

数学基础—线性代数

导师: Johnson

主要内容

线性代数（上）

矩阵及其基本运算

1. 矩阵的基本概念与意义以及常见特殊矩阵
2. 矩阵的加法减法数乘以及性质
3. 矩阵的乘法以及性质 🍏
4. 矩阵运算在深度学习中的应用(初级)
5. 矩阵的迹，矩阵的转置，对称矩阵(协方差矩阵)

矩阵的行列式

1. 行列式的引入
2. 行列式的计算
3. 特殊矩阵的行列式与行列式的性质 🍏
4. 行列式按行(列)展开，代数余子式 🍏
5. 行列式在线性方程组中的应用：克莱姆法则

矩阵的逆

1. 矩阵逆的引入以及矩阵逆的定义 🍏
2. 矩阵逆的计算
3. 矩阵逆的常用性质，以及特殊矩阵的逆
4. 矩阵逆在机器学习线性回归算法中的运用(初级)
5. 分块矩阵



特殊矩阵的行列式

$$\begin{vmatrix} \lambda_1 & & & \\ & \lambda_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \lambda_n \end{vmatrix} = \lambda_1 \lambda_2 \cdots \lambda_n,$$

$$\begin{vmatrix} & & & \lambda_1 \\ & & \lambda_2 & \\ & \ddots & & \\ \lambda_n & & & \end{vmatrix} = (-1)^{\frac{n(n-1)}{2}} \lambda_1 \lambda_2 \cdots \lambda_n$$

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & & & 0 \\ a_{21} & a_{22} & & \\ \vdots & \vdots & \ddots & \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} = a_{11} a_{22} \cdots a_{nn}$$



行列式的性质

- 性质1** 行列式与它的转置行列式相等
- 性质2** 互换行列式的两行(列), 行列式变号
- 推论** 如果行列式有两行(列)完全相同, 则次行列式等于零
- 性质3** 行列式的某一行(列)中所有的元素都乘以同一数 k , 等于用 k 乘次行列式
- 性质4** 行列式中如果两行(列)的元素成比例, 则次行列式等于零
- 性质5** 若行列式的某一列(行)的元素都是两数之和, 例如第 i 列的元素都是两数之和

性质1,2就像
 $1 + 1 = 2$ 一样自然,
要烂熟于心!



$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & (a_{1i} + a'_{1i}) & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & (a_{2i} + a'_{2i}) & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & (a_{ni} + a'_{ni}) & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1i} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2i} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{ni} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a'_{1i} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a'_{2i} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a'_{ni} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

行列式的性质

性质6 把行列式的某一行(列)的各元素乘以同一数然后加到另一行(列)对应的元素上去, 行列式不变.

例如, 以数 k 乘第 j 列加到第 i 列上(记作 $c_i + kc_j$), 有

$$\begin{vmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1i} & \cdots & a_{1j} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & \cdots & a_{2i} & \cdots & a_{2j} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{ni} & \cdots & a_{nj} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$
$$= \begin{vmatrix} a_{11} & \cdots & (a_{1i} + ka_{1j}) & \cdots & a_{1j} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & \cdots & (a_{2i} + ka_{2j}) & \cdots & a_{2j} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & (a_{ni} + ka_{nj}) & \cdots & a_{nj} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} (i \neq j)$$

行列式的性质

性质7

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1k} & & \\ \vdots & & \vdots & & 0 \\ a_{k1} & \cdots & a_{kk} & & \\ c_{11} & \cdots & c_{1k} & b_{11} & \cdots & b_{1n} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ c_{n1} & \cdots & c_{nk} & b_{n1} & \cdots & b_{nn} \end{vmatrix},$$

$$D_1 = \det(a_{ij}) = \begin{vmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1k} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{k1} & \cdots & a_{kk} \end{vmatrix},$$

$$D_2 = \det(b_{ij}) = \begin{vmatrix} b_{11} & \cdots & b_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ b_{n1} & \cdots & b_{nn} \end{vmatrix},$$

$$D = D_1 D_2$$

性质8 $|AB| = |A||B|$.





行列式的性质

简化计算

例：

$$\begin{aligned} D &= \begin{vmatrix} 3 & 1 & -1 & 2 \\ -5 & 1 & 3 & -4 \\ 2 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & -5 & 3 & -3 \end{vmatrix} \xrightarrow{c_1 \leftrightarrow c_2} \begin{vmatrix} 1 & 3 & -1 & 2 \\ 1 & -5 & 3 & -4 \\ 0 & 2 & 1 & -1 \\ -5 & 1 & 3 & -3 \end{vmatrix} \xrightarrow{\substack{r_2 - r_1 \\ r_4 + 5r_1}} \begin{vmatrix} 1 & 3 & -1 & 2 \\ 0 & -8 & 4 & -6 \\ 0 & 2 & 1 & -1 \\ 0 & 16 & -2 & 7 \end{vmatrix} \\ &\xrightarrow{r_2 \leftrightarrow r_3} \begin{vmatrix} 1 & 3 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 & -1 \\ 0 & -8 & 4 & -6 \\ 0 & 16 & -2 & 7 \end{vmatrix} \xrightarrow{\substack{r_3 + 4r_2 \\ r_4 - 8r_2}} \begin{vmatrix} 1 & 3 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 8 & -10 \\ 0 & 0 & -10 & 15 \end{vmatrix} \\ &\xrightarrow{r_4 + \frac{5}{4}r_3} \begin{vmatrix} 1 & 3 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 8 & -10 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{5}{2} \end{vmatrix} = 40. \end{aligned}$$



深度之眼
deepshare.net

联系我们：

电话：18001992849

邮箱：service@deepshare.net

Q Q：2677693114



公众号



客服微信

