

Вопросы к экзамену по курсу «Теория типов»

ИТМО, группы М3334..М3339

Осенний семестр 2022 г.

1. Бестиповое лямбда-исчисление. Общие определения (альфа-эквивалентность, бета-редукция, бета-эквивалентность). Параллельная бета-редукция. Теорема Чёрча-Россера.
2. Нормальный и аппликативный порядок редукций. \mathbf{Y} -комбинатор. Нетипизируемость \mathbf{Y} -комбинатора. Слабая и сильная нормализация. Парадокс Карри, парадокс при интерперетации бестипового лямбда-исчисления как логики.
3. Импликационный фрагмент ИИВ. Теорема о замкнутости И.Ф. относительно доказуемости. Комбинаторы, базис \mathbf{SKI} , его аналог в логике.
4. Просто типизированное лямбда-исчисление. Исчисление по Чёрчу и по Карри. Изоморфизм Карри-Ховарда. Конъюнкция, дизъюнкция, ложь и соответствующие им конструкции в лямбда-исчислении. Чёрчевские нумералы. Теорема о выразительной силе просто типизированного лямбда-исчисления (формулировка).
5. Алгебраические термы. Задача унификации в алгебраических термах. Алгоритм унификации. Наиболее общее решение задачи унификации.
6. Задачи проверки типа, реконструкции (вывода) типа, обитаемости типа в просто типизированном лямбда-исчислении. Их аналоги в интуиционистском исчислении высказываний. Алгоритм нахождения типа в просто типизированном лямбда-исчислении. Наиболее общий тип, наиболее общая пара.
7. Логика второго порядка. Выразимость связок через импликацию и квантор всеобщности в интуиционистской логике 2-го порядка (конъюнкция, дизъюнкция, ложь, отрицание, квантор существования). Простая модель для логики второго порядка. Система F . Изоморфизм Карри-Ховарда для системы F : квантор всеобщности, упорядоченные пары, алгебраические типы. Экзистенциальные типы. Конструкции **pack** и **abstype**. Абстрактные типы данных.
8. Ранг типа. Частный случай типа. Типы и типовые схемы. Типовая система Хиндли-Милнера. Алгоритм W . Типизация \mathbf{Y} -комбинатора. Экви- и изорекурсивные типы, μ -оператор, **roll** и **unroll**. Примеры конструкций и операторов в языках программирования.
9. Обобщённые типовые системы. Типы, рода, сорта. Лямбда-куб. Краткая характеристика вершин лямбда-куба. Σ и Π типы. Зависимые типы, примеры.
10. Интенциональное и экстенциональное равенства, достоинства и недостатки подходов. Изоморфизм Карри-Ховарда-Воеводского. Равенство как путь в топологическом пространстве. Язык Аренд. Интервальный тип, магия и сое. Стандартные функции: **transport**, **rmap**. Функциональная экстенциональность, её доказуемость в Аренде. Σ и Π типы в языке Аренд. Индуктивные типы, задание отношения «меньше» через индуктивные типы и через Σ -тип. Неравенство. Доказательство неравенств в Аренде.
11. Каков тип типа: необходимость увеличения выразительной силы языка. Типы, универсумы, пропы, множества. Импредикативность. Иерархия универсумов, предикативный и гомотопический уровни. Пропозициональное усечение. Фактор-множества в Аренде. Конструкция `\using \level`.
12. Парадокс Бурали-Форте. Парадоксальные универсумы, идея доказательства парадокса Бурали-Форте при существовании парадоксального универсума. Общая идея построения парадокса Жирара в системе U .
13. Линейная логика. Уникальные типы. Комбинаторный базис $BCKW$. Полиморфизм (параметрический и наследственный). Отношение «быть подтипом», ко- и контравариантность типов.

14. Аксиома выбора и эквивалентные утверждения. Конструктивная аксиома выбора и её доказуемость. Сетоиды. Аксиома выбора как перестановка кванторов и пропозиционального урезания. Теорема Диаконеску.
15. Аксиома детерминированности. Доказательство несовместимости аксиомы детерминированности и аксиомы выбора.
16. Теорема Эрбрана (формулировка). Правило резолюции. Метод резолюций для исчисления высказываний и исчисления предикатов. SMT-решатели. Уточнённые типы. Языки F^* и Liquid Haskell.