

Отчёт по лабораторной работе 2

дисциплина: Математическое моделирование

Абдуллоев Сайидазизхон Шухратович, НПИбд-02-18

Содержание

1	Цель работы	5
2	Задание	6
3	Выполнение лабораторной работы	7
4	Выводы	13

List of Tables

List of Figures

3.1	Положение катера и лодки в начальный момент времени	7
3.2	Разложение скорости катера на тангенциальную и радиальную составляющие	9
3.3	Траектории движения катера и лодки. 1 случай	12
3.4	Траектории движения катера и лодки. 2 случай	12

1 Цель работы

Решить задачу о погоне, построить графики с помощью Modelica.

2 Задание

Вариант 45 На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 16,4 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 4,2 раза больше скорости браконьерской лодки.

1. Вывести дифференциальное уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями.
2. Построить траектории движения катера и лодки для двух случаев.
3. Определить точку пересечения катера и лодки.

3 Выполнение лабораторной работы

1. Вывод дифференциального уравнения

1.1. Принимаем за $t_0 = 0$, $x_0 = 0$ – место нахождения лодки браконьеров в момент обнаружения, $x_0 = 16,4$ км – место нахождения катера береговой охраны относительно лодки браконьеров в момент обнаружения лодки.

1.2. Введем полярные координаты. Считаем, что полюс – это точка обнаружения лодки браконьеров x_0 ($\theta = x_0 = 0$), а полярная ось r проходит через точку нахождения катера береговой охраны. (см. рис. -fig. 3.1)

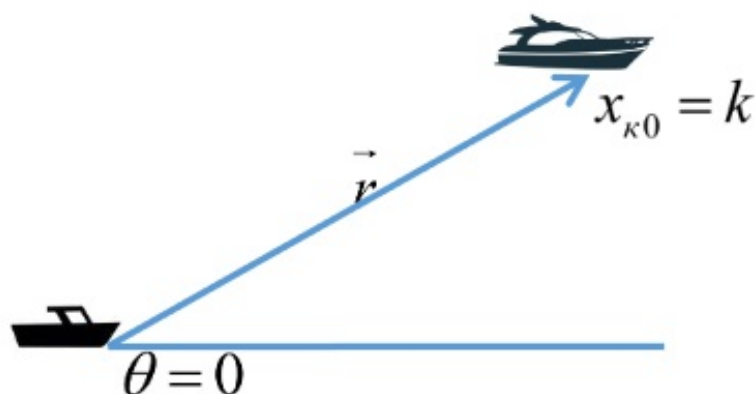


Figure 3.1: Положение катера и лодки в начальный момент времени

1.3. Траектория катера должна быть такой, чтобы и катер, и лодка все время были на одном расстоянии от полюса θ , только в этом случае траектория катера пересечется с траекторией лодки. Поэтому для начала катер береговой охраны должен двигаться некоторое время прямолинейно, пока не окажется на том же расстоянии от полюса, что и лодка браконьеров. После этого катер береговой

охраны должен двигаться вокруг полюса удаляясь от него с той же скоростью, что и лодка браконьеров.

1.4. Чтобы найти расстояние x (расстояние, после которого катер начнет двигаться вокруг полюса), необходимо составить простое уравнение. Пусть через время t катер и лодка окажутся на одном расстоянии x от полюса. За это время лодка пройдет x , а катер $16.4 - x$ (или $16.4 + x$, в зависимости от начального положения катера относительно полюса). Время, за которое они пройдут это расстояние, вычисляется как $\frac{x}{v}$ или $\frac{16.4-x}{4.2*v}$ (во втором случае $\frac{16.4+x}{4.2*v}$). Так как время одно и то же, то эти величины одинаковы. Тогда неизвестное расстояние x можно найти из следующего(-их) уравнения(-й):

$$\frac{x}{v} = \frac{16.4 - x}{4.2 * v}$$

$$\frac{x}{v} = \frac{16.4 + x}{4.2v}$$

Тогда $x_1 = \frac{k}{5.2}$ (км), а $x_2 = \frac{k}{3.2}$ (км), задачу будем решать для двух случаев.

1.5. После того, как катер береговой охраны окажется на одном расстоянии от полюса, что и лодка, он должен сменить прямолинейную траекторию и начать двигаться вокруг полюса удаляясь от него со скоростью лодки v . Для этого скорость катера раскладываем на две составляющие: v_r – радиальная скорость и v_τ – тангенциальная скорость. (см. рис. -fig. 3.2)

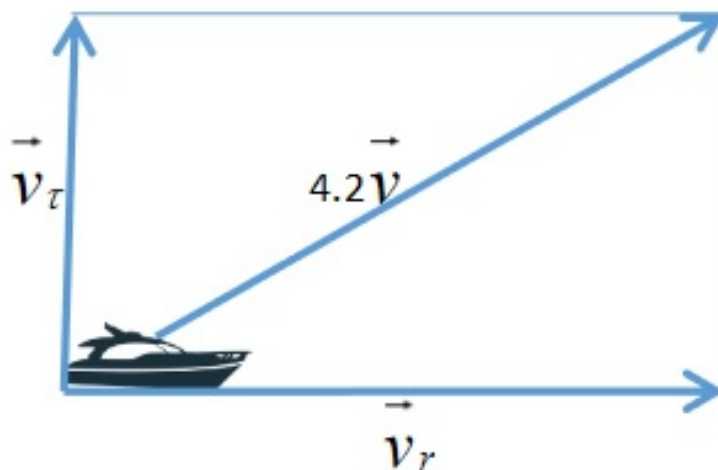


Figure 3.2: Разложение скорости катера на тангенциальную и радиальную составляющие

Радиальная скорость – это скорость, с которой катер удаляется от полюса, $v_r = \frac{\partial r}{\partial t}$. Нам нужно, чтобы эта скорость была равна скорости лодки, поэтому полагаем $v_r = \frac{\partial r}{\partial t} = v$.

Тангенциальная скорость – это линейная скорость вращения катера относительно полюса. Она равна произведению угловой скорости на радиус, $v_t = r \frac{\partial \theta}{\partial t}$.

Из рис. -fig. 3.2 по теореме Пифагора: $v_t = \sqrt{17,64v^2 - v^2} = \sqrt{16,64}v$, тогда получаем $r \frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\sqrt{16,64}}{v}$.

1.6. Решение исходной задачи сводится к решению системы из двух дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{\partial r}{\partial t} = v \\ r \frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\sqrt{16,64}}{v} \end{cases}$$

Исключая из полученной системы производную по t , можно перейти к следующему уравнению:

$$\frac{\partial r}{\partial \theta} = \frac{r}{\sqrt{16,64}}$$

Решив это уравнение, я получу траекторию движения катера в полярных коор-

динатах. Начальные условия:

$$\begin{cases} \theta_0 = 0 \\ r_0 = x_1 = \frac{k}{5.2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \theta_0 = -\pi \\ r_0 = x_2 = \frac{k}{3.2} \end{cases}$$

2. Построение траекторий движения катера и лодки

2.1. Написал программу на OpenModelica:

```
model lab02_01
type Distance = Real(unit = "cm");
type Angle = Real (unit = "rad", max=2*pi);
final constant Real pi = 2*Modelica.Math.asin(1.0);
parameter Distance k = 16.4 * 1000 * 100 "Дистанция между лодкой и катером";
Real x,y,x1,y1;

Angle tetha;
Angle tetha1;
Distance r01 "Радиус для первого случая";
Distance r02 "Радиус для второго случая";
Real l1, l2, l3, l4;

function PolarToRectangular
input Real radius;
input Real angle;
output Real x;
output Real y;
algorithm
```

```

x:=radius*cos(angle);
y:=radius*sin(angle);
end PolarToRectangular;

initial equation
r01 = k / 5.2 "1-случай";
r02 = k / 3.2 "2-случай";
equation
der(r01)/der(tetha)=r01/sqrt(16.64) "Уравнение для 1-го случая";
tetha=0+time;
der(r02)/der(tetha1)=r01/sqrt(16.64) "Уравнение для 2-го случая";
(x,y) = PolarToRectangular(r01,tetha1) "Координаты для траектории катера
ом случае";
tetha1=-pi+time;
(x1,y1) = PolarToRectangular(r02,tetha1) "Координаты для траектории катера
ом случае";
(l1, l2) = PolarToRectangular(x, 0) "Координаты для траектории лодки в 1-
ом случае";
(l3, l4) = PolarToRectangular(x, 3*pi/4) "Координаты для траектории катера
ом случае";

end lab02_01;

```

2.2. Получил следующие графики:(см. рис. -fig. 3.3 и -fig. 3.4)

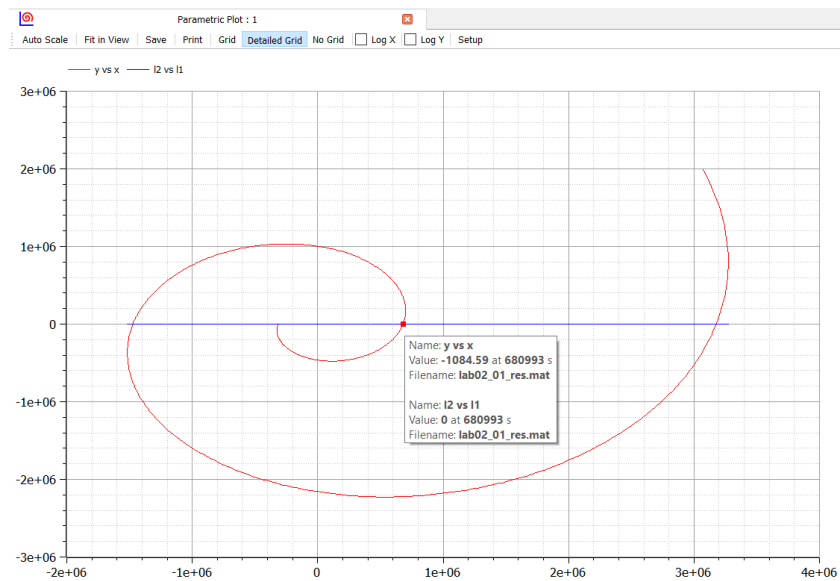


Figure 3.3: Траектории движения катера и лодки. 1 случай

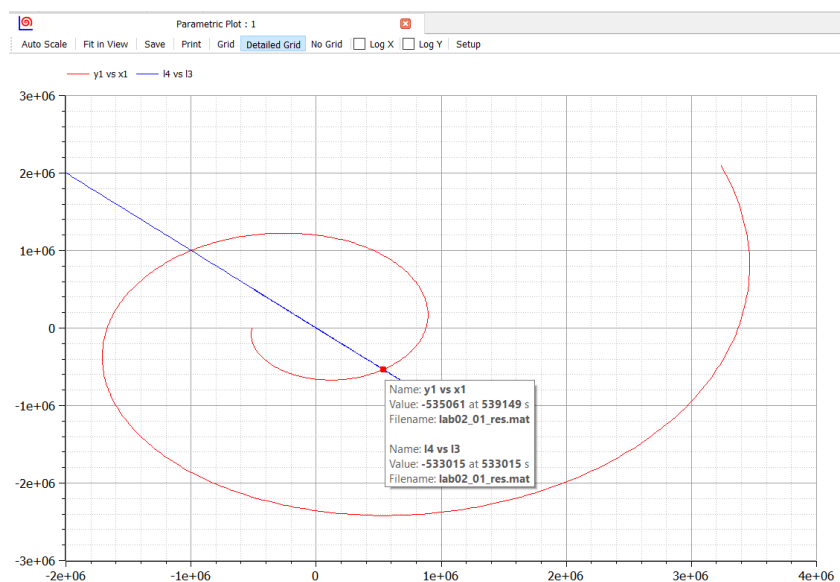


Figure 3.4: Траектории движения катера и лодки. 2 случай

4 Выводы

Решил задачу о погоне, построила графики с помощью Modelica.