深度之眼
deepshare.net

数学基础—线性代数

导师：Johnson

主要内容

线性代数（下）

- P4:矩阵的初等变换
  - 1.初等变换的引入
  - 2.三种矩阵的初等变换以及对应的三种初等矩阵，矩阵的标准
  - 3.初等变换的常用性质与矩阵逆矩阵的另外一种简单求法
  - 4.矩阵秩的定义以及性质
  - 5.线性方程组解的个数
  - 6.矩阵的秩在机器学习线性回归算法中的运用
- P5:矩阵的特征值与特征向量
  - 1.向量的线性相关，线性无关以及和可逆矩阵的关系
  - 2.向量的内积，范数，正交，规范正交基
  - 3.施密特正交化
  - 4.特征值和特征向量的定义以及直观的意义
  - 5.特征值与特征向量的求法以及常用性质
- P6:矩阵对角化以及二次型
  - 1.相似矩阵的定义以及矩阵的对角化
  - 2.矩阵对角化的条件以及对称矩阵的对角化
  - 3.对角化在数据压缩算法中的应用
  - 4.二次型与矩阵的正定性
  - 5.矩阵的正定性在机器学习线性回归算法中的运用
- SVD分解及应用
  - 1.SVD分解的应用:图像压缩算法
  - 2.SVD分解的应用:深度学习的加速

主要内容

线性代数（下）

- P4:矩阵的初等变换
  - 1.初等变换的引入
  - 2.三种矩阵的初等变换以及对应的三种初等矩阵，矩阵的标准
  - 3.初等变换的常用性质与矩阵逆矩阵的另外一种简单求法
  - 4.矩阵秩的定义以及性质
  - 5.线性方程组解的个数
  - 6.矩阵的秩在机器学习线性回归算法中的运用
- P5:矩阵的特征值与特征向量
  - 1.向量的线性相关，线性无关以及和可逆矩阵的关系
  - 2.向量的内积，范数，正交，规范正交基
  - 3.施密特正交化
  - 4.特征值和特征向量的定义以及直观的意义
  - 5.特征值与特征向量的求法以及常用性质
- P6:矩阵对角化以及二次型
  - 1.相似矩阵的定义以及矩阵的对角化
  - 2.矩阵对角化的条件以及对称矩阵的对角化
  - 3.对角化在数据压缩算法中的应用
  - 4.二次型与矩阵的正定性
  - 5.矩阵的正定性在机器学习线性回归算法中的运用
- SVD分解及应用
  - 1.SVD分解的应用:图像压缩算法
  - 2.SVD分解的应用:深度学习的加速

SVD分解的证明

深度之眼 deepshare.net

定义 **设$A \in \mathbb{C}_r^{m\times n}(r > 0)$，$A^H A$的特征值为**

$$\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \cdots \geq \lambda_r > \lambda_{r+1} = \cdots = \lambda_n = 0$$

则称$\sigma_i = \sqrt{\lambda_i}(i = 1, 2, \cdots, n)$为$A$的奇异值；当$A$为零矩阵时，它的奇异值都是0.

定义 **设$A \in \mathbb{C}_r^{m\times n}(r > 0)$，则存在$m$阶酉矩阵$U$和$n$阶酉矩阵$V$，使得**

$$U^H A V = \begin{bmatrix} \Sigma & O \\ O & O \end{bmatrix}$$

其中$\Sigma = diag(\sigma_1, \sigma_2, \cdots, \sigma_r)$，而$\sigma_i(i = 1, 2, \cdots, r)$为矩阵$A$的全部非零奇异值.

SVD分解的应用:图像压缩算法

$$U^T A V = \begin{bmatrix} \Sigma & O \\ O & O \end{bmatrix}$$

$$U U^T A V V^T = U \begin{bmatrix} \Sigma & O \\ O & O \end{bmatrix} V^T$$

$$A_{m\times n} = (u_1\ u_2\ \cdots\ u_m) \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & 0 \\ \vdots & \vdots & \lambda_r & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix}_{m\times n} \begin{pmatrix} v_1^T \\ v_2^T \\ \vdots \\ v_n^T \end{pmatrix}$$

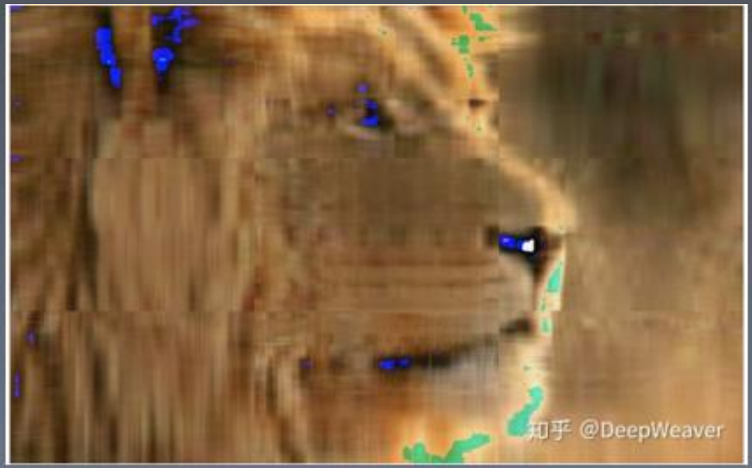
$$= \lambda_1 u_1 v_1^T + \lambda_2 u_2 v_2^T + \cdots + \lambda_r u_r v_r^T$$

取前k项时

$$error = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{k} \lambda_i}{\sum_{i=1}^{r} \lambda_i}$$

SVD分解的应用:图像压缩算法

深度之眼
deepshare.net



保留了前10个(压缩率122)　　前30个(压缩率31)　　前50个(压缩率17)

传统网络图片传输与现代传输的原理

SVD分解的应用:深度学习加速

深度之眼 deepshare.net

$$A_{m\times n}=\lambda_1 u_1 v_1^T+\lambda_2 u_2 v_2^T+\cdots+\lambda_r u_r v_r^T$$

$$A_{200\times 100}=\lambda_1 u_1 v_1^T+\lambda_2 u_2 v_2^T+\cdots$$

$$\approx (u_1\ u_2\ \cdots\ u_{10})_{200\times 10}\begin{pmatrix}\lambda_1 & & \\ & \ddots & \\ & & \lambda_{10}\end{pmatrix}_{10\times 10}\begin{pmatrix}v_1^T\\ v_2^T\\ \vdots\\ v_{10}^T\end{pmatrix}_{10\times 100}$$ 取前10项

$$=M_{200\times 10}N_{10\times 100}$$

$A_{200\times 100}X_{100\times 1}$ 算200×100次乘法

$M_{200\times 10}N_{10\times 100}X_{100\times 1}$ 算$10\times 100+10\times 200=3000$次乘法

deepshare.net
深度之眼

联系我们:

电话：18001992849

邮箱：service@deepshare.net

Q Q： 2677693114

公众号

客服微信