Отчет по лабораторной работе №6

Дисциплина: Математическое моделирование

Абдуллоев Сайидазизхон Шухратович, НПИбд-02-18

Содержание

List of Tables

List of Figures

1 Цель работы

Изучить и построить простейшую модель эпидемии.

2 Задание

На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове ($N = 6666$) в момент начала эпидемии ($t = 0$) число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции) $I(0) = 83$, а число здоровых людей с иммунитетом к болезни $R(0) = 6$. Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени $S(0) = N - I(0) - R(0)$. Построить графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотреть, как будет протекать эпидемия в случае:

1. если $I(0) \leq I^*$

2. если $I(0) > I^*$

3 Объект и предмет исследования

Объектом исследования в данной лабораторной работе является модель эпидемии, а предметом исследования - графики изменения числа болеющих, здоровых и людей с иммунитетом.

4 Теоретические вводные данные

Предположим, что некая популяция, состоящая из N особей, (считаем, что популяция изолирована) подразделяется на три группы. Первая группа - это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи, обозначим их через $S(t)$. Вторая группа – это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции, обозначим их $I(t)$. А третья группа, обозначающаяся через $R(t)$ – это здоровые особи с иммунитетом к болезни. До того, как число заболевших не превышает критического значения I^*, считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда $I(t)$, тогда инфицированные способны заражать восприимчивых к болезни особей. Таким образом, скорость изменения числа $S(t)$ меняется по следующему закону:

$$\frac{dS}{dt} = \begin{cases} -\alpha S, & \text{если } I(t) > I^* \\ 0, & \text{если } I(t) \leq I^* \end{cases}$$

Поскольку каждая восприимчивая к болезни особь, которая, в конце концов, заболевает, сама становится инфекционной, то скорость изменения числа инфекционных особей представляет разность за единицу времени между заразившимися и теми, кто уже болеет и лечится, т.е.:

$$\frac{dI}{dt} = \begin{cases} -\alpha S - \beta I, & \text{если } I(t) > I^* \\ -\beta I, & \text{если } I(t) \leq I^* \end{cases}$$

А скорость изменения выздоравливающих особей (при этом приобретающие иммунитет к болезни)

$$\frac{dR}{dt} = \beta I$$

Постоянные пропорциональности α, β - это коэффициенты заболеваемости и выздоровления соответственно. Для того, чтобы решения соответствующих уравнений определялось однозначно, необходимо задать начальные условия. Считаем, что на начало эпидемии в момент времени $t = 0$ нет особей с иммунитетом к болезни $R(0) = 0$, а число инфицированных и восприимчивых к болезни особей $I(0)$ и $S(0)$ соответственно. Для анализа картины протекания эпидемии необходимо рассмотреть два случая: $I(0) \leq I^* I(0) > I^*$

5 Выполнение лабораторной работы

5.1 Шаг 1

Я построил модель для первого случая, когда все больные изолированы и не заражают здоровых, с данными начальными условиями в Modelica. Увидеть это можно на Рисунке 1 (рис. -fig. 5.1). Коэффициент $\alpha = 0.01$, $\beta = 0.02$

```
model lab06_01
parameter Real alpha=0.01;
parameter Real betha=0.02;
parameter Real R0 = 6;
parameter Real I0 = 83;
parameter Real N=6666;
Real R(start=R0);
Real I(start=I0);
Real S(start=N-I0-R0);
equation
der(S) = 0;
der(I) = -betha*I;
der(R) = betha*I;

end lab06_01;
```

Figure 5.1: Уравнения модели эпидемии

5.2 Шаг 2

Построил динамику изменения числа людей в каждой из трех групп на интервале $t \in [0; 200]$ и шагом 0.01. График изображен на следующем рисунке (рис. -fig. 5.2)

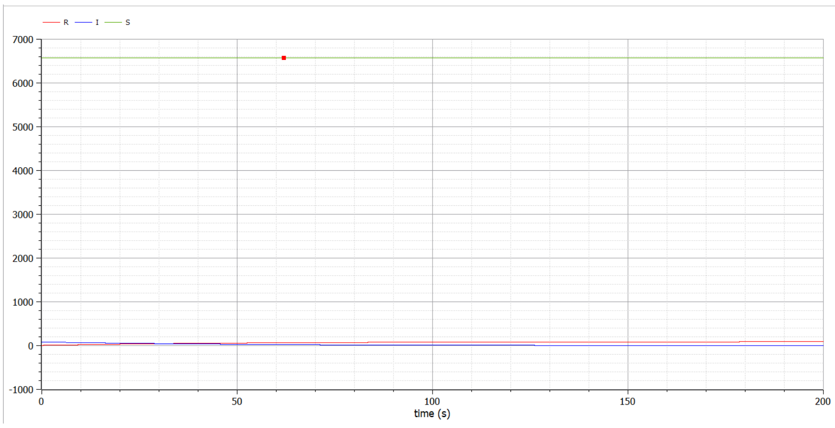

Figure 5.2: Динамика изменения численности групп

5.3 Шаг 3

Число болеющих в первое время эпидемии снижается быстрее, чем в дальнейшем. Соответственно, в начале эпидемии число людей с иммунитетом растет быстро (рис. -fig. 5.3)

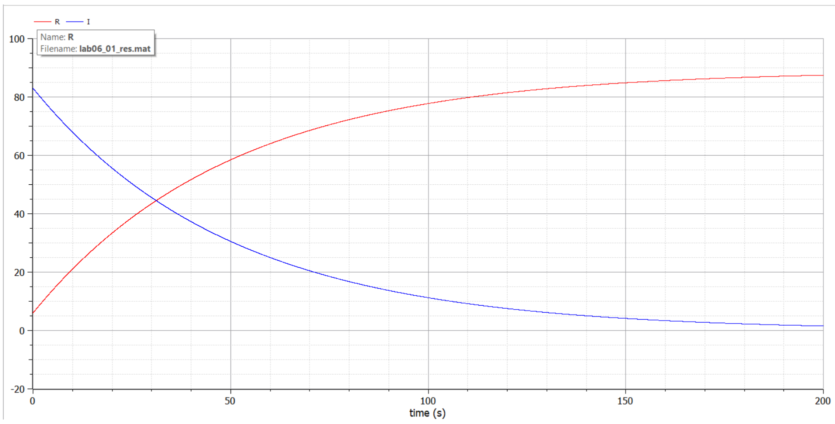

Figure 5.3: Динамика изменения числа болеющих и переболевших

5.4 Шаг 4

Построил модель для второго случая, когда инфицированные способны заражать восприимчивых к болезни особей, с данными начальными условиями, которая изображена на Рисунке 4 (рис. -fig. 5.4)

```
model lab06_02
parameter Real alpha=0.01;
parameter Real betha=0.02;
parameter Real R0 = 6;
parameter Real I0 = 83;
parameter Real N=6666;
Real R(start=R0);
Real I(start=I0);
Real S(start=N-I0-R0);
equation
der(S) = -alpha*S;
der(I) = alpha*S-betha*I;
der(R) = betha*I;

end lab06_02;
```

Figure 5.4: Уравнения модели эпидемии для второго случая

5.5 Шаг 5

Построил динамику изменения числа людей в каждой из трех групп на интервале $t \in [0; 200]$ и шагом 0.01. График изображен на следующем рисунке (рис. -fig. 5.5) При данной ситуации число здоровых людей непостоянно и снижается. В то же время растет число людей с иммунитетом. Также видно, что пик количества заболевших приходится на начало второй четверти эпидемии, после чего число инфицированных начинает снижаться.

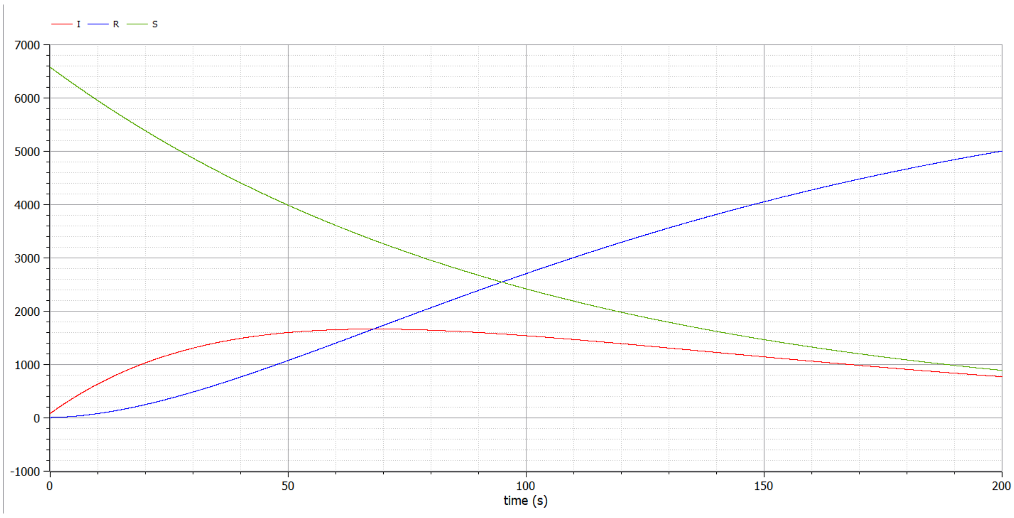

Figure 5.5: Динамика изменения численности групп для второго случая

6 Вывод

Изучить и построить простейшую модель эпидемии.