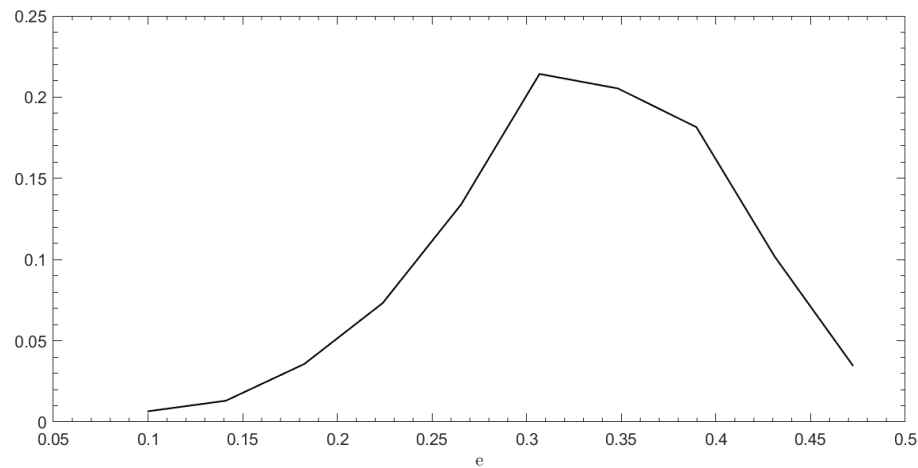
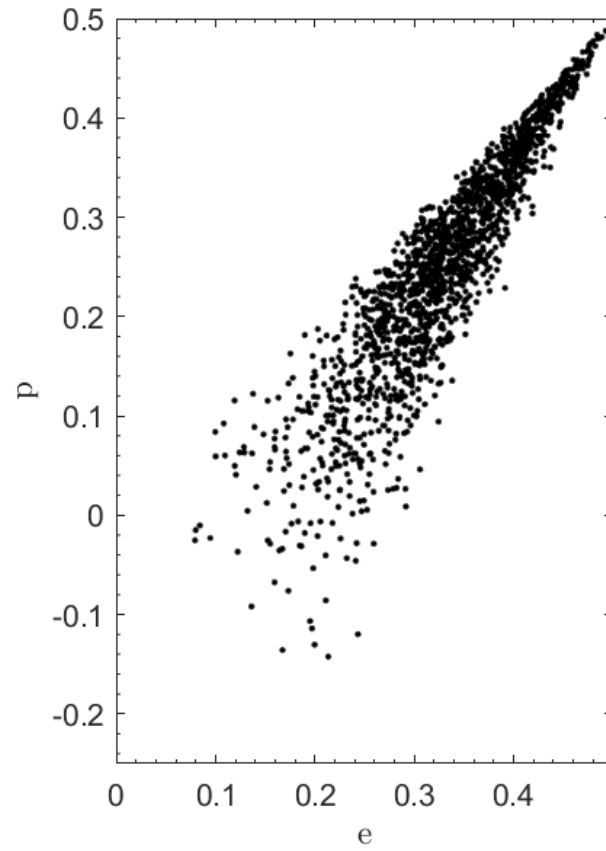
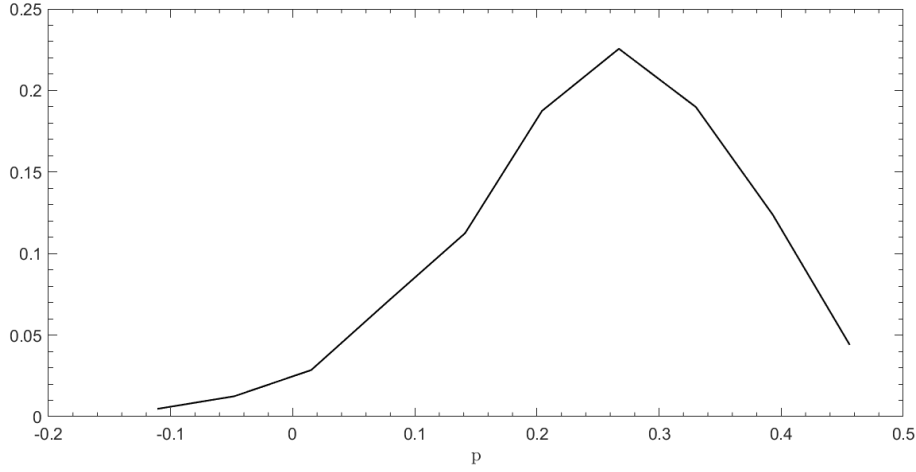
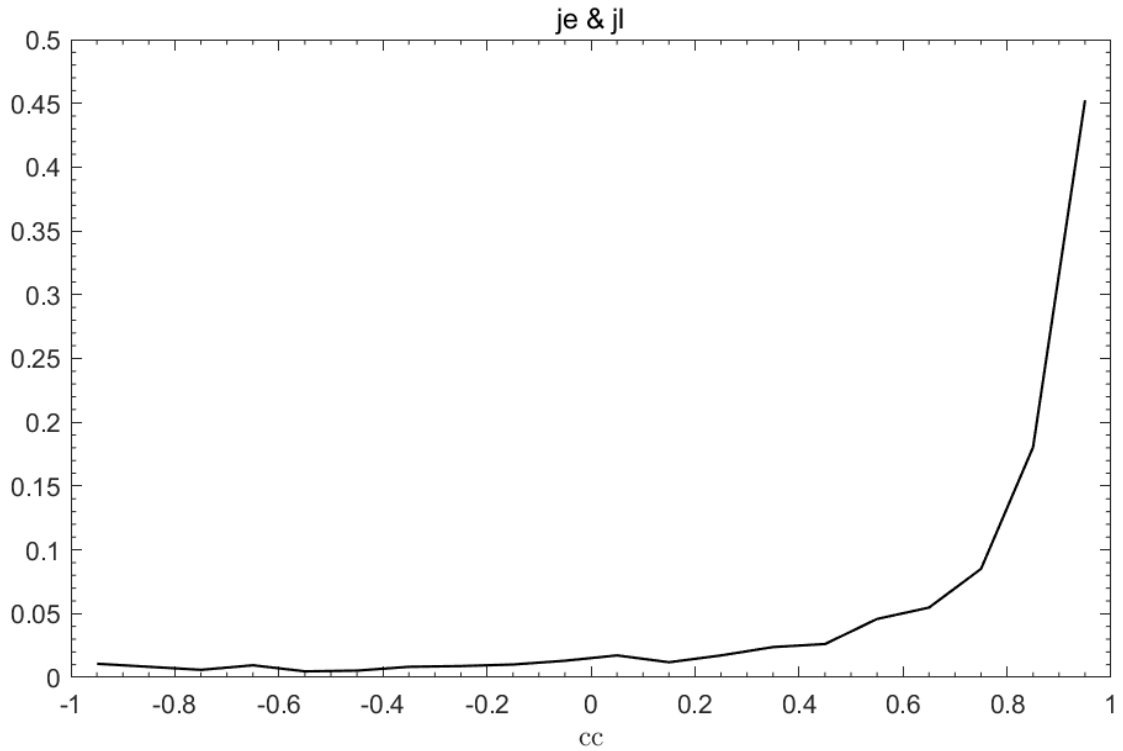


1. 根据 $rs=2.0$, $kw=2.0$ 的 filament 列表, filaments 的总数量为 1680。首先利用惯性张量来研究 filaments 的形状, 对惯性张量做特征分解, 三个特征值对应三个轴的长度, 特征向量对应轴的方向, 其中长度最长的轴取为主轴。惯性张量的特征值统计性质可以通过以下三个参数来描述: 迹 $\text{trace } \tau = i_1 + i_2 + i_3$, 椭率 $\text{ellipticity } e = (i_1 - i_3)/2\tau$, 扁率 $\text{prolateness } p = (i_1 - 2i_2 + i_3)/2\tau$, 一个细长的 filament 满足 $e=1/2$, $p=1/2$ 。对于 filament 列表里的 filaments 的椭率和扁率进行了验证, filaments 基本趋近于细长条状:



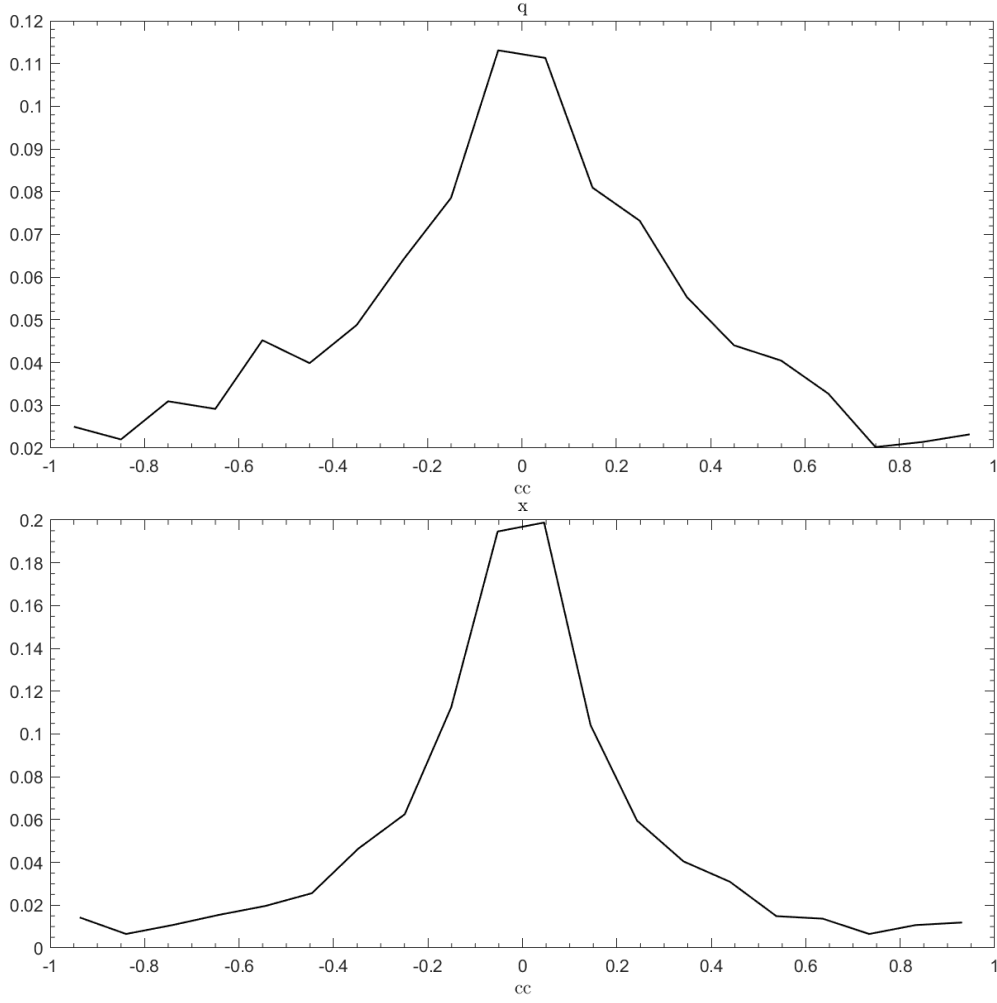


2. 在 Euler (x) 空间中, 粒子的坐标表示为 (x, y, z) , 速度表示为 $\mathbf{v} = (v_x, v_y, v_z)$, 在 Lagrange (q) 空间中, 粒子的坐标表示为 (qx, qy, qz) , 速度表示为 $\mathbf{u} = (u_x, u_y, u_z)$, 角动量 $\mathbf{j}_e = \sum_i \mathbf{x}_i \times \mathbf{v}_i$, 其中 $\mathbf{x}_i = (x_i, y_i, z_i) - (\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$, $\mathbf{j}_l = \sum_i \mathbf{q}_i \times \mathbf{u}_i$, 其中 $\mathbf{q}_i = (qx_i, qy_i, qz_i) - (\bar{qx}, \bar{qy}, \bar{qz})$, 定义 \mathbf{j}_e 和 \mathbf{j}_l 夹角的余弦为 x 空间和 q 空间 filament 角动量的互相关, 即 $\mu(\mathbf{j}_e, \mathbf{j}_l) = \cos\theta$, 介于 $[-1, 1]$ 。下图为 \mathbf{j}_e 和 \mathbf{j}_l 互相关的 PDF, 对所有 1680 个 filaments 互相关取均值, 结果为 0.7028。



并分析了角动量方向与主轴方向的互相关, 下图给出了 x 空间和 q 空间角动量方向与主轴方向互相关的 PDF, 发现 x 空间和 q 空间角动量方向基本均与长轴垂

直。



3. 将角动量沿主轴方向做投影，即 $\mathbf{j}_{\parallel} = \sum_i \mathbf{x}_{\perp i} \times \mathbf{v}_{\perp i}$ ，得到 filament 沿着主轴方向的角动量，考虑 x 空间和 q 空间 filaments 沿主轴方向角动量的相关性。引入无量纲的自旋参数 λ_k ：

$$\lambda_K \equiv \frac{\int_{V_q} \hat{j}_i \epsilon_{ijk} q'_j u'_k dM}{\int_{V_q} q' u' dM} = \frac{\int_{V_q} \sin \theta_1 \cos \theta_2 q' u' dM}{\int_{V_q} q' u' dM}, (4)$$

其中 $\hat{j}_i = (j_l/j_l)_i$ ， $q' = |\mathbf{q}'|$ ， $u' = |\mathbf{u}'|$ ， $\sin \theta_1 = \sqrt{1 - \mu^2(\mathbf{q}', \mathbf{u}')}$ 并且 $\cos \theta_2 = \sqrt{1 - \mu^2(\mathbf{q}' \times \mathbf{u}', \mathbf{j}_l)}$ ，则 $\lambda_k \in [0,1]$ 描述了一个系统的旋转程度。

本研究中 λ 取为：

$$\lambda = \frac{|\mathbf{x}_{\perp} \times \mathbf{v}_{\perp}|}{|\mathbf{x}_{\perp}| \cdot |\mathbf{v}_{\perp}|}$$

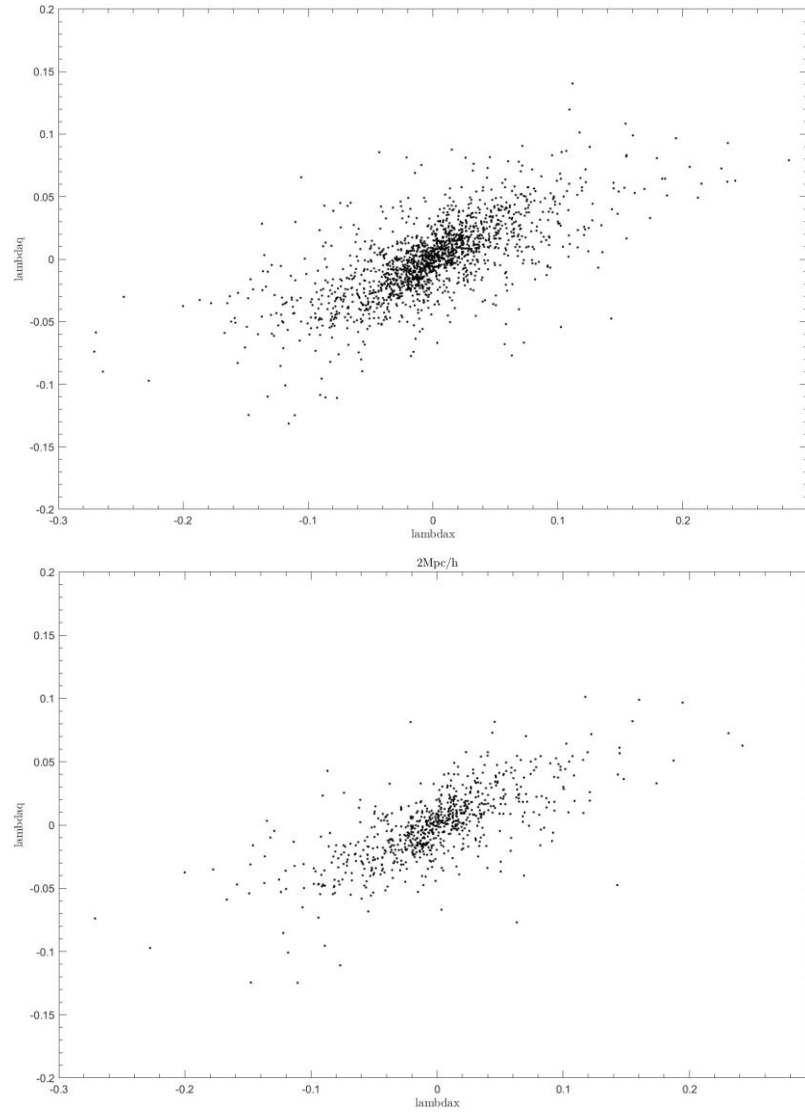
来量化 filament 的旋转程度，并且取定主轴的某一方向为正，另一方向为负，通

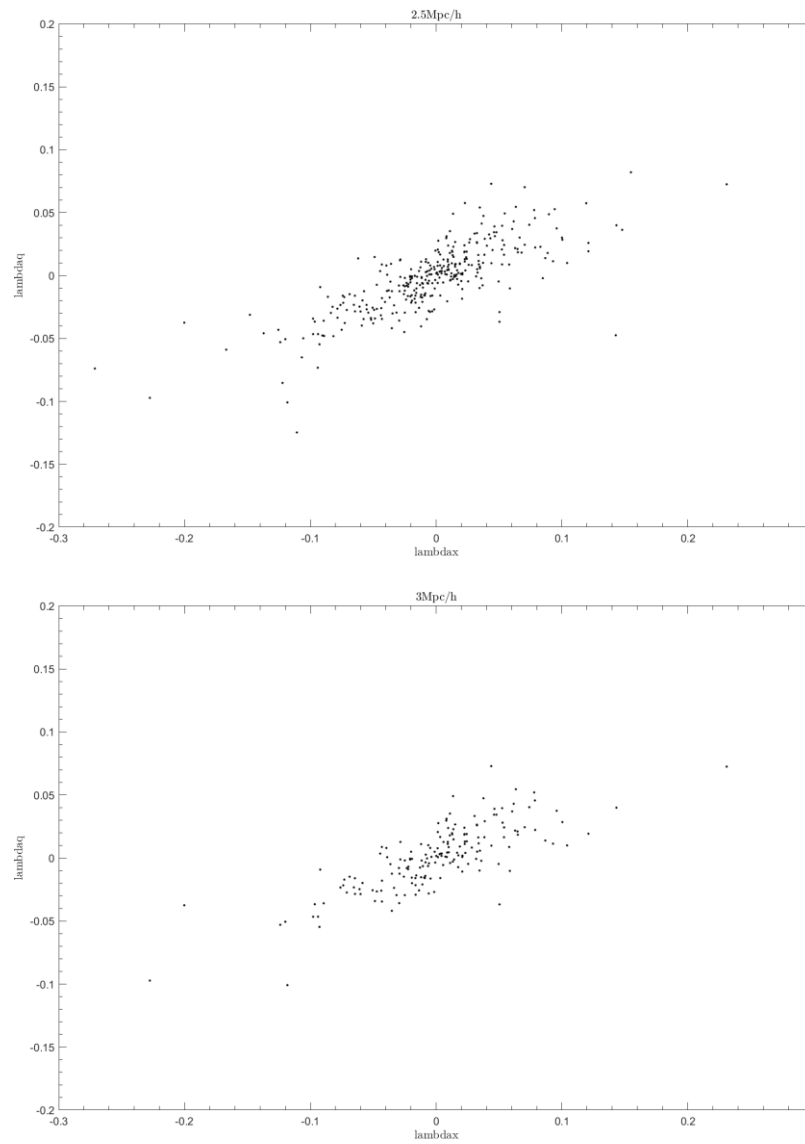
过与主轴方向的比较来规定 **filament** 沿主轴角动量的方向，具体表现为 λ 的正负。

引入相关系数 r 来衡量变量之间的线性相关程度：

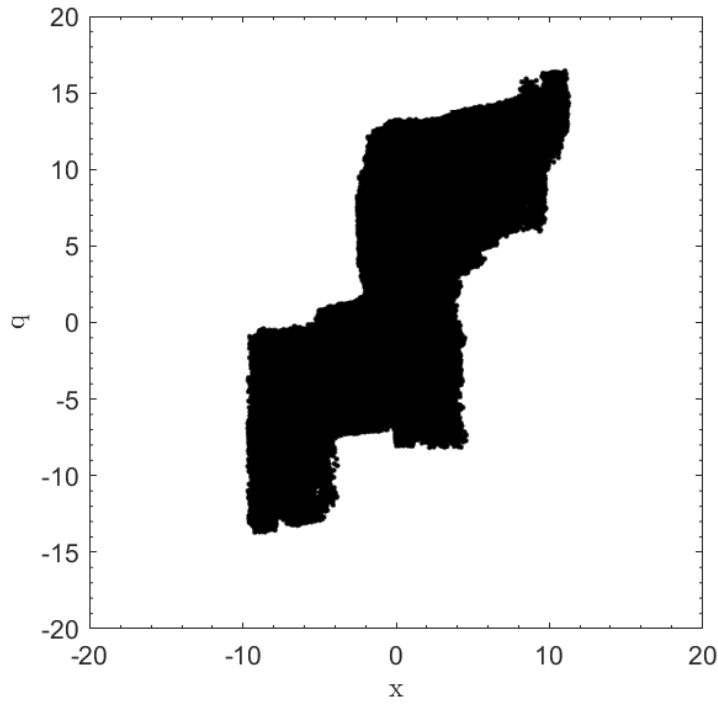
$$r(X, Y) = \frac{Cov(X, Y)}{\sqrt{Var[X] Var[Y]}}$$

考虑所有 1680 个 **filaments**， λ_x 和 λ_q 的相关系数 $r=0.6685$ ，见下图 1，考虑主轴长度对于相关程度的影响，对于主轴长度大于 2Mpc/h 的 **filaments** 共有 746 个， $r=0.7132$ ，见下图 2，对于主轴长度大于 2.5Mpc/h 的 **filaments** 共有 326 个， $r=0.7757$ ，见下图 3，对于主轴长度大于 3Mpc/h 的 **filaments** 共有 177 个， $r=0.7860$ ，见下图 4。

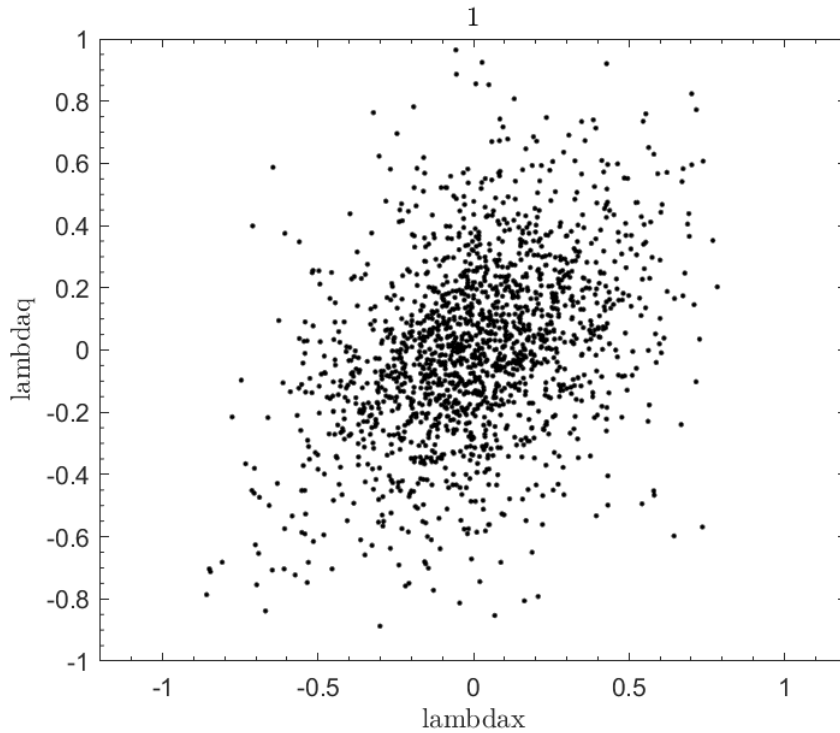


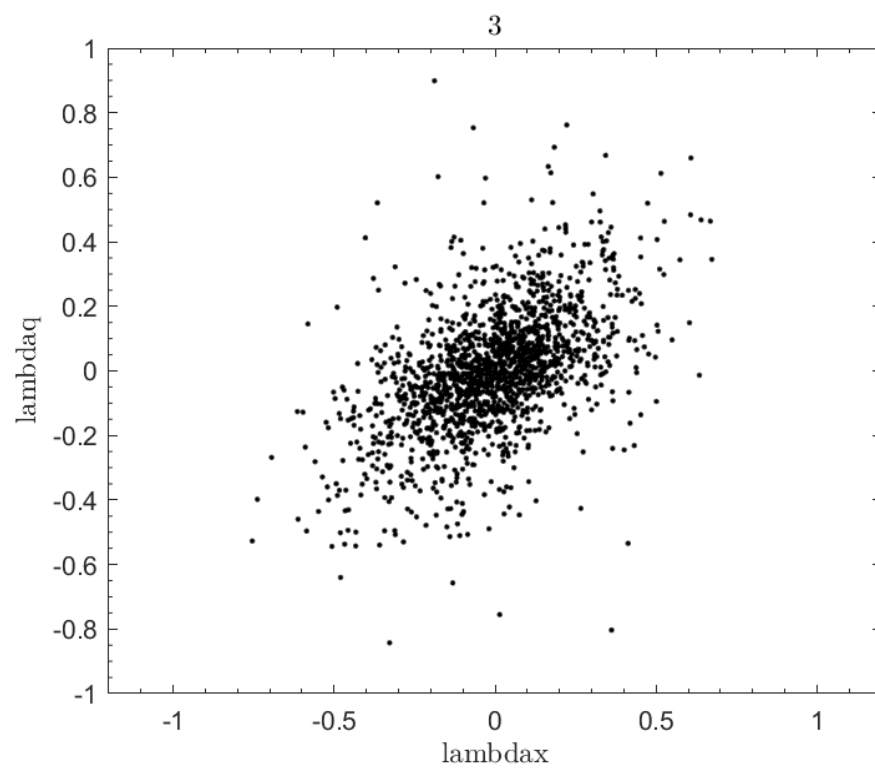
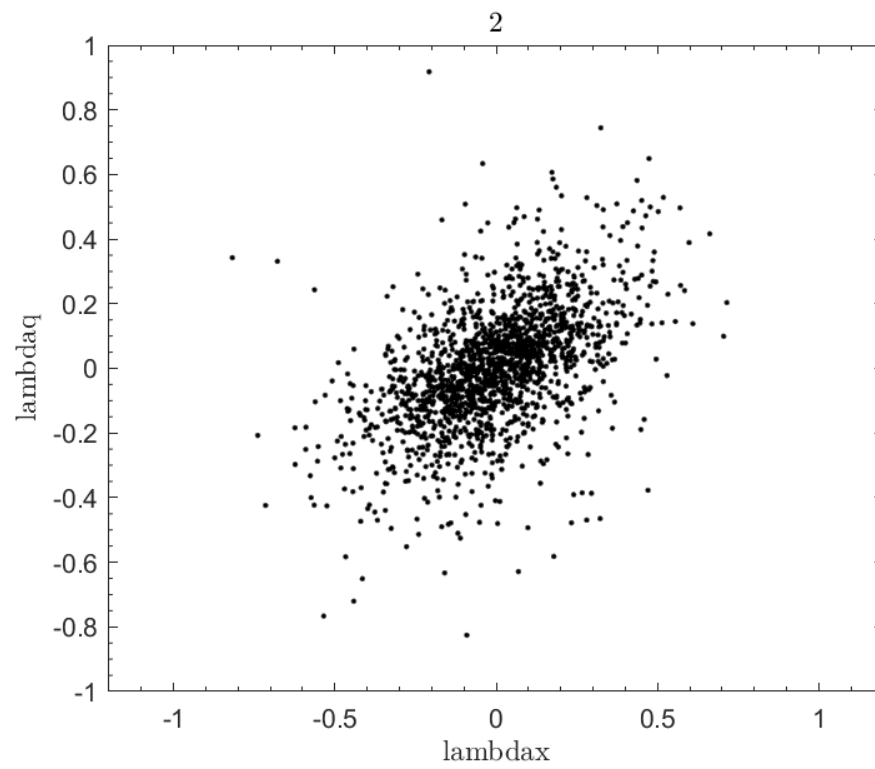


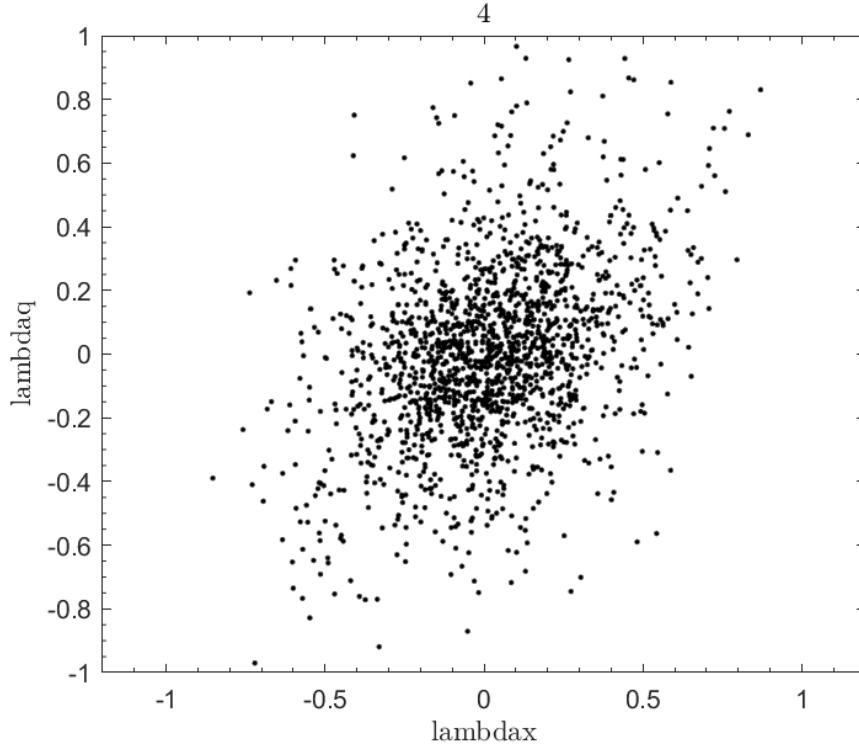
4. 通过比较同一个 **filament** 里的粒子在 **x** 空间和 **q** 空间时在主轴上投影点的位置，下图给出了一个 **filament** 的情况，可以看出该投影点在 **x** 空间和 **q** 空间主轴上的位置大致相同。



filament 两端粒子在主轴上投影点距离质心最远的距离记做 L_1, L_2 ，以质心为零点，将 filament 分作四段： $-L_2 < \Delta l_1 < -L_2/2$, $-L_2/2 < \Delta l_2 < 0$, $0 < \Delta l_3 < L_1/2$, $L_1/2 < \Delta l_4 < L_1$ ，分别比较这四段在 x 空间和 q 空间沿主轴角动量的相关性。通过与整个 filament 的沿主轴角动量方向的比较，发现 filament 不是整体朝着一个方向自旋，不同分段的旋转方向可能相反。并且这四段 λ_x 和 λ_q 的相关系数 r 分别为 0.3816, 0.5059, 0.5144, 0.3719，两端的相关性比中间的部分要弱。

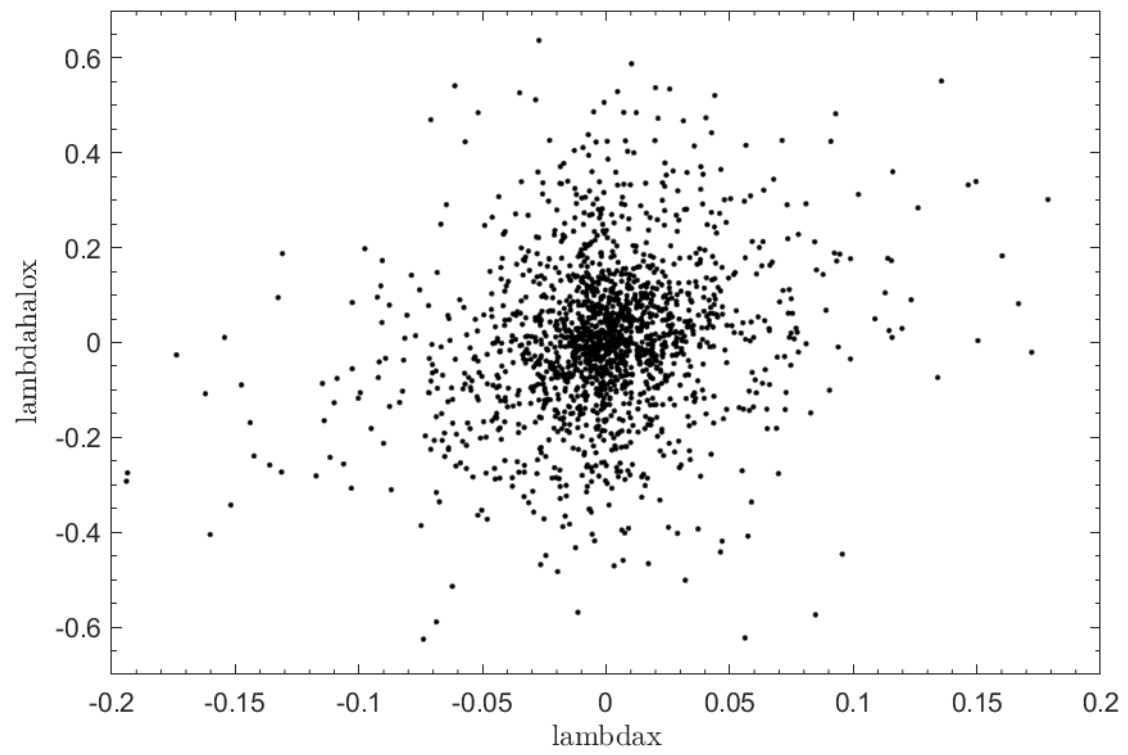






5.考虑 filament 里面 halo 的旋转特性与用粒子描述的 filament 整体的旋转特性之间的关系。取距离主轴最远的粒子到主轴的距离为圆柱的底面半径 r ，以 $L_1 + L_2$ 为圆柱的高，规定在这个圆柱体范围内的 halo 为 filament 里的 halo：

(1) 考虑 halo 绕主轴旋转对轴贡献的角动量与 filament 沿主轴角动量的关系，对于以 $n>100$ 作为最小粒子数目的 halo（共 31625 个）， λ_{halox} 和 λ_x 的相关系数为 $r=0.2183$ ；对于 $n>10$ 的 halo（共 276362 个）， $r=0.2265$ （见下图）；仅仅对于包含 halo 数 >50 的 filaments 做统计， r 无明显变化，对于主轴长度大于 2.5Mpc/h 的 filaments， $r=0.2590$ 。



(2) 考虑 halo 本身的自旋与 filament 自旋的关系，对 halo 自旋方向与 filaments 的自旋方向做统计，52.08% filament 与 halo 的整体自旋方向一致。