

# **Отчёт по лабораторной работе 2**

**дисциплина: Математическое моделирование**

**Абдуллоев Сайидазизхон Шухратович, НПИбд-02-18**

# Содержание

1	Цель работы	5
2	Задание	6
3	Выполнение лабораторной работы	7
4	Выводы	13

## List of Tables

# List of Figures

3.1	Положение катера и лодки в начальный момент времени . . . . .	7
3.2	Разложение скорости катера на тангенциальную и радиальную составляющие . . . . .	9
3.3	Траектории движения катера и лодки. 1 случай . . . . .	12
3.4	Траектории движения катера и лодки. 2 случай . . . . .	12

# 1 Цель работы

Решить задачу о погоне, построить графики с помощью Modelica.

## 2 Задание

**Вариант 45** На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 16,4 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 4,2 раза больше скорости браконьерской лодки.

1. Вывести дифференциальное уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями.
2. Построить траектории движения катера и лодки для двух случаев.
3. Определить точку пересечения катера и лодки.

### 3 Выполнение лабораторной работы

#### 1. Вывод дифференциального уравнения

1.1. Принимаем за  $t_0 = 0$ ,  $x_0 = 0$  – место нахождения лодки браконьеров в момент обнаружения,  $x_0 = 16,4$  км – место нахождения катера береговой охраны относительно лодки браконьеров в момент обнаружения лодки.

1.2. Введем полярные координаты. Считаем, что полюс – это точка обнаружения лодки браконьеров  $x_0$  ( $\theta = x_0 = 0$ ), а полярная ось  $r$  проходит через точку нахождения катера береговой охраны. (см. рис. -fig. 3.1)

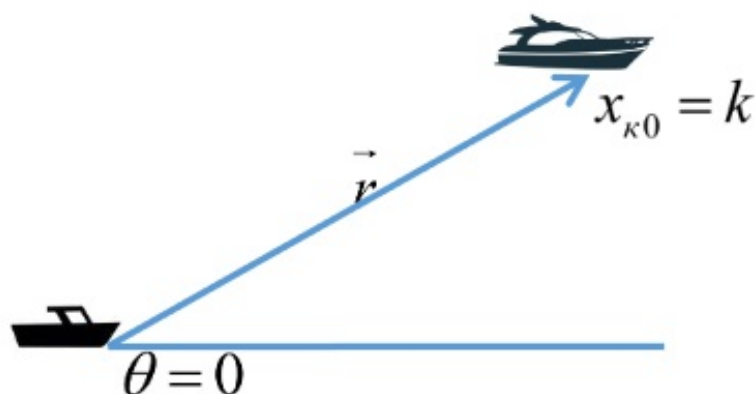


Figure 3.1: Положение катера и лодки в начальный момент времени

1.3. Траектория катера должна быть такой, чтобы и катер, и лодка все время были на одном расстоянии от полюса  $\theta$ , только в этом случае траектория катера пересечется с траекторией лодки. Поэтому для начала катер береговой охраны должен двигаться некоторое время прямолинейно, пока не окажется на том же расстоянии от полюса, что и лодка браконьеров. После этого катер береговой

охраны должен двигаться вокруг полюса удаляясь от него с той же скоростью, что и лодка браконьеров.

1.4. Чтобы найти расстояние  $x$  (расстояние, после которого катер начнет двигаться вокруг полюса), необходимо составить простое уравнение. Пусть через время  $t$  катер и лодка окажутся на одном расстоянии  $x$  от полюса. За это время лодка пройдет  $x$ , а катер  $16.4 - x$  (или  $16.4 + x$ , в зависимости от начального положения катера относительно полюса). Время, за которое они пройдут это расстояние, вычисляется как  $\frac{x}{v}$  или  $\frac{16.4-x}{4.2*v}$  (во втором случае  $\frac{16.4+x}{4.2*v}$ ). Так как время одно и то же, то эти величины одинаковы. Тогда неизвестное расстояние  $x$  можно найти из следующего(-их) уравнения(-й):

$$\frac{x}{v} = \frac{16.4 - x}{4.2 * v}$$

$$\frac{x}{v} = \frac{16.4 + x}{4.2v}$$

Тогда  $x_1 = \frac{k}{5.2}$ (км), а  $x_2 = \frac{k}{3.2}$ (км), задачу будем решать для двух случаев.

1.5. После того, как катер береговой охраны окажется на одном расстоянии от полюса, что и лодка, он должен сменить прямолинейную траекторию и начать двигаться вокруг полюса удаляясь от него со скоростью лодки  $v$ . Для этого скорость катера раскладываем на две составляющие:  $v_r$  – радиальная скорость и  $v_\tau$  – тангенциальная скорость. (см. рис. -fig. 3.2)



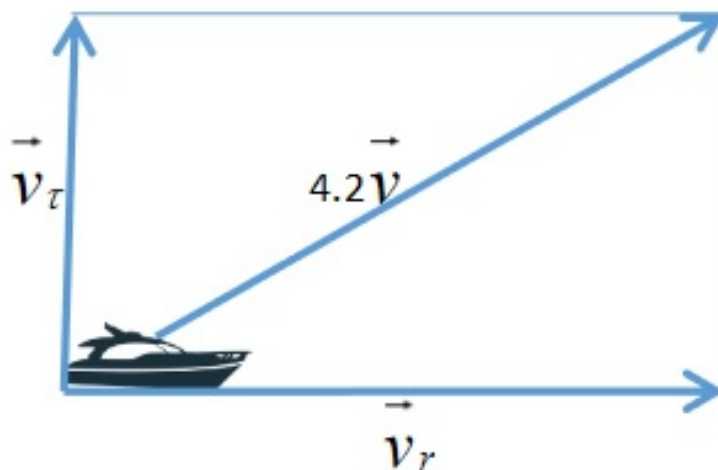


Figure 3.2: Разложение скорости катера на тангенциальную и радиальную составляющие

Радиальная скорость – это скорость, с которой катер удаляется от полюса,  $v_r = \frac{\partial r}{\partial t}$ . Нам нужно, чтобы эта скорость была равна скорости лодки, поэтому полагаем  $v_r = \frac{\partial r}{\partial t} = v$ .

Тангенциальная скорость – это линейная скорость вращения катера относительно полюса. Она равна произведению угловой скорости на радиус,  $v_t = r \frac{\partial \theta}{\partial t}$ .

Из рис. -fig. 3.2 по теореме Пифагора:  $v_t = \sqrt{17,64v^2 - v^2} = \sqrt{16,64}v$ , тогда получаем  $r \frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\sqrt{16,64}}{v}$ .

1.6. Решение исходной задачи сводится к решению системы из двух дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{\partial r}{\partial t} = v \\ r \frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\sqrt{16,64}}{v} \end{cases}$$

Исключая из полученной системы производную по  $t$ , можно перейти к следующему уравнению:

$$\frac{\partial r}{\partial \theta} = \frac{r}{\sqrt{16,64}}$$

Решив это уравнение, я получу траекторию движения катера в полярных коор-

динатах. Начальные условия:

$$\begin{cases} \theta_0 = 0 \\ r_0 = x_1 = \frac{k}{5.2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \theta_0 = -\pi \\ r_0 = x_2 = \frac{k}{3.2} \end{cases}$$

## 2. Построение траекторий движения катера и лодки

### 2.1. Написал программу на OpenModelica:

```
model lab02_01
type Distance = Real(unit = "cm");
type Angle = Real (unit = "rad", max=2*pi);
final constant Real pi = 2*Modelica.Math.asin(1.0);
parameter Distance k = 16.4 * 1000 * 100 "Дистанция между лодкой и катером";
Real x,y,x1,y1;

Angle tetha;
Angle tetha1;
Distance r01 "Радиус для первого случая";
Distance r02 "Радиус для второго случая";
Real l1, l2, l3, l4;

function PolarToRectangular
input Real radius;
input Real angle;
output Real x;
output Real y;
algorithm
```

```

x:=radius*cos(angle);
y:=radius*sin(angle);
end PolarToRectangular;

initial equation
r01 = k / 5.2 "1-случай";
r02 = k / 3.2 "2-случай";
equation
der(r01)/der(tetha)=r01/sqrt(16.64) "Уравнение для 1-го случая";
tetha=0+time;
der(r02)/der(tetha1)=r01/sqrt(16.64) "Уравнение для 2-го случая";
(x,y) = PolarToRectangular(r01,tetha1) "Координаты для траектории катера
ом случае";
tetha1=-pi+time;
(x1,y1) = PolarToRectangular(r02,tetha1) "Координаты для траектории катера
ом случае";
(l1, l2) = PolarToRectangular(x, 0) "Координаты для траектории лодки в 1-
ом случае";
(l3, l4) = PolarToRectangular(x, 3*pi/4) "Координаты для траектории катера
ом случае";

end lab02_01;

```

2.2. Получил следующие графики:(см. рис. -fig. 3.3 и -fig. 3.4)

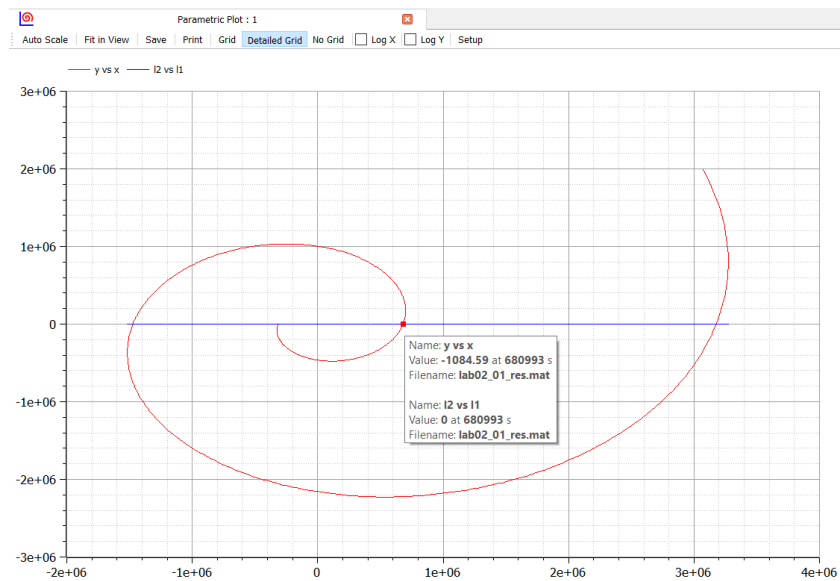


Figure 3.3: Траектории движения катера и лодки. 1 случай

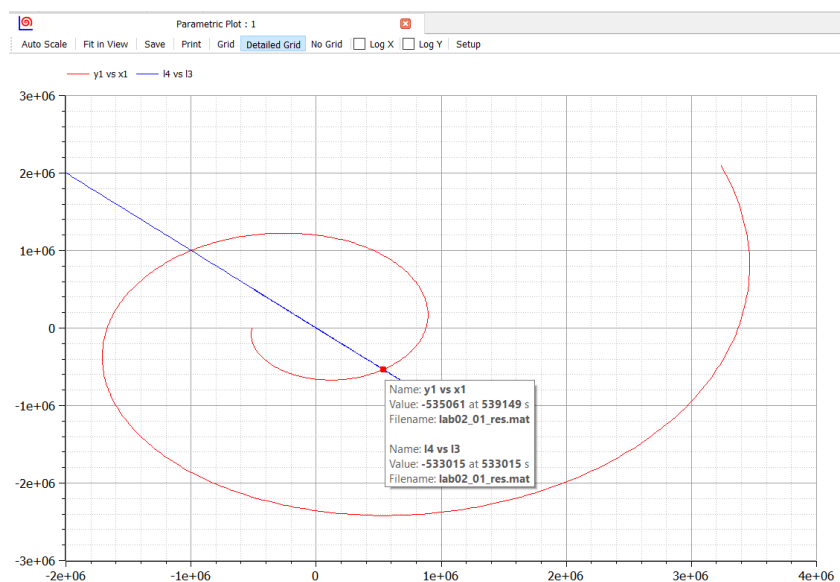


Figure 3.4: Траектории движения катера и лодки. 2 случай

## 4 Выводы

Решил задачу о погоне, построила графики с помощью Modelica.