SỞ GD&ĐT VĨNH PHÚC **TRƯỜNG THPT YÊN LẠC 2** -------------------- *(Đề thi có 06 trang)*	**ĐỀ THI THỬ TN THPT LẦN 3** **NĂM HỌC 2022 - 2023** **MÔN: TOÁN** *Thời gian làm bài: 90* *(không kể thời gian phát đề)*

Họ và tên: .... Số báo danh: .... **Mã đề 101**

Câu 1. Số cực trị của hàm số $f(x)=\dfrac{x-2023}{2x+1}$ là

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 2. Cho hàm số $(C): y=x^3+3x^2$. Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm $M(1;4)$ là

A. $y=9x-5$ **B.** $y=-9x+5$ **C.** $y=-9x-5$ **D.** $y=9x+5$

Câu 3. Khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng (H) giới hạn bởi đường cong $y=\sqrt{\dfrac{5+(x-4)e^x}{xe^x+1}}$, trục hoành và hai đường thẳng $x=0$, $x=1$ quanh trục hoành có thể tích $V=\pi\left[a+b\ln(e+1)\right]$, trong đó *a*, *b* là các số nguyên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a+b=9$. **B.** $a+b=5$. **C.** $2a-b=13$. **D.** $a-2b=-3$.

Câu 4. Cho hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$ (C). Có bao nhiêu giá trị của m để đường thẳng $d: y=-2x+m$ cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tam giác OAB có diện tích bằng $\sqrt{3}$?

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$ cạnh $2a$, $SA\perp(ABCD)$ và $SB=a\sqrt{5}$. Gọi M là trung điểm AB và N là trung điểm AD. Tính cosin góc giữa hai đường thẳng SM và BN.

A. $\dfrac{\sqrt{10}}{5}$. **B.** $\dfrac{1}{\sqrt{10}}$. **C.** $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$.

Câu 6. Cho hai số thực *x, y* thỏa mãn: $x^2+y^2\ge 3$ và $\log_{x^2+y^2}\left[x\left(4x^2-3x+4y^2\right)-3y^2\right]\ge 2$. Gọi *M* và *m* lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=x-y$. Khi đó biểu thức $T=2(M+m)$ có giá trị gần nhất số nào sau đây?

A. 9. **B.** 8. **C.** 7. **D.** 10.

Câu 7. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u}=(2;3;-1)$ *và* $\vec{v}=(5;-4;m)$.

Tìm m để $\vec{u}\perp\vec{v}$.

A. $m=2$. **B.** $m=4$. **C.** $m=-4$. **D.** $m=-2$.

Câu 8. Cho hàm số $f(x)=\ln\left(x^2+1\right)$. Giá trị $f'(2)$ bằng

A. 2. **B.** $\dfrac{4}{5}$. **C.** $\dfrac{4}{2\ln 5}$. **D.** $\dfrac{4}{3\ln 2}$.

Câu 9. Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng 50π và độ dài đường sinh bằng đường kính của đường tròn đáy. Bán kính *r* của đường tròn đáy là

A. $r=\dfrac{5}{2}$. **B.** $r=5$. **C.** $r=\dfrac{5\sqrt{2}}{2}$. **D.** $r=5$.

Câu 10. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm xác định trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(0)=2\sqrt{2}, f(x)>0$ và $f(x).f'(x)=(2x+1)\sqrt{1+f^2(x)}, \forall x\in\mathbb{R}$. Giá trị $f(2)$ là

A. $5\sqrt{4}$. **B.** $4\sqrt{5}$. **C.** $3\sqrt{5}$. **D.** 9.

Câu 11. Thể tích của khối hộp chữ nhật có các kích thước 4; 5; 6 là

A. 20. **B.** 40. **C.** 60. **D.** 120.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $(x-2)^2+(y+1)^2+(z+2)^2=4$. Tâm và bán kính mặt cầu là

A. $I(-2;1;2),\ R=2$. **B.** $I(2;-1;-2),\ R=4$.

C. $I(2;-1;-2),\ R=2$. **D.** $I(2;-1;-2),\ R=16$.

Câu 13. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có $\widehat{ASB}=30^0, SA=1$. Lấy B',C' lần lượt thuộc cạnh SB,SC sao cho chu vi tam giác $AB'C'$ nhỏ nhất. Tỉ số $\dfrac{V_{S.AB'C'}}{V_{S.ABC}}$ gần giá trị nào nhất trong các giá trị sau?

A. $0,5$. **B.** $0,6$. **C.** $0,55$. **D.** $0,65$.

Câu 14. Có bao nhiêu giá trị nguyên của a để hàm số $y=(3a-11)^x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 15. Có bao nhiêu cách lấy ra một quả cầu từ hộp có chứa 14 quả cầu màu đỏ và 15 quả cầu màu vàng?

A. 210. **B.** 29. **C.** 14. **D.** 15.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng song song với mặt phẳng (Oxy) và đi qua điểm $A(2;2;2)$ có phương trình là

A. $y-2=0$. **B.** $x+y+z-1=0$. **C.** $z-2=0$. **D.** $x-2=0$.

Câu 17. Cho hàm số $y=x^3-3x+2$ có đồ thị là (C). Số giao điểm của (C) với trục hoành là

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0

Câu 18. Cho hàm số $y=\dfrac{\left|\sin^2 x-(m+1)\sin x+2m+2\right|}{\sin x-2}$ (với m là tham số thực). Giá trị lớn nhất của hàm số đạt giá trị nhỏ nhất khi m bằng

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** -1. **C.** $-\dfrac{3}{2}$. **D.** $-\dfrac{1}{2}$.

Câu 19. Cho $\int\limits_{-1}^{2} f(x)dx=3,\ \int\limits_{-1}^{2} g(x)dx=-1$. Khi đó $I=\int\limits_{-1}^{2}\left[x+2f(x)-3g(x)\right]dx$ bằng

A. 10. **B.** $\dfrac{21}{2}$. **C.** $\dfrac{19}{2}$. **D.** $\dfrac{17}{2}$.

Câu 20. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=(x-2)^2-1$, trục hoành và hai đường thẳng $x=1$, $x=2$ bằng

A. $\dfrac{2}{3}$ **B.** $\dfrac{7}{3}$ **C.** $\dfrac{1}{3}$ **D.** $\dfrac{3}{2}$

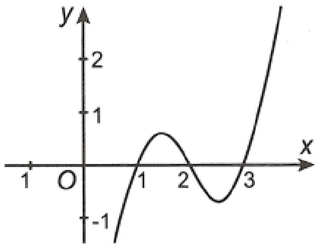
Câu 21. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\sqrt{5}-2\right)^{x+1}>9-4\sqrt{5}$ là

A. $(1;+\infty)$ **B.** $(-1;1)$ **C.** $(-\infty;1]$ **D.** $(-\infty;1)$

Câu 22. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh 3. Các mặt bên (SAB), (SAC), (SBC) lần lượt tạo với đáy các góc là $30°$, $45°$, $60°$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$. Biết rằng hình chiếu vuông góc của S trên (ABC) nằm trong tam giác ABC.

A. $V=\dfrac{27\sqrt{3}}{2\left(4+\sqrt{3}\right)}$ **B.** $V=\dfrac{27\sqrt{3}}{8\left(4+\sqrt{3}\right)}$ **C.** $V=\dfrac{27\sqrt{3}}{4+\sqrt{3}}$ **D.** $V=\dfrac{27\sqrt{3}}{4\left(4+\sqrt{3}\right)}$

Câu 23. Cho đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ



Hàm số $y=f\left(x\right)$ đạt giá trị lớn nhất trên khoảng $\left[1;\,3\right]$ tại x_0. Khi đó giá trị của $x_0^2-3x_0+2023$ bằng bao nhiêu?

A. 2024. **B.** 2023. **C.** 2021. **D.** 2022.

Câu 24. Thể tích của khối nón có chiều cao $h=3$ và bán kính $r=4$ bằng

A. 12π. **B.** 48π. **C.** 4π. **D.** 16π.

Câu 25. Cho một hình chóp có số đỉnh là 2023, số cạnh của hình chóp đó là

A. 1012. **B.** 4044. **C.** 4046. **D.** 1011.

Câu 26. Cho $\log 3=a,\log 2=b$. Khi đó giá trị của $\log_{125}30$ được tính theo *a* là

A. $\dfrac{1+a}{3\left(1-b\right)}$. **B.** $\dfrac{4\left(3-a\right)}{3-b}$. **C.** $\dfrac{a}{3+b}$. **D.** $\dfrac{a}{3+a}$.

Câu 27. Nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{2}{4x+3}$ là:

A. $\int\dfrac{2}{4x+3}dx=2\ln\left|4x+3\right|+C$ **B.** $\int\dfrac{2}{4x+3}dx=\dfrac{1}{2}\ln\left|4x+3\right|+C$

C. $\int\dfrac{2}{4x+3}dx=\dfrac{1}{4}\ln\left|4x+3\right|+C$ **D.** $\int\dfrac{2}{4x+3}dx=2\ln\left|2x+\dfrac{3}{2}\right|+C$

Câu 28. Cho tứ diện *ABCD* có các mặt *ABC* và *BCD* là các tam giác đều cạnh bằng 2, hai mặt phẳng (*ABD*) và (*ACD*) vuông góc với nhau. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện *ABCD* bằng

A. $\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$.

Câu 29. Trong không gian Oxyz, cho điểm $I\left(1;-2;3\right)$. Viết phương trình mặt cầu tâm I, cắt trục Ox tại hai điểm A và B sao cho $AB=2\sqrt{3}$.

A. $\left(x-1\right)^2+\left(y+2\right)^2+\left(z-3\right)^2=25$. **B.** $\left(x-1\right)^2+\left(y+2\right)^2+\left(z-3\right)^2=16$.

C. $\left(x-1\right)^2+(y+2)^2+\left(z-3\right)^2=20$. **D.** $\left(x-1\right)^2+\left(\mathrm{y}+2\right)^2+\left(z-3\right)^2=9$.

Câu 30. Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=(m-3)x-(2m+1)\cos x$ luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$. Số phần tử của tập S bằng

A. 6 **B.** 7. **C.** 5. **D.** 4.

Câu 31. Cho hình chóp *S.ABCD* có đáy là hình vuông *ABCD* tâm *O*, $SA=2a\sqrt{2}$. Hình chiếu vuông góc của *S* lên mặt phẳng $\left(ABCD\right)$ trùng với trung điểm của cạnh *OA*, biết tam giác *SBD* vuông tại *S*. Khoảng cách từ điểm *D* đến mặt phẳng $\left(SBC\right)$ bằng

A. $\dfrac{3a\sqrt{5}}{10}$. **B.** $\dfrac{2a\sqrt{5}}{5}$. **C.** $\dfrac{4a\sqrt{10}}{5}$. **D.** $\dfrac{2a\sqrt{10}}{5}$.

Câu 32. Cho hàm số $f\left(x\right)$ có đạo hàm trên đoạn $\left[1;2023\right]$, $f\left(1\right)=1$ và $f\left(2023\right)=2$. Tích phân $I=\int\limits_1^{2023}f'\left(x\right)dx$ bằng

A. 2022. **B.** 1. **C.** 2023. **D.** 2.

Câu 33. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-5;5]$ để hàm số $y=x^3-2x^2+(m+3)x-1$ không có cực trị?

A. 6. **B.** 8. **C.** 5. **D.** 7

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P): x+2y+2z-10=0$ và $(Q): x+2y+2z-5=0$ bằng

A. $\dfrac{5}{3}$. **B.** $\dfrac{7}{3}$. **C.** 5. **D.** $\dfrac{5}{9}$.

Câu 35. Cho hàm số $f(x)$ liên tục, có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, $f(2)=16$ và $\int\limits_0^2 f(x)dx=4$. Tích phân $\int\limits_0^4 xf'\left(\dfrac{x}{2}\right)dx$ bằng

A. 112. **B.** 144. **C.** 56. **D.** 12.

Câu 36. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành $AB=3$, $AD=4$, $\widehat{BAD}=120^o$. Cạnh bên $SA=2\sqrt{3}$ vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$. Gọi M,N,P lần lượt là trung điểm các cạnh SA,SD và BC, α là góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (MNP). Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau đây:

A. $\alpha\in(0^o;30^o)$. **B.** $\alpha\in(30^o;45^o)$. **C.** $\alpha\in(45^o;60^o)$. **D.** $\alpha\in(60^o;90^o)$.

Câu 37. Số nghiệm của phương trình $\log_3\left|x^2-\sqrt{2}x\right|=\log_5\left(x^2-\sqrt{2}x+2\right)$ là

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

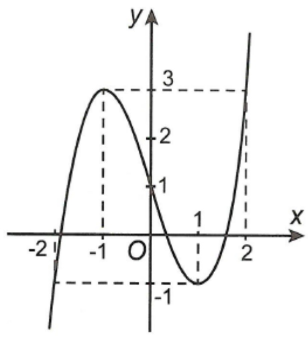
Câu 38. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và có đạo hàm trên $\mathbb{R}\setminus\{-2;1\}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		1		
y'		$-$	$\|$	$-$	$\|$	$+$	
y	4	$\searrow$	$1 \;\|\; +\infty$	$\searrow$	$2 \;\|\; 2$	$\nearrow$	$+\infty$

Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 2. **B.** 1. **C.** 3 **D.** 0.

Câu 39. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng dưới đây nào?



A. $(0;2)$. **B.** $(-2;-1)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(-1;1)$.

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $x-y+2z-3=0$. Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là

A. $\vec{n}=(1;1;-2)$. **B.** $\vec{n}=(1;-1;2)$. **C.** $\vec{n}=(1;2;-3)$. **D.** $\vec{n}=(-1;2;-3)$.

Câu 41. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_{2023}(x^2+2022x)=1$ bằng

A. -2022. **B.** -2023 **C.** 2023. **D.** 2022.

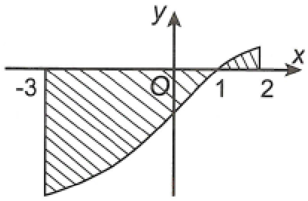
Câu 42. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m nằm trong khoảng $(-2023;2023)$ để hàm số $y=\dfrac{2023}{m\log_3^2 x-4\log_3 x+m+3}$ xác định trên khoảng $(0;+\infty)$?

A. 4040. **B.** 4044. **C.** 4039. **D.** 4046.

Câu 43. Tập xác định của hàm số $y=(1+x)^{-2023}$ là

A. $(-1;+\infty)$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

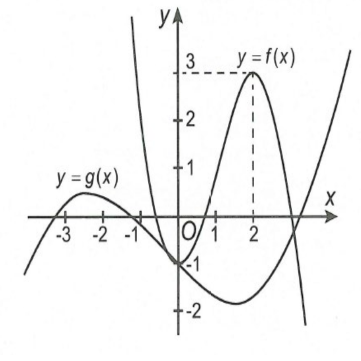
Câu 44. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=-3$, $x=2$ (như hình vẽ). Đặt $a=\int_{-3}^{1} f(x)dx$, $b=\int_{1}^{2} f(x)dx$.



Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $S=-a-b$. **B.** $S=a+b$. **C.** $S=a-b$. **D.** $S=b-a$.

Câu 45. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị là (C) và hàm số $y=g(x)=-f(mx+1)$, $m>0$ (như hình vẽ). Với giá trị nào của m để hàm số $y=g(x)$ nghịch biến trên đúng một khoảngcó độ dài bằng 3 ?



A. $\dfrac{2}{3}$. **B.** $\dfrac{2}{5}$.

C. $\dfrac{1}{3}$. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;2;3)$ trên mặt phẳng (Oxz) là

A. $P(0;2;3)$. **B.** $M(1;0;3)$. **C.** $N(0;2;0)$. **D.** $Q(1;2;0)$.

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $A'(\sqrt{3};-1;1)$, hai đỉnh B,C thuộc trục Oz và $AA'=1$ (C không trùng với O). Biết vectơ $\vec{u}=(a;b;2)$ (với $a,b\in\mathbb{R}$) là một vectơ chỉ phương của đường thẳng $A'C$. Tính $T=a^2+b^2$.

A. $T=15$. **B.** $T=14$. **C.** $T=16$. **D.** $T=9$.

Câu 48. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng tổng quát $u_n=3n-2$ với $n\geq 1$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

A. -2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 49. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AD = 2AB$, $AC = \sqrt{5}$, SA vuông góc với đáy và $SA = 6$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. 4. **B.** 12. **C.** 6. **D.** 2.

Câu 50. Một chuồng có 3 con thỏ trắng và 4 con thỏ nâu. Người ta bắt ngẫu nhiên lần lượt từng con ra khỏi chuồng cho đến khi nào bắt được cả 3 con thỏ trắng mới thôi. Xác suất để cần phải bắt đến ít nhất 5 con thỏ là

A. $\frac{29}{35}$. **B.** $\frac{4}{35}$. **C.** $\frac{4}{5}$. **D.** $\frac{31}{35}$.

------ HẾT ------

Đề\câu	000	101	102	103	104	105	106
1	A	B	A	B	D	D	A
2	B	A	C	B	C	A	D
3	D	C	B	A	C	C	A
4	B	D	D	C	D	D	C
5	B	A	C	D	B	C	B
6	D	B	C	C	B	B	A
7	B	D	A	C	B	D	D
8	B	B	A	A	D	B	B
9	D	C	D	C	A	A	A
10	B	B	B	B	C	D	B
11	B	D	B	B	B	B	A
12	C	C	B	C	A	C	A
13	B	C	A	A	D	C	A
14	B	A	C	B	C	A	A
15	B	B	B	C	C	B	C
16	D	C	A	A	B	B	A
17	A	C	A	A	B	C	C
18	A	B	A	B	D	A	D
19	C	B	C	B	A	C	C
20	B	A	D	C	B	C	D
21	C	D	C	D	B	D	D
22	A	B	C	A	B	D	C
23	A	C	B	B	A	A	D
24	B	D	B	D	C	C	D
25	A	B	C	C	C	C	D
26	D	A	D	C	A	A	C
27	D	B	D	C	B	C	A
28	A	B	B	C	A	D	C
29	A	B	D	C	A	C	C
30	B	C	C	A	A	B	B
31	C	C	D	C	C	C	A
32	D	B	A	B	B	B	D
33	B	D	A	C	B	C	A
34	B	A	D	B	B	D	C
35	D	A	A	D	C	B	B
36	B	D	D	B	C	C	B
37	D	A	D	C	A	B	B
38	B	A	C	A	A	C	D
39	A	B	B	C	B	D	C
40	A	B	C	B	A	B	C
41	D	A	A	B	B	C	C
42	A	C	B	D	D	A	D
43	A	B	B	A	A	C	A

44	A	D	A	D	A	A	D
45	B	A	A	D	D	A	A
46	D	B	D	D	A	C	A
47	A	C	A	B	D	B	B
48	A	C	C	A	C	C	D
49	D	A	D	D	D	C	C
50	A	D	A	B	C	D	D

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	A	C	A	D	B	D	B	C	B	D	C	C	A	B	C	C	C	B	A	D	B	C	D	B
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
A	B	B	B	C	C	B	D	A	A	D	A	A	B	B	A	A	B	D	A	B	C	C	A	D

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Số cực trị của hàm số $f(x)=\dfrac{x-2023}{2x+1}$

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Ta có $f'(x)=\dfrac{4047}{(2x+1)^2}>0\ \forall x\neq -\dfrac{1}{2}$

Vậy hàm số đã cho không có cực trị.

Câu 2: Cho hàm số $(C): y=x^3+3x^2$. Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm $M(1;4)$ là

A. $y=9x-5$. **B.** $y=-9x+5$. **C.** $y=-9x-5$. **D.** $y=9x+5$.

Lời giải

Ta có $y'=3x^2+6x$.

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $(C): y=x^3+3x^2$ tại điểm $M(1;4)$ là:

$y=f'(1).(x-1)+4 \Leftrightarrow y=9(x-1)+4 \Leftrightarrow y=9x-5$.

Câu 3: Khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng (H) giới hạn bởi đường cong $y=\sqrt{\dfrac{5+(x-4)e^x}{xe^x+1}}$, trục hoành và hai đường thẳng $x=0, x=1$ quanh trục hoành có thể tích $V=\pi\left[a+b\ln(e+1)\right]$, trong đó a,b là các số nguyên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a+b=9$. **B.** $a+b=5$. **C.** $a-2b=13$. **D.** $a-2b=-3$.

Lời giải

Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng (H) giới hạn bởi đường cong $y=\sqrt{\dfrac{5+(x-4)e^x}{xe^x+1}}$, trục hoành và hai đường thẳng $x=0, x=1$ quanh trục hoành là:

$$V=\pi\int_0^1\frac{5+(x-4)e^x}{xe^x+1}dx=\pi\int_0^1\frac{5+xe^x-4e^x}{xe^x+1}dx=\pi\int_0^1\left(1+\frac{4-4e^x}{xe^x+1}\right)dx=\pi\left(\int_0^1 dx+\int_0^1\frac{4-4e^x}{xe^x+1}dx\right)$$

Đặt $I=\displaystyle\int_0^1\frac{4-4e^x}{xe^x+1}dx$.

Ta có: $I=\displaystyle\int_0^1\frac{4-4e^x}{xe^x+1}dx=4\int_0^1\frac{1-e^x}{xe^x+1}dx=4\int_0^1\frac{\frac{1}{e^x}-1}{x+\frac{1}{e^x}}dx$

Đặt $t=x+\dfrac{1}{e^x}\Rightarrow dt=\left(1-\dfrac{1}{e^x}\right)dx$. Đổi cận ta có: $x=0\Rightarrow t=1$ $x=1\Rightarrow t=1+\dfrac{1}{e}$

$$I=4\int_{1}^{1+\frac{1}{e}}-\frac{dt}{t}=4\left(-\ln t\right)\Big|_{1}^{1+\frac{1}{e}}=4\left(-\ln(1+e)+1\right)$$

Nên $V=\pi\left[1+4.\left(1-\ln(1+e)\right)\right]=\pi\left(5-4\ln(1+e)\right)$

Do đó $a=5;b=-4\Rightarrow a-2b=13$

Câu 4: Cho hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$ (C). Có bao nhiêu giá trị thực m để đường thẳng $d:y=-2x+m$ cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt A,B sao cho tam giác OAB (O là gốc tọa độ) có diện tích $\sqrt{3}$.

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng d và đồ thị (C) là

$$\frac{2x+1}{x+1}=-2x+m\Leftrightarrow\begin{cases}-2x^2+(m-4)x+m-1=0 & (*)\\ x\neq -1\end{cases}.$$

Đường thẳng d cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt A,B khi và chỉ khi phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt khác 1 nên ta có

$$\begin{cases}\Delta=m^2+8>0\\ 1\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\forall m\in\mathbb{R}$$

Gọi x_1,x_2 là hai nghiệm của phương trình $(*)$, ta có $x_1+x_2=\dfrac{m-4}{2};x_1.x_2=\dfrac{m-1}{-2}$.

Do đó $A\left(x_1;-2x_1+m\right)$, $B\left(x_2;-2x_2+m\right)$

+

$$AB=\sqrt{\left(x_2-x_1\right)^2+\left(-2\left(x_2-x_1\right)\right)^2}=\sqrt{5}\sqrt{\left(x_1+x_2\right)^2-4x_1x_2}=\sqrt{5}\sqrt{\left(\frac{m-4}{2}\right)^2+4\frac{m-1}{2}}=\sqrt{5}\sqrt{\frac{m^2+8}{4}}$$

+ $h_O=d\left(O,d\right)=\dfrac{|m|}{\sqrt{5}}$

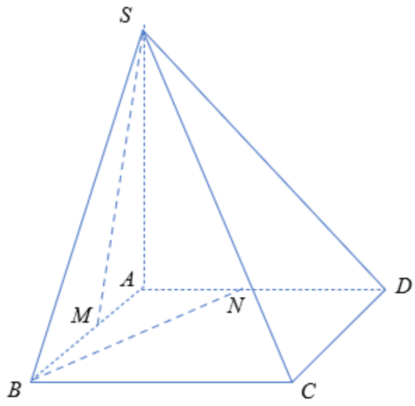
Ta có $S_{OAB}=\dfrac{1}{2}AB.h_O\Leftrightarrow 2\sqrt{3}=|m|\sqrt{\dfrac{m^2+8}{4}}$

$$\Leftrightarrow m^4+8m^2-48=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=2\\ m=-2.\end{array}\right.$$

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABCD$. Có đáy là hình vuông $ABCD$ cạnh $2a, SA\perp(ABCD)$ và $SB=a\sqrt{5}$. Gọi $M;N$ lần lượt là trung điểm của $AB;AD$. Tính cosin góc giữa hai đường thẳng SM và BN

A. $\dfrac{\sqrt{10}}{5}$. **B.** $\dfrac{1}{\sqrt{10}}$. **C.** $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải



Ta có $SA=\sqrt{SB^2-AB^2}=a; SM=SN=MN=a\sqrt{2}; BN=\sqrt{AB^2+AN^2}=a\sqrt{5}$

$$\cos(SM;BN)=\left|\cos\left(\overrightarrow{SM};\overrightarrow{BN}\right)\right|=\frac{\left|\overrightarrow{SM}.\overrightarrow{BN}\right|}{SM.BN}=\frac{\left|\overrightarrow{SM}.\overrightarrow{SN}-\overrightarrow{SM}.\overrightarrow{SB}\right|}{SM.BN}$$

$$=\frac{\left|\frac{SM^2+SN^2-MN^2}{2}-\frac{SM^2+SB^2-BM^2}{2}\right|}{SM.BN}=\frac{\left|a^2-\frac{2a^2+5a^2-a^2}{2}\right|}{a\sqrt{2}.a\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{10}}{5}$$

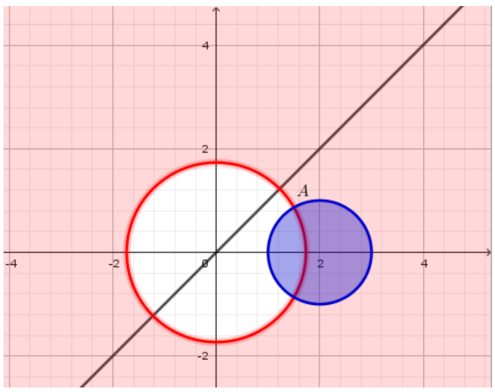
Câu 6: Cho 2 số thực $x;y$ thỏa mãn $x^2+y^2\ge 3$ và $\log_{x^2+y^2}\left[x\left(4x^2-3x+4y^2\right)-3y^2\right]\ge 2$ gọi $M;m$ lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=x-y$ khi đó biểu $T=2(M+m)$ có giá trị gần nhất với số nào sau đây

A. 9. **B.** 8. **C.** 7. **D.** 10.

Lời giải

Ta có $\log_{x^2+y^2}\left[x\left(4x^2-3x+4y^2\right)-3y^2\right]\ge 2\Leftrightarrow \log_{x^2+y^2}\left[\left(x^2+y^2\right)(4x-3)\right]\ge 2$

$1+\log_{x^2+y^2}(4x-3)\ge 2\Leftrightarrow x^2+y^2-4x+3\le 0\Leftrightarrow (x-2)^2+y^2\le 1$



Giả sử M là giá trị lớn nhất của P. Gọi $\Delta_1: x-y-M=0$ để tồn tại giá trị lớn nhất thì $d(I;(\Delta))\le R\Leftrightarrow \frac{|2-M|}{\sqrt{2}}\le 1\Leftrightarrow M\le 2+\sqrt{2}$

Vậy giá trị lớn nhất của P là $M=2+\sqrt{2}$

Giả sử m là giá trị nhỏ nhất của P. Gọi $\Delta_2: x-y-m=0$. Dựa vào miền nghiệm của P ta thấy P đạt giá trị nhỏ nhất khi Δ_2 đi qua điểm $A\left(\frac{3}{2};\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\Rightarrow m=\frac{3-\sqrt{3}}{2}$

Vậy $T = 2(M+m) = 2\left(2+\sqrt{2}+\dfrac{3-\sqrt{3}}{2}\right) \approx 8.096$

Câu 7: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vec tơ $\vec{u} = (2;3;-1)$ và $\vec{v} = (5;-4;m)$. Tìm tất cả giá trị m để $\vec{u} \perp \vec{v}$.

A. $m = 2$. **B.** $m = 4$. **C.** $m = -4$. **D.** $m = -2$.

Lời giải

Ta có $\vec{u} \perp \vec{v} \Leftrightarrow \vec{u}.\vec{v} = 0 \Leftrightarrow 2.5 + 3(-4) + (-1)m = 0 \Leftrightarrow -m - 2 = 0 \Leftrightarrow m = -2$.

Câu 8: Cho hàm số $f(x) = \ln(x^2+1)$. Giá trị $f'(2)$ bằng

A. 2. **B.** $\dfrac{4}{5}$. **C.** $\dfrac{4}{2\ln 5}$. **D.** $\dfrac{4}{3\ln 2}$.

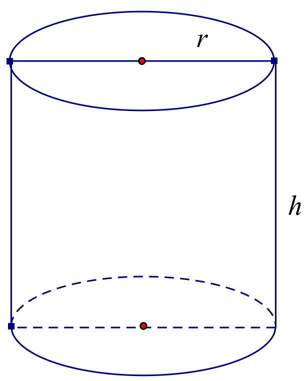
Lời giải

Ta có $f(x) = \ln(x^2+1) \Rightarrow f'(x) = \dfrac{(x^2+1)'}{x^2+1} = \dfrac{2x}{x^2+1} \Rightarrow f'(2) = \dfrac{2.2}{2^2+1} = \dfrac{4}{5}$.

Câu 9: Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng 50π và độ dài đường sinh bằng đường kính của đường tròn đáy. Bán kính r của đường tròn đáy là

A. $r = \dfrac{5}{2}$. **B.** $r = 5$. **C.** $r = \dfrac{5\sqrt{2}}{2}$. **D.** $r = \dfrac{\sqrt{5}}{2}$.

Lời giải



Diện tích xung quanh của hình trụ $S_{xq} = 2\pi rl$ và $l = 2r$.

Ta có $S_{xq} = 2\pi rl \Leftrightarrow 2\pi rl = 50\pi \Leftrightarrow 2\pi r 2r = 50\pi \Leftrightarrow r = \dfrac{5\sqrt{2}}{2}$.

Câu 10: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm xác định trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(0) = 2\sqrt{2}$, $f(x) > 0$ và $f(x).f'(x) = (2x+1)\sqrt{1+f^2(x)}, \forall x \in \mathbb{R}$. Giá trị $f(2)$ là

A. $5\sqrt{4}$. **B.** $4\sqrt{5}$. **C.** $3\sqrt{5}$. **D.** 9.

Lời giải

Ta có $f(x).f'(x) = (2x+1)\sqrt{1+f^2(x)}, \forall x \in \mathbb{R}$.

$\Leftrightarrow \dfrac{f(x).f'(x)}{\sqrt{1+f^2(x)}} = 2x+1, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \dfrac{2f(x).f'(x)}{2\sqrt{1+f^2(x)}} = 2x+1, \forall x \in \mathbb{R}$

$\Rightarrow \displaystyle\int \dfrac{2f(x).f'(x)}{2\sqrt{1+f^2(x)}}\mathrm{d}x = \int (2x+1)\mathrm{d}x \Rightarrow \sqrt{1+f^2(x)} = x^2+x+C$.

Cho $x=0$ ta được: $C=\sqrt{1+f^2(0)}=\sqrt{1+\left(2\sqrt{2}\right)^2}=3$.

Do đó $\sqrt{1+f^2(x)}=x^2+x+3$.

Lại cho $x=2$ ta được: $\sqrt{1+f^2(2)}=4+2+3=9 \Rightarrow 1+f^2(2)=81 \Rightarrow f^2(2)=80$

$\Rightarrow f(2)=4\sqrt{5}$ (do $f(x)>0$).

Vậy $f(2)=4\sqrt{5}$.

Câu 11: Thể tích của khối hộp chữ nhật có các kích thước 4; 5; 6 là

A. 20. **B.** 40. **C.** 60. **D.** 120.

Lời giải

Thể tích của khối hộp chữ nhật có các kích thước 4; 5; 6 là $4.5.6=120$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $(x-2)^2+(y+1)^2+(z+2)^2=4$. Tâm và bán kính mặt cầu là

A. $I(-2;1;2)$, $R=2$. **B.** $I(2;-1;-2)$, $R=4$.

C. $I(2;-1;-2)$, $R=2$. **D.** $I(2;-1;-2)$, $R=16$.

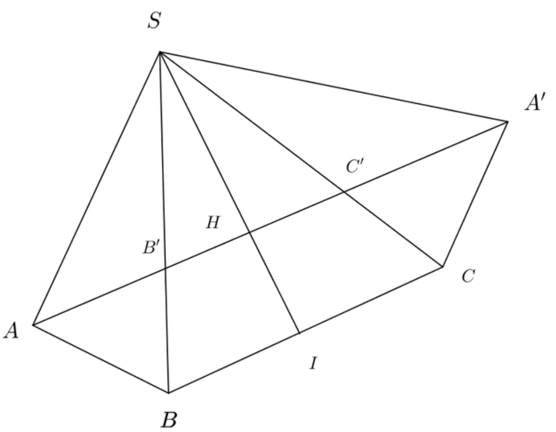
Lời giải

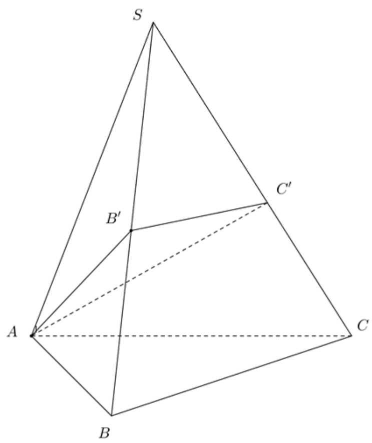
Mặt cầu (S) có tâm $I(2;-1;-2)$ và bán kính $R=2$.

Câu 13: Cho hình chóp đều $S.ABC$ có $\widehat{ASB}=30^0, SA=1$. Lấy B',C' lần lượt thuộc các cạnh SB,SC sao cho chu vi tam giác $AB'C'$ nhỏ nhất. Tỉ số $\dfrac{V_{S.AB'C'}}{V_{S.ABC}}$ gần giá trị nào nhất trong các giá trị sau?

A. $0,5$. **B.** $0,6$. **C.** $0,55$. **D.** $0,65$.

Lời giải





Trải hình, ta có $A\equiv A', SA=SB=1$, $\widehat{ASB}=30^0 \Rightarrow \Delta SAA'$ vuông cân tại $S \Rightarrow \widehat{SAA'}=45°$.

Ta có chu vi $\Delta AB'C'$ là $2p=AB'+AC'+B'C'\geq AA'$.

Do đó chu vi $\Delta AB'C'$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow B',C'\in AA'$.

Gọi I là trung điểm của BC và H là giao điểm của SI và $B'C'$.

Ta có $SH=SA.\sin\widehat{SAH}=1.\sin 45°=\dfrac{\sqrt{2}}{2}; SI=SB.\sin\widehat{SBI}=1.\sin 75°=\dfrac{\sqrt{2}}{4}\left(1+\sqrt{3}\right)$.

Vì $B'C'//BC$ nên $\dfrac{V_{S.AB'C'}}{V_{S.ABC}}=\dfrac{SB'}{SB}.\dfrac{SC'}{SC}=\dfrac{SH}{SI}.\dfrac{SH}{SI}=\left(\dfrac{SH}{SI}\right)^2=4-2\sqrt{3}$.

Câu 14: Có bao nhiêu giá trị nguyên của a để hàm số $y=(3a-11)^x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Điều kiện $0<3a-11<1 \Leftrightarrow \frac{11}{3}<a<4$.

Do đó không có giá trị nguyên của a thỏa yêu cầu đề bài.

Câu 15: Có bao nhiêu cách lấy một quả cầu từ hộp chứa 15 quả cầu màu đỏ và 14 quả cầu màu vàng?

A. 210. **B.** 29. **C.** 14. **D.** 15.

Lời giải

Theo quy tắc cộng ta có: $15+14=29$ (cách).

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng song song với mặt phẳng Oxy và đi qua điểm $A(2;2;2)$ có phương trình là

A. $y-2=0$. **B.** $x+y+z-1=0$. **C.** $z-2=0$. **D.** $x-2=0$.

Lời giải

Ta có $(Oxy): z=0$, suy ra mặt phẳng cần tìm $(P): z-a=0\ (a\neq 0)$.

Điểm $A(2;2;2)\in(P)\Rightarrow a=2\Rightarrow(P): z-2=0$.

Câu 17: Cho hàm số $y=x^3-3x+2$ có đồ thị là (C). Số giao điểm của (C) và trục hoành là

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và trục hoành là: $x^3-3x+2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2 \\ x=1 \end{array}\right.$.

Suy ra có hai giao điểm.

Câu 18: Cho hàm số $y=\frac{\left|\sin^2 x-(m+1)\sin x+2m+2\right|}{\sin x-2}$ (với m là tham số thực). Giá trị lớn nhất của hàm số đạt giá trị nhỏ nhất khi m bằng

A. $\frac{1}{2}$. **B.** -1. **C.** $\frac{-3}{2}$. **D.** $\frac{-1}{2}$.

Lời giải

Ta có: $y=-\left|\frac{\sin^2 x-(m+1)\sin x+2m+2}{2-\sin x}\right|$ vì $\sin x<2, \forall x\in\mathbb{R}$

Đặt $t=\sin x,\ (t\in[-1;1])$, đặt $f(t)=\frac{t^2-(m+1)t+2m+2}{2-t}$.

Ta có: $f'(t)=\frac{-t^2+4t}{(2-t)^2}$, $f'(t)=0 \Leftrightarrow t=0, t=4(loai)$

Khi đó: $\begin{cases} f(-1)=m+\frac{4}{3} \\ f(0)=m+1=\min\limits_{t\in[-1;1]} f(t)=a \\ f(1)=m+2=\max\limits_{t\in[-1;1]} f(t)=A \end{cases}$

Nên $\max\limits_{t\in[-1;1]}|f(t)|=\frac{|A+a|+|A-a|}{2}=\frac{|2m+3|+1}{2}\ge\frac{1}{2}$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow 2m+3=0\Leftrightarrow m=\frac{-3}{2}$.

Câu 19: Cho $\int\limits_{-1}^{2}f(x)\mathrm{d}x=3,\int\limits_{-1}^{2}g(x)\mathrm{d}x=-1$. Khi đó $I=\int\limits_{-1}^{2}[x+2f(x)-3g(x)]\mathrm{d}x$ bằng

A. 10. **B.** $\frac{21}{2}$. **C.** $\frac{19}{2}$. **D.** $\frac{17}{2}$.

Lời giải

Ta có:

$I=\int\limits_{-1}^{2}[x+2f(x)-3g(x)]\mathrm{d}x=\int\limits_{-1}^{2}x\mathrm{d}x+2\int\limits_{-1}^{2}f(x)\mathrm{d}x-3\int\limits_{-1}^{2}g(x)\mathrm{d}x=\frac{3}{2}+2.3-3.(-1)=\frac{21}{2}$.

Câu 20: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=(x-2)^2-1$, trục hoành và hai đường thẳng $x=1,x=2$ bằng

A. $\frac{2}{3}$. **B.** $\frac{7}{3}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{3}{2}$.

Lời giải

Ta có: $S=\int\limits_{1}^{2}\left|(x-2)^2-1\right|\mathrm{d}x=\frac{2}{3}$.

Câu 21: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\sqrt{5}-2\right)^{x+1}>9-4\sqrt{5}$

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(-\infty;1]$. **D.** $(-\infty;1)$.

Lời giải

Ta có: $\left(\sqrt{5}-2\right)^{x+1}>9-4\sqrt{5}\Leftrightarrow\left(\sqrt{5}-2\right)^{x+1}>\left(\sqrt{5}-2\right)^{2}\Leftrightarrow x+1<2\Leftrightarrow x<1$.

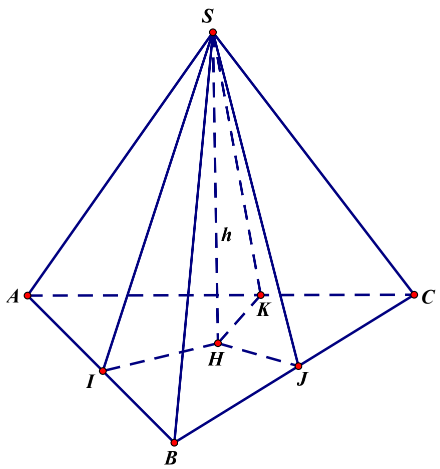
Câu 22: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh 3. Các mặt bên (SAB), (SAC), (SBC) lần lượt tạo với đáy các góc là $30°$, $45°$, $60°$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$. Biết rằng hình chiếu vuông góc của S trên (ABC) nằm trong tam giác ABC.

A. $V=\frac{27\sqrt{3}}{2\left(4+\sqrt{3}\right)}$. **B.** $V=\frac{27\sqrt{3}}{8\left(4+\sqrt{3}\right)}$. **C.** $V=\frac{27\sqrt{3}}{4+\sqrt{3}}$. **D.** $V=\frac{27\sqrt{3}}{4\left(4+\sqrt{3}\right)}$.

Lời giải

Gọi H là hình chiếu của S lên (ABC).

Đặt $SH=h$



Hạ HI, HJ, HK lần lượt vuông góc với các cạnh AB, BC, AC.

Xét ΔSHI: $\tan 30° = \dfrac{SH}{HI} \Rightarrow HI = h\sqrt{3}$

Xét ΔSHJ: $\tan 60° = \dfrac{SH}{HJ} \Rightarrow HJ = \dfrac{h}{\sqrt{3}}$

Xét ΔSHK: $\tan 45° = \dfrac{SH}{HK} \Rightarrow HK = h$

Xét ΔABC:

$S_{ABC} = S_{HAB} + S_{HBC} + S_{HAC} = \dfrac{1}{2}HI.AB + \dfrac{1}{2}HJ.BC + \dfrac{1}{2}HK.AC$

$= \dfrac{1}{2}.h\sqrt{3}.3 + \dfrac{1}{2}.\dfrac{h}{\sqrt{3}}.3 + \dfrac{1}{2}.h.3$

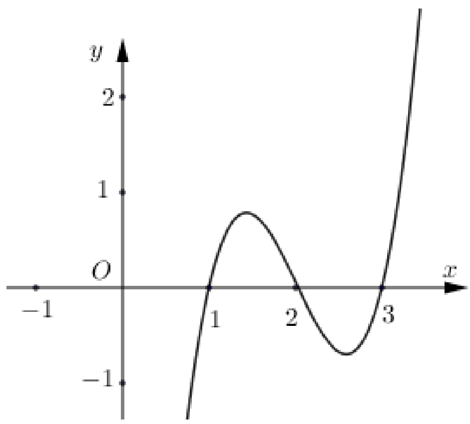
$= \dfrac{h\left(4+\sqrt{3}\right)\sqrt{3}}{2}$

Mà $S_{ABC} = \dfrac{\sqrt{3}.AB^2}{4} = \dfrac{\sqrt{3}.3^2}{4}$

Nên: $\dfrac{h\left(4+\sqrt{3}\right)\sqrt{3}}{2} = \dfrac{\sqrt{3}.3^2}{4} \Leftrightarrow h = \dfrac{9}{2\left(4+\sqrt{3}\right)}$.

Vậy: $V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3}.h.S_{ABC} = \dfrac{27\sqrt{3}}{8\left(4+\sqrt{3}\right)}$.

Câu 23: Cho đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ



Hàm số $y=f\left(x\right)$ đạt giá trị lớn nhất trên đoạn $\left[1;3\right]$ tại x_0. Khi đó giá trị của $x_0^2-3x_0+2023$ bằng bao nhiêu?

A. 2024. **B.** 2023. **C.** 2021. **D.** 2022.

Lời giải

Từ đồ thị ta thấy: $\max\limits_{[1;3]} f\left(x\right)=f\left(2\right)\Rightarrow x_0=2$

Từ đó: $x_0^2-3x_0+2023=2^2-3.2+2023=2021$.

Câu 24: Thể tích của khối nón có chiều cao $h=3$ và bán kính $r=4$ bằng:

A. 12π. **B.** 48π. **C.** 4π. **D.** 16π.

Lời giải

Ta có: $V=\frac{1}{3}\pi.r^2.h=\frac{1}{3}\pi.4^2.3=16\pi$.

Câu 25: Cho một hình chóp có số đỉnh là 2023, số cạnh của hình chóp đó là:

A. 1012. **B.** 4044. **C.** 4046. **D.** 1011.

Lời giải

Vì số đỉnh của hình chóp là 2023 nên số đỉnh của mặt đáy là 2022.

Do vậy số cạnh của mặt đáy là 2022 và số cạnh bên là 2022.

Vậy số cạnh của hình chóp là: $2022+2022=4044$.

Câu 26: Cho $\log 3=a$, $\log 2=b$. Khi đó giá trị của $\log_{125}30$ được tính theo a là:

A. $\frac{1+a}{3\left(1-b\right)}$. **B.** $\frac{4\left(3-a\right)}{3-b}$. **C.** $\frac{a}{3+b}$. **D.** $\frac{a}{3+a}$

Lời giải

Ta có: $\log_{125}30=\frac{\log\left(3.10\right)}{\log\left(5^3\right)}=\frac{\log 3+1}{3\log 5}=\frac{\log 3+1}{3\left(\log\frac{10}{2}\right)}=\frac{\log 3+1}{3\left(\log 10-\log 2\right)}=\frac{1+a}{3\left(1-b\right)}$.

Câu 27: Nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\frac{2}{4x+3}$ là:

A. $\int\frac{2}{4x+3}\mathrm{d}x=2\ln\left|4x+3\right|+C$. **B.** $\int\frac{2}{4x+3}\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\ln\left|4x+3\right|+C$.

C. $\int\frac{2}{4x+3}\mathrm{d}x=\frac{1}{4}\ln\left|4x+3\right|+C$. **D.** $\int\frac{2}{4x+3}\mathrm{d}x=2\ln\left|2x+\frac{3}{2}\right|+C$.

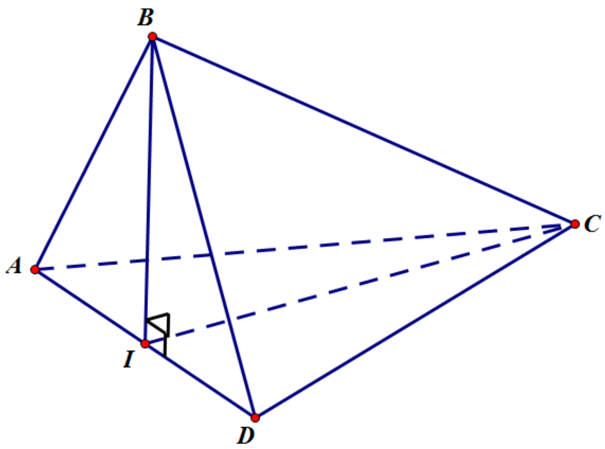
Lời giải

Ta có: $\int\frac{2}{4x+3}dx=\frac{1}{2}\ln\left|4x+3\right|+C$.

Câu 28: Cho tứ diện $ABCD$ có các mặt bên ABC và BCD là các tam giác đều cạnh bằng 2, hai mặt phẳng $\left(ABD\right)$ và $\left(ACD\right)$ vuông góc với nhau. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ bằng

A. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải



Gọi I là trung điểm của AD thì $\angle BIC = (ABD, ACD) = 90^0 \Rightarrow \Delta IBC$ vuông tại I.

Vì $\Delta ABD = \Delta CBD$ nên $IB = IC = \sqrt{2} \Rightarrow IA = \sqrt{AC^2 - IC^2} = \sqrt{2} \Rightarrow IA = IB = IC = ID = \sqrt{2}$.

Vậy bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ bằng $\sqrt{2}$.

Câu 29: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1;-2;3)$. Viết phương trình mặt cầu tâm I, cắt trục Ox tại hai điểm A và B sao cho $AB = 2\sqrt{3}$.

A. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=25$. **B.** $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=16$.

C. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=20$. **D.** $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=9$.

Lời giải

Gọi H là trung điểm của AB thì IH vuông góc với AB và $IH = \sqrt{(-2)^2+3^2} = \sqrt{13}$.

Suy ra bán kính mặt cầu là: $R = IA = \sqrt{3+13} = 4$.

Vậy phương trình mặt cầu là $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=16$.

Câu 30: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=(m-3)x-(2m+1)\cos x$ luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$

A. 6. **B.** 7. **C.** 5. **D.** 4.

Lời giải

Hàm số $y=(m-3)x-(2m+1)\cos x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi

$y' = m-3+(2m+1)\sin x \le 0\ \forall x \Leftrightarrow (1+2m)\sin x \le 3-m\ \forall x$ (1)

Vì m để nguyên nên ta xét các trường hợp sau:

TH1: $m > -\frac{1}{2} \Rightarrow (1): \sin x \le \frac{3-m}{1+2m}\ \forall x \Leftrightarrow 1 \le \frac{3-m}{1+2m} \Leftrightarrow m \le \frac{2}{3} \Rightarrow m \in \left(-\frac{1}{2};\frac{2}{3}\right]$

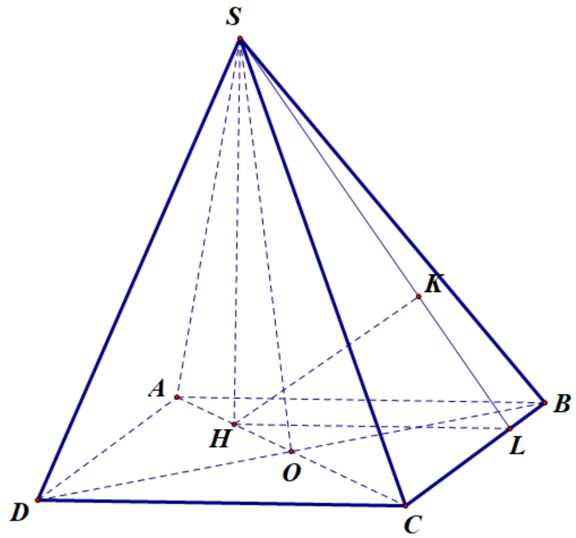
TH2: $m < -\frac{1}{2} \Rightarrow (1): \sin x \ge \frac{3-m}{1+2m}\ \forall x \Leftrightarrow -1 \ge \frac{3-m}{1+2m} \Leftrightarrow m \ge -4 \Rightarrow m \in \left[-4;-\frac{1}{2}\right)$

Suy ra $m \in \{-4;-3;-2;-1;0\}$.

Câu 31: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$ tâm O, $SA = 2a\sqrt{2}$. Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với trung điểm của cạnh OA, biết tam giác SBD vuông tại S. Khoảng cách từ điểm D đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\frac{3a\sqrt{5}}{10}$. **B.** $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$. **C.** $\frac{4a\sqrt{10}}{5}$. **D.** $\frac{2a\sqrt{10}}{5}$.

Lời giải



Gọi H là trung điểm của OA.

Qua H vẽ đường thẳng song song với AB cắt BC tại L.

Trong (SHL) vẽ HK vuông góc với SL.

$$\left.\begin{array}{l} HK \perp SL \\ HK \perp BC \end{array}\right\} \Rightarrow HK \perp (SBC) \Rightarrow d\left(H,\left(SBC\right)\right) = HK.$$

Ta có: $\Delta SHD = \Delta SHB\left(cgc - cgc\right)$, suy ra ΔSBD vuông cân tại S.

Lại có: H là trung điểm của OA và $SH \perp OA$ (Vì: $SH \perp (ABCD)$).

Do đó ΔSAO cân tại S.

Suy ra: $SA = SO = OB = OD = 2a\sqrt{2}$ nên: $BD = 4a\sqrt{2} = AC \Rightarrow AH = a\sqrt{2}$

Vậy, cạnh của hình vuông có $AD = DC = AB = BC = 4a$ và $SH = \sqrt{SO^2 - HO^2} = a\sqrt{6}$

Mặt khác:

$$HL // AB \Rightarrow \frac{CH}{AC} = \frac{HL}{AB} = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow d(H,(SBC)) = \frac{3}{4}d(A,(SBC)) = \frac{3}{4}d(D,(SBC))$$

$$d(H,(SBC)) = HP = \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HL^2}}} = \frac{3a\sqrt{10}}{5}$$

$$\Rightarrow d(D,(SBC)) = \frac{4a\sqrt{10}}{5}$$

Câu 32: Cho hàm số $f\left(x\right)$ có đạo hàm trên đoạn $\left[1;2023\right]$, $f\left(1\right) = 1$ và $f\left(2023\right) = 2$. Tích phân $I = \int\limits_1^{2023} f'\left(x\right)dx$ bằng

A. 2022. **B.** 1. **C.** 2023. **D.** 2.

Lời giải

$$I = \int\limits_1^{2023} f'\left(x\right)dx = f\left(x\right)\Big|_1^{2023} = f\left(2023\right) - f\left(1\right) = 1.$$

Câu 33: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-5;5]$ để hàm số $y=x^3-2x^2+(m+3)x-1$ không có cực trị?

A. 6. **B.** 8. **C.** 5. **D.** 7

Lời giải

$y=x^3-2x^2+(m+3)x-1$

$\Rightarrow y'=3x^2-4x+m+3$

Để hàm số $y=x^3-2x^2+(m+3)x-1$ không có cực trị thì y' không đổi dấu.

Nên: $\Delta'\le 0$. Do đó: $\Delta'=(-2)^2-3(m+3)=4-3m-9=-3m-5\le 0 \Leftrightarrow m\ge \frac{-5}{3}$

Kết hợp với điều kiện: $m\in[-5;5]$, suy ra: $\frac{-5}{3}\le m\le 5$.

Vậy: $m\in\{-1;0;1;2;3;4;5\}$.

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P): x+2y+2z-10=0$ và $(Q): x+2y+2z-5=0$ bằng

A. $\frac{5}{3}$. **B.** $\frac{7}{3}$. **C.** 5. **D.** $\frac{5}{9}$.

Lời giải

Cách 1: Ta có $M(10;0;0)\in(P)$. Vì $\frac{1}{1}=\frac{2}{2}=\frac{2}{2}\ne\frac{-10}{-5}$ nên hai mặt phẳng (P) và (Q) song song.

Khi đó, $d((P),(Q))=d(M,(Q))=\frac{|10-5|}{\sqrt{9}}=\frac{5}{3}$.

Cách 2:

Áp dụng công thức khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song $(P): ax+by+cz-d_1=0$ và $(Q): ax+by+cz-d_2=0$ bằng: $d((P),(Q))=\frac{|d_1-d_2|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$

Ta có: $d((P),(Q))=\frac{|10-5|}{\sqrt{9}}=\frac{5}{3}$.

Câu 35: Cho hàm số $f(x)$ liên tục, có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, $f(2)=16$ và $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x=4$. Tích phân $\int_0^4 xf'\left(\frac{x}{2}\right)dx$ bằng

A. 112. **B.** 144. **C.** 56. **D.** 12.

Lời giải

Xét tích phân $I=\int_0^4 xf'\left(\frac{x}{2}\right)\mathrm{d}x$

Đặt: $t=\frac{x}{2}\Rightarrow dt=\frac{1}{2}dx$

Đổi cận: $x=0\Rightarrow t=0; x=4\Rightarrow t=2$.

Khi đó: $I=\int_0^4 xf'\left(\frac{x}{2}\right)\mathrm{d}x=\int_0^2 4tf'(t)\mathrm{d}t=\int_0^2 4xf'(x)\mathrm{d}x$.

Đặt: $\begin{cases}u=4x\\ dv=f'(x)\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}u=4\mathrm{d}x\\ v=f(x)\end{cases}$

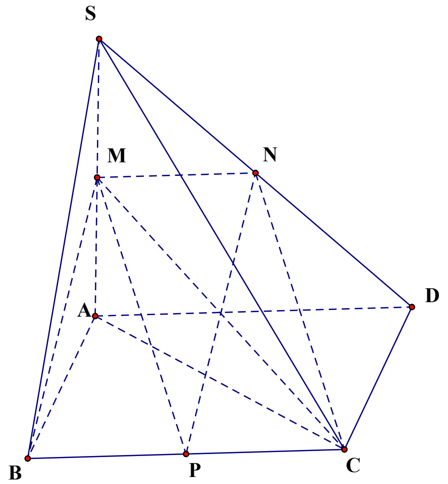
Khi đó: $I=\int_0^2 4xf'(x)\mathrm{d}x=4xf(x)\Big|_0^2-\int_0^2 4f(x)\mathrm{d}x=8f(2)-4.4\ =8.16-16=112$.

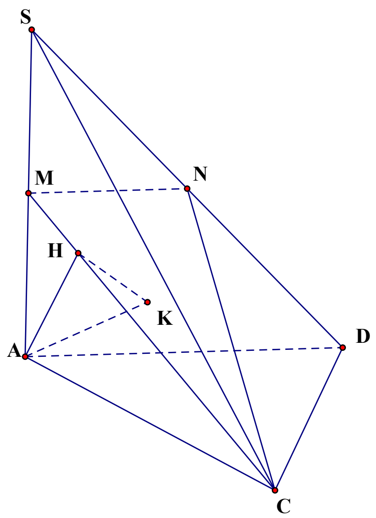
Câu 36: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành $AB=3, AD=4$, $\widehat{BAD}=120°$. Cạnh bên $SA=2\sqrt{3}$ và vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi M,N,P lần lượt là trung điểm các cạnh SA,SD và BC, α là góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (MNP). Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $\alpha\in(0°;30°)$. **B.** $\alpha\in(30°;45°)$. **C.** $\alpha\in(45°;60°)$. **D.** $\alpha\in(60°;90°)$.

Lời giải

Cách 1:





Ta thấy $MN\,//\,BC$ nên $(MNP)\equiv(MNBC)$.

Ta có $(SAC)\cap(MNBC)=MC$.

Dựng $\begin{cases}AK\perp(MNBC)\\ AH\perp MC\end{cases}\Rightarrow(AHK)\perp MC\Rightarrow HK\perp MC$.

Do đó, góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (MNP) bằng góc $\widehat{AHK}$.

Ta có $AC=\sqrt{AD^2+CD^2-2AD.CD.\cos 60°}=\sqrt{13}$.

$SC=\sqrt{SA^2+AC^2}=\sqrt{25}=5$, $\frac{1}{AH^2}=\frac{1}{AM^2}+\frac{1}{AC^2}\Rightarrow AH=\frac{\sqrt{39}}{4}$.

$MC=\sqrt{AM^2+AC^2}=\sqrt{16}=4$, $MN=\frac{AD}{2}=2$.

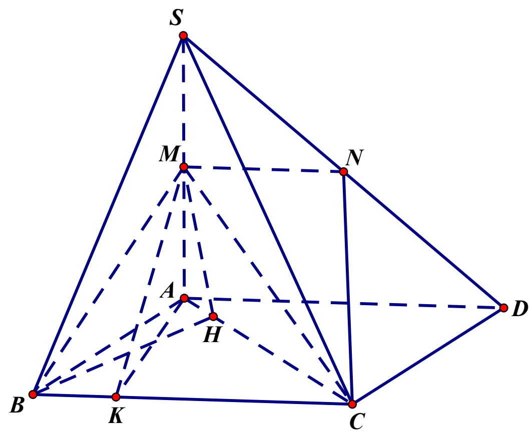
$SD=\sqrt{SA^2+AD^2}=2\sqrt{7}$; $CN=\sqrt{\frac{SC^2+CD^2}{2}-\frac{SD^2}{4}}=\sqrt{10}$.

$V_{C.AMN}=\frac{1}{3}S_{AMN}.d\left(C,(AMN)\right)=\frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}.AM.MN\right).d(C,AD)=\frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}.\sqrt{3}.2\right).3.\sin 60°=\frac{3}{2}$.

$S_{CMN}=\dfrac{\sqrt{39}}{2}\Rightarrow AK=\dfrac{3V_{A.CMN}}{S_{CMN}}=\dfrac{3\sqrt{39}}{13}$.

Tam giác AHK vuông tại K, suy ra $\sin\widehat{AHK}=\dfrac{AK}{AH}=\dfrac{12}{13}\Rightarrow\widehat{AHK}\approx 67°38'$

Cách 2:



Với mọi điểm $P\in BC$ ta có $(MNP)\equiv(BCNM)\equiv(MBC)$, do đó $(MNP,SAC)=(MBC,SAC)$

Gọi H là hình chiếu của B lên AC thì $BH\perp(SAC)$ nên ΔMHC là hình chiếu của ΔMBC lên mp(SAC), do đó $S(\Delta MHC)=S(\Delta MBC).\cos\alpha$; $(MBC,SAC)=\alpha$.

Gọi K là hình chiếu của A lên BC thì $MK\perp BC$. Ta có $AK=AB.\sin\angle ABK=3.\sin 60^0=\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$

$\Rightarrow MK=\sqrt{MA^2+AK^2}=\dfrac{\sqrt{39}}{2}\Rightarrow S(\Delta MBC)=\dfrac{1}{2}BC.MK=\sqrt{39}$.

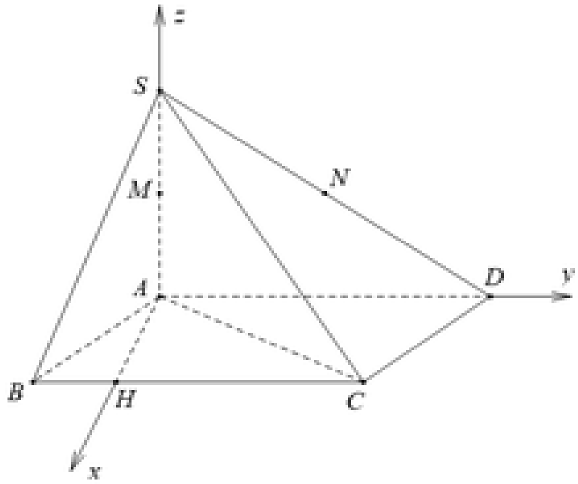
Ta có $KB=AB.\cos\angle ABK=\dfrac{3}{2}\Rightarrow KC=\dfrac{5}{2}$

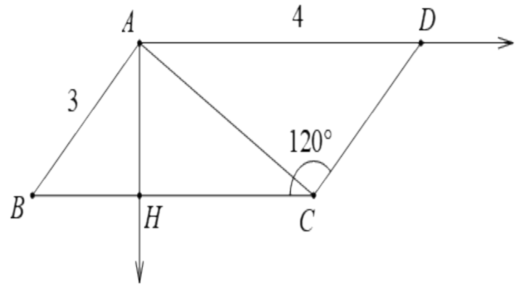
$\Rightarrow AC=\sqrt{AK^2+KC^2}=\sqrt{13}\Rightarrow BH=\dfrac{BC.AK}{AC}=\dfrac{6\sqrt{39}}{13}\Rightarrow CH=\sqrt{BC^2-BH^2}=\dfrac{10\sqrt{13}}{13}$

$\Rightarrow S(\Delta MHC)=\dfrac{1}{2}CH.MA=\dfrac{5\sqrt{39}}{13}$

Suy ra $\cos\alpha=\dfrac{S(\Delta MHC)}{S(\Delta MBC)}=\dfrac{5\sqrt{39}}{13\sqrt{39}}=\dfrac{5}{13}\Rightarrow\alpha\in\left(60^0;90^0\right)$

Cách 3 :





Hạ $AH \perp BC$, vì tam giác ABH có $AB = 3$, góc $\widehat{BAH} = 30^\circ$ suy ra: $AH = \dfrac{3\sqrt{3}}{2}; BH = \dfrac{3}{2} \Rightarrow CH = \dfrac{5}{2}$.

Gắn hệ trục tọa độ Oxyz sao cho $O \equiv A; H \in Ox; D \in Oy; S \in Oz$. Suy ra $A(0;0;0); H\left(\dfrac{3\sqrt{3}}{2};0;0\right); D(0;4;0); S\left(0;0;2\sqrt{3}\right);$

$B\left(\dfrac{3\sqrt{3}}{2};\dfrac{-3}{2};0\right); C\left(\dfrac{3\sqrt{3}}{2};\dfrac{5}{2};0\right); M\left(0;0;\sqrt{3}\right); N\left(0;2;\sqrt{3}\right); P\left(\dfrac{3\sqrt{3}}{2};\dfrac{1}{2};0\right)$

Khi đó: $\overrightarrow{n_1} = \overrightarrow{n_{(SAC)}} = \left[\overrightarrow{SA};\overrightarrow{AC}\right] = \left(5\sqrt{3};-9;0\right)$

$\overrightarrow{n_2} = \overrightarrow{n_{(MNP)}} = \left[\overrightarrow{MP};\overrightarrow{MN}\right] = \left(2\sqrt{3};0;3\sqrt{3}\right)$

Suy ra: $\cos\alpha = \dfrac{\left|\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}\right|}{\left|\overrightarrow{n_1}\right|.\left|\overrightarrow{n_2}\right|} = \dfrac{|30+0+0|}{\sqrt{156}.\sqrt{39}} = \dfrac{5}{13}$.

Vậy: $\alpha \in \left(60^o;90^o\right)$.

Câu 37: Số nghiệm của phương trình $\log_3\left|x^2 - \sqrt{2}x\right| = \log_5\left(x^2 - \sqrt{2}x + 2\right)$ là

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Điều kiện: $x \neq 0; x \neq \sqrt{2}$.

Đặt $\log_3\left|x^2 - \sqrt{2}x\right| = \log_5\left(x^2 - \sqrt{2}x + 2\right) = t$. Khi đó ta có

$$\begin{cases}\left|x^2 - \sqrt{2}x\right| = 3^t \\ x^2 - \sqrt{2}x + 2 = 5^t\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\left|x^2 - \sqrt{2}x\right| = 3^t \\ x^2 - \sqrt{2}x = 5^t - 2\end{cases}$$

Từ đó suy ra $\left|5^t - 2\right| = 3^t \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll}5^t - 2 = 3^t & (1) \\ 5^t - 2 = -3^t & (2)\end{array}\right.$.

Phương trình (1) tương đương $5^t - 3^t - 2 = 0 \Leftrightarrow 1 - \left(\dfrac{3}{5}\right)^t - 2.\left(\dfrac{1}{5}\right)^t = 0$.

Xét hàm số $g(t)=1-\left(\frac{3}{5}\right)^t-2.\left(\frac{1}{5}\right)^t$.

Khi đó $g'(t)=-\left(\frac{3}{5}\right)^t\ln\frac{3}{5}-2.\left(\frac{1}{5}\right)^t\ln\frac{1}{5}>0$.

Do đó hàm số $g(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Suy ra phương trình $g(x)=0$ có không quá một nghiệm.

Mặt khác vì $t=1$ là một nghiệm của phương trình $g(t)=0$, nên phương trình $g(x)=0$ có duy nhất một nghiệm $t=1$.

Với $t=1$ ta có phương trình $x^2-\sqrt{2}x=3\Leftrightarrow x^2-\sqrt{2}x-3=0$.
Phương trình này có hai nghiệm, và hiển nhiên hai nghiệm này cũng là hai nghiệm của phương trình đã cho.
Phương trình (2) tương đương với $5^t+3^t-2=0$.

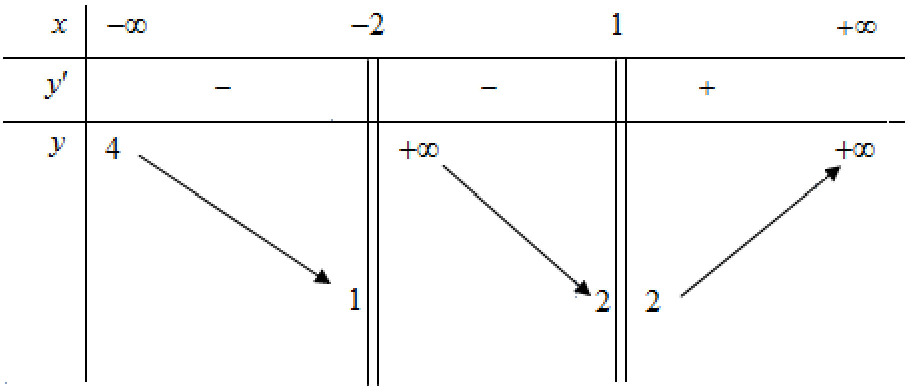
Xét hàm số $h(t)=5^t+3^t-2$.

Khi đó $h'(t)=5^t\ln 5+3^t\ln 3>0$. Suy ra $h(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Lập luận tương tự phương trình (1), ta có phương trình (2) có duy nhất một nghiệm $t=0$.

Với $t=0$ ta có phương trình $x^2-\sqrt{2}x=-1\Leftrightarrow x^2-\sqrt{2}x+1=0$.
Phương trình này vô nghiệm.
Vậy phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt.

Câu 38: Cho hàm số $f(x)$ xác định và có đạo hàm trên $\mathbb{R}\backslash\{-2;1\}$ và có bảng biến thiên như sau



Đồ thị hàm số $f(x)$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy

$\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=4$, suy ra đồ thị hàm số $f(x)$ có một tiệm cận ngang là $y=4$.

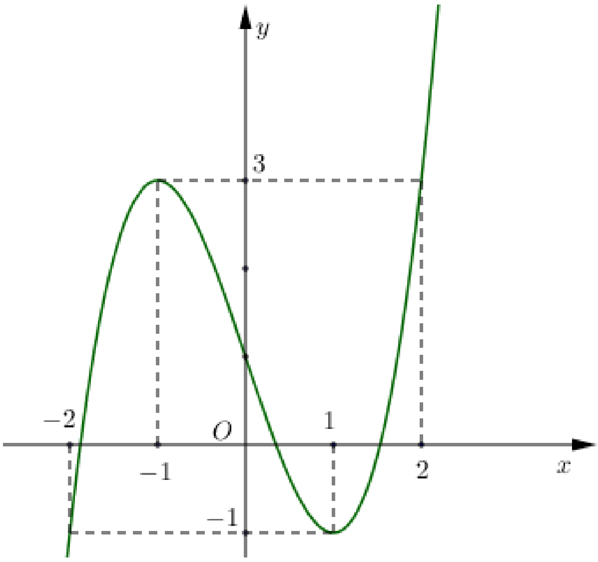
$\lim\limits_{x\to-2^+}f(x)=+\infty$, suy ra đồ thị hàm số $f(x)$ có một tiệm cận đứng là $x=-2$.

$\lim\limits_{x\to1^+}f(x)=\lim\limits_{x\to1^-}f(x)=2$, suy ra đường thẳng $x=1$ không phải là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $f(x)$.

$\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$.

Vậy đồ thị của hàm số $f(x)$ có 2 đường tiệm cận.

Câu 39: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây



A. $(0;2)$. **B.** $(-2;-1)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(-1;1)$.

Lời giải

Hàm số đồng biến trên khoảng $(a;b)$ nếu đồ thị hàm số là một đường đi lên từ trái sang phải với x thuộc khoảng $(a;b)$.

Dựa vào đồ thị ta thấy trên khoảng $(-2;-1)$ đồ thị hàm số là một đường đi lên. Do đó hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;-1)$.

Câu 40: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình là $x - y + 2z - 3 = 0$. Vec-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là

A. $\vec{n} = (1;1;-2)$. **B.** $\vec{n} = (1;-1;2)$. **C.** $\vec{n} = (1;2;-3)$. **D.** $\vec{n} = (-1;2;-3)$.

Lời giải

Phương trình mặt phẳng $(P): x - y + 2z - 3 = 0$.

Suy ra một vec-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (1;-1;2)$.

Câu 41: Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_{2023}(x^2 + 2022x) = 1$ bằng

A. -2022. **B.** -2023. **C.** 2023. **D.** 2022.

Lời giải

Phương trình đã cho tương đương với $x^2 + 2022x = 2023 \Leftrightarrow x^2 + 2022x - 2023 = 0$ (1).
Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt nên theo Vi-et suy ra tổng các nghiệm là $x_1 + x_2 = -2022$.

Câu 42: Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m nằm trong khoảng $(-2023;2023)$ để hàm số $y = \dfrac{2023}{m\log_3^2 x - 4\log_3 x + m + 3}$ xác định trên khoảng $(0;+\infty)$

A. 4040. **B.** 4044. **C.** 4039. **D.** 4046.

Lời giải

Điều kiện: $x > 0$.

Hàm số đã cho xác định trên $(0;+\infty)$ suy ra $m\log_3^2 x - 4\log_3 x + m + 3 \neq 0, \forall x \in (0;+\infty)$.

Suy ra $m(\log_3^2 x + 1) \neq 4\log_3 x - 3, \forall x \in (0;+\infty)$

Suy ra $m \neq \dfrac{4\log_3 x - 3}{\log_3^2 x + 1}, \forall x \in (0;+\infty)$.

Để hàm số $y = \dfrac{2023}{m\log_3^2 x - 4\log_3 x + m + 3}$ xác định trên khoảng $(0;+\infty)$ thì phương trình $m = \dfrac{4\log_3 x - 3}{\log_3^2 x + 1}$ vô nghiệm trên khoảng $(0;+\infty)$.

Xét hàm số $y = \dfrac{4t-3}{t^2+1}$ với $t = \log_3 x$.

Khi đó $y' = \dfrac{-4t^2+6t+4}{\left(t^2+1\right)^2}$; $y' = 0 \Rightarrow -4t^2+6t+4 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = -\dfrac{1}{2} \\ t = 2 \end{array}\right.$.

Ta có $\lim\limits_{t \to -\infty} y = \lim\limits_{t \to -\infty} y = 0$.

Bảng biến thiên

t	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	0	$\searrow$	-4	$\nearrow$	1	$\searrow$	0

Dựa vào bảng biến thiên suy ra $m \in (-\infty;-4) \cup (1;+\infty)$.

Kết hợp điều kiện $m \in (-2023;2023) \Rightarrow m \in (-2023;-4) \cup (1;2023)$.

Vì $m \in \mathbb{Z}$ suy ra có 4039 giá trị m thỏa mãn.

Cách 2

Hàm số đã cho xác định trên $(0;+\infty)$ khi và chỉ khi $m\log_3^2 x - 4\log_3 x + m + 3 \neq 0, \forall x \in (0;+\infty)$

hay phương trình $mt^2 - 4t + m + 3 = 0, (1)$ vô nghiệm $t \in \mathbb{R}$

Nếu $m = 0$ thì $(1) \Leftrightarrow t = \dfrac{3}{4}$ không thỏa mãn.

Nếu $m \neq 0$ thì (1) vô nghiệm khi và chỉ khi $\Delta' = 4 - m(m+3) < 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m < -4 \\ m > 1 \end{array}\right.$

Kết hợp điều kiện $m \in (-2023;2023) \Rightarrow m \in (-2023;-4) \cup (1;2023)$.

Vì $m \in \mathbb{Z}$ suy ra có 4039 giá trị m thỏa mãn.

Câu 43: Tập xác định của hàm số $y = (1+x)^{-2023}$ là

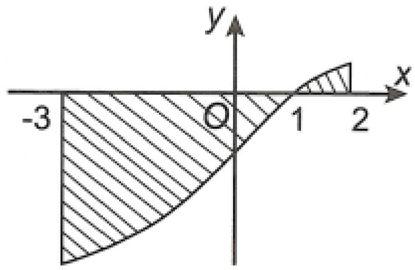
A. $(-1;+\infty)$. **B.** $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Lời giải

Điều kiện xác định

$1 + x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -1$

Câu 44: Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -3, x = 2$ (như hình vẽ). Đặt $a = \int\limits_{-3}^{1} f(x)dx, b = \int\limits_{1}^{2} f(x)dx$



Mệnh đề nào sau đây là đúng?

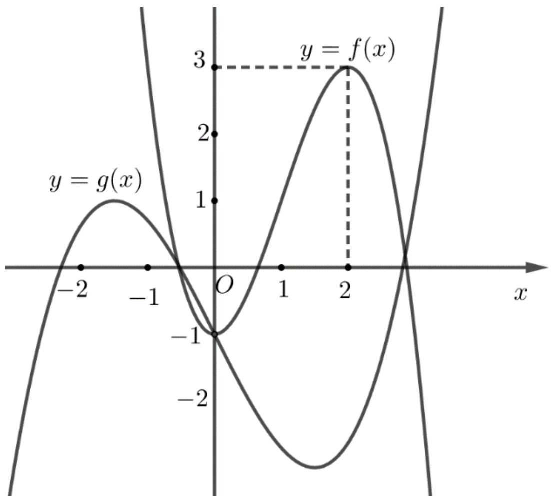
A. $S=-a-b$. **B.** $S=a+b$. **C.** $S=a-b$. **D.** $S=b-a$.

Lời giải

Ta có: $S=\int_{-3}^{2}\left|f(x)\right|dx=-\int_{-3}^{1}f(x)dx+\int_{1}^{2}f(x)dx=-a+b$.

Câu 45: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị là (C) và hàm số $y=g(x)=-f(mx+1)$, $m>0$ (như hình vẽ). Với giá trị nào của m để hàm số $y=g(x)$ nghịch biến trên đúng một khoảng có độ dài bằng 3?

A. $\dfrac{2}{3}$. **B.** $\dfrac{2}{5}$. **C.** $\dfrac{1}{3}$. **D.** $\dfrac{1}{2}$.



Lời giải

Từ đồ thị ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$

$g(x)=-f(mx+1)\Rightarrow g'(x)=-m.f'(mx+1)$

$g'(x)=0\Leftrightarrow m.f'(mx+1)=0\ \ (m>0)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}mx+1=0\\mx+1=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{-1}{m}\\x=\dfrac{1}{m}\end{array}\right.$

Bảng xét dấu của $g'(x)$

x	$-\infty$		$\frac{-1}{m}$		$\frac{1}{m}$		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y = g(x)$ nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{-1}{m};\frac{1}{m}\right)$.

Để hàm số $y = g(x)$ nghịch biến trên đúng một khoảng có độ dài bằng 3 thì

$\frac{1}{m} - \frac{-1}{m} = 3 \Leftrightarrow \frac{2}{m} = 3 \Leftrightarrow m = \frac{2}{3}$.

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;2;3)$ trên mặt phẳng (Oxz) là

A. $P(0;2;3)$. **B.** $M(1;0;3)$. **C.** $N(0;2;0)$. **D.** $Q(1;2;0)$.

Lời giải

Mặt phẳng (Oxz) đi qua điểm $O(0;0;0)$, có vec tơ pháp tuyến $\vec{j} = (0;1;0)$

Phương trình (Oxz) là $y = 0$

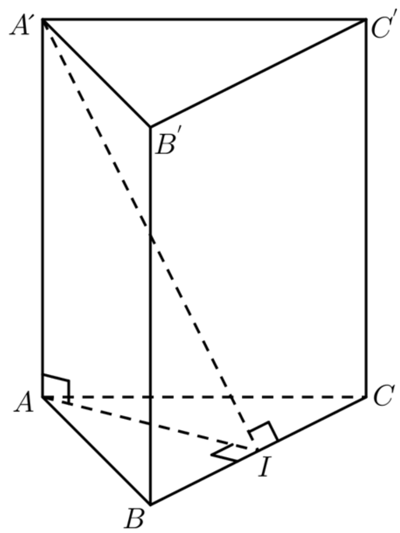
Đường thẳng Δ qua $A(1;2;3)$ và vuông góc với (Oxz) có phương trình $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 + t \\ z = 3 \end{cases}$

Gọi A' là hình chiếu vuông góc của A lên (Oxz) nên $A' = \Delta \cap (Oxz)$ suy ra $A'(1;0;3)$.

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$, cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $A'\left(\sqrt{3};-1;1\right)$, hai đỉnh B,C thuộc trục Oz và $AA' = 1$ (C không trùng với O). Biết vectơ $\vec{u} = (a;b;2)$ (với $a,b \in \mathbb{R}$) là một vectơ chỉ phương của đường thẳng $A'C$. Tính $T = a^2 + b^2$.

A. $T = 15$. **B.** $T = 14$. **C.** $T = 16$. **D.** $T = 9$.

Lời giải



Gọi I là trung điểm của BC; do tam giác ABC đều nên $AI \perp BC \Rightarrow A'I \perp BC \Rightarrow I$ là hình chiếu của A' trên BC. Vì $B,C \in Oz$ nên I là hình chiếu của A' trên $Oz \Rightarrow I(0;0;1)$.

Ta có $\overrightarrow{A'I} = \left(-\sqrt{3};1;0\right) \Rightarrow A'I = 2$.

Trong tam giác vuông $AA'I$, ta có $AI = \sqrt{A'I^2 - AA'^2} = \sqrt{4-1} = \sqrt{3}$.

Vì tam giác ABC đều nên $BC = \frac{2}{\sqrt{3}}AI = \frac{2}{\sqrt{3}}.\sqrt{3} = 2 \Rightarrow CI = 1$.

Gọi $C(0;0;c) \in Oz$. Do $CI = 1; I(0;0;1); C \neq O \Rightarrow C(0;0;2) \Rightarrow \overrightarrow{A'C}\left(-\sqrt{3};1;1\right)$.

Mà $\vec{u}=(a;b;2)$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng $A'C$ nên $\overrightarrow{A'C}$ và $\vec{u}$ cùng phương.

Suy ra $\frac{a}{-\sqrt{3}}=\frac{b}{1}=\frac{2}{1}\Rightarrow\begin{cases}a=-2\sqrt{3}\\b=2\end{cases}\Rightarrow a^2+b^2=\left(-2\sqrt{3}\right)^2+2^2=16$.

Câu 48: Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng tổng quát $u_n=3n-2$ với $n\geq 1$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

A. -2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

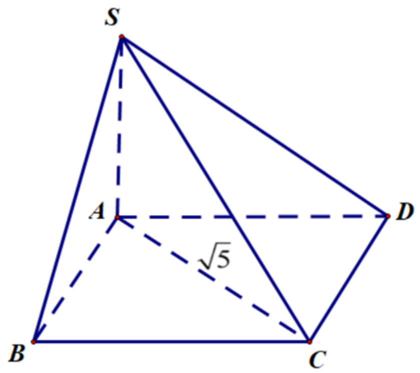
Lời giải

Ta có $u_{n+1}-u_n=3(n+1)-2-(3n-2)=3,\forall n\in\mathbb{N}^*$. Suy ra công sai của cấp số cộng đã cho là $d=3$.

Câu 49: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AD=2AB, AC=\sqrt{5}$, SA vuông góc với đáy và $SA=6$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. 4. **B.** 12. **C.** 6. **D.** 2.

Lời giải



Xét tam giác ABC vuông tại B, ta có:

$AB^2+BC^2=AC^2\Leftrightarrow AB^2+4AB^2=\left(\sqrt{5}\right)^2\Leftrightarrow AB=1$. Suy ra: $S_{ABCD}=AB.BC=1.2=2$.

Vậy thể tích khối chóp $S.ABCD$ là: $V=\frac{1}{3}S_{ABCD}.SA=\frac{1}{3}.2.6=4$.

Câu 50: Một chuồng có 3 con thỏ trắng và 4 con thỏ nâu. Người ta bắt lần lượt từng con ra khỏi chuồng cho đến khi bắt được cả 3 con thỏ trắng mới thôi. Xác suất để cần phải bắt đến ít nhất 5 con thỏ là

A. $\frac{29}{35}$. **B.** $\frac{4}{35}$. **C.** $\frac{4}{5}$. **D.** $\frac{31}{35}$.

Lời giải

Xét biến cố đối $\overline{A}$: " bắt được 3 con thỏ trắng trong 3 hoặc 4 lần"

+) Trường hợp 1: Bắt được 3 con thỏ trắng trong 3 lần đầu:

Ta có $n(\Omega)=7.6.5$ và $n\left(\overline{A_1}\right)=3!$. Suy ra $p\left(\overline{A_1}\right)=\frac{3!}{7.6.5}$

+) Trường hợp 2: Bắt được 3 con thỏ trắng trong 4 lần đầu (lần 4 bắt được con màu trắng; lần 1, 2 và 3 bắt được 2 con thỏ trắng và 1 con thỏ nâu)

Ta có $n(\Omega)=7.6.5.4$ và $n\left(\overline{A_2}\right)=C_4^1.C_3^2.3!$. Suy ra $p\left(\overline{A_2}\right)=\frac{C_4^1.C_3^2.3!}{7.6.5.4}$

Suy ra: $p\left(\overline{A}\right)=p\left(\overline{A_1}\right)+p\left(\overline{A_2}\right)=\frac{4}{35}\Rightarrow p(A)=1-\frac{4}{35}=\frac{31}{35}$.

Vậy xác suất để cần phải bắt đến ít nhất 5 con thỏ là $p\left(A\right)=\dfrac{31}{35}$.

----------HẾT---------