

Отчет по лабораторной работе №5

Дисциплина: Математическое моделирование

Абдуллоев Сайидазизхон Шухратович, НПИбд-02-18

Содержание

1	Цель работы	5
2	Задание	6
3	Объект и предмет исследования	7
4	Теоретические вводные данные	8
5	Выполнение лабораторной работы	10
5.1	Шаг 1	10
5.2	Шаг 2	11
5.3	Шаг 3	11
5.4	Шаг 4	12
6	Вывод	13

List of Tables

List of Figures

5.1	Уравнения хищник-жертва	10
5.2	График зависимости численности хищников от численности жертв	11
5.3	Графики изменения численности хищников и численности жертв	11
5.4	Стационарная точка	12

1 Цель работы

Изучить и построить математическую модель хищник-жертва - модель Лотки-Вольтерры.

2 Задание

Для модели хищник-жертва

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -0.32x(t) + 0.04x(t)y(t) \\ \frac{dy}{dt} = 0.42y(t) - 0.02x(t)y(t) \end{cases}$$

Построить график зависимости численности хищников от численности жертв, а также графики изменения численности хищников и численности жертв при следующих начальных условиях: $x_0 = 9$, $y_0 = 20$. Найти стационарное состояние системы.

3 Объект и предмет исследования

Объектом исследования в данной лабораторной работе является модель хищник-жертва, а предметом исследования - графики зависимости численности популяций, графики изменения численности популяций для конкретного случая.

4 Теоретические вводные данные

Простейшая модель взаимодействия двух видов типа «хищник — жертва» - модель Лотки-Вольтерры. Данная двухвидовая модель основывается на следующих предположениях:

1. Численность популяции жертв x и хищников y зависят только от времени (модель не учитывает пространственное распределение популяции на занимаемой территории)
2. В отсутствии взаимодействия численность видов изменяется по модели Мальтуса, при этом число жертв увеличивается, а число хищников падает
3. Естественная смертность жертвы и естественная рождаемость хищника считаются несущественными
4. Эффект насыщения численности обеих популяций не учитывается
5. Скорость роста численности жертв уменьшается пропорционально численности хищников

$$\frac{dx}{dt} = ax(t) - bx(t)y(t)$$
$$\frac{dy}{dt} = -cy(t) + dx(t)y(t)$$

В этой модели x – число жертв, y – число хищников. Коэффициент a описывает скорость естественного прироста числа жертв в отсутствие хищников, c – естественное вымирание хищников, лишенных пищи в виде жертв. Вероятность взаимодействия жертвы и хищника считается пропорциональной как количеству жертв, так и числу самих хищников (xy). Каждый акт взаимодействия уменьшает популяцию жертв, но способствует увеличению популяции хищников (члены $-bxy$ и dxy в правой части уравнения).

Математический анализ этой модели показывает, что имеется стационарное состояние, всякое же другое начальное состояние приводит к периодическому колебанию численности как жертв, так и хищников, так что по прошествии некоторого времени система возвращается в начальное состояние. Стационарное состояние системы (положение равновесия, не зависящее от времени решение) будет в точке: $x_0 = \frac{c}{d}$, $y_0 = \frac{a}{b}$. Если начальные значения задать в стационарном состоянии $x(0) = x_0$, $y(0) = y_0$, то в любой момент времени численность популяций изменяться не будет. При малом отклонении от положения равновесия численности как хищника, так и жертвы с течением времени не возвращаются к равновесным значениям, а совершают периодические колебания вокруг стационарной точки. Амплитуда колебаний и их период определяется начальными значениями численностей $x(0)$, $y(0)$. Колебания совершаются в противофазе.

5 Выполнение лабораторной работы

5.1 Шаг 1

Я построил модель с данными начальными условиями в Modelica. Увидеть его можно на (рис. -fig. 5.1)

```
1  model lab05_01
2  parameter Real a = -0.32;
3  parameter Real b = -0.04;
4  parameter Real c = -0.42;
5  parameter Real d = -0.02;
6  parameter Real x0 = 9;
7  parameter Real y0 = 20;
8  Real x(start=x0);
9  Real y(start=y0);
10 Real x1;
11 Real y1;
12 equation
13 der(x) = a*x-b*x*y;
14 der(y) = -c*y+d*x*y;
15 x1=c/d;
16 y1=a/b;
17 end lab05_01;
```

Figure 5.1: Уравнения хищник-жертва

5.2 Шаг 2

Построил график зависимости численности хищников от численности жертв для этого случая на интервале $t \in [0; 400]$ и шагом 0.1. График изображен на следующем рисунке (рис. -fig. 5.2)

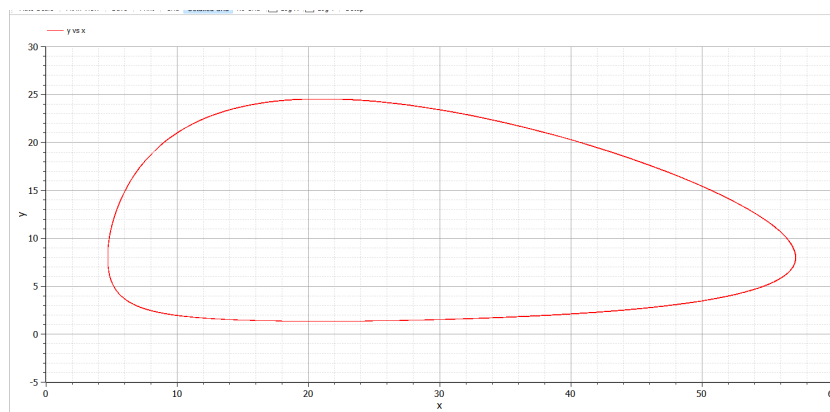


Figure 5.2: График зависимости численности хищников от численности жертв

5.3 Шаг 3

Построил графики изменения численности хищников и численности жертв, которые изображены на (рис. -fig. 5.3)

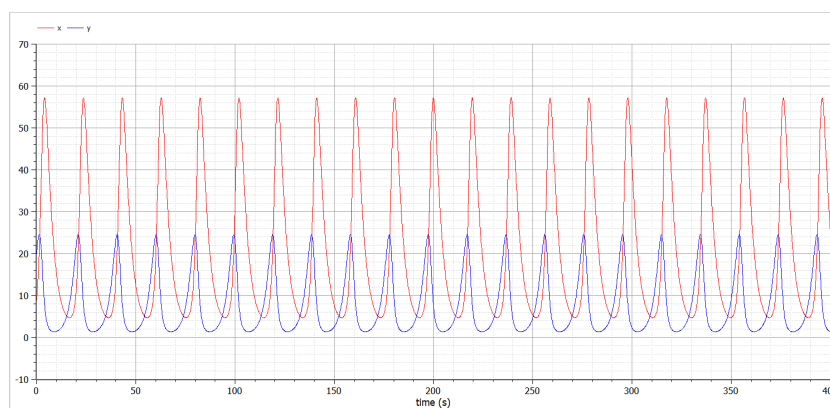


Figure 5.3: Графики изменения численности хищников и численности жертв

5.4 Шаг 4

Нашла стационарное состояние системы. Стационарная точка имеет координаты (x_1, y_1) , значение которых не совпадает с начальными условиями, потому что численность жертв и хищников колеблется вокруг этой точки, что можно увидеть на (рис. -fig. 5.4)

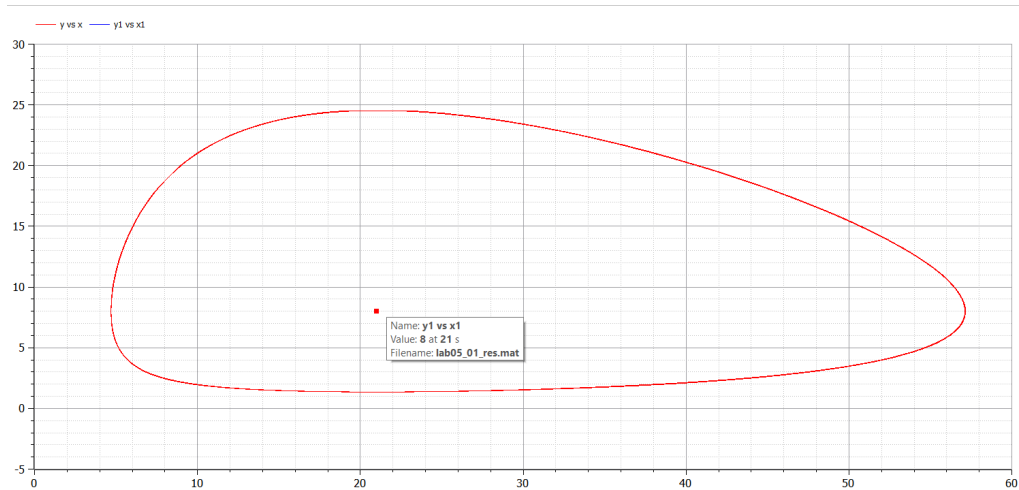


Figure 5.4: Стационарная точка

6 Вывод

Изучил и построил математическую модель хищник-жертва - модель Лотки-Вольтерры.