数値計算　レポート

1710336 鈴木寛史

2019 年 1 月 9 日

1　台形則による数値積分

$$f(x) = 4\sqrt{1-x^2}$$

に対して

$$\int_0^1 f(x)dx = \pi$$

1.1　グラフ

表 1　台形則の分割数による誤差の変化

n（分割数）	r（得られた値）	err（真の値との差｜ r-π ｜）
2	2.7320508076	0.4095418460
4	2.9957090681	0.1458835855
8	3.0898191444	0.0517735092
16	3.1232530378	0.0183396158
32	3.1351024229	0.0064902307
64	3.1392969128	0.0022957408
128	3.1407807924	0.0008118612

台形則による分割数を 2, 4, 8,　 , 128 と変化させたときの誤差をそれぞれまとめたグラフを最後のレポートに綴じた。

1.2　考察

台形則による誤差は、分割数が増えるにつれて収束する変化が小さくなっていった。特に分割数が 5 あたりから急激に変化の割合が縮まり、グラフを見てもわかるように分割数に対して誤差が反比例しているよう見える。

2　Simpson 則の分割数による誤差の変化

2.1　グラフ

表 2　値段表

n（分割数）	r（得られた値）	err（真の値との差｜ r-π ｜）
2	3.0835951549	0.0579974986
4	3.1211891698	0.0204034838
8	3.1343976690	0.0071949846
16	3.1390522179	0.0025404357
32	3.1406950761	0.0008975775
64	3.1412754189	0.0003172347
128	3.1414805131	0.0001121404

Simpson 則による分割数を 2, 4, 8, 　, 128 と変化させたときの誤差をそれぞれまとめたグラフを最後のレポートに綴じた。

2.2　Simpson 則のソースコード

Simpson 則の本体であるプログラムのソースコードは、下記に記した。

ソースコード 1　lu2.c の修正部分ソースコード

```
double func ( double x ) { return 4.0 * sqrt ( 1 - x * x ); }

void trapezoidal ( double ( *f ) ( double ), const double a, const double b, const int
    n )
{
  double h = ( b - a ) / ( n * 2 );

  double r = 0;
  for ( int i = 1; i < 2 * n; i += 2 )
                r += ( *f ) ( a + ( i - 1 ) * h ) + ( *f ) ( a + i * h ) * 4
                                                + ( *f ) ( a + ( i + 1 ) * h );
        r = ( r * h ) / 3;

  printf ( "n = %d, r = %1.10f, err = %1.10f\n", n, r, fabs ( r - M_PI ) );

  return;
}
```

2.3 考察

Simpson 則による誤差の変化は、台形則と同じく反比例するように変化していった。理論通り、Simpson 則は f(x) を連続する 3 点で 2 次式で近似しているので、台形則よりは近似する変化の割合が大きい。

2.4 変数変換した Simpson 則と台形則の誤差の違い

表 3　変数変換した台形則の分割数による誤差の変化

n（分割数）	r（得られた値）	err（真の値との差｜ r-π ｜）
2	3.3228756555	0.1812830019
4	3.1842580800	0.0426654264
8	3.1520736734	0.0104810198
16	3.1442008771	0.0026082235
32	3.1422439494	0.0006512958
64	3.1417554299	0.0001627763
128	3.1416333447	0.0000406911

表 4　変数変換した Simpson 則の分割数による誤差の変化

n（分割数）	r（得られた値）	err（真の値との差｜ r-π ｜）
2	3.1380522215	0.0035404321
4	3.1413455378	0.0002471158
8	3.1415766117	0.0000160419
16	3.1415916401	0.0000010135
32	3.1415925901	0.0000000635
64	3.1415926496	0.0000000040
128	3.1415926533	0.0000000002

$$\int_0^1 8t^2\sqrt{2-t^2}dt = \pi$$

元の式を変数変化したこの式で台形則と Simpson 則の誤差をまとめたグラフをレポートの最後に綴じた。台形則では、分割数 16 辺りから傾きが緩やかになっていったが、Simpson 則では分割数 128 辺りでも変化はようやく誤差の減少が速くなった。

変数変換したら誤差の減少が速くなった理由は、元の式 f(x) が一次式であるのに対して変数変換した式は 3 次式であるので誤差の減少も 3 次収束するからと考えられる。