

# 1 Eisspeichermodell

Das Eisspeichermodell benötigt folgende Parameter (Calc heisst, es wird in der Routine berechnet):

Parameter	Beschreibung	Einheit	Wert
$m_{ice}$	Masse des Eisspeichers	kg	Calc
$m_{grd}$	Masse der Erde um den Eisspeicher	kg	Calc
$t_{shift}$	Zeitlicher Abstand zwischen Zeitpunkt tiefster Jahrestemperatur zum 1. Januar	h	319
$t_0$	Anzahl Stunden pro Jahr zur Normierung	h/a	8'760
$\tilde{z}$	Mittlere Tiefe des Eisspeichers unter der Erdoberfläche	m	Calc
$G_t$	Geothermaler Gradient	K/m	0.03
$\rho_{grd}$	Dichte des Bodens	kg/m <sup>3</sup>	2'500
$cp_{grd}$	Wärmekapazität des Bodens	kJ/K	800
$\lambda_{grd}$	Wärmeleitfähigkeit des Bodens	W/mK	2
$U_{tank}$	Wärmeleitfähigkeit des Tanks	W/mK	Calc
$U_{earth}$	Wärmeleitfähigkeit der Erde	W/mK	Calc
$T_{tabelle}(H_{ice})$	Temperaturwert, der einer bestimmten Enthalpie H entspricht	°C	
$V$	Volumen des Eisspeichers	m <sup>3</sup>	10
$f_{ice}$	Anfänglicher Teil des Eisspeichers, der gefroren ist (0..1)	-	0
$t_{init}$	Anfangstemperatur des Eisspeichers	°C	15
$z_{boden}$	Tiefe des Bodens des Eisspeichers	m	3.2
$h_{tank}$	Höhe des Eisspeichers	m	2.3
$D_{tank}$	Durchmesser des Eisspeichers	m	2.7
$d_{grd}$	Dicke der umgebenden Erdschicht	m	0.5
$\theta_e$	Durchschnittliche Aussentemperatur	°C	11
$\Delta\theta_e$	Amplitude der monatlichen Schwankungen von der Aussentemperatur	°C	9.3
$\lambda_{wall}$	Wärmeleitfähigkeit der Eisspeicherhülle	W/mK	1.33
$d_{wall w}$	Dicke der Eisspeicherhülle nach den Seiten	m	0.1
$d_{wall b}$	Dicke der Eisspeicherhülle nach unten	m	0.12

## 1.1 Hintergrund

Das Eisspeichermodell ist ein einfaches Modell für einen Wassertank als Wärmetauscher, der bei Temperaturen nahe dem Nullpunkt durch den Phasenübergang von flüssig nach fest respektive fest nach flüssig latente Wärme aufnehmen respektive freisetzen kann.

Der Eisspeicher steht in thermischem Austausch mit seiner Umgebung - Erdboden - sowie angeschlossenen Wärmetauschern, über die er an das Heizsystem des Hauses angeschlossen ist. Die Erdreichanbindung wird über eine Erdschicht modelliert, welche den Eisspeicher mit der Temperatur des ungestörten Erdreichs verbindet.

## 1.2 Implementierung

Die Temperatur des ungestörten Erdreichs wird als Funktion der Tiefe im Boden und der Zeit berechnet.

$$\zeta_{grd}(t, z) = \bar{\theta}_e - \Delta\theta_e \exp\left(-\frac{z}{\delta_{grd}}\right) \cos\left[2\pi \frac{(t - t_{shift})}{t_0} - \frac{z}{\delta_{grd}}\right] + G_t z$$

Wobei die thermische Eindringtiefe  $\delta_{grd}$  ein Mass dafür ist, um wie viel die Temperatur in der Tiefe der Oberflächentemperatur nachhinkt. Sie berechnet sich wie folgt:

$$\delta_{grd} = \sqrt{\frac{t_0 \cdot 3'600 \left[\frac{s}{h}\right] \cdot \lambda_{grd}}{\pi \cdot \rho_{grd} \cdot c p_{grd}}}$$

Für  $z$  wird die mittlere Tiefe des Eisspeichers  $\bar{z}$  gewählt ( $\bar{z} = z_{boden} - 0.5h_{tank}$ ) und die Bodentemperatur um den Speicher als homogen angenommen.

Hat der Boden eine andere Temperatur als der Eisspeicher, kommt es zu einem Wärmestrom. Somit kommt man auf die Temperatur der Wand des Eisspeichers nach Formel

$$T_{wall} = \int \frac{1}{m_{grd} c p_{grd}} (U A_{earth} (\zeta_{grd} - T_{wall}) - U A_{tank} (T_{wall} - T_{ice})) dt$$

Wobei  $U A_{earth}$  der Wärmedurchgangskoeffizient der Erdschicht zwischen ungestörtem Erdreich und Eisspeicherwand ist. Dieser berechnet sich nach

$$U A_{earth} = \frac{\lambda_{grd}}{d_{grd}} \times \left[ \pi \left( \frac{D_{tank} + 2d_{grd}}{2} \right)^2 + \pi (D_{tank} + 2d_{grd}) (h_{tank} + d_{grd}) \right]$$

$U A_{tank}$  ist der Wärmedurchgangskoeffizient der Eisspeicherhülle und berechnet sich aus der Fläche der Wand respektive des Bodens geteilt durch den jeweiligen Wärmedurchlasswiderstand. Der Wärmeaustausch zwischen Eisspeicher und Erdreich beschränkt sich in diesem Modell auf den unteren, zylindrischen Teil des Eisspeichers. Wärmegewinne/-verluste über den konischen Deckel werden nicht berücksichtigt.

$$U A_{tank} = \frac{\left(\frac{D_{tank}}{2}\right)^2 \pi}{\frac{d_{wall\ b}}{\lambda_{wall}}} + \frac{D_{tank} \pi h_{tank}}{\frac{d_{wall\ w}}{\lambda_{wall}}}$$

$m_{grd}$  berechnet sich aus dem Volumen der Erdschicht multipliziert mit deren Dichte - das Volumen wird über die Aussenfläche des Eisspeichers und der Dicke der Erdschicht berechnet.

Die Temperatur des Eisspeichers ist abhängig von den Wärmeströmen zur Wand und den Wärmeströmen aufgrund der Wärmetauscher. Die Eisbildung an den Wärmetauschern wird nicht explizit bestimmt, sondern über die Enthalpie berechnet.

Die Enthalpie des Eises berechnet sich nach

$$H_{ice} = \int \frac{1}{m_{ice}} \left( \sum_i (\dot{Q}_{2ice})_i + U A_{tank} (T_{wall} - T_{ice}) \right) dt$$

$(\dot{Q}_{2ice})_i$  sind die Wärmeströme durch Wärmetauscher und  $m_{ice}$  die Masse der Flüssigkeit im Eisspeicher - Volumen mal Dichte von Wasser ( $1'000 \text{ kg/m}^3$ ).

Die Temperatur des Eisspeichers wird anschliessend von einer interpolierten Tabelle abgelesen, die verschiedene Temperatur-Werte in Abhängigkeit der Enthalpie enthält.

$$T_{ice} = T_{tabelle}(H_{ice})$$

Durch den Zugang über die Enthalpie kann die beim Phasenübergang aufgenommene Schmelzwärme respektive abgegebene Erstarrungswärme berücksichtigt werden.

Die Temperatur des Eises kann durch lineare Interpolation in Abhängigkeit der Enthalpie berechnet werden. Als Stützstellen werden folgende Wertepaare zwischen Temperatur und Enthalpie (T, E) verwendet:

Temperatur [ $^{\circ}\text{C}$ ]	Enthalpie [ $\text{J/kg}$ ]
-10	-10.2'060
-3	-3.2'060
0	$3.35 \cdot 10^5$
10	$10 \cdot 4'182 + 3.35 \cdot 10^5$

Zu Beginn muss die Enthalpie initialisiert werden. Dafür werden die Anfangstemperatur und der Anfangseisgehalt benutzt. Sie berechnet sich nach

$$H_{init} = (1 - f_{ice}) 3.35e5 + \theta(-f_{ice}) \times 4'182 t_{init}$$

Hier ist  $\theta(x)$  die Heaviside-Funktion, die für negative x Null ist und für  $x \geq 0$  den Wert eins annimmt.  $f_{ice}$  ist der Anteil vom Eisspeicher, der anfänglich gefroren ist, und als Parameter übergeben wird.

$T_{wall}$  wird auf  $4^{\circ}\text{C}$  initialisiert, die restlichen Parameter sind vorgegeben.

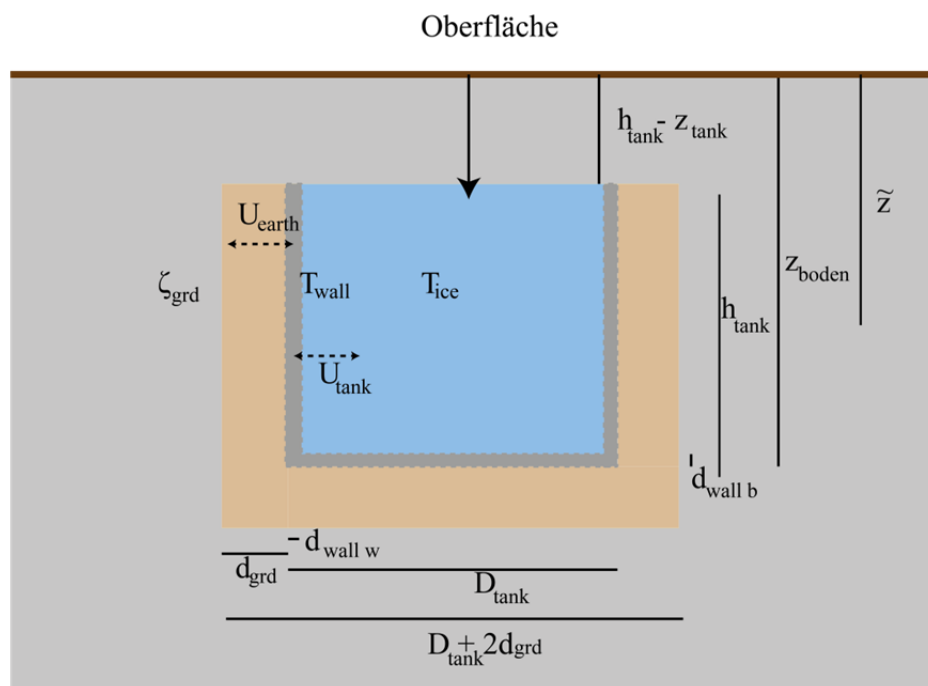


Abb. 1 Schematische Darstellung des Eisspeichersmodells