电子科技大学研究生试卷

（考试时间：______至_____，共 2 小时）

课程名称　应用随机过程　　　　学时　60　　学分　3

教学方式　课堂讲授　考核日期 2012 年 元 月 5 日 成绩________________

考核方式：__________（学生填写）

一、简答题(每题 7 分, 共计 35 分)

1. 关于随机过程有三处出现“遍历性”概念，请简述“平稳过程的均值均方遍历”、“马氏链具有遍历性”以及“遍历状态”的概念，并至少阐述其中一种“遍历性”的工程意义.

2．随机过程 $X(t)=X+Yt,-\infty<t<+\infty$，其中 $X\sim B(1,0.4),Y\sim U\left(0,2\pi\right)$，且相互独立，请画出两条样本函数简图, 并给出均值函数 $m_X(t)$

学号________ 姓名________ 座号________ 学院________ 任课教师________

密……封……线……以……内……答……题……无……效

学号________ 姓名________ 座号________ 学院________ 任课教师________

密…………封…………线…………以…………内…………答…………题…………无…………效

3. 试阐述随机过程$\{X(t), t \in T\}$均方连续、均方可导、均方可积的充要条件,这些条件成立的主要理论依据是什么?

4. 设$\{N(t), t \geq 0\}$是参数为$\lambda = 6$齐次泊松过程，令$X(t) = N(2t) - N(t),\ t \geq 0$，(1)求$\{X(t), t \geq 0\}$的一维概率分布；(2) 讨论$\{X(t), t \geq 0\}$是否也为泊松过程?

5.设$\{X(t), t \in T\}$为平稳独立增量过程，其中$T = [a, b\}$, $P\{X(a) = 0\} = 1$.已知$X(t)$的分布函数为$F(x;t)$,试写出$\{X(t_1), X(t_2), X(t_3)\}$的联合分布函数$F(x_1, x_2, x_3; t_1, t_2, t_3)$.

二、（10 分）已知 $R_X(\tau)=\exp(-\tau^2)$，若 $Y(\mathrm{t})=X(\mathrm{t})+\dfrac{\mathrm{d}X(t)}{\mathrm{d}t}$，求 $R_Y(\tau)$.

三、(12 分) 设 $\{W(t),t\geq 0\}$ 是 $\sigma^2=1$ 的维纳过程，令 $X(t)=W(t+1)-W(t)$. (1) 证明 $\{X(t),t\geq 0\}$ 是宽平稳过程; (2) 判断过程 $\{X(t),t\geq 0\}$ 的均值是否具有均方遍历性.

学号________ 姓名________ 座号________ 学院________ 任课教师________

密……封……线……以……内……答……题……无……效

四、(14 分)设 X，Y_1，Y_2，……为相互独立的随机变量序列，其中 X 服从参数为 10 的泊松分布，Y_1，Y_2，……同服从参数为 5 的指数分布. 令

$$X(t)=\sum_{k=1}^{X}\mathrm{I}_{[0,t]}(Y_k)\text{，}\quad t\in[0,+\infty]$$

其中示性函数定义为

$$\mathrm{I}_{[s,t]}(Y_k)=\begin{cases}1, & s\le Y_k\le t;\\ 0, & \text{庐频ア}\end{cases}$$

试计算过程 $\{X(t)\}$ 的均值函数 $E\{X(t)\}$.

五、(14 分)设齐次马尔科夫链的状态空间为 $E=\{0,1,2\}$, 其一步转移概率矩阵为

$$P=\begin{pmatrix}0.5 & 0.4 & 0.1\\ 0.3 & 0.4 & 0.3\\ 0.2 & 0.3 & 0.5\end{pmatrix}$$

试讨论此马氏是否存在极限分布？若存在则求出，并讨论该极限分布是否为平稳分布.

六、(15 分) 设齐次马氏链$\{X_n, n=0,1,2,\dots\}$的状态空间 $E=\{0,1,2,3,4\}$，状态转移矩阵

$$P=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{2}{3} & 0 & \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{4} & 0 & \frac{3}{4} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

(1) 画出状态转移图; (2)讨论各状态性质; (3)分解状态空间.