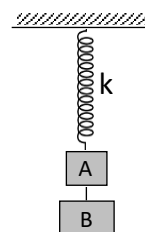


臺北市立建國高級中學 112 學年度第 2 次正式教師甄選物理科題目卷

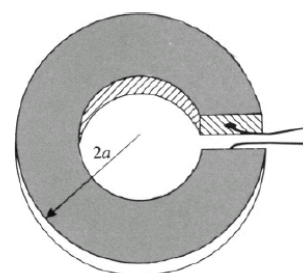
計算題：作答時須詳述演算過程與清楚標明答案

1. 如圖所示，一條彈力常數為 k 之輕彈簧鉛直懸掛，下端繫質量為 m 與 $3m$ 的 A、B 兩物體，將彈簧由原長狀態靜止釋放兩物體，當兩物體下落到達彈簧伸長量為 $\frac{3mg}{k}$ 處，B 物恰好脫落，則此後 A 物體振動之振幅為何？(7 分)

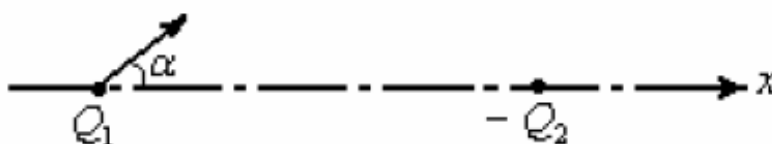


2. 一個細長形的均勻長方體石塊，重量為 W ，放置在水平地面上，石塊與地面之靜摩擦係數為 μ 。今在石塊之一端施力 F 拉之，拉力 F 與地面平行但垂直石塊長邊，則欲使石塊轉動所需最小力為何？(7 分)
3. 有一厚度均勻之空心圓球殼，其內、外半徑各為 R 與 $2R$ ，球殼材料之熱傳導係數為 k 。若內、外側分別與溫度為 T_1 、 T_2 之熱庫接觸，則球殼上溫度為 $\frac{T_1+T_2}{2}$ 之位置與球心之距離為何？(7 分)

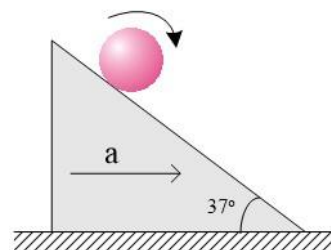
4. 如圖所示，一個厚度為 b 且帶有極小縫隙的金屬圓環，圓環外半徑為 $2a$ 、內半徑為 a ，而金屬材料的電阻率為 ρ 。若在其縫隙兩內側施加電壓可使圓環產生電流，則此圓環沿電流流向之電阻為何？(7 分)



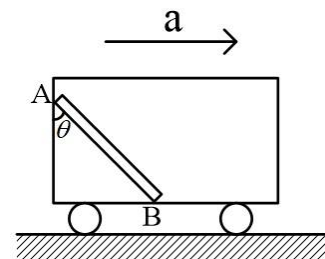
5. 如圖所示，空間中有兩個遠離其他電荷之固定電荷 Q_1 及 $-Q_2$ ，其中 $Q_1 : Q_2 = 2 : 1$ ， Q_1 發出與 $+x$ 軸夾 α 角的某一條電力線恰為 $-Q_2$ 所接收，而其接收時之電力線指向與 $+x$ 軸夾 β 角，求 β 為何？(7 分)



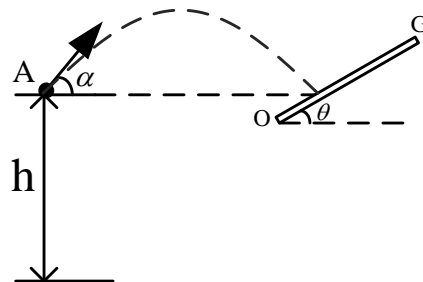
6. 如圖所示，將一個質量為 m 、半徑為 R 的均勻質量圓球靜止置放在斜角為 $\theta=37^\circ$ 的斜面上，球沿斜面作純滾動。已知圓球與斜面之間的靜摩擦係數為 0.1 ，重力加速度為 g ，圓球對球心的轉動慣量為 $I = \frac{2}{5}mR^2$ ，而當斜邊以等加速度 a 向右加速時，如果要維持純滾動，請問 a 的最小值為何？(7 分)



7. 如圖所示，在以一定加速度 a 行駛的車廂內，有一長為 L 、質量為 m 的棒 AB 斜靠在車廂的後牆壁上，棒與車廂後牆壁接觸面為光滑，棒與車廂底面之間的靜摩擦係數為 μ ，為了使棒不滑動，棒與豎直平面所成的夾角 θ 之範圍為何？(7 分)

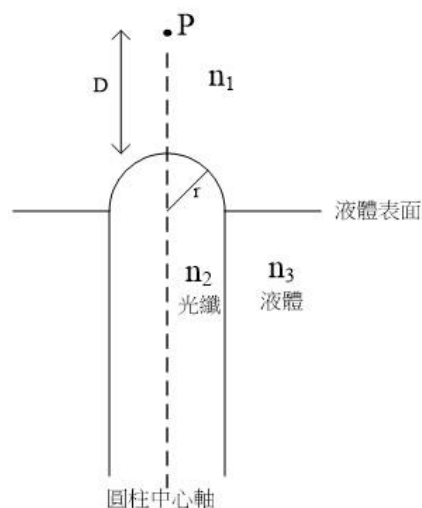


8. 如圖所示，從離地面高度為 h 的固定點 A ，將甲球以速度 v_0 拋出，拋射角為 α ， $0 < \alpha < \pi/2$ 。若在 A 點前方適當的地方放一質量非常大的平板 OG ，讓甲球與平板做完全彈性碰撞，並使碰撞點與 A 點等高，則當平板傾角 θ 為恰當值時($0 < \theta < \pi/2$)，甲球恰好能回到 A 點。另有一小球乙，在甲球自 A 點拋出的同時，



從 A 點靜止自由落下，與地面做完全彈性碰撞。則 v_0 應滿足怎樣的一些條件，才能使乙球與地面碰撞一次後與甲球同時回到 A 點？(7 分)

9. 如圖，一均質圓柱形光纖置於液體中，用來收集其正上方 P 點所發出的光。光纖頂端為一半球，球半徑恰等於圓柱橫截面之圓半徑 r ，球心位於液體表面的水平面上； P 點位於圓柱中心軸連線上，而且到球面頂點的距離為 D 。 P 點所在介質、光纖與液體的折射率分別為 n_1 、 n_2 與 n_3 ($n_2 > n_3 > n_1$)。

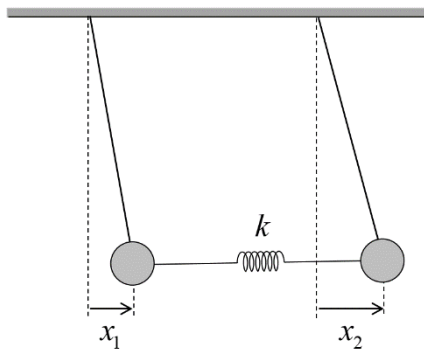


- (1)若由 P 點出發，以入射角趨近於 $\frac{\pi}{2}$ rad 進入光纖，折射後的光線能夠沿光纖傳遞而不進入液體，試求滿足以上條件之 D 的最大值為何(以 n_1 、 n_2 、 n_3 與 r 表示)？(6 分)

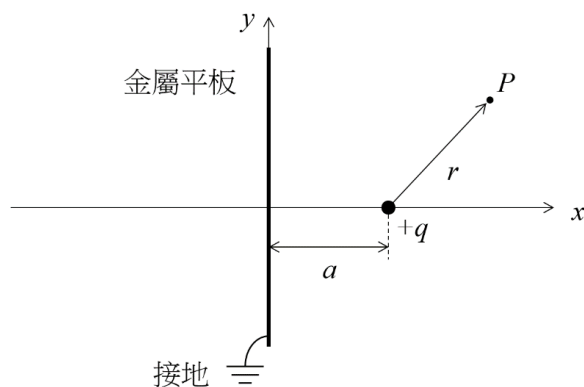
- (2)承(1)，已知 n_3 足夠小，使得由 P 點出發，入射角介於 0 到 $\frac{\pi}{2}$ rad 進入光纖，折射後的所有光線均可以沿光纖傳遞而不進入液體。若 P 點往任一方向所發出的光強度均相同，並忽略光線在球面上反射造成的損耗，當 D 的大小恰好等於(1)小題中所求的最大值時，試求 P 點所發出的光有多少比例被光纖收集傳導(以 n_1 、 n_2 與 n_3 表示) (5 分)

10. 本題考慮耦合效應。今有兩單擺沿鉛直方向吊起，兩單擺具有相同質量為 m 的擺錘，擺長亦相同為 ℓ 。兩個擺錘之間連接一彈力係數為 k 的彈簧，彈簧原長與兩單擺懸吊點間距相同，假設此彈簧彈力係數甚小 ($k/m \ll g/\ell$)，且兩單擺在同一平面上進行小幅度擺動。假設某瞬間擺動狀態如下圖所示，兩擺錘沿水平方向偏離懸吊點的位移分別為 x_1 、 x_2 。

- (1) 請以 $x_1(0) = 0$ 與 $x_2(0) = A$ 為初始條件，解出兩個擺錘隨時間之運動方程式 $x_1(t)$ 與 $x_2(t)$ 。(6 分)
- (2) 請針對上題解出的 $x_1(t)$ 與 $x_2(t)$ 繪圖，並說明兩擺錘之運動有何特色？(5 分)

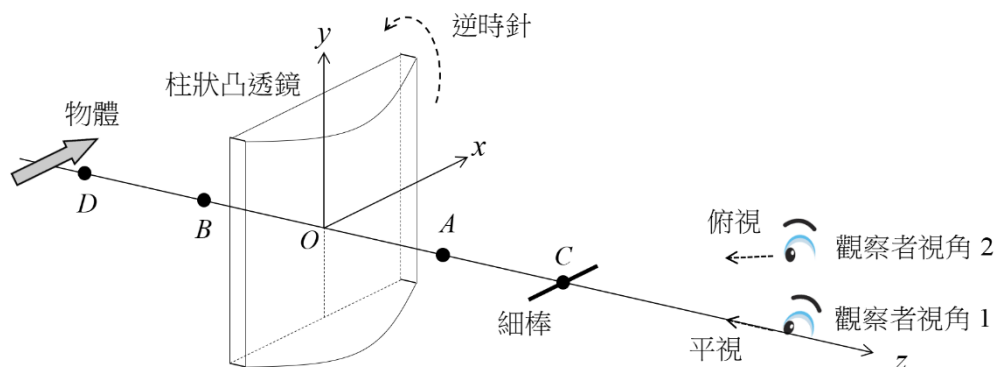


11. 現在考慮一點電荷帶電量為 $+q$ 置於一接地的無限大平面金屬板前距離為 a 處， P 與 $+q$ 的距離為 r 是空間中的任意一點，如圖所示。則金屬平板將會因為靜電感應在平衡後帶負電，請使用鏡像電荷法求解以下問題：



- (1) 請求出金屬板上的面電荷密度（單位面積所具有的帶電量）分佈為何？過程中請使用高斯定律討論金屬表面某處的電荷密度與其附近的電場關係，最後的答案以 q 、 a 、 r 表示。(6 分)
- (2) 請根據(1)得到的電荷密度分佈，求出整個金屬平板的總帶電量為何？答案以 q 表示。(5 分)

12. 如圖所示，有一柱狀薄凸透鏡置於座標原點處，鏡面沿 x - y 平面擺放，對稱軸沿著 y 軸方向，設 A 、 B 處為一倍焦距處，而 C 、 D 為二倍焦距處。今有一極細物體為箭形，置於二倍焦距後且方向指向 $+x$ 軸，為方便觀察成像位置暫且放置一沿 x 軸的細棒於 C 點處，若有一觀察者在距透鏡夠遠處沿著 $-z$ 軸方向觀察物體經凸透鏡的成像。請作答以下問題：



- (1) 請說明如何利用圖中提供的細棒，使用視差法找到箭形物體物體的成像位置？(5 分)
- (2) 若將此柱面透鏡逆時針以固定角速率 ω 旋轉角度為 θ 時，請繪製圖形說明此瞬間箭形物體經凸透鏡成像後箭頭指向為何？（以 θ 表示為單位向量）過程中像的轉動角速率為何？（以 ω 表示）(6 分)

註：圖形繪製需考量對於板書書寫時的規劃，步驟分解須清晰使學生容易理解，否則不予計分。