Отчет по лабораторной работе № 8.

Дисциплина: Математическое моделирование

Абдуллоев Сайидазизхон Шухратович. Группа: НПИ-02-18

Содержание

1 Цель работы **3**

1.1 Задание 3

2 Теоретическое введение **6**

3 Выполнение лабораторной работы **10**

3.1 Случай 1 10

3.2 Случай 2 11

4 Вывод **13**

1 Цель работы

Научиться моделировать модель конкуренции двух фирм.

1.1 Задание

Вариант 45

Случай 1. Рассмотрим две фирмы, производящие взаимозаменяемые товары одинакового качества и находящиеся в одной рыночной нише. Считаем, что в рамках нашей модели конкурентная борьба ведётся только рыночными методами. То есть, конкуренты могут влиять на противника путем изменения параметров своего производства: себестоимость, время цикла, но не могут прямо вмешиваться в ситуацию на рынке («назначать» цену или влиять на потребителей каким-либо иным способом). Будем считать, что постоянные издержки пренебрежимо малы, и в модели учитывать не будем. В этом случае динамика изменения объемов продаж фирмы 1 и фирмы 2 описывается следующей системой уравнений:

$$\begin{cases} \frac{\partial M_1}{\partial \theta} = M_1 - \frac{b}{c_1} M_1 * M_2 - \frac{a_1}{c_1} * M_1^2 \\ \frac{\partial M_2}{\partial \theta} = \frac{c_2}{c_1} M_2 - \frac{b}{c_1} M_1 * M_2 - \frac{a_2}{c_1} * M_2^2 \end{cases}$$

$$a_1 = \frac{p_{cr}}{\tau_1^2 p_1^2 N q},\ a_2 = \frac{p_{cr}}{\tau_2^2 p_2^2 N q},\ b = \frac{p_{cr}}{\tau_1^2 p_1^2 \tau_2^2 p_2^2 N q}\ c_1 = \frac{p_{cr} - p_1}{\tau_1 p_1}, c_2 = \frac{p_{cr} - p_2}{\tau_2 p_2}$$

Также введена нормировка $t = c_1 \theta$.

Случай 2. Рассмотрим модель, когда, помимо экономического фактора влияния (изменение себестоимости, производственного цикла, использование кредита и т.п.), используются еще и социально-психологические факторы – формирование общественного предпочтения одного товара другому, не зависимо от их качества и цены. В этом случае взаимодействие двух фирм будет зависеть друг от друга, соответственно коэффициент перед $M_1 M_2$ будет отличаться. Пусть в рамках рассматриваемой модели динамика изменения объемов продаж фирмы 1 и фирмы 2 описывается следующей системой уравнений:

$$\begin{cases} \frac{\partial M_1}{\partial \theta} = M_1 - \frac{b}{c_1} M_1 * M_2 - \frac{a_1}{c_1} * M_1^2 \\ \frac{\partial M_2}{\partial \theta} = \frac{c_2}{c_1} M_2 - (\frac{b}{c_1} + 0.00026) M_1 * M_2 - \frac{a_2}{c_1} * M_2^2 \end{cases}$$

$$a_1 = \frac{p_{cr}}{\tau_1^2 p_1^2 N q},\ a_2 = \frac{p_{cr}}{\tau_2^2 p_2^2 N q},\ b = \frac{p_{cr}}{\tau_1^2 p_1^2 \tau_2^2 p_2^2 N q}\ c_1 = \frac{p_{cr} - p_1}{\tau_1 p_1}, c_2 = \frac{p_{cr} - p_2}{\tau_2 p_2}$$

Соответствующие коэффициенты для обоих случаев:

$$M_0^1 = 2.6, M_0^2 = 6.2$$

$$p_{cr} = 40, N = 43, q = 1$$

$$\tau_1 = 20, \tau_2 = 14$$

$$p_1 = 10.7, p_2 = 19.1$$

Замечание: Значения $p_{cr}, \tilde{p}_{1,2}, N$ указаны в тысячах единиц, а значения $M_{1,2}$ указаны в млн единиц.

Обозначения:

N – число потребителей производимого продукта;

τ – длительность производственного цикла;

p – рыночная цена товара;

$\tilde{p}$ – себестоимость продукта, то есть переменные издержки на производство единицы продукции;

q – максимальная потребность одного человека в продукте в единицу времени;

$\theta = \frac{t}{c_1}$ – безразмерное время.

1. Постройте графики изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 без учета постоянных издержек и с веденной нормировкой для случая 1.
2. Постройте графики изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 без учета постоянных издержек и с веденной нормировкой для случая 2.
3. Найдите стационарное состояние системы для первого случая.

2 Теоретическое введение

Вначале рассмотрим модель фирмы, производящей продукт долговременного пользования, когда цена его определяется балансом спроса и предложения. Примем, что этот продукт занимает определенную нишу рынка и конкуренты в ней отсутствуют. Обозначим: N – число потребителей производимого продукта. S – доходы потребителей данного продукта. Считаем, что доходы всех потребителей одинаковы. Это предположение справедливо, если речь идет об одной рыночной нише, т.е. производимый продукт ориентирован на определенный слой населения. M – оборотные средства предприятия τ – длительность производственного цикла p – рыночная цена товара $\tilde{p}$ – себестоимость продукта, то есть переменные издержки на производство единицы продукции. δ – доля оборотных средств, идущая на покрытие переменных издержек. κ – постоянные издержки, которые не зависят от количества выпускаемой продукции.

$Q(S/p)$ – функция спроса, зависящая от отношения дохода S к цене p. Она равна количеству продукта, потребляемого одним потребителем в единицу времени. Функцию спроса товаров долговременного использования часто представляют в простейшей форме:

$$Q = q - k\frac{p}{S} = q(1 - \frac{p}{p_{cr}}) \tag{2.1}$$

где q – максимальная потребность одного человека в продукте в единицу времени. Эта функция падает с ростом цены и при $p = p_{cr}$ (критическая стоимость продукта) потребители отказываются от приобретения товара. Величина $p_c r = Sq/k$. Параметр k – мера эластичности функции спроса по цене. Таким образом, функция спроса в форме (1) является пороговой (то есть, $Q(S/p) = 0$ при $p \geq p_{cr}$) и обладает свойствами насыщения.

Уравнения динамики оборотных средств средств можно записать в виде

$$\frac{dM}{dt} = -\frac{M\delta}{\tau} + NQp - \kappa = -\frac{M\delta}{\tau} + Nq(1 - \frac{p}{p_{cr}})p - \kappa \tag{2.2}$$

Уравнение для рыночной цены p представим в виде

$$\frac{dp}{dt} = \gamma(-\frac{M\delta}{\tau\tilde{p}} + Nq(1 - \frac{p}{p_{cr}})) \tag{2.3}$$

Первый член соответствует количеству поставляемого на рынок товара (то есть, предложению), а второй член – спросу. Параметр γ зависит от скорости оборота товаров на рынке. Как правило, время торгового оборота существенно меньше времени производственного цикла τ. При заданном M уравнение (3) описывает быстрое стремление цены к равновесному значению цены, которое устойчиво. В этом случае уравнение (3) можно заменить алгебраическим соотношением

$$-\frac{M\delta}{\tau\tilde{p}} + Nq(1 - \frac{p}{p_{cr}}) = 0 \tag{2.4}$$

Из (4) следует, что равновесное значение цены p равно

$$p = p_{cr}(1 - \frac{M\delta}{\tau\tilde{p}Nq}) \tag{2.5}$$

Уравнение (2) с учетом (5) приобретает вид

$$\frac{dM}{dt} = M\frac{\delta}{\tau}(\frac{p_{cr}}{\tilde{p}} - 1) - M^2(\frac{\delta}{\tau\tilde{p}})^2\frac{p_{cr}}{Nq} - \kappa \tag{2.6}$$

Рассмотрим две фирмы, производящие взаимозаменяемые товары одинакового качества и находящиеся в одной рыночной нише. Последнее означает, что у потребителей в этой нише нет априорных предпочтений, и они приобретут тот или иной товар, не обращая внимания на знак фирмы. В этом случае, на рынке устанавливается единая цена, которая определяется балансом суммарного предложения и спроса. Иными словами, в рамках нашей модели конкурентная борьба ведётся только рыночными методами. То есть, конкуренты могут влиять на противника путем изменения параметров своего производства: себестоимость, время цикла, но не могут прямо вмешиваться в ситуацию на рынке («назначать» цену или влиять на потребителей какимлибо иным способом.) Уравнения динамики оборотных средств запишем по аналогии с (2) в виде

$$\frac{dM_1}{dt} = -\frac{M_1}{\tau_1} + N_1 q(1 - \frac{p}{p_{cr}})p - \kappa_1 \frac{dM_2}{dt} = -\frac{M_2}{\tau_2} + N_2 q(1 - \frac{p}{p_{cr}})p - \kappa_2 \quad (2.7)$$

где использованы те же обозначения, а индексы 1 и 2 относятся к первой и второй фирме, соответственно. Величины N1 и N2 – числа потребителей, приобретших товар первой и второй фирмы. Учтем, что товарный баланс устанавливается быстро, то есть, произведенный каждой фирмой товар не накапливается, а реализуется по цене p. Тогда

$$\frac{M_1}{\tau_1 \tilde{p_1}} = N_1 q(1 - \frac{p}{p_{cr}}) \frac{M_2}{\tau_2 \tilde{p_2}} = N_2 q(1 - \frac{p}{p_{cr}}) \quad (2.8)$$

где $\tilde{p_1}$ и $\tilde{p_2}$ – себестоимости товаров в первой и второй фирме. С учетом (10) представим (11) в виде

$$\frac{dM_1}{dt} = -\frac{M_1}{\tau_1}(1 - \frac{p}{\tilde{p_1}}) - \kappa_1 \frac{dM_2}{dt} = -\frac{M_2}{\tau_2}(1 - \frac{p}{\tilde{p_2}}) - \kappa_2 \quad (2.9)$$

Уравнение для цены, по аналогии с (3),

$$\frac{dp}{dt} = -\gamma(\frac{M_1}{\tau_1 \tilde{p_1}} + \frac{M_2}{\tau_2 \tilde{p_2}} - Nq(1 - \frac{p}{p_{cr}})) \quad (2.10)$$

Считая, как и выше, что ценовое равновесие устанавливается быстро, получим

$$p = p_{cr}(1 - \frac{1}{Nq}(\frac{M_1}{\tau_1 \tilde{p_1}} + \frac{M_2}{\tau_2 \tilde{p_2}})) \quad (2.11)$$

Подставив (14) в (12) имеем:

$$\frac{dM_1}{dt} = c_1 M_1 - bM_1 M_2 - a_1 M_1^2 - \kappa_1 \frac{dM_2}{dt} = c_2 M_2 - bM_1 M_2 - a_2 M_2^2 - \kappa_2 \tag{2.12}$$

где $a_1 = \frac{p_{cr}}{\tau_1^2 \tilde{p_1^2} Nq}, a_2 = \frac{p_{cr}}{\tau_2^2 \tilde{p_2^2} Nq}, b = \frac{p_{cr}}{\tau_1^2 \tilde{p_1^2} \tau_2^2 \tilde{p_2^2} Nq}, c_1 = \frac{p_{cr} - \tilde{p_1}}{\tau_1 \tilde{p_1}}, c_2 = \frac{p_{cr} \tilde{p_2}}{\tau_2 \tilde{p_2}}$

Исследуем систему (15) в случае, когда постоянные издержки (κ_1, κ_2) пренебрежимо малы. И введем нормировку $t = c_1 \theta$. Получим следующую систему:

$$\frac{dM_1}{d\theta} = M_1 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_1}{c_1} M_1^2 \frac{dM_2}{d\theta} = \frac{c_2}{c_1} M_2 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_2}{c_1} M_2^2 \tag{2.13}$$

Пусть помимо экономического фактора влияния (изменение себестоимости, производственного цикла, использование кредита и т.п.), используются еще и социально-психологические факторы – формирование общественного предпочтения одного товара другому, не зависимо от их качества и цены. В этом случае взаимодействие двух фирм будет зависеть друг от друга, соответственно коэффициент перед $M_1 M_2$ будет отличаться.

3 Выполнение лабораторной работы

3.1 Случай 1

1. Напишем программный код для 1-го случая и посмотрим на график (рис. -fig. 3.1).

```
model lab8_1
parameter Real p_cr = 40 "критическая стоимость продукта";
parameter Real N = 43 "число потребителей производимого продукта";
parameter Real q = 1 "максимальная потребность одного человека в продукте
parameter Real t1 = 20 "длительность производственного цикла";
parameter Real t2 = 14 "длительность производственного цикла";
parameter Real p1 = 10.7 "себестоимость продукта 1";
parameter Real p2 = 19.1 "себестоимость продукта 2";
parameter Real a1 = p_cr / (t1 * t1 * p1 * p1 * N * q);
parameter Real a2 = p_cr / (t2 * t2 * p2 * p2 * N * q);
parameter Real b = p_cr / (t1 * t1 * p1 * p1 * t2 * t2 * p2 * p2 * N * q)
parameter Real c1 = (p_cr - p1) / (t1 * p1);
parameter Real c2 = (p_cr - p2) / (t2 * p2);
Real M1(start = 2.6) "оборотные средства предприятия 1";
Real M2(start = 6.2) "оборотные средства предприятия 2";
Real tetha1, tetha2 "безразмерное время";
equation
der(M1) = M1 - ((b / c1) * M1 * M2) - ((a1 / c1) * M1 * M1);
```

```
der(M2) = ((c2 / c1) * M2) - ((b / c1) * M1 * M2) - ((a2 / c1) * M2 * M2)
der(tetha1) = 1 / c1;
der(tetha2) = 1 / c1;
end lab8_1;
```

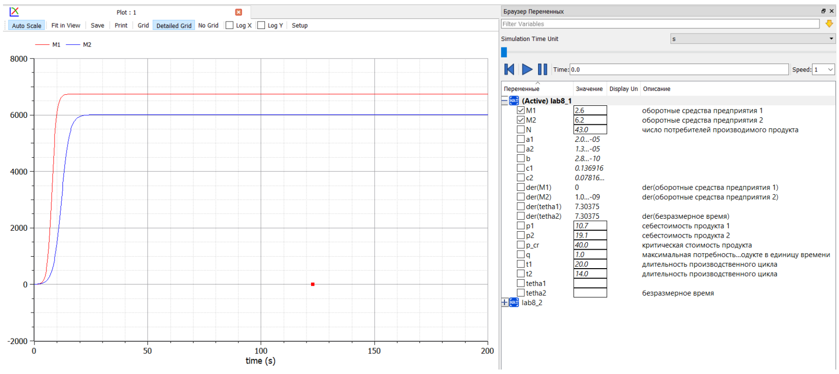

Figure 3.1: График изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2. По оси ординат значения M, по оси абсцисс значения t/c1

3.2 Случай 2

2. Напишем программный код для 2-го случая и посмотрим на график (рис. -fig. 3.2).

```
model lab8_2
parameter Real p_cr = 40 "критическая стоимость продукта";
parameter Real N =43 "число потребителей производимого продукта";
parameter Real q = 1  "максимальная потребность одного человека в продукт
parameter Real t1 = 20 "длительность производственного цикла";
parameter Real t2 = 14 "длительность производственного цикла";
parameter Real p1 = 10.7 "себестоимость продукта 1";
parameter Real p2 = 19.1 "себестоимость продукта 2";
parameter Real a1 = p_cr / (t1 * t1 * p1 * p1 * N * q);
parameter Real a2 = p_cr / (t2 * t2 * p2 * p2 * N * q);
```

```
parameter Real b = p_cr / (t1 * t1 * p1 * p1 * t2 * t2 * p2 * p2 * N * q)
parameter Real c1 = (p_cr - p1) / (t1 * p1);
parameter Real c2 = (p_cr - p2) / (t2 * p2);
Real M1(start = 2.6) "оборотные средства предприятия 1";
Real M2(start = 6.2) "оборотные средства предприятия 2";
Real tetha1, tetha2 "безразмерное время";
equation
der(M1) = M1 - ((b / c1) * M1 * M2) - ((a1 / c1) * M1 * M1);
der(M2) = ((c2 / c1) * M2) - (((b / c1) + 0.00026) * M1 * M2) - ((a2 / c1
der(tetha1) = 1 / c1;
der(tetha2) = 1 / c1;
end lab8_2;
```

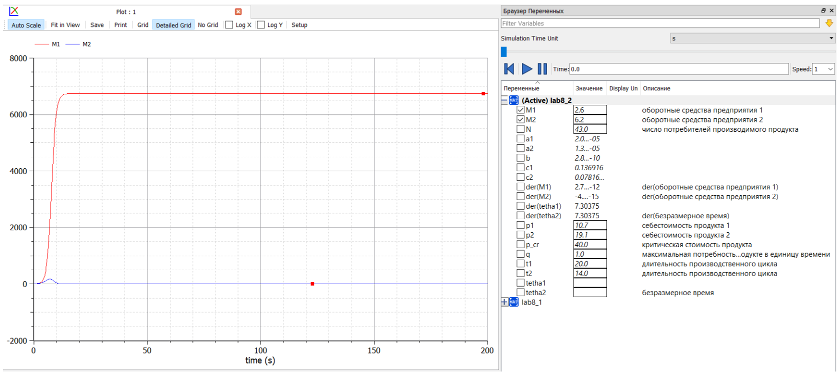

Figure 3.2: График изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2. По оси ординат значения M, по оси абсцисс значения t/c1

4 Вывод

В ходе лабораторной работы мы научились моделировать модель конкуренции двух фирм.