在直线上取点 $A(2, a)$,过点 A 作反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图像。

- (1) 求 a 的值及反比例函数的表达式。
- (2) 在 x 轴上取点 Q ,使得 $\angle BOA = \angle OAQ$,请求出点 Q 的坐标。

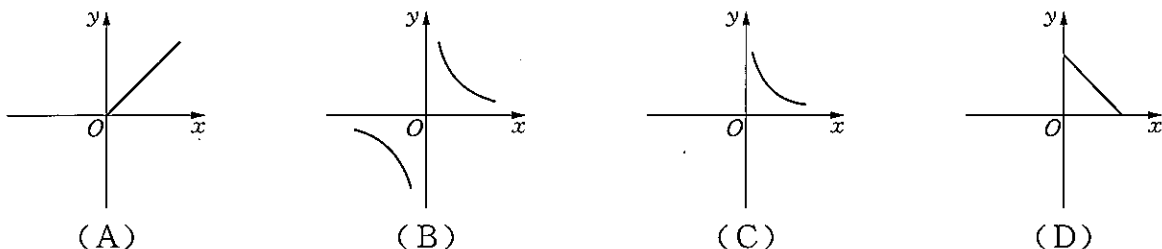


第 14 题图

26.3 反比例函数的应用

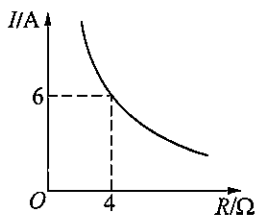
一、选择题

- ① 矩形的长为 x , 宽为 y , 面积为 9, 则 y 与 x 之间的函数表达式用图像表示大致为()。

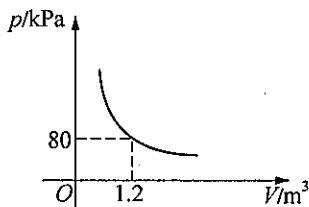


- ② 已知某品牌蓄电池的电压(单位:V)为定值,在使用该蓄电池时,电流 I (单位:A)与电阻 R (单位: Ω)是反比例函数关系,它的图像如图所示,则下列说法正确的是()。

- (A) 蓄电池的电压是 10 V
 (B) 当 $I \leq 5$ A 时, $R \geq 4.8 \Omega$
 (C) 反比例函数表达式为 $I = \frac{6}{R}$
 (D) 当 $R = 3 \Omega$ 时, $I = 4$ A



第 2 题图



第 3 题图

- ③ 某气球内充满了一定质量的气体,当温度不变时,气球内气体的气压 p (单位:kPa)是气体体积 V (单位: m^3)的反比例函数。已知 p 与 V 之间的函数图像如图所示,则下列结论正确的是()。

- (A) $p = \frac{80}{V}$ (B) 当 $V = 1$ 时, $p = 100$
 (C) 当 $V < 2$ 时, $p < 48$ (D) 当 $V > 1.6$ 时, $0 < p < 60$

二、填空题

- ④ 正确佩戴近视眼镜,可以帮助矫正视力,根据物理学知识,近视眼镜的度数 y (度)是镜片焦距 x (cm)的反比例函数,已知 400 度近视眼镜镜片的焦距是 25 cm,小张眼睛近视度数为 250 度,如果他要配一副近视眼镜,那么他配的近视眼镜镜片的焦距为_____cm。

- ⑤ 某商场销售一批散装坚果,进价为 30 元每斤,在销售时售货员发现坚果的日销量和每斤的利润正好成反比例关系,且价格调整为每斤 50 元时,当日销量为 80 斤,则每日该坚果的销量 y (单位:斤)与每斤价格 x (单位:元)之间的函数表达式为_____。

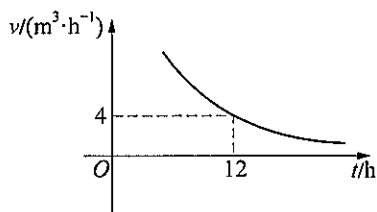
⑥ 笑笑同学通过学习数学和物理知识,知道了电磁波的波长 λ (单位:m) 会随着电磁波的频率 f (单位:MHz) 的变化而变化。已知 λ 与 f 是反比例函数关系,它们的部分对应值如下表:

频率 f (MHz)	10	15	50
波长 λ (m)	30	20	6

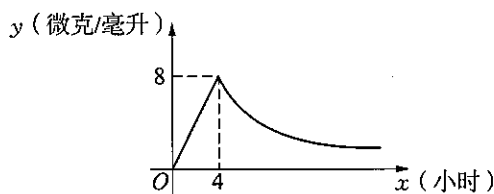
(1) λ 关于 f 的函数表达式为_____。

(2) 当 $f=75$ 时, λ =_____。

⑦ 如图所示是某一蓄水池的排水速度 v (m^3/h) 与排完水池中的水所用时间 t (h) 之间的函数关系图像,则排水速度 v (m^3/h) 与时间 t (h) 之间的函数表达式是_____。若要 5 h 排完水池中的水,则排水速度应为_____。



第 7 题图

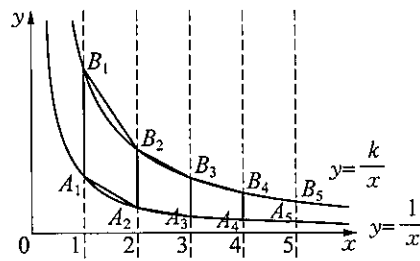


第 8 题图

⑧ 某药品研究所开发一种抗菌新药,经多年实验后,首次用于临床人体试验,测得成人服药后血液中药浓度 y (微克/毫升) 与服药时间 x 小时之间函数关系如图所示,其中 4 小时后 y 是关于 x 的反比例函数。由图像计算可知血液中药浓度不低于 4 微克/毫升的持续时间为_____小时。

⑨ 将 $x = \frac{2}{3}$ 代入函数 $y = -\frac{1}{x}$ 中,所得函数值记为 y_1 ,又将 $x = y_1 + 1$ 代入函数 $y = -\frac{1}{x}$ 中,所得函数值记为 y_2 ,再将 $x = y_2 + 1$ 代入函数 $y = -\frac{1}{x}$ 中,所得函数值记为 y_3 ,……,则 y_{2026} =_____。

⑩ 在滑草过程中,小明发现滑道两边形如两条双曲线,如图,点 A_1, A_2, A_3, \dots 在反比例函数 $y = \frac{1}{x} (x > 0)$ 的图像上,点 B_1, B_2, B_3, \dots 在反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k > 1, x > 0)$ 的图像上, $A_1B_1 \parallel A_2B_2 \parallel \dots \parallel y$ 轴,已知点 A_1, A_2, \dots 的横坐标分别为 1, 2, …, 令四边形 $A_1B_1B_2A_2, A_2B_2B_3A_3, \dots$ 的面积分别为 S_1, S_2, \dots 。



第 10 题图

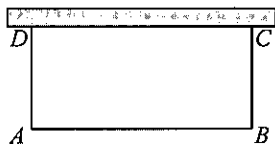
(1) 用含 k 的代数式表示 S_1 =_____。

(2) 若 $S_{19} = 39$, 则 k =_____。

三、解答题

⑪ 图中有一面墙(可利用的最大长度为 100 m),现打算沿墙围成一个面积为 120 m^2 的长方形花圃。设花圃与墙平行的一边长 $AB = x(\text{m})$,与墙垂直的一边长为 $y(\text{m})$ 。

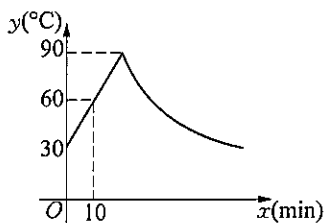
- (1) 求 y 关于 x 的函数表达式,并指出自变量的取值范围。
- (2) 若想使 AB 是 BC 的 7.5 倍,则花圃至少需要围栏多少米?



第 11 题图



⑫ 某种糖质工艺品制作材料从加热到自然降温的过程中,温度 $y(^{\circ}\text{C})$ 与时间 $x(\text{min})$ 的函数图像如图所示。其中加热阶段为一条线段,且该材料从 30°C 加热到 60°C 需要 10 分钟,自然降温阶段可以看成某反比例函数图像的一部分。



第 12 题图

- (1) 求材料加热到 90°C 的时间。
- (2) 求材料自然降温时, y 关于 x 的函数表达式。
- (3) 已知该工艺品操作时温度需保持在 $60 \sim 90^{\circ}\text{C}$ (包括 60°C 、 90°C),为节约能源,工厂设计了两种方案(见表格)。仅从工作时间和加热成本考虑,设一天工作 8 小时(包括加热升温阶段时间),请通过计算说明,哪一种方案更节约成本?

方案	恒温 60°C 工作	间歇加热工作
过程	① 从 30°C 加热到 60°C ; ② 保持 60°C 进行加工。	① 从 30°C 加热到 90°C ; ② 自然降温到 60°C ; ③ 再次加热到 90°C ; 循环②③两个阶段。
加热成本	加热升温阶段每分钟需花费 100 元;恒温阶段每分钟需花费 60 元。(注:自然降温阶段无需费用)	

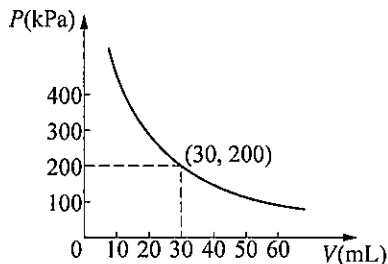
习题 26.3

一、选择题

① 一司机驾驶汽车从甲地去乙地,他以平均 80 km/h 的速度用了 4 h 到达乙地,当他按原路匀速返回时,汽车的速度 $v(\text{km/h})$ 与时间 $t(\text{h})$ 的函数关系是()。

- (A) $v = 320t$ (B) $v = \frac{320}{t}$ (C) $v = 20t$ (D) $v = \frac{20}{t}$

② 为检测某品牌一次性注射器的质量,将注射器里充满一定量的气体,当温度不变时,注射器里的气体的压强 $p(\text{kPa})$ 是气体体积 $V(\text{mL})$ 的反比例函数,其图像如图所示。则下列说法中错误的是()。



第 2 题图

- (A) 这一函数的表达式为 $p = \frac{6000}{V}$
 (B) 当气体体积为 40 mL 时,气体的压强值为 150 kPa
 (C) 当温度不变时,注射器里气体的压强随着气体体积增大而减小
 (D) 若注射器内气体的压强不能超过 400 KPa ,则其体积 V 不能超过 15 mL

③ 2025 年“体重管理年”正式启动,其中所涉及的体质指数“BMI”是衡量人体胖瘦程度的标准,其计算公式为 $\text{BMI} = \frac{m}{h^2}$ (m 表示体重,单位:千克; h 表示身高,单位:米)。成年人 BMI 值标准见下表:

BMI 范围	$\text{BMI} < 16$	$16 \leq \text{BMI} < 18.5$	$18.5 \leq \text{BMI} < 24$	$24 \leq \text{BMI} < 28$	$\text{BMI} \geq 28$
胖瘦程度	瘦弱	偏瘦	正常	偏胖	肥胖

已知某位成年人身高为 1.6 米 ,以下说法正确的是()。

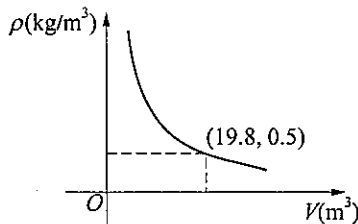
- (A) BMI 数值随着体重 m 的值的增加而减少
 (B) BMI 数值与体重 m 的值之间成正比例关系
 (C) BMI 数值与体重 m 的值之间的函数图像为双曲线位于第一象限的一支
 (D) 如果这位成年人的体重为 64 千克 ,他的胖瘦程度属于正常

二、填空题

④ 二氧化碳的密度 $\rho(\text{kg/m}^3)$ 关于其体积 $V(\text{m}^3)$ 的函数表达式如图所示,那么函数表达式是_____。

⑤ 某产品的进价为 50 元/件 ,该产品的日销量 $y(\text{件})$ 是售价 $x(\text{元/件})$ 的反比例函数,且当售价为 100 元/件 时,每日可售出 40 件 ,为获得日利润 1500 元 ,售价应定为_____元/件。

⑥ 已知声波在某均匀介质中传播,波速 v 恒为 340 m/s 。由物理

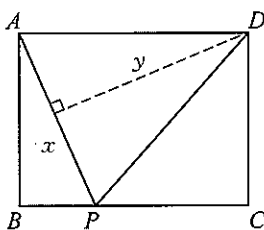


第 4 题图

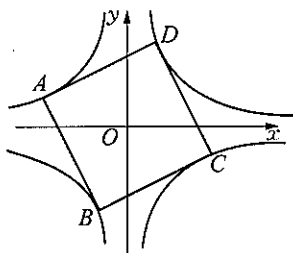
学知识可知,当波速一定时,波长 λ (米)与频率 f (赫兹)成反比例函数关系,即 $\lambda = \frac{v}{f}$ 。当频率 $f = 20$ 赫兹时,波长 $\lambda = 17$ 米,则当频率为 34 赫兹时,波长是_____米。

⑦ 如图,在矩形 $ABCD$ 中, $AB = 3$, $BC = 4$, 动点 P 从点 B 出发,在 BC 上移动至点 C 停止。记 $PA = x$, 点 D 到直线 PA 的距离为 y , 则 y 关于 x 的函数表达式是_____。

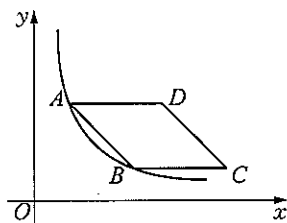
⑧ 如图,正方形 $ABCD$ 的中心在原点 O 上,且正方形 $ABCD$ 的四个顶点分别位于两个反比例函数 $y = \frac{3}{x}$ 和 $y = \frac{n}{x}$ 的图像上的四个分支上,则 $n =$ _____。



第 7 题图



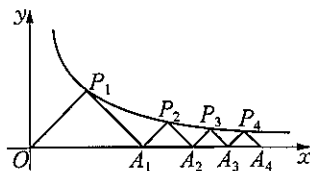
第 8 题图



第 9 题图

⑨ 如图,菱形 $ABCD$ 的边 AD 与 x 轴平行, A 、 B 两点的横坐标分别为 1 和 3, 反比例函数 $y = \frac{3}{x}$ 的图像经过 A 、 B 两点, 则菱形 $ABCD$ 的面积为_____。

⑩ 如图, 已知 $\triangle P_1OA_1$, $\triangle P_2A_1A_2$, $\triangle P_3A_2A_3$, \dots , $\triangle P_nA_{n-1}A_n$ 都是等腰直角三角形, 点 $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$ 都在函数 $y = \frac{4}{x} (x > 0)$ 的图像上, 斜边 $OA_1, A_1A_2, A_2A_3, \dots, A_{n-1}A_n$ 都在 x 轴上。则点 A_{2026} 的坐标为_____。



第 10 题图

三、解答题

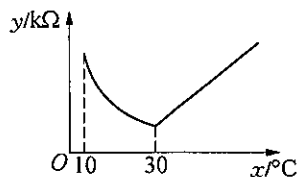
⑪ 将油箱注满 k 升油后, 轿车可行驶的总路程 s (千米) 与平均耗油量 a (升/千米) 之间是反比例函数关系: $s = \frac{k}{a}$ (k 是常数, $k \neq 0$)。已知某轿车油箱注满油后, 以平均耗油量为 0.1 升/千米的耗油速度行驶, 可行驶 700 千米。

- (1) 求该轿车可行驶的总路程 s 与平均耗油量 a 之间的函数表达式。
- (2) 当平均耗油量为 0.08 升/千米时, 该轿车可以行驶多少千米?

⑫ 电灭蚊器的电阻 y (k Ω) 随温度 x ($^{\circ}\text{C}$) 变化的大致图像如图所示, 通电后温度由室温 10°C 上升到 30°C 时, 电阻与温度成反比例函数关系, 且在温度达到 30°C 时, 电阻下降到最小值, 随后电阻随温度升高而增加, 此时电阻 y (k Ω) 与温度 x ($^{\circ}\text{C}$) 之间的函数式为 $y = \frac{4}{15}x - 6$ ($x \geq 30$)。

(1) 当 $10 \leq x < 30$ 时, 求 y 与 x 之间的表达式。

(2) 电灭蚊器在使用过程中, 温度 x 在什么范围内时, 电阻不超过 5 k Ω ?



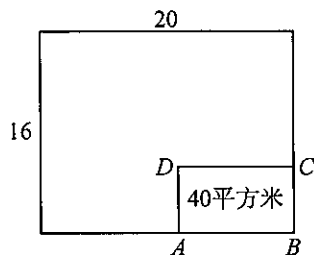
第 12 题图



⑬ 某单位为了响应政府发出的“全民健身”的号召, 打算在长和宽分别为 20 米和 16 米的矩形大厅内修建一个 40 平方米的矩形健身房 $ABCD$, 该健身房的四面墙壁中有两面沿用大厅的旧墙壁(如图为平面示意图), 且每面旧墙壁上所沿用的旧墙壁长度不得超过其长度的一半, 已知装修旧墙壁的费用为 15 元/平方米, 新建(含装修)墙壁的费用为 70 元/平方米, 设健身房高 3 米, 健身房 AB 的长为 x 米, BC 的长为 y 米, 修建健身房墙壁的总投资为 w 元。

(1) 求 y 与 x 的函数表达式, 并写出自变量 x 的范围。

(2) 求 w 与 x 的函数表达式, 并求出当所建健身房 AB 长为 6 米时总投资为多少元。



第 13 题图

单元练习二十六

一、选择题

① 在反比例函数 $y = \frac{1-k}{x}$ 图像的任一支上, y 都随 x 的增大而增大, 则 k 的值可以是()。

- (A) -1 (B) 0 (C) 0.5 (D) 2

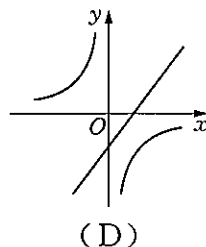
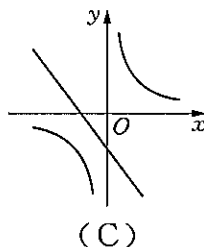
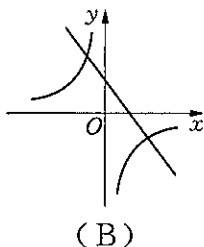
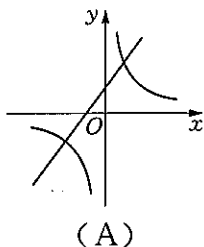
② 下列关于反比例函数 $y = -\frac{3}{x}$ 的说法正确的是()。

- (A) y 随 x 的增大而增大 (B) 函数图像过点 $(2, \frac{3}{2})$
(C) 图像位于第一、三象限 (D) $x > 0$ 时, y 随 x 的增大而增大

③ 若正比例函数 $y = -2x$ 与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 图像的一个交点的横坐标为 -1, 则 k 的值为()。

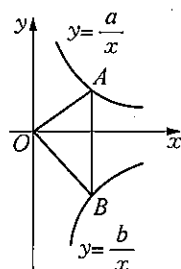
- (A) 1 (B) -1 (C) 2 (D) -2

④ 函数 $y = -ax + a$ 与 $y = \frac{a}{x} (a \neq 0)$ 在同一坐标系中的图像可能是()。



⑤ 在平面直角坐标系 xOy 中, 反比例函数 $y = \frac{a}{x} (x > 0)$ 和反比例函数 $y = \frac{b}{x} (x > 0)$ 的图像如图所示。一条垂直于 x 轴的直线分别交这两个反比例函数的图像于 A 、 B 两点, 则 $\triangle AOB$ 的面积是()。

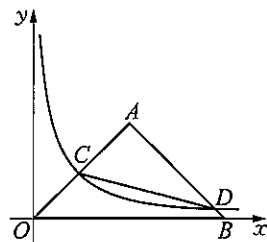
- (A) $\frac{a+b}{2}$ (B) $\frac{a-b}{2}$
(C) $\frac{-a+b}{2}$ (D) $\frac{-a-b}{2}$



第5题图

⑥ 如图, 将等腰直角三角形 OAB 放置于平面直角坐标系中, 点 B 在 x 轴上, $OA = AB = 10$, $\angle A = 90^\circ$, D 是 AB 边上的动点 (不与端点 A 、 B 重合), 作 $\angle ACD = 60^\circ$, 交 OA 于点 C , 若点 C 、 D 都在双曲线 $y = \frac{k}{x} (k > 0, x > 0)$ 上, 则 k 的值为()。

- (A) $\frac{25}{4}$ (B) $\frac{25}{3}$
(C) $\frac{25}{2}$ (D) 25



第6题图

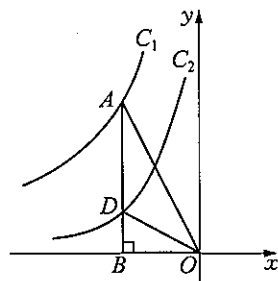
二、填空题

⑦ 在平面直角坐标系中,若函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的图像经过点 $(x_1, 3)$ 和 $(x_2, -3)$, 则 $x_1 + x_2$ 的值是_____。

⑧ 点 $A(x_1, y_1), B(x_1+1, y_2)$ 是反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 图像上的两点,满足当 $x_1 > 0$ 时,均有 $y_1 < y_2$, 则 k 的取值范围是_____。

⑨ 已知一个三角形的面积为 1,一边的长为 x ,这边上的高为 y , 则 y 关于 x 的函数表达式为_____,该函数图像在第_____象限。

⑩ 如图,已知反比例函数 $y_1 = \frac{k}{x} (x < 0)$ 和 $y_2 = -\frac{1}{x} (x < 0)$ 的图像分别为 C_1, C_2 , A 是 C_1 上一点,过点 A 作 $AB \perp x$ 轴,垂足为 B , AB 与 C_2 交于点 D 。若 $\triangle AOD$ 的面积为 2, 则 k 的值为_____。

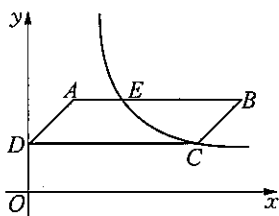


第 10 题图

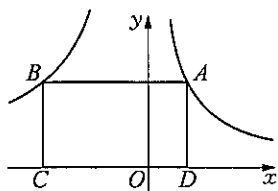
⑪ 在函数 $y = \frac{|k|+1}{x}$ 的图像上有三点 $A_1(x_1, y_1), A_2(x_2, y_2), A_3(x_3, y_3)$, 且 $x_1 < x_2 < 0 < x_3$, 则用“<”连接 y_1, y_2, y_3 为_____。

⑫ 如图,在 $\square ABCD$ 中, $AB \parallel x$ 轴,点 $A(1, 2), B(7, 2), D(0, 1)$, 反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图像经过点 C , 且与 AB 交于点 E 。则点 E 的横坐标为_____。

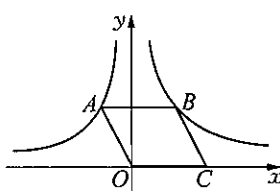
⑬ 如图,已知矩形 $ABCD$ 的面积为 16, $AB \perp y$ 轴, C, D 是 x 轴上的两个点,点 A, B 分别在反比例函数 $y = \frac{a}{x} (x > 0), y = \frac{-3a}{x} (x < 0)$ 的图像上, 则 a 的值为_____。



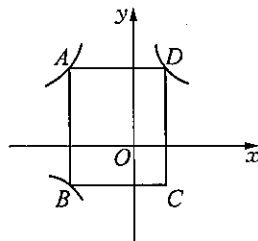
第 12 题图



第 13 题图



第 14 题图



第 15 题图

⑭ 如图,点 A 在反比例函数 $y = -\frac{2}{x} (x < 0)$ 的图像上,点 B 在反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图像上, $AB \parallel OC$ 且 $AB = OC$, 四边形 $ABCO$ 面积为 5, 则 $k =$ _____。

⑮ 如图,矩形 $ABCD$ 的顶点 B, D 落在反比例函数 $y = \frac{2}{x}$ 的图像上,点 A 落在反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \text{ 为常数}, k \neq 0)$ 在第二象限的图像上,矩形 $ABCD$ 被坐标轴分割成四个小矩形。若在第一象限的小矩形的面积为 1, 则 k 的值为_____。

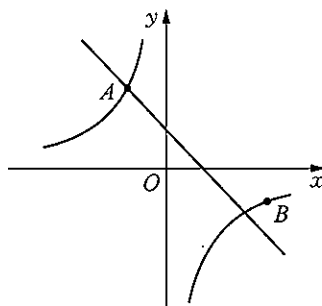
- 16 在平面直角坐标系中,一次函数 $y = -x + 3$ 的图像与反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的图像在第一象限交于 $A(1, a)$ 和 $B(2, b)$ 两点。若点 P 在 y 轴上,点 Q 在反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的图像上,当以 A, B, P, Q 为顶点的四边形是平行四边形时,写出所有符合条件的 Q 点的坐标:_____。

三、解答题

- 17 如图,一次函数 $y = -x + b$ 的图像与反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的图像相交于点 $A(-1, 3)$ 。

(1) 求 b 和 k 的值。

(2) 横坐标为 4 的点 B 是反比例函数图像上的一点,现将点 B 向下平移。当点 B 落在一次函数图像上时,求向下平移的距离。

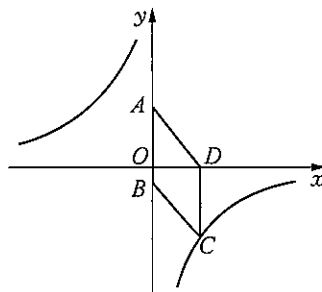


第 17 题图

- 18 如图,在平面直角坐标系中,已知四边形 $ABCD$ 为菱形,且 $A(0, 4)$ 、 $D(3, 0)$ 。

(1) 求经过点 C 的反比例函数的表达式。

(2) 设 P 是(1)中所求反比例函数图像上一点,若 $\triangle POA$ 的面积是 $\triangle COB$ 的面积 2 倍,求点 P 的坐标。

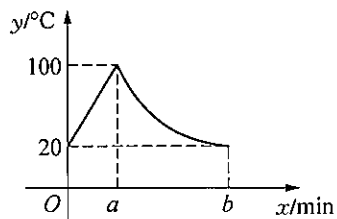


第 18 题图

①9 某校的饮水机接通电源就进入自动程序,开机加热时每分钟上升 10°C ,加热到 100°C 停止加热,水温开始下降,此时水温($^{\circ}\text{C}$)与用时(min)成反比例关系。直至水温降至 20°C 时自动开机加热,重复上述自动程序。若在水温为 20°C 时,接通电源后,在一次加热到降温的过程中,水温 $y(^{\circ}\text{C})$ 和时间 $x(\text{min})$ 的关系如图所示。

(1) 求图中 y 关于 x 的函数表达式。

(2) 在一次加热到降温的过程中,饮水机有多少时间能使水温保持在 50°C 及以上?



第 19 题图

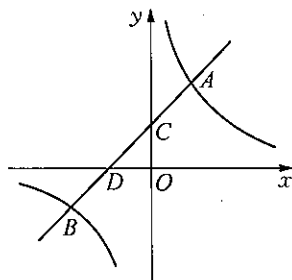


②0 如图,反比例函数 $y_1 = \frac{k}{x}$ 的图像与一次函数 $y_2 = x + b$ 的图像交于 A 、 B 两点,其中点 A 的坐标为 $(1, 2)$ 。

(1) 求反比例函数与一次函数的表达式。

(2) 观察图像,直接写出当 $y_1 < y_2$ 时,自变量 x 的取值范围。

(3) 一次函数的图像与 y 轴交于点 C ,点 P 是反比例函数图像上的一个动点,若 $S_{\triangle OCP} = 6$,求此时点 P 的坐标。



第 20 题图

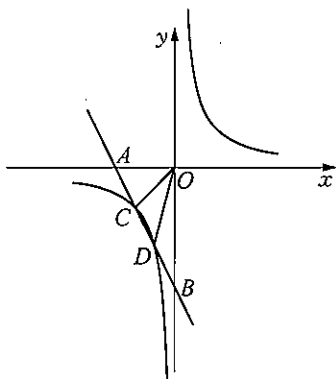


21 如图,在平面直角坐标系中,一次函数 $y = -2x - 6$ 的图像与坐标轴交于点 A 、 B ,与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图像交于点 C 、 D 。 $\triangle AOC$ 和 $\triangle BOD$ 的面积均为 3。

(1) 求反比例函数的表达式和 $\triangle OCD$ 的面积。

(2) 根据图像直接写出关于 x 的不等式 $-2x - 6 < \frac{k}{x}$ 的解集。

(3) 点 M 为 y 轴上一点,点 N 为反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 图像上一点,当以 C 、 D 、 M 、 N 为顶点的四边形为平行四边形时,求点 N 的坐标。



第 21 题图

22 我们已经知道反比例函数的图像是双曲线,那么函数 $y = \frac{6}{|x| - 3}$ 的图像是怎样的呢?

【探索】

(1) 该函数的自变量的取值范围为_____。

(2) 描点画图:

① 列表:如表是 x 与 y 的几组对应值。

x	...	-7	-6	-5	-4	-2	-1	0	1	2	4	5	6	7	...
y	...	$\frac{3}{2}$	2	3	6	-6	-3	-2	-3	-6	6	3	2	$\frac{3}{2}$...

② 描点:根据表中各组对应值 (x, y) ,在平面直角坐标系中描出各点。

③ 连线:用平滑的曲线顺次连接各点,请你把图像补充完整。

【应用】

观察你所画的图像,解答下列问题:

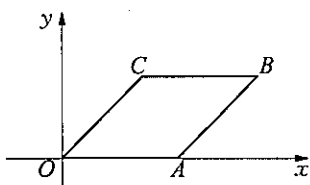
(3) 若点 $A(a, c)$, $B(b, c)$ 为该函数图像上不同的两点,求 $a + b$ 的值。

(4) 直接写出当 $\frac{6}{|x| - 3} \geq -2$ 时, x 的取值范围。

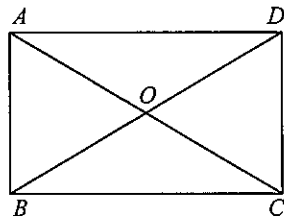
期中练习

一、选择题

- ① 如果每个内角都相等的多边形的内角和等于 720° , 那么该多边形的一个外角等于()。
 (A) 45° (B) 60° (C) 72° (D) 90°
- ② 矩形、菱形、正方形都具有的性质是()。
 (A) 对角线相等 (B) 对角线互相垂直
 (C) 对角线互相平分 (D) 对角线平分一组对角
- ③ 如果平行四边形的四个内角的平分线能够围成一个四边形, 那么这个四边形一定是()。
 (A) 平行四边形 (B) 矩形 (C) 菱形 (D) 正方形
- ④ 如图, 菱形 $OABC$ 在平面直角坐标系中, $\angle AOC = 45^\circ$, $OC = \sqrt{2}$, 则点 B 的坐标为()。
 (A) $(\sqrt{2}, 1)$ (B) $(1, \sqrt{2})$ (C) $(\sqrt{2}+1, 1)$ (D) $(1, \sqrt{2}+1)$

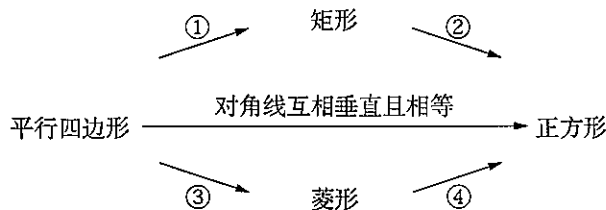


第 4 题图



第 5 题图

- ⑤ 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AD > AB$, $AB = 5$ cm, AC 、 BD 交于点 O , $\angle AOD = 2\angle AOB$, 则 $BC =$ ()。
 (A) 5 cm (B) $5\sqrt{2}$ cm (C) $5\sqrt{3}$ cm (D) $5\sqrt{5}$ cm
- ⑥ 如图, 在反映特殊四边形之间关系的知识结构图中, ①②③④表示需要添加的条件, 则下列添加的条件错误的是()。



第 6 题图

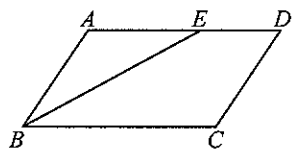
- (A) ①有一个角是直角 (B) ②有一组邻边相等
 (C) ③对角线相等 (D) ④有一个角是直角

二、填空题

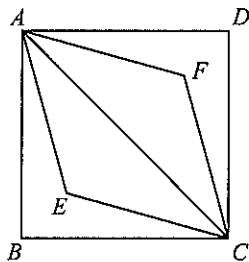
- ⑦ 一个多边形的内角和等于它的外角和的 2 倍, 则这个多边形的边数是_____。

⑧ 如图, 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, BE 平分 $\angle ABC$, 与 AD 交于点 E , $BC = 7$, $DE = 3$, 则 AB 的长为_____。

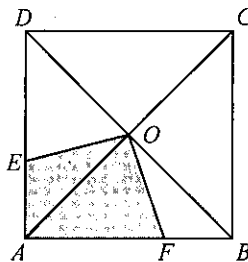
⑨ 如图, 正方形 $ABCD$ 与菱形 $AECF$ 有一条共同的 diagonal AC , 若 $\angle EAF = 60^\circ$, $AE = 2$, 则正方形 $ABCD$ 的边长是_____。



第 8 题图



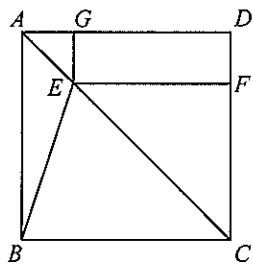
第 9 题图



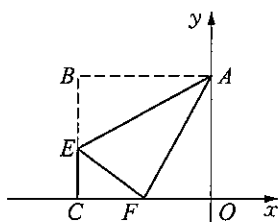
第 10 题图

⑩ 如图, 正方形 $ABCD$ 的边长是 6, 对角线 AC 、 BD 相交于点 O , 点 E 、 F 分别在边 AD 、 AB 上, 且 $OE \perp OF$, 则四边形 $AFOE$ 的面积为_____。

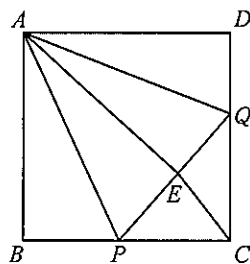
⑪ 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, 点 E 为对角线 AC 上的一点, $EF \perp CD$, $EG \perp AD$, 垂足分别为 F 、 G , 若 $EG = 2$, $EF = 6$, 则 BE 的长度为_____。



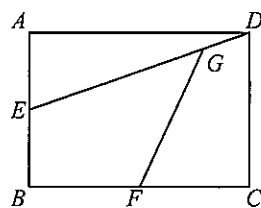
第 11 题图



第 12 题图



第 13 题图



第 14 题图

⑫ 如图, 在平面直角坐标系中, 矩形 $ABCO$ 的边 CO 、 OA 分别在 x 轴、 y 轴上, 点 E 在边 BC 上, 将该矩形沿 AE 折叠, 点 B 恰好落在边 CO 上的点 F 处。若 $OA = 8$, $CF = 4$, 则点 F 的坐标是_____。

⑬ 如图, 在正方形纸片 $ABCD$ 中, 点 P 是边 BC 上一点, 连接 AP , 将正方形沿 AP 折叠, 点 B 落在点 E 处, 延长 PE 交 CD 于点 Q , 连接 AQ 、 CE 。给出以下结论:

- ① $\triangle AEQ \cong \triangle ADQ$;
- ② $PQ = BP + DQ$;
- ③ $\triangle PEC$ 与 $\triangle QEC$ 的面积相等;
- ④ 若 $BP = CP$, 则 $CQ = 2DQ$ 。

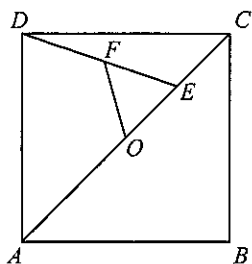
上述结论中, 正确结论的序号有_____。

⑭ 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB = 4$, $BC = 6$, 点 E 、 F 分别是 AB 、 BC 的中点, 连接 DE , 点 G 在线段 DE 上, 若 $\angle FGE = 45^\circ$, 则 FG 的长为_____。

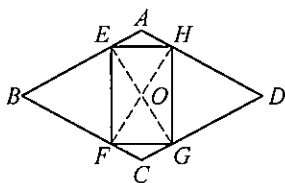
⑮ 如图,点 E 在正方形 $ABCD$ 的对角线 AC 上,连接 DE ,点 O 是 AC 的中点,点 F 是 DE 的中点,连接 OF 。若 $AC=20$, $CE=6$,则 OF 的长为_____。

⑯ 如图,在菱形 $ABCD$ 中, $AB=2$, $\angle A=120^\circ$,过菱形 $ABCD$ 的对称中心 O 分别作边 AB 、 BC 的垂线,交各边于点 E 、 F 、 G 、 H ,则四边形 $EFGH$ 的周长为_____。

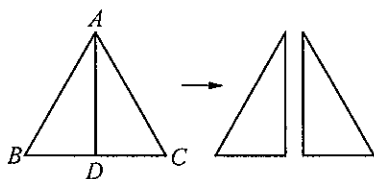
⑰ 在等边 $\triangle ABC$ 中, AD 为边 BC 的中线,将此三角形沿 AD 剪开,得到两个三角形,然后把这两个三角形拼成一个平行四边形。如果 $AB=2$,那么在所有能拼成的平行四边形中,对角线长度的最大值是_____。



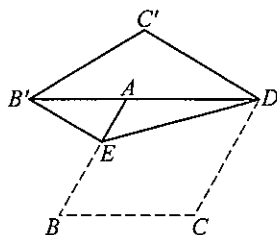
第 15 题图



第 16 题图



第 17 题图

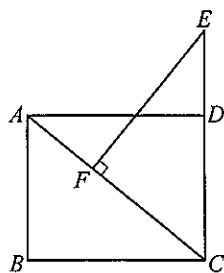


第 18 题图

⑱ 如图,在菱形 $ABCD$ 中, $\angle C=120^\circ$, $AD=2$,点 E 是 AB 上一点,将菱形 $ABCD$ 沿 DE 翻折使点 B 的对应点 B' 刚好落在 DA 的延长线上,则折痕 DE 的长为_____。

三、解答题

⑲ 如图,在矩形 $ABCD$ 中, AC 为对角线,延长 CD 至点 E ,使得 $CE=AC$,过点 E 作 $EF \perp AC$ 于点 F 。求证: $EF=CB$ 。

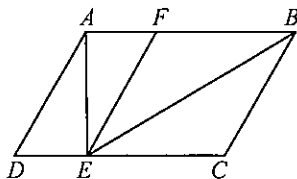


第 19 题图

⑳ 如图,在平行四边形 $ABCD$ 中, BE 平分 $\angle ABC$, F 为 AB 边上的一点,且 $BF=BC$ 。

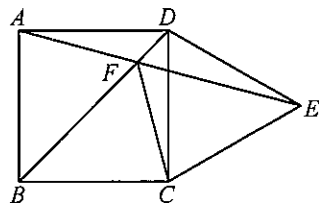
(1) 求证: 四边形 $BCEF$ 为菱形。

(2) 连接 AE ,若 $AD=2$, $AE=\sqrt{3}$, $AF=1$,求 BE 的长。



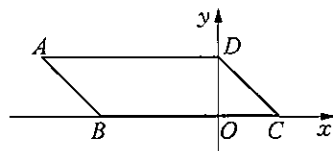
第 20 题图

- ②① 如图,以正方形 $ABCD$ 的边 CD 为边,在正方形外部作等边 $\triangle CDE$, AE 与 BD 交于点 F ,连接 CF 。求 $\angle BFC$ 的度数。



第 21 题图

- ②② 平行四边形 $ABCD$ 在平面直角坐标系中的位置如图所示,已知点 $B(-10, 0)$, $C(5, 0)$, $D(0, 5)$ 。
- (1) 求平行四边形 $ABCD$ 的面积。
 - (2) 若点 E 是 x 轴上的一点,且三角形 AED 的面积是三角形 AEB 的面积的 2 倍,请求出点 E 的坐标。

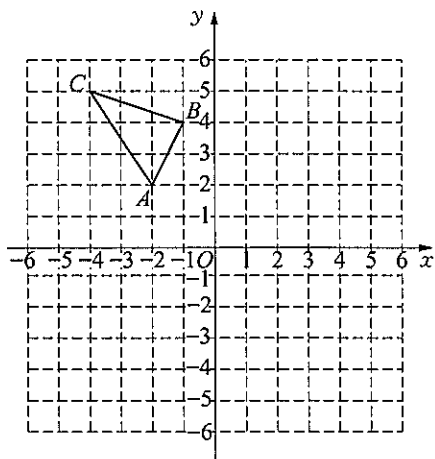


第 22 题图



②③ 如图,在平面直角坐标系中,已知点 $A(-2, 2)$, $B(-1, 4)$, $C(-4, 5)$,请解答下列问题:

- (1) 若 $\triangle ABC$ 经过平移后得到 $\triangle A_1B_1C_1$, 已知点 C_1 的坐标为 $(1, -1)$, 请作出 $\triangle A_1B_1C_1$ 。
- (2) 将 $\triangle ABC$ 绕点 A 按顺时针方向旋转 90° 得到 $\triangle A_2B_2C_2$, 请作出 $\triangle A_2B_2C_2$ 。
- (3) 当四边形 $ABCD$ 为平行四边形时, 请直接写出点 D 的坐标。



第 23 题图



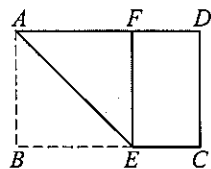
②④ 【教材呈现】如图①,把一张矩形纸片按如图所示折一下,就可以裁出正方形纸片,为什么?

(1) 【问题解决】如图①,已知矩形纸片 $ABCD$ ($AD > AB$), 将矩形纸片沿过点 A 的直线折叠,使点 B 落在边 AD 上,点 B 的对应点为 F ,折痕为 AE ,点 E 在 BC 上。求证: 四边形 $ABEF$ 是正方形。

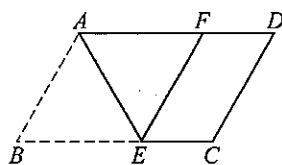
(2) 【问题拓展】如图②,已知平行四边形纸片 $ABCD$ ($AD > AB$), 将平行四边形纸片沿过点 A 的直线折叠,使点 B 落在边 AD 上,点 B 的对应点为点 F ,折痕为 AE ,点 E 在边 BC 上。

① 求证: 四边形 $ABEF$ 是菱形。

② 连接 BF , 若 $AE = 5$, $BF = 10$, 求菱形 $ABEF$ 的面积。



第 24 题图①



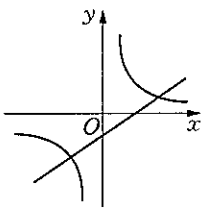
第 24 题图②

期末练习

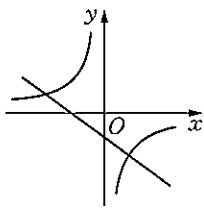
一、选择题

- ① 若点 $(-2, y_1)$, $(4, y_2)$ 都在一次函数 $y = -x + a$ 的图像上, 则 y_1 、 y_2 的大小关系是().
 (A) $y_1 < y_2$ (B) $y_1 > y_2$ (C) $y_1 = y_2$ (D) 不能确定

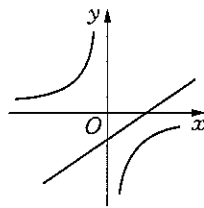
- ② 函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 与函数 $y = kx - k$ 在同一坐标系中的图像可能是().



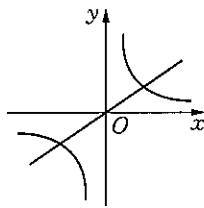
(A)



(B)



(C)



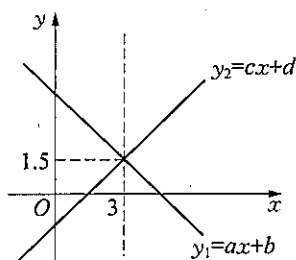
(D)

- ③ 在同一平面直角坐标系中, 一次函数 $y_1 = ax + b$ 与 $y_2 = cx + d$ 的图像如图所示, 则不等式 $ax + b > cx + d$ 的解集是().

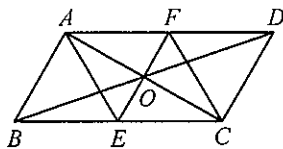
- (A) $x > 1.5$ (B) $x < 1.5$ (C) $x > 3$ (D) $x < 3$

- ④ 如图, 平行四边形 $ABCD$ 的对角线 AC 、 BD 相交于点 O , E 为 BC 的中点, 连接 EO 并延长, 交 AD 于点 F , $\angle ABC = 60^\circ$, $BC = 2AB$. 有下列结论: ① $AB \perp AC$; ② $AD = 4OE$; ③ 四边形 $AECF$ 是菱形; ④ $S_{\triangle BOE} = \frac{1}{4}S_{\triangle ABC}$. 其中正确的个数是().

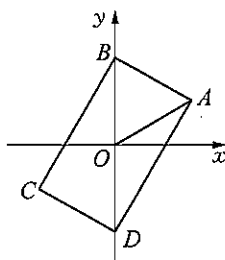
- (A) 4 (B) 3 (C) 2 (D) 1



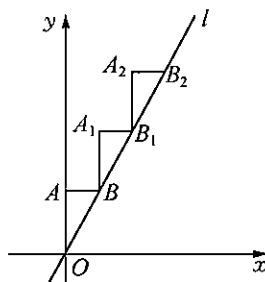
第3题图



第4题图



第5题图



第6题图

- ⑤ 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 矩形 $ABCD$ 的顶点 A 在第一象限, B 、 D 分别在 y 轴的正半轴和负半轴上. 若 $BO = DO = 4$, $\angle ABO = 60^\circ$, 则点 C 的坐标为().

- (A) $(-2\sqrt{3}, -2\sqrt{3})$ (B) $(-2, -2)$
 (C) $(-2, -2\sqrt{3})$ (D) $(-2\sqrt{3}, -2)$

- ⑥ 如图所示, 在平面直角坐标系中, 直线 l 的表达式为 $y = \sqrt{3}x$, 在直线 l 上取 $OB = 2$, 过点 B 作 $BA \perp y$ 轴, 垂足为 A , 将 $\triangle ABO$ 沿射线 OB 方向平移, 每次平移2个单位长度, 第一次平移得 $\triangle A_1B_1B$, 第二次得 $\triangle A_2B_2B_1$, 则第2025次平移后, 点 A_{2025} 的坐标为().

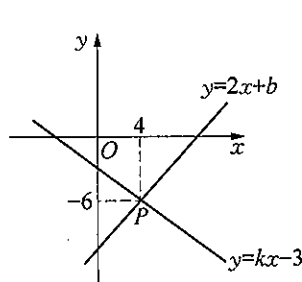
- (A) $(2025\sqrt{3}, 2024)$ (B) $(2026\sqrt{3}, 2025)$
 (C) $(2024, 2025\sqrt{3})$ (D) $(2025, 2026\sqrt{3})$

二、填空题

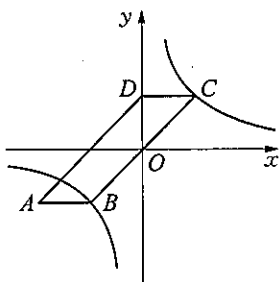
⑦ 一次函数 $y = (m-1)x + |m|$ 的图像过点 $(0, 4)$, 且 y 随 x 的增大而增大, 则 $m =$ _____。

⑧ 如图, 已知函数 $y = 2x + b$ 与函数 $y = kx - 3$ 的图像交于点 P , 则不等式 $kx - 3 \leq 2x + b$ 的解集是 _____。

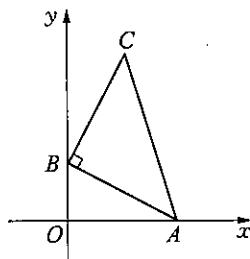
⑨ 如图, 在平面直角坐标系中, $\square ABCD$ 与反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的图像相交于 B 、 C 两点, AB 平行于 x 轴, BC 经过原点, 点 D 在 y 轴上, $\square ABCD$ 的面积为 8, 则 k 的值是 _____。



第 8 题图



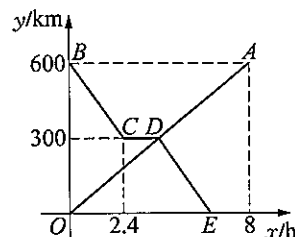
第 9 题图



第 10 题图

⑩ 如图, 将等腰直角三角板 ABC 的两个顶点 A 、 B 刚好放在两坐标轴上, 若直角边 AB 所在直线的表达式为 $y = -\frac{1}{2}x + 2$, 则点 C 的坐标为 _____。

⑪ 货车和轿车分别从甲、乙两地同时出发, 沿同一公路相向而行, 轿车出发 2.4 h 后休息, 直至与货车相遇后再以原速度继续行驶。设两车出发时间为 x (单位: h), 货车、轿车与甲地的距离分别为 y_1 和 y_2 (单位: km), 图中的线段 OA 、折线 $BCDE$ 分别表示 y_1 、 y_2 与 x 之间的函数关系。有下列四个结论:

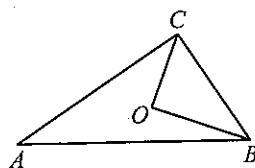


第 11 题图

- ① 甲、乙两地相距 600 km;
- ② 货车行驶的速度为 125 km/h;
- ③ 轿车在途中休息的时长为 2 小时;
- ④ 货车行驶全程所用的时间比轿车行驶全程所用的时间 (含休息时间) 多 1.6 小时。

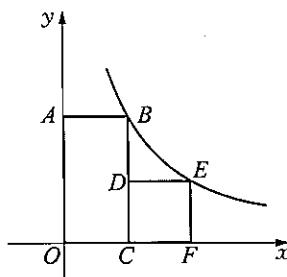
其中正确结论的序号是 _____。

⑫ 如图, 已知点 O 是 $\triangle ABC$ 的重心, $BO \perp CO$, $CO : BO = 3 : 4$ 。如果 $BO = 8$, 那么点 A 、 O 之间的距离为 _____。



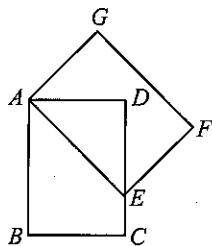
第 12 题图

⑬ 如图, 在矩形 $OABC$ 和正方形 $CDEF$ 中, 点 A 在 y 轴正半轴上, 点 C 、 F 均在 x 轴正半轴上, 点 D 在边 BC 上, $BC = 2CD$, $AB = 3$ 。若点 B 、 E 在同一个反比例函数的图像上, 则这个反比例函数的表达式是 _____。

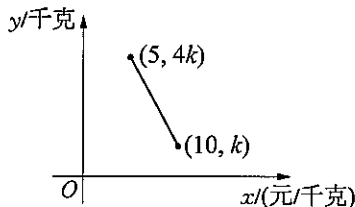


第 13 题图

- 14 如图,在矩形 $ABCD$ 中, $AD=4$,将矩形 $ABCD$ 绕点 A 逆时针旋转,得到矩形 $AEFG$,点 B 的对应点 E 落在 CD 上,且 $DE=EF$,则四边形 $ABCE$ 的面积为_____。

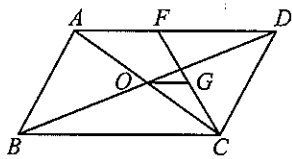


第 14 题图

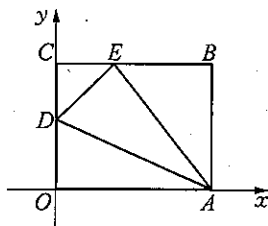


第 15 题图

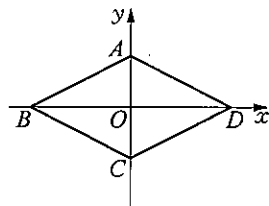
- 15 某人购进一批苹果到集贸市场零售,已知卖出的苹果质量 y (千克)与售价 x (元/千克)之间的函数关系如图所示。若这批苹果的成本为 5 元/千克,现以 8 元/千克的售价卖出,则他能挣得_____元。(用含 k 的代数式表示)
- 16 如图,平行四边形 $ABCD$ 的对角线 AC 、 BD 相交于点 O , $\angle BCD$ 的平分线 CF 与边 AD 相交于点 F , G 是 CF 中点,连接 OG 。若 $BC=5$, $CD=3$,则 OG 的长为_____。
- 17 如图,四边形 $OABC$ 是一张放在平面直角坐标系中的矩形纸片, O 为原点,点 A 在 x 轴的正半轴上,点 C 在 y 轴的正半轴上, $OA=10$, $OC=8$,在 OC 边上取一点 D ,将纸片沿 AD 翻折,点 O 落在 BC 边上的点 E 处。则 D 点坐标为_____,直线 DE 的表达式为_____。



第 16 题图



第 17 题图



第 18 题图

- 18 如图,菱形 $ABCD$ 的四个顶点都在坐标轴上,对角线 AC 、 BD 相交于原点,已知 $A(0, 2)$, $D(4, 0)$,若正比例函数 $y=kx$ ($k \neq 0$) 的图像将菱形 $ABCD$ 分成两个平行四边形,则 $k=_____$ 。

三、解答题

- 19 已知 $y-2$ 与 x 成正比例,当 $x=-2$ 时, $y=4$ 。

(1) 求出 y 与 x 之间的函数表达式。

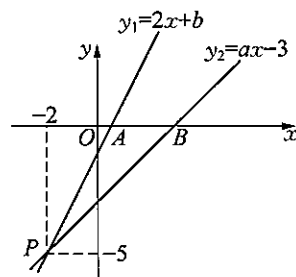
(2) 点 $P_1(m, y_1)$, $P_2(m+1, y_2)$ 在(1)中函数的图像上,比较 y_1 与 y_2 的大小。

20 如图,已知函数 $y_1=2x+b$ 和 $y_2=ax-3$ 的图像交于点 $P(-2, -5)$, 这两个函数的图像与 x 轴分别交于点 A 、 B 。

(1) 分别求出这两个函数的表达式。

(2) 求 $\triangle ABP$ 的面积。

(3) 请根据图像直接写出不等式 $2x+b < ax-3$ 的解集。

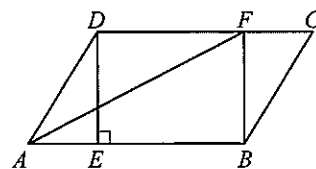


第 20 题图

21 如图,在平行四边形 $ABCD$ 中,过点 D 作 $DE \perp AB$ 于点 E ,点 F 在 CD 边上, $CF = AE$, 连接 AF 、 BF 。

(1) 求证:四边形 $BFDE$ 是矩形。

(2) 若 AF 平分 $\angle DAB$, $CF = 5$, $DF = 13$, 求四边形 $BFDE$ 的面积。



第 21 题图

22 甲、乙两家商店出售品质相同的樱桃,甲商店的樱桃价格为 50 元/千克,无优惠;乙商店的樱桃价格为 55 元/千克,若一次购买 2 千克以上,超过 2 千克部分的樱桃价格打 8 折。

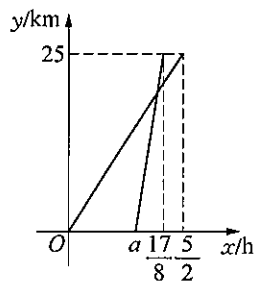
(1) 设购买樱桃 x ($x > 2$) 千克, $y_{\text{甲}}$ 、 $y_{\text{乙}}$ (单位:元) 分别表示顾客到甲、乙两家商店购买樱桃的付款金额,求 $y_{\text{甲}}$ 、 $y_{\text{乙}}$ 关于 x 的函数表达式。

(2) 甲、乙两家水果店均按以上销售方式推出售价为 330 元的樱桃礼盒,若只考虑重量因素,选择在哪家水果店购买樱桃礼盒更划算?



23 甲、乙两人沿同一路线,从 A 地出发,匀速驶向 B 地,甲骑自行车出发 $\frac{3}{2}$ h 后,乙乘汽车出发去 B 地,甲、乙两人先后到达 B 地。甲、乙两人行驶的路程 y (单位:km) 与时间 x (单位:h) 之间的关系如图所示。

- (1) 请直接写出 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ h。
- (2) 求甲、乙两人行驶的路程 y 与时间 x 之间的函数表达式(不要求写出自变量 x 的取值范围)。
- (3) 甲出发后,在乙未追上甲之前,当两车之间的距离为 6 km 时,请直接写出甲行驶的时间为 $\underline{\hspace{2cm}}$ h。



第 23 题图

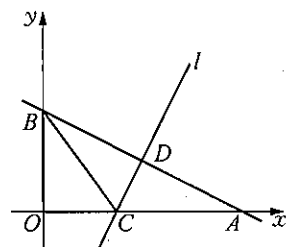


24 如图,一次函数 $y = -\frac{1}{2}x + 4$ 的图像与 x 轴和 y 轴分别交于点 A 和点 B ,将 $\triangle AOB$ 沿直线 l 对折,使点 A 与点 B 重合,直线 l 与 x 轴交于点 C ,与 AB 交于点 D ,连接 BC 。

(1) 求 $\triangle AOB$ 的面积。

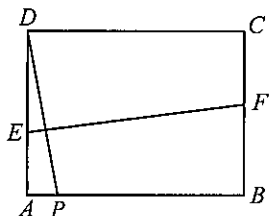
(2) 求 OC 的长度。

(3) 在 x 轴上方有一点 P ,且以 A 、 B 、 C 、 P 为顶点的四边形是平行四边形,请直接写出点 P 的坐标。

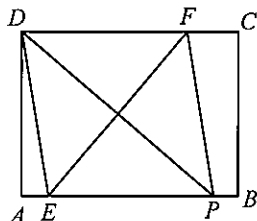


第 24 题图

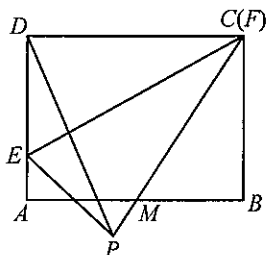
②⑤ 实践操作:在矩形 $ABCD$ 中, $AB=4$, $AD=3$, 现将纸片折叠, 点 D 的对应点记为点 P , 折痕为 EF (点 E 、 F 是折痕与矩形的边的交点), 再将纸片还原。



第 25 题图①



第 25 题图②



第 25 题图③

(1) 初步思考:若点 P 落在矩形 $ABCD$ 的边 AB 上(如图①)。

① 当点 P 与点 A 重合时, $\angle DEF = \underline{\hspace{2cm}}$, 当点 E 与点 A 重合时, $\angle DEF = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

② 当点 E 在 AB 上, 点 F 在 DC 上时(如图②), 求证: 四边形 $DEPF$ 为菱形, 并求出当 $AP = 3.5$ 时, 菱形 $EPFD$ 的边长。

(2) 深入探究: 点 F 与点 C 重合, 点 E 在 AD 上, 线段 BA 与线段 FP 交于点 M (如图③)。是否存在使得线段 AM 与线段 DE 的长度相等的情况? 若存在, 请直接写出线段 AE 的长度; 若不存在, 请说明理由。