Metody Numeryczne
Projekt 2 - Układy równań liniowych

Informatyka
Semestr IV
Grupa 2

Hejmanowski, Szymon
s184487

10 maja 2022

1 Wstęp

Tematem poniższego sprawozdania jest rozwiązywania ukłdów równań liniowych za pomocą metod numerycznych. Implementacja[1], i analiza dotyczy konkretnie dwóch metod iteracyjnych: **Jacobiego** i **Gaussa-Seidla**, oraz jednej metody bezpośredniej: **faktoryzacji LU**.

2 Zadania

Zadanie A

Dane dla indeksu: 184487:
$a1 = 5 + e = 9$
$a2 = a3 = -1$
$N = 9cd = 987$
$n - ty$ element wektoru $\mathbf{b} = sin(n * (f + 1)) = sin(n * 5)$
$threshold = 10^{-9}$

[1]W języku Python.

$$\text{Macierz dla powyższych danych: } A = \begin{bmatrix} 9 & -1 & -1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ -1 & 9 & -1 & -1 & 0 & \cdots & 0 \\ -1 & -1 & 9 & -1 & -1 & \cdots & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 9 & -1 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 9 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 9 \end{bmatrix}$$

Zadanie B

	Jacobi	Gauss-Siedle
Liczba iteracji	32	21
Czas wykonania	5 sek 861 ms	4 sek 880 ms

Tabela 1: Porównanie dwóch metod iteracyjnych.

Z porównania *(Tabela 1)* możemy wywnioskować, że dla wprowadzonych danych metoda Gaussa-Seidla potrzebuje mniej iteracji oraz wykonuje się szybciej niż metoda Jacobiego.

Zadanie C

Dla danych $a1 = 3, a2 = a3 = -1$ i $N = 987$, metody iteracyjne nie zbiegają się. Wynika to ze zmian normy[2] z wektora residuum *(Tabela 2)*.

Nr. iteracji	Norma z wektora residuum	
	Jacobi	Gauss-Seidel
1	$4.3 * 10$	$6.3 * 10$
50	$5.5 * 10^{7}$	$3.4 * 10^{16}$
100	$9.6 * 10^{13}$	$3.6 * 10^{31}$
150	$1.7 * 10^{20}$	$3.9 * 10^{46}$
200	$2.9 * 10^{26}$	$4.1 * 10^{61}$

Tabela 2: Norma z wektora residuum w kolejnych iteracjach.

Powyższy układ równań pokazuje, że nie w każdym przypadku możliwe jest wykorzystanie metod iteracyjnych. W takiej sytuacji musimy zastosować metodę bezpośrednią jaką jest **faktoryzacja LU**.

Zadanie D

Faktoryzacja LU pozwala rozwiązać dowolny układ równań - w przeciwnieństwie do metod iteracyjnych. Jest ona jednak zauważalnie wolniejsza. Dla układu równań z

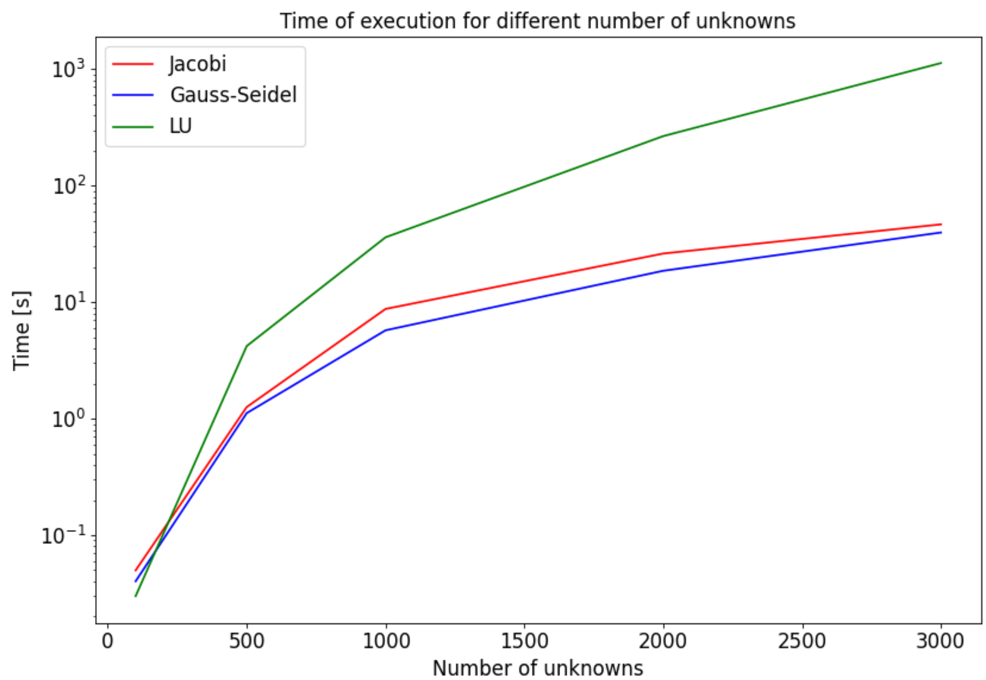
[2]Przyjęta została norma euklidesowa.

zadania C: $norm(res) = 8.56 * 10^{-13}$. Jest to bardzo zadowalająca dokładność. Dla porównania, wektor rozwiązań dla metod iteracyjnych przyjmowaliśmy za wystarczająco dokładny, gdy norma z residuum wynosiła 10^{-9}.

Zadanie F

Podsumowując, dla układów równań z wieloma niewiadomymi badane metody iteracyjne są znacząco szybsze od metody bezpośredniej - faktoryzacji LU, jednak można je stosować tylko do odpowiednich układów równań. Metoda Gaussa-Seidla wykorzystując dodatkowo przybliżenia niewiadomych obliczone w danej iteracji zyskuje przewagę nad metodą Jacobiego zarówno pod względem liczby iteracji potrzebnych do obliczenia wyniku, jak i pod względem złożoności czasowej. Metody te mają również inne założenia dotyczące układu równań, więc powinniśmy zwracać uwagę na to, którą z nich wybieramy do danego problemu.

Zadanie E



Rysunek 1: Czas wykonywania obliczeń w zależności od ilości niewiadomych.