电子科技大学研究生试卷

（考试时间：______至_____，共 2 小时）

课程名称 应用随机过程 学时 60 学分 3

教学方式 课堂讲授 考核日期 2015 年 元 月 6 日 成绩________________

考核方式：__________（学生填写）

学号________ 姓名________ 座号________ 学院________ 任课教师________

密封线以内答题无效

一、简答题(每题 7 分, 共计 35 分)

1、 请分别说明平稳随机过程均值的均方遍历性，齐次马尔可夫链的遍历性与状态的遍历性（遍历态）的含义.

2、 设质点 M 在一直线上移动，每单位时间移动一次，且只能在整数点上移动，每次移动一个单位，质点 M 的移动是随机的。试建立描述这一随机现象的随机过程（包括相应的参数空间与状态空间）。

3、 设顾客在$[0,t)$时段内进入百货大楼的人数是一泊松过程，平均每 10 分钟进入 25 人。再设每位顾客购物的概率为 0.2，而每位顾客是否购物相互独立，且与进入大楼的顾客数相互独立。令$Y(t)$表示$[0,t)$内购物的顾客人数。

（1） 试问$\{Y(t),t\geq 0\}$是否为泊松过程，为什么？

（2） 试求第 20 位购物顾客的到达时间不超过 20 分钟的概率；

（3） 试求相邻两购物顾客的到达时间间隔的分布。

4、 设随机过程$X(t)=\beta\cos(At+\Theta)$（$-\infty<t<+\infty$），其中$\beta$为正常数，随机变量$A\sim U(0,1)$，即[0,1]区间上的均匀分布，随机变量$\Theta\sim U(0,2\pi)$，且二者相互独立。试求

(1)问该随机过程$X(t)$的样本函数有多少条？试做出其任意三条样本函数。

(2)试求随机过程$X(t)$的均值函数$m(t)$和相关函数$R(s,t)$、方差函数$D(t)$。

5、 设电容器上的电荷在随机时间 N 以前是随参数 p（$0<p<1$）的二项过程增加，即$\{\xi_n\mid\xi_n\sim B(n,p),n\text{为非负整数}\}$。在$N$以后，电容器上有电荷保持常数。其中$N$是参数$\lambda$为泊松分布的随机变量，且与二项过程相互独立。若$X_n$是电容器在$n$时刻的电荷。试说明随机变量序列$\{X_n\mid n\in Z,n\geq 0\}$是均方收敛的。

二、（10 分）$X(t)=\xi t+W(t)$，$t\geq 0$。其中$\xi\sim N(0,1)$，$W(t)$是参数为σ^2的维纳过程且与ξ相互独立。请回答下列问题

（1）$X(t)$是正态过程吗？　　（2）$X(t)$是平稳独立增量过程吗？

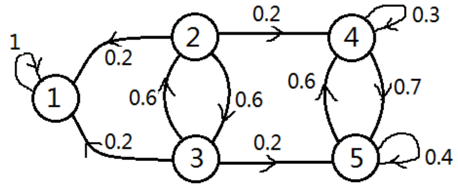
（3）求$R_X(s,t)$。　　（4）求$X(t)$的n维分布的协方差矩阵

三、（10 分）设有随机过程$\{X(t)=\xi\cos t+\eta\sin t, t\geq 0\}$，其中$\xi,\eta$均为等概率取 1 和-1 的随机变量且相互独立.

（1）验证此过程是一个宽平稳过程;

（2）讨论过程均值的各态历经性.

四、（15 分）考虑下面的马尔可夫链，其状态空间 $E=\{1,2,3,4,5\}$，且状态转移图如下图



设 T_{ii} 是状态 i（$i=1,2,3,4,5$）的首次返回时间。请计算

（1）写出该马尔可夫链的一步转移矩阵，并判断该马尔可夫链是否是遍历的，如果是，请求它的最终分布。

（2）计算 $f_{44}=\sum_{n=1}^{+\infty} f_{44}^{(n)}=\sum_{n=1}^{+\infty} P\{T_{44}=n\}$，$E(T_{44})$，$f_{33}$，$f_{31}$；

（3）对上述马尔可夫链的所有状态进行分类。

五、（15 分）$X(t)$ 是一个平稳的零均值的正态随机过程，其功率谱密度为

$$S_X(\omega)=\begin{cases}1,|\omega|\le 5\\ 0,\text{其他}\end{cases},$$

（1）求 $X(t)$ 的一维概率密度。

（2）求 $X(t)$ 的二维联合概率密度，当 t_1,t_2 是什么关系时 $X(t_1),X(t_2)$ 相互独立。

六、（15 分）设随机过程 $X(t)$ 的均值为零，自相关函数为 $R_X(s,t)=1/[4+(t-s)^2]$。试问

（1）随机过程 $X(t)$ 是否均方连续、均方可微、均方可积？

（2）如果 $X(t)$ 均方可微，求其均方导数 $X'(t)$ 的均值 $m_{X'}(t)$ 与自相关函数 $R_{X'}(s,t)$。

（3）如果 $X(t)$ 均方可积，求 $Y(t)=\dfrac{1}{t}\int_0^t X(t)dt$ 的均值 $m_Y(t)$ 与自相关函数 $R_Y(s,t)$。