Metody Numeryczne
Projekt 3 - Interpolacja profilu wysokościowego

Informatyka
Semestr IV
Grupa 2

Hejmanowski, Szymon
s184487

14 czerwca 2022

1 Wstęp

Tematem poniższego sprawozdania jest **interpolacja** profili wysokościowych. Implementacja i analiza dotyczy konkretnie dwóch metod: **Lagrange'a** oraz metody interpolacji **funkcjami sklejanymi**.

2 Analiza

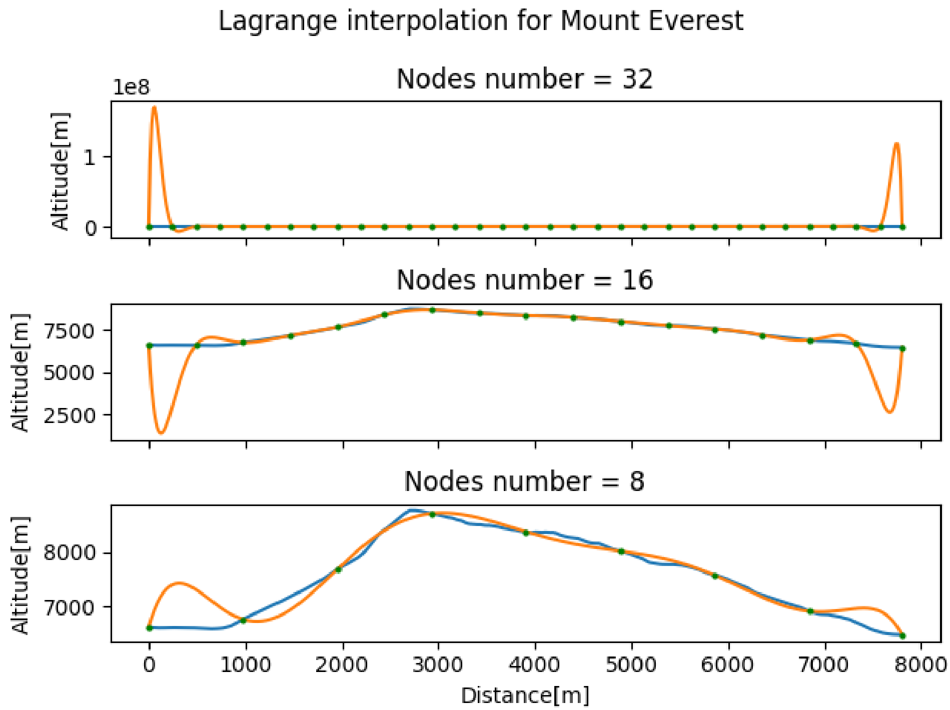
Analiza wymienionych metod została przeprowadzona na trzech zbiorach danych zawierających profile wysokościowe pewnych tras. Każdy zbiór zawiera 512 pomiarów z których każdy składa się z odległości od początku trasy oraz wartości wzniesienia w punkcie pomiarowym. Użyte zostały następujące trasy: wierzchołek Mount Everest, Wielki Kanion, Gdańsk Stare Miasto. Mają one różną charakterystykę, dzięki czemu możliwa jest przekrojowa analiza.

Interpolacja metodą Lagrange'a

Mount Everest

Pierwszą analizowaną trasą jest wierzchołek Mount Everest. Trasa ta charakteryzuje się stosunkowo liniowym przebiegiem. Wysokość rośnie do punktu szczytowego, następnie w podobnym tempie maleje.

Na wykresach porównawczych (*Rysunek 1*) bez problemu możemy zaobserwować największy problem badanej metody - efekt **Rungego**. Jest to sytuacja w której na brzegach funkcji interpolowanej pojawiają się duże oscylacje, dzieje się tak gdy



Rysunek 1: Interpolacja trasy "Wierzchołek Mount Everest", metodą Lagrange'a.

do interpolacji używane są wielomiany wysokiego stopnia, a węzły znajdują się w równo-odległych punktach. Widoczny jest fakt, że wraz ze wzrostem liczby węzłów interpolowanych rosną oscylacje. W przypadku niskiej liczby punktów pomiarowych efekt jest dużo mniejszy, jednak interpolacja w środku przedziału nie jest tak dokładna.

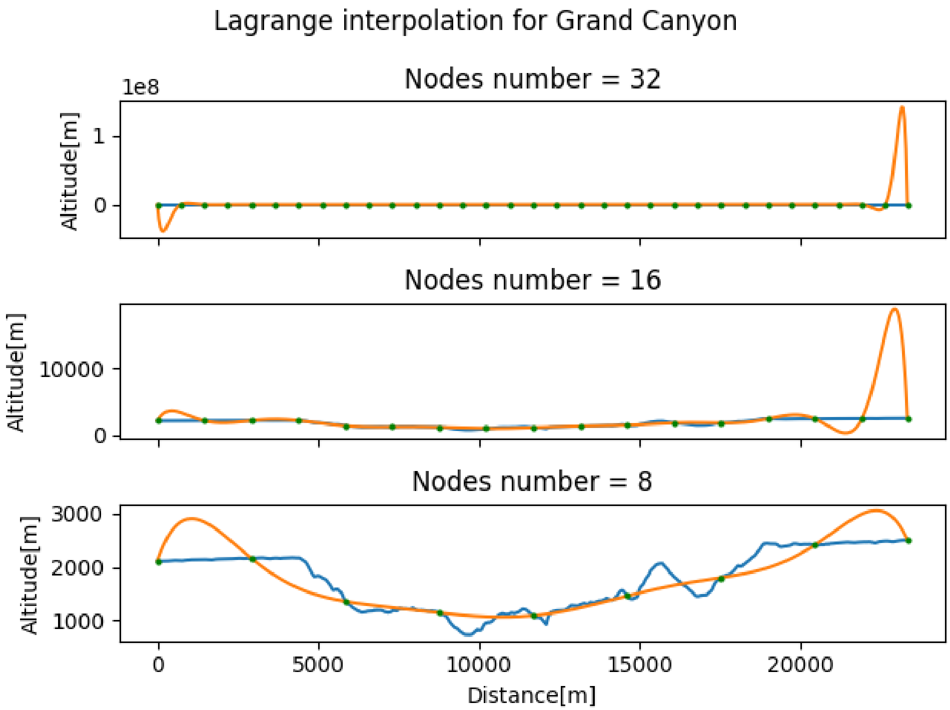
Wielki Kanion

Drugim profilem są punkty pomiarowe na przestrzeni Wielkiego Kanionu. Profil ten jest bardziej zróżnicowany - poza głównym wyżłobieniem są również lokalne wachania wysokości terenu.

Funkcja po interpolacji (*Rysunek 2*) ma podobny charakter do tej z poprzedniego przykładu. W przypadku ośmiu węzłów funkcja wyznacza ogólny trend trasy, jednak bez żadnych szczegółów. W przypadku większej ilości przedziałów efekt Rungego staje się bardzo duży. W odróżnieniu do poprzedniej trasy, w tym przypadku oscylacje są zdecydowanie większe na prawym krańcu przedziału niż na lewym.

Stare Miasto Gdańsk

Ostatnim zbiorem są dane z przechadzki po Starym Mieście w Gdańsku. Mimo obiektywnie niewielkich wachań w elewacji terenu, trasa jest obfita w znaczne różnice względne, oraz zaczyna się od zauważalnego spadku.



Rysunek 2: Interpolacja trasy "Wielki Kanion", metodą Lagrange'a.

Metoda Lagrange'a radzi sobie jedynie z wyznaczeniem bardzo ogólnego trendu trasy (*Rysunek 3*). Przy próbach zwiększenia dokładności, dzieje się sytuacja analogiczna do poprzednich przykładów.

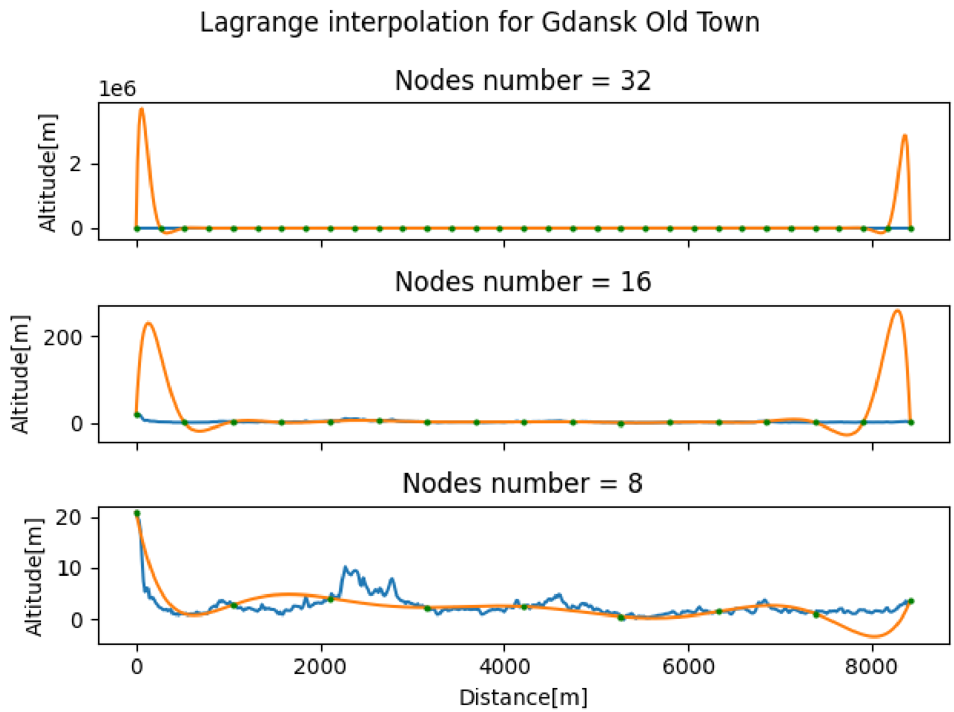
Interpolacja za pomocą funkcji sklejanych

Mount Everest

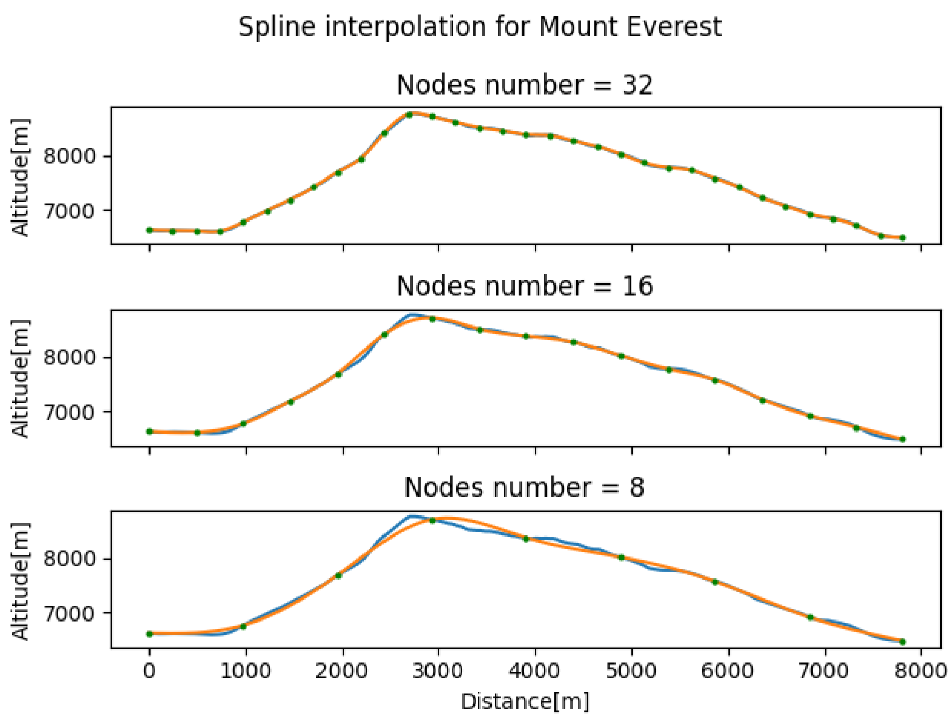
Wyniki interpolacji (*Rysunek 4*) w przypadku Splajnów wydają się dużo bardziej satysfakcjonujące. Funkcja interpolowana przyjmuje kształt trasy w przypadku ośmiu węzłów, w podobnym stopniu jak w przypadku Lagrenge'a, jednak wraz ze wzrostem ilości punktów pomiarowych zwiększa się dokładność na całym odcinku pomiarowym. Ze względu na fakt, że badana trasa nie posiada wielu lokalnych wachań, zwiększanie ilości węzłów nie zmienia znacząco przebiegu funkcji.

Wielki Kanion

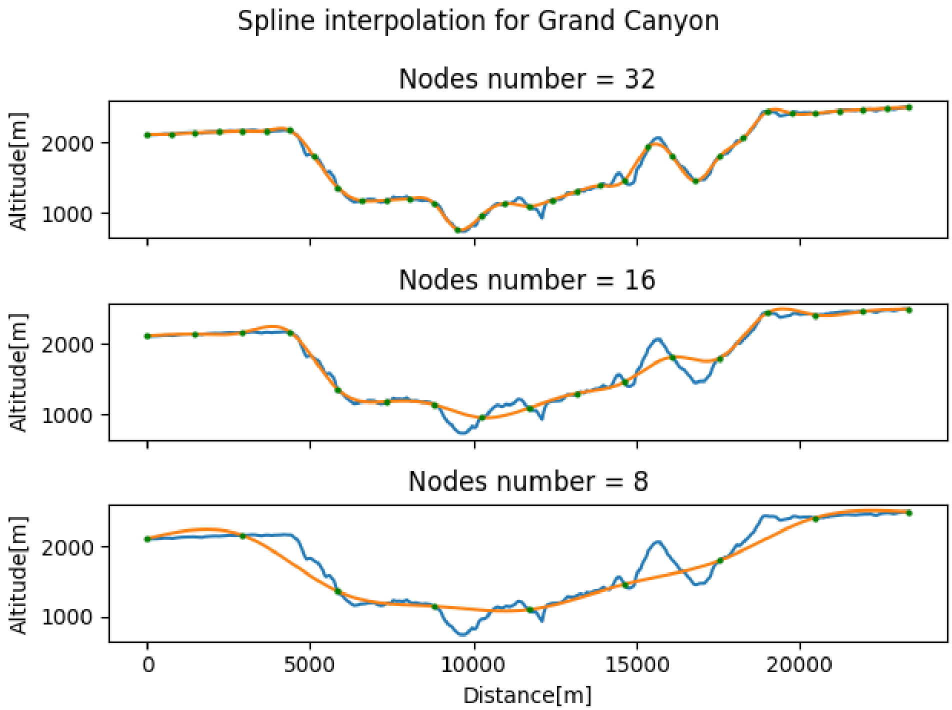
W przypadku danych z Wielkiego Kanionu sytuacja jest analogiczna. Przy małej ilości węzłów, funkcja zakreśla ogólny trend terenu. Wraz ze zwiększaniem gęstości pomiarów, rośnie dokładność interpolowanej funkcji.



Rysunek 3: Interpolacja trasy "Stare Miasto Gdańsk", metodą Lagrange'a.



Rysunek 4: Interpolacja trasy "Wierzchołek Mount Everest", metodą Splajnów.



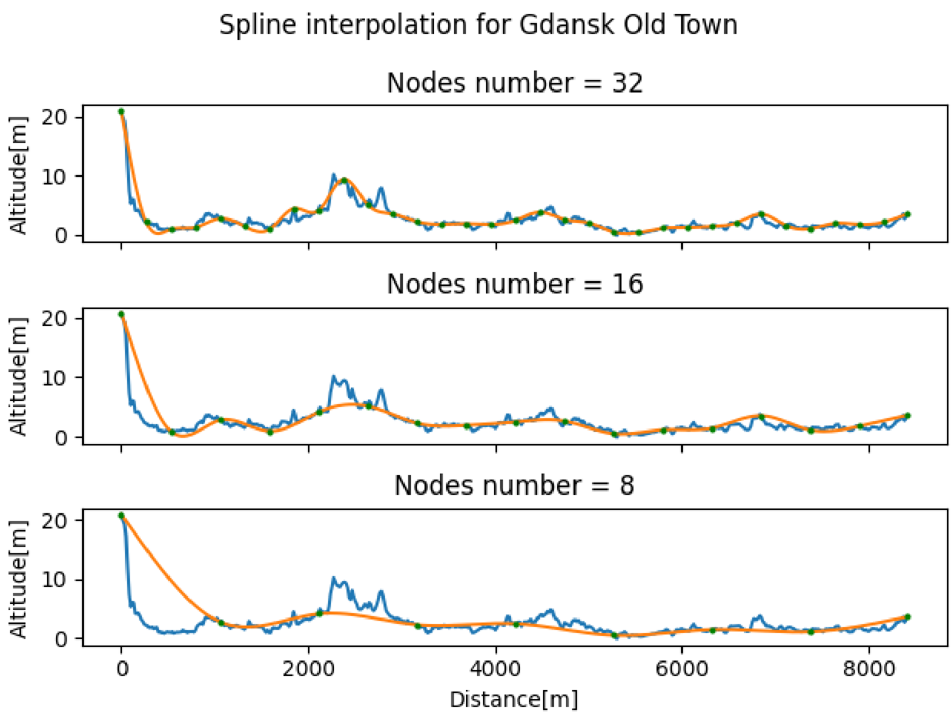
Rysunek 5: Interpolacja trasy "Wielki Kanion", metodą Splajnów.

Stare Miasto Gdańsk

Trasa po Starym Mieście ze względu na swoją specyfikę, a szczególnie wysoki spadek na samym początku okazała się być lepiej interpolowana przez metodę Lagrange'a. Zależność ta zachodzi dla małej ilości węzłów, gdy oscylacje na lewym krańcu funkcji pokrywają się z jej rzeczywistym przebiegiem. Z każdym kolejnym węzłem metoda Splajnów zyskuje dokładność (*Rysunek 6*), kiedy to jednocznie Lagrange ją traci.

3 Wnioski

Na podstawie analizowanych danych, możemy wyciągnąć wnioski, że w przypadku interpolowania danych z równomiernie rozłożonymi punktami pomiarowymi zdecydowanie lepszym wyborem, niezależnie od przebiegu trasy, oraz tego czy zależy nam jedynie na wyznaczeniu ogólnego trendu czy bardziej dokładnym interpolowaniu funkcji lepszym wyborem jest metoda Splajnów.



Rysunek 6: Interpolacja trasy "Stare Miasto Gdańsk", metodą Splajnów