数学分析A2 第一次单元测试

2021 年 5 月 10 日 一、计算(给出必要的计算步骤)(每小题10分) (1) 对方程 $e^z - xyz = 0$, 求 $\frac{\partial^2}{\partial x}$, $\frac{\partial^2}{\partial x^2}$. (2) 设 $\mathbf{f}(x,y) = (e^x \cos y, e^x \sin y)$, 求 $\mathbf{J}\mathbf{f}\mathbf{n}\mathbf{J}(\mathbf{f}^{-1})$. 二、(15分) 将函数 $z = \frac{1}{1-xy}$ 在(0,0)处作Taylor展开, 并求出 $\frac{\partial^{n+m}z}{\partial x^n \partial y^n}$ (0,0), 其中 $n\mathbf{n}m$ 是任意非负整数. 三、(15分) 设 $f(x,y) = x-y \varphi(x,y)$, 其中 $\varphi(x,y)$ 在点(0,0)的某个邻域内连续,问: (1) 当且仅当 $\varphi(x,y)$ 满足什么条件时?偏导数 $f_x'(0,0)\mathbf{n}f_y'(0,0)$ 存在(需说明理由). (2) 当且仅当 $\varphi(x,y)$ 满足什么条件时? $f(x,y)$ 在(0,0)处可微(需说明理由). 四、(10分)	学生所在系:	姓名:	学号:	总分:
(1) 对方程 $e^{z} - xyz = 0$, 求 $\frac{\partial^{2}z}{\partial x}$, $\frac{\partial^{2}z}{\partial x^{2}}$, $\frac{\partial^{2}z}{\partial x\partial y}$. (2) 设 $\mathbf{f}(x,y) = (e^{x}\cos y, e^{x}\sin y)$, 求 $\mathbf{J}\mathbf{f}$ 和 $\mathbf{J}(\mathbf{f}^{-1})$. 二、(15分) 将函数 $z = \frac{1}{1-xy}$ 在(0,0)处作Taylor展开, 并求出 $\frac{\partial^{n+m}z}{\partial x^{n}\partial y^{m}}$ (0,0), 其中 n 和 m 是信意非负整数. 三、(15分) 设 $f(x,y) = x-y \varphi(x,y)$, 其中 $\varphi(x,y)$ 在点(0,0)的某个邻域内连续,问: (1) 当且仅当 $\varphi(x,y)$ 满足什么条件时?偏导数 $f'_{x}(0,0)$ 和 $f'_{y}(0,0)$ 存在(需说明理由). (2) 当且仅当 $\varphi(x,y)$ 满足什么条件时? $f(x,y)$ 在(0,0)处可微(需说明理由).		2021年5月	10 日	
将函数 $z = \frac{1}{1-xy}$ 在 $(0,0)$ 处作Taylor展开,并求出 $\frac{\partial^{n+m}z}{\partial x^n\partial y^m}(0,0)$,其中 n 和 m 是信意非负整数. Ξ 、 $(15分)$ $②$ $f(x,y) = x-y \varphi(x,y)$,其中 $\varphi(x,y)$ 在点 $(0,0)$ 的某个邻域内连续,问: (1) 当且仅当 $\varphi(x,y)$ 满足什么条件时?偏导数 $f'_x(0,0)$ 和 $f'_y(0,0)$ 存在(需说明理由). (2) 当且仅当 $\varphi(x,y)$ 满足什么条件时? $f(x,y)$ 在 $(0,0)$ 处可微(需说明理由).	(1) 对方程 $e^z - xyz$	$=0, \ \Re \frac{\partial z}{\partial x}, \ \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}, \ \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}.$,	得分
设 $f(x,y) = x-y \varphi(x,y)$, 其中 $\varphi(x,y)$ 在点 $(0,0)$ 的某个邻域内连续,问: (1) 当且仅当 $\varphi(x,y)$ 满足什么条件时?偏导数 $f'_x(0,0)$ 和 $f'_y(0,0)$ 存在(需说明理由). (2) 当且仅当 $\varphi(x,y)$ 满足什么条件时? $f(x,y)$ 在 $(0,0)$ 处可微(需说明理由).	将函数 $z = \frac{1}{1 - xy}$ 有	E(0,0)处作Taylor展开	F,并求出 $\frac{\partial^{n+m}z}{\partial x^n\partial y^m}$ (0	, , , , ,
(1) 当且仅当 $\varphi(x,y)$ 满足什么条件时?偏导数 $f'_x(0,0)$ 和 $f'_y(0,0)$ 存在(需说明理由). (2) 当且仅当 $\varphi(x,y)$ 满足什么条件时? $f(x,y)$ 在 $(0,0)$ 处可微(需说明理由).	,	16.1		
四、(10分)	(1) 当且仅当 $\varphi(x,y)$ 由).	满足什么条件时? 偏	昂导数 $f_x^\prime(0,0)$ 和 $f_y^\prime($	0,0)存在(需说明理
,	四、(10分)			得分
设 $F(x,y,z)$ 和 $G(x,y,z)$ 有连续偏导数, $\frac{\partial(F,G)}{\partial(x,z)} \neq 0$, 曲线 Γ : $\begin{cases} F(x,y,z) = 0 \\ G(x,y,z) = 0 \end{cases}$ 过 点 (x_0,y_0,z_0) , 记 Γ 在 oxy 平面上的投影曲线为 L , 求 L 上过点 (x_0,y_0) 的切线方程			`	, , , ,

五、(10分) 得分

设函数u = f(x,y)具有二阶连续偏导数,且满足 $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$,证明函数 $v = f(x^2 - y^2, 2xy)$ 也满足 $\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} = 0$.

六、(10分) 得分

设平面点集 $D \subset \mathbf{R}^2$,且D上每个连续函数都有界,证明D是紧致集.

设二元函数F(x,y)在 \mathbf{R}^2 上具有二阶连续偏导数, F(x,y)=0的解集形成一条不自交的封闭曲线L, 记L所围成的区域为D. 证明:

- (1) F(x,y)必在区域D的内部取到最大值或最小值.
- (2) 若对D内任意点(x,y), $F''_{xx} + F''_{yy} > 0$, 则F(x,y)在D内恒小于0.

设二元函数z=f(x,y)在 \mathbf{R}^2 上具有一阶连续偏导数,且满足 $xf_x'(x,y)+yf_y'(x,y)=0$,证明f(x,y)是常数.