

第2讲 牛顿第二定律的应用——力与运动的结合

知识点睛

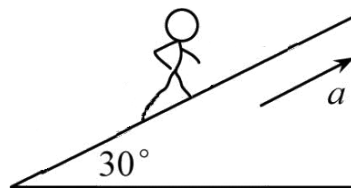
斜面问题

大部分斜面问题可以抽象为：向下的重力 mg ，与斜面垂直的支持力 N ，与斜面平行摩擦力 f （ $f = \mu N$ 方向为相对运动反方向），在三个力的作用下，物体有加速度 a 。在 m, N, f, a 四个物理量中，已有 $f = \mu N$ 关系，除了题目里面给的信息，还可通过列牛顿方程求解。注意，对于同一个参考物列方程，下列三个方程中只有两个独立。

- ①在沿斜面方向上列牛顿第二定律方程。
- ②在竖直方向上列牛顿第二定律方程。
- ③在水平方向上列牛顿第二定律方程。

头脑风暴

- 1 如图所示，超市电梯与水平面夹角为 30° ，当电梯加速向上运动时，人的加速度是 0.2 倍的 g ，则人与梯面间的支持力、摩擦力分别是其重力的多少倍。



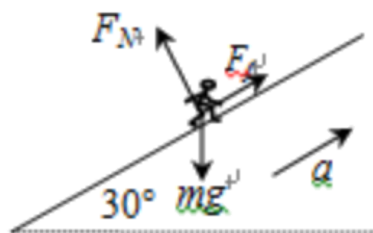
答案 0.7

解析 对人受力分析，他受到重力 mg 、支持力 F_N 和摩擦力 F_f 作用，如图所示。取沿斜面向上为 x 轴正向，垂直斜面向上为 y 轴正向，此时需分解重力，据牛顿第二定律可得：

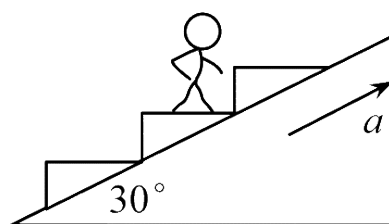
$$F_f - mg \sin 30^\circ = ma; F_N - mg \cos 30^\circ = 0.$$

$$\text{因为 } \frac{F_N}{mg} = \frac{\sqrt{3}}{2} = 0.866, \text{ 解得 } \frac{F_f}{mg} = 0.7.$$

本题主要体现合力的方向和加速度的方向相同。

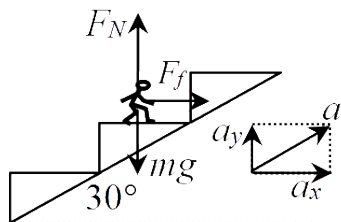


- 2 如图所示，商场电梯与水平面夹角为 30° ，当电梯加速向上运动时，人站在电梯上不会滑动。人对梯面的压力是自身重力的1.1倍，求电梯运行的加速度大小，并求出人与梯面间的摩擦力是自身重力的多少倍？



答案 $a = 0.2g$; $\frac{f}{mg} = \frac{\sqrt{3}}{10}$.

解析 对人进行受力分析，如图所示，



由于人与电梯加速度均沿斜面向上，则将加速度分解列牛顿第二定律，

竖直方向， $N - mg = ma \sin 30^\circ$,

水平方向， $f = ma \cos 30^\circ$,

又 $N = 1.1mg$ ，联立解得 $\frac{f}{mg} = \frac{\sqrt{3}}{10}$.

绳子和弹簧受力分析问题

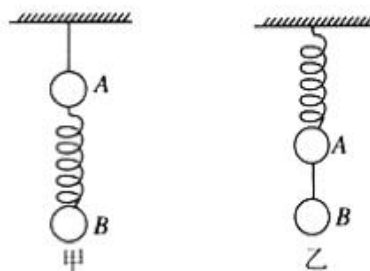
弹簧受力的特点	绳子受力的特点
只要长度不变则弹力不变	绳子长度几乎不能变化，受的力可以瞬间变化
轻弹簧两端的受力永远等大反向	轻绳两端的受力永远等大反向

轻弹簧两端沿着绳子运动状态不一定一致

不弯绳相连的物体沿着绳子运动状态一致

头脑风暴

- 3 两个质量均为 m 的小球分别用细线和轻弹簧悬挂，均处于静止状态，如图甲、乙所示．当剪断细线的瞬间，小球 A 、 B 的加速度分别是（ ）



- A. 甲图中 $a_A = g$ ，方向竖直向下；甲图中 $a_B = g$ ，方向竖直向下
 B. 甲图中 $a_A = 2g$ ，方向竖直向下；甲图中 $a_B = 0$
 C. 乙图中 $a_A = g$ ，方向竖直向上；乙图中 $a_B = g$ ，方向竖直向下
 D. 乙图中 $a_A = 2g$ ，方向竖直向上；乙图中 $a_B = 0$

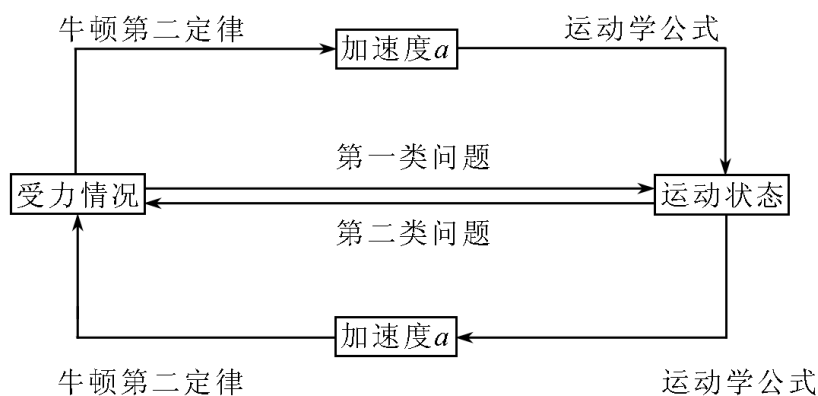
答案 BC

解析 甲图中，剪断绳子的瞬间，弹簧的长度不变，即弹簧弹力不变，则 B 球依旧处于平衡状态，加速度 $a_B = 0$ ； A 球受到弹簧向下的弹力 $F = mg$ ，根据牛顿第二定律可知， $F + mg = ma_A$ ，解得 $a_A = 2g$ ，方向竖直向下．故B正确，A错误；
 乙图中，剪断绳子的瞬间，弹簧长度不变，即弹簧弹力不变， A 球受到弹簧向上的弹力 $F = 2mg$ ，根据牛顿第二定律可知， $F - mg = ma_A$ ，解得 $a_A = g$ ，方向竖直向上； B 球做自由落体运动， $a_B = g$ ，方向竖直向下．故C正确，D错误．
 故选BC．

动力学两类问题

第一类问题：由受力确定运动，可将 v_t 、 v_0 、 x 、 t 中任何一个物理量作为未知求解；

第二类问题：由运动确定受力，可将 F 、 f 、 m 等任一物理量作为未知量求解。



头脑风暴

- 4 一个重 5N 的物体挂在气球上，物体受到气球的浮力为 6N ，气球从地面升空 2s 后，气球被树枝划破，求物体距离地面的最高高度。（ $g = 10\text{m/s}^2$ ）

答案 4.8m

解析 物体的运动过程可以分为两段：

第一段：在重力和浮力的作用下加速度 $a_1 = \frac{6-5}{0.5}\text{m/s}^2 = 2\text{m/s}^2$ 向上运动。

第二段：气球划破后，以加速度为 $a_2 = -g$ 向上减速运动，运动到最高点时，速度变为零。

$$x_1 = \frac{1}{2}a_1t^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times 2^2\text{m} = 4\text{m}, \quad v_1 = a_1t = 2 \times 2\text{m/s} = 4\text{m/s}, \quad x_2 = \frac{v_1^2}{2a_2} = \frac{16}{20}\text{m} = 0.8\text{m},$$

则上升的最大高度 $x = x_1 + x_2 = 4.8\text{m}$ 。

故答案为： 4.8m 。

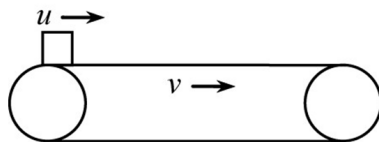
传送带问题

传送带问题是比较常见，也是比较复杂的题目形式。

受力方面，要分析物体与传送带之间是否存在摩擦力，是存在静摩擦力还是滑动摩擦力；

运动方面，要分析物体与传送带之间是相对运动，还是相对静止，是相对传送带向前运动，还是相对传送带向后运动。

传送带问题分析示例：

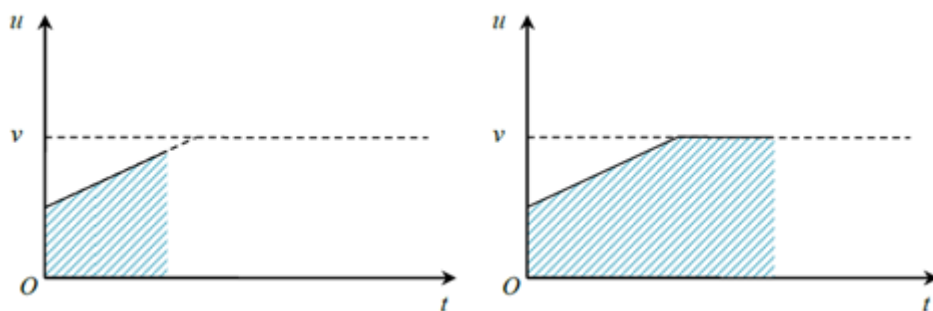


(1) 当 $u < v$ 且同向时，物块受的摩擦力与速度同向，物块加速。

如果传送带不够长，物块将匀加速通过传送带（如左图）；

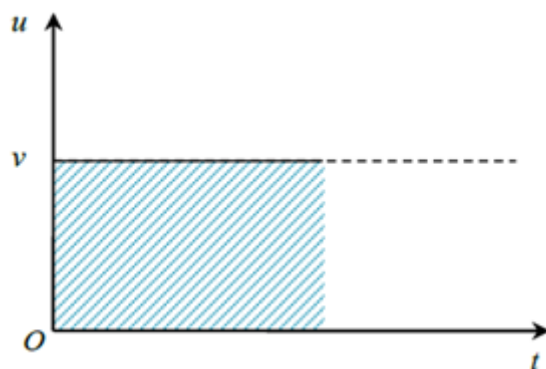
如果传送带足够长，那么物体还会经历一段以匀速运动的过程（如右图）。

（图中阴影面积表示传送带的长度）



(2) 当 $u = v$ 且同向时，物块不受摩擦力，物块随传送带匀速运动（平衡状态）。

（图中阴影面积表示传送带的长度）

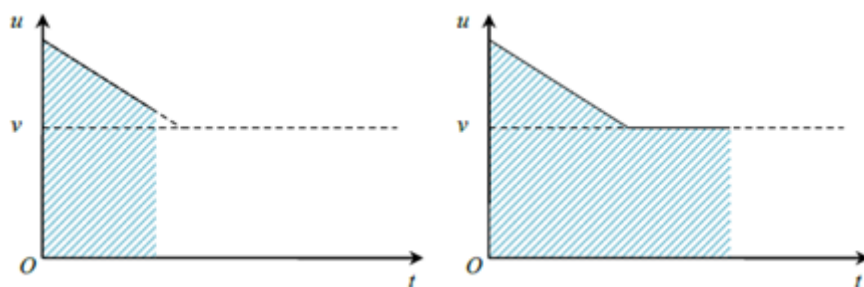


(3) 当 $u > v$ 且同向时，物块受的摩擦力与速度反向，物块减速。

如果传送带不够长，物块将匀减速通过传送带（如左图）；

如果传送带足够长，那么物体还会经历一段以 v 匀速运动的过程（如右图）。

（图中阴影面积表示传送带的长度）



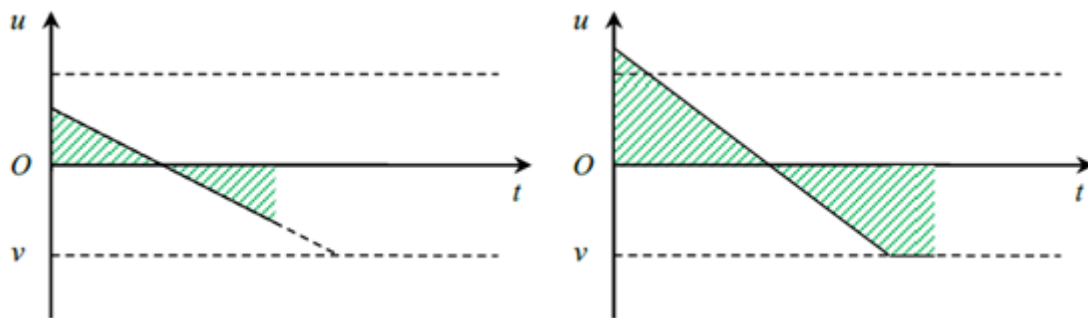
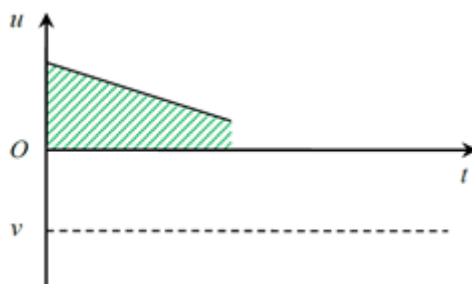
(4) 当 u 与 v 反向时，物块受的摩擦力与速度反向，物块减速。

如果传送带不够长，物块将匀减速通过传送带（如上排图，图中阴影面积表示传送带的长度）；

如果传送带足够长，那么物体将减速至0，然后返回（如下排图）。

① $u \leq |v|$ ，返回速度大小和相同；（如下排左图，图中阴影面积物块的位移，此位移为0）

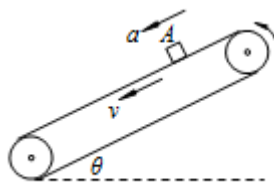
② $u > |v|$ ，物块速度反向增加至后就转为匀速运动，返回速度大小和相同。（如下排右图，图中阴影面积物块的位移，此位移为0）



也就是说对于初始情况分别为（1）（3）（4）中状态的物块，物块均向（2）情况所述的平衡状态进发。

头脑风暴

- 5 如图所示，倾角为 θ 的传送带沿逆时针方向以加速度 a 加速转动时，小物体A与传送带相对静止。重力加速度为 g 。则（ ）



- A. 只有 $a > g \sin \theta$, A 才受沿传送带向上的静摩擦力作用
- B. 只有 $a < g \sin \theta$, A 才受沿传送带向上的静摩擦力作用
- C. 只有 $a = g \sin \theta$, A 才受沿传送带向上的静摩擦力作用
- D. 无论 a 为多大, A 都受沿传送带向上的静摩擦力作用

答案 B

解析 当 A 不受传送带的摩擦力的时候, 对物体受力分析可知, 此时物体的加速度的大小为 $g \sin \theta$.

A . 当传送带的加速度 $a > g \sin \theta$ 时, 物体有向后滑的趋势, 所以物体 A 将受到沿传送带向下的静摩擦力作用, 所以A错误;

B . 当传送带的加速度 $a < g \sin \theta$ 时, 物体有向下滑的趋势, 所以物体 A 将受到沿传送带向上的静摩擦力作用, 所以B正确;

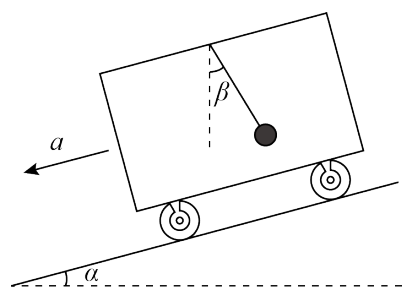
C . 当传送带的加速度 $a = g \sin \theta$ 时, 物体的加速度和传送带的加速度相同, 此时物体和传送带一起运动, 没有相对运动的趋势, 此时物体 A 不受摩擦力作用, 所以C错误;

D . 由前面的分析可知D错误. 故选B .

例题精讲

基础训练

- 6 如图所示, 小车在倾角为 α 的斜面上匀加速运动, 车厢顶用细绳悬挂一小球, 发现悬绳与竖直方向形成一个稳定的夹角 β . 试求小车的加速度 .



答案

$$\frac{\sin \beta}{\cos(\beta - \alpha)} g$$

解析

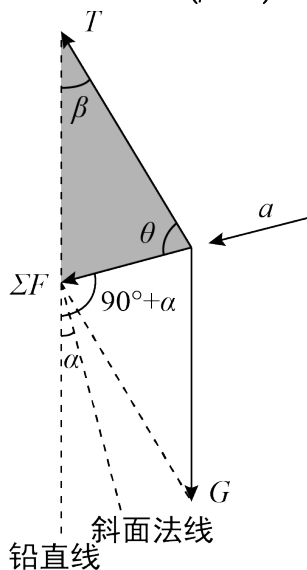
分析小球受力后，根据“矢量性”我们可以做如图所示的平行四边形，并找到相应的夹角．设张力 T 与斜面方向的夹角为 θ ，则 $\theta = (90^\circ + \alpha) - \beta = 90^\circ - (\theta - \alpha)$ (1) ，

对灰色三角形用正弦定理，有 $\frac{\sum F}{\sin \beta} = \frac{G}{\sin \theta}$ (2) ，

解(1)(2)两式得： $\sum F = \frac{mg \cdot \sin \beta}{\cos(\beta - \alpha)}$ ，

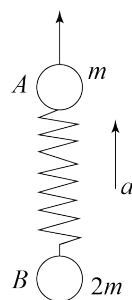
最后运用牛顿第二定律即可求小球加速度（即小车加速度）

故答案为： $\frac{\sin \beta}{\cos(\beta - \alpha)} g$



7

如图所示，两个小球A和B用弹簧相连，在竖向上的拉力作用下，A和B保持相对静止，向上做匀加速直线运动，加速度大小为 a ，两个小球的质量分别为 m 和 $2m$ ，若拉力 F 突然撤去，则在撤去拉力的一瞬间，A、B两球的加速度大小分别是（ ）



A. $a_A = 3g$

B. $a_A = 3g + 2a$

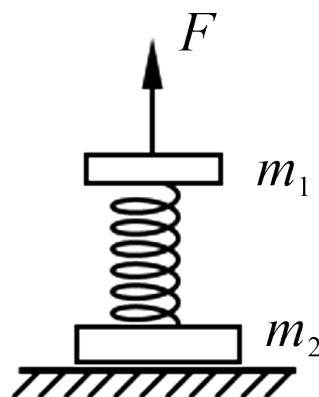
C. $a_B = a$

D. $a_B = \frac{3}{2}g$

答案 BC

解析 略

- 8 质量分别是 m_1 和 m_2 的两个木块用轻弹簧相连，放在水平地面上，如图所示，用细线拴住 m_1 ，并用力将它缓慢竖直向上提起，当木块 m_2 刚要离开地面时，细线突然断裂，则此时木块 m_1 的加速度为（ ）



A. 0

B. g

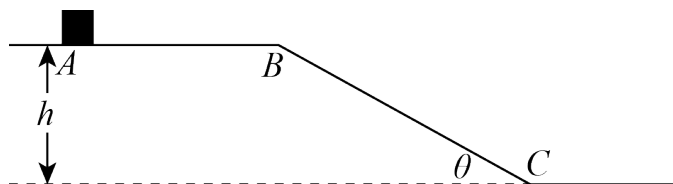
C. $\frac{(m_1 + m_2)g}{m_1}$

D. $\frac{m_2g}{m_1}$

答案 C

解析 略

- 9 如图所示，高度为 $h = 0.8\text{m}$ 的粗糙水平面在 B 点处与一倾角为 $\theta = 30^\circ$ 光滑的斜面 BC 连接。一滑块从水平面上的 A 点以 $v_0 = 3\text{m/s}$ 的速度向右运动。运动到 B 点时小滑块恰能沿光滑斜面下滑。已知 AB 间的距离 $s = 5\text{m}$ ， $g = 10\text{m/s}^2$ 。求：



(1) 小滑块与水平面间的滑动摩擦因数 .

(2) 小滑块从A点运动到C点所需的时间 .

答案 (1) 0.09

(2) $\frac{62}{15}\text{s}$

解析 (1) 由题意知 $v_B = 0\text{m/s}$, 从A到B, 有 $s = \frac{v_B^2 - v_0^2}{2a}$, 解得 $a = -0.9\text{m/s}^2$; 对滑块受力分析有 $ma = \mu mg$, 则 $\mu = 0.09$.

故答案为 : 0.09 .

(2) 从A到B, 所用时间 $t_1 = \frac{\Delta v}{a} = \frac{0 - 3}{-0.9}\text{s} = \frac{10}{3}\text{s}$;

从B到C, 受力分析得 $ma = mg \sin \theta$, 则 $a = g \sin \theta = 5\text{m/s}^2$, B到C的高度

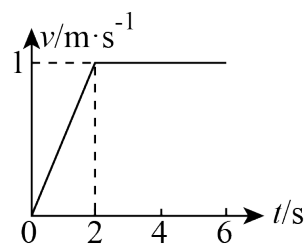
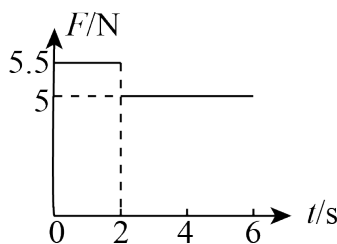
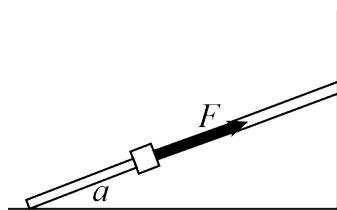
$h = 0.8\text{m}$, 则 $x_{BC} = \frac{h}{\sin 30^\circ} = 1.6\text{m}$, 运用运动学公式有 $x_{BC} = \frac{1}{2}at_2^2$, 代入数据

解得 $t_2 = 0.8\text{s}$;

则从A点运动到C点, 总时间 $t = t_1 + t_2 = \frac{62}{15}\text{s}$.

故答案为 : $\frac{62}{15}\text{s}$.

10 固定光滑细杆与地面成一定倾角, 在杆上套有一个光滑小环, 小环在沿杆方向的推力 F 作用下向上运动, 推力 F 与小环速度 v 随时间变化规律如图所示, 取重力加速度 $g = 10\text{m/s}^2$. 求 :



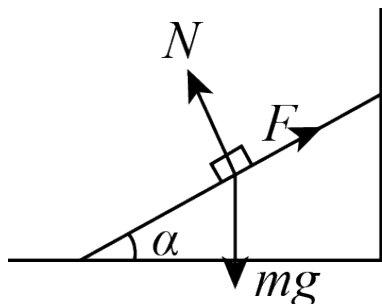
(1) 小环的质量 m ;

(2) 细杆与地面间的倾角 α .

答案 (1) 1kg

(2) 30°

解析 (1) 对小环受力分析, 如图所示,



根据牛顿第二定律, 可知 $F_1 - mg \sin \alpha = ma$,

$$F_2 = mg \sin \alpha,$$

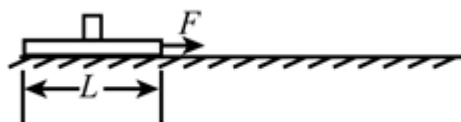
解得, $m = 1\text{kg}$.

(2) 根据牛顿第二定律, 可知 $F_1 - mg \sin \alpha = ma$,

$$F_2 = mg \sin \alpha,$$

解得, $\alpha = 30^\circ$.

- 11 如图所示, 一长 $L = 2\text{m}$ 、质量 $M = 4\text{kg}$ 的薄木板静止在粗糙的水平地面上, 木板的正中央放有一质量 $m = 1\text{kg}$ 的物块 (可视为质点), 已知物块与木板间、木板与地面间的动摩擦因数均为 $\mu = 0.4$, 最大静摩擦力等于滑动摩擦力. 现对木板施加一水平向右的恒力 F , g 取 10m/s^2 . 求:



- (1) 恒力 F 为多大时, 木板开始滑动?
- (2) 恒力 F 为多大时, 物块开始相对木板滑动?
- (3) 恒力 F 大小为 48N 时, 从开始运动到木块恰好脱离木板, 木板的位移是多少?

答案 (1) $F = 20\text{N}$

(2) $F = 40\text{N}$

(3) 3m

解析 (1) 由公式 $F = \mu(M + m)g = 0.4 \times (1 + 4) \times 10 = 20\text{N}$,

故当恒力 $F = 20\text{N}$ 时, 木板开始滑动.

(2) 当木板和木板间的摩擦力达到最大时,

$$f' = \mu mg = 0.4 \times 1 \times 10 = 4\text{N}, a = \mu g = 4\text{m/s}^2,$$

此时 $F - f = (M + m)a$,

$$F = \mu(M + m)g + (M + m)a = 8 \times 5 = 40\text{N} ,$$

恒力 F 为 40N 时 , 物块开始相对木板滑动 .

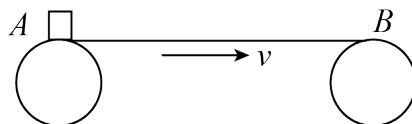
$$(3) \text{ 木块加速度 } a_1 = 4\text{m/s}^2 , \text{ 木板加速度 } a_2 = \frac{F - f - f'}{M} = \frac{48\text{N} - 4\text{N} - 20\text{N}}{4\text{kg}} = 6\text{m/s}^2$$

若经过 $t\text{s}$ 后恰好脱离 ,

$$\frac{1}{2}a_2t^2 - \frac{1}{2}a_1t^2 = \frac{1}{2}L = 1\text{m} , \text{ 解得 } t = 1\text{s} ,$$

$$\therefore x_2 = \frac{1}{2}a_2t^2 = \frac{1}{2} \times 6 \times 1^2 = 3\text{m} .$$

- 12 如图所示 , 一水平传送带长为 20m , 以 2m/s 的速度做匀速运动 . 已知某物体与传送带间的滑动摩擦因数为 0.1 , 现将该物体由静止轻放到传送带的 A 端 . 求 :



- (1) 物体刚放上传送带时的加速度 .
 (2) 物块从 A 运动到 B 所需的时间 . ($g = 10\text{m/s}^2$)

答案 (1) 1m/s^2

(2) 11s

解析 (1) 物体受重力 mg 、支持力 F_N 和向前的摩擦力 f 作用 ,

由牛顿第二定律 , 有 $f = ma$,

又因为 $F_N - mg = 0$, $f = \mu F_N$,

解得 $a = \mu g = 0.1 \times 10\text{m/s}^2 = 1\text{m/s}^2$.

故答案为 : 1m/s^2 .

(2) 当物体做匀加速运动达到传送带的速度 $v = 2\text{m/s}$ 时 ,

$$\text{其位移为 } x_1 = \frac{v^2}{2a} = \frac{2^2}{2 \times 1}\text{m} = 2\text{m} < 20\text{m} ,$$

所以物体运动 2m 后与传送带一起匀速运动 .

$$\text{第一段加速运动时间为 } t_1 = \frac{v}{a} = \frac{2}{1} = 2\text{s} ,$$

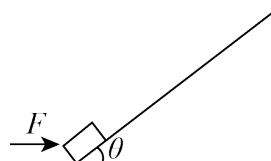
$$\text{第二段匀速运动时间为 } t_2 = \frac{x - x_1}{v} = \frac{20 - 2}{2} = 9\text{s} .$$

物体在传送带上运动的总时间为 $t = t_1 + t_2 = 2 + 9 = 11\text{s}$.

故答案为：11s .

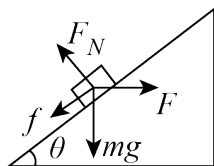
进阶拓展

- 13 质量为10kg的物体在 $F = 200\text{N}$ 的水平推力作用下，从粗糙斜面的底端由静止开始沿斜面运动，斜面固定不动，与水平地面的夹角 $\theta = 37^\circ$. 力 F 作用2s后撤去，物体在斜面上继续上滑了1.25s后速度减为零 . 求：物体与斜面间的动摩擦因数 μ 和物体的总位移 s .



答案 0.25 ; 16.25m

解析 物体受力分析如图所示，设加速的加速度为 a_1 ，末速度为 v ，减速时的加速度大小为 a_2 ，将 mg 和 F 分解后，



由牛顿运动定律得：

$$F_N = F \sin \theta + mg \cos \theta ,$$

$$F \cos \theta - f - mg \sin \theta = ma_1 ,$$

根据摩擦定律有 $f = \mu F_N$ ，代入数据得 $a_1 = 10 - 20\mu$ ，

加速过程由运动学规律可知 $v = a_1 t_1$ ，

撤去 F 后，物体减速运动的加速度大小为 a_2 ，则 $a_2 = g \sin \theta + \mu g \cos \theta$ ，

代入数据得 $a_2 = 6 + 8\mu$ ，

由匀变速运动规律有 $v = a_2 t_2$ ，

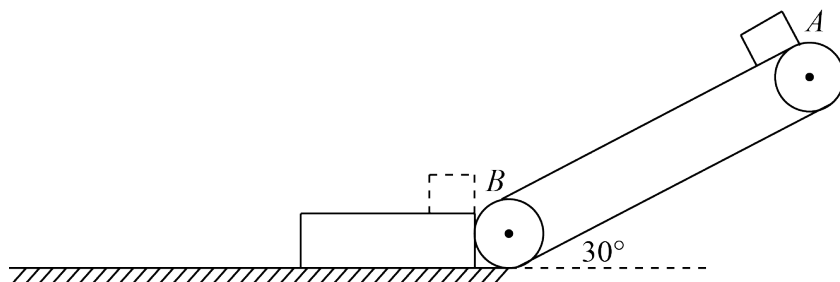
$$\text{由运动学规律知 } s = \frac{1}{2} a_1 t_1^2 + \frac{1}{2} a_2 t_2^2 ,$$

代入数据得 $\mu = 0.25$; $s = 16.25\text{m}$.

答：物体与斜面间的动摩擦因数 $\mu = 0.25$; 物体的总位移 $s = 16.25\text{m}$.

故答案为：0.25 ; 16.25m .

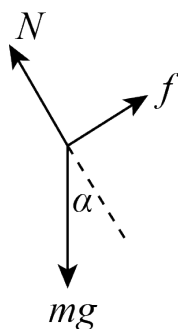
- 14 如图所示，某传送带与水平地面夹角 $\theta = 30^\circ$ ， AB 之间距离 $L_1 = \frac{5}{3}\text{m}$ ，传送带以 $v_0 = 1.0\text{m/s}$ 的速率转动，质量为 $M = 1.0\text{kg}$ ，长度 $L_2 = 1.0\text{m}$ 的木板上表面与小物块的动摩擦因数 $\mu_2 = 0.4$ ，下表面与水平地面间的动摩擦因数 $\mu_3 = 0.1$ ，开始时长木板靠近传送带 B 端并处于静止状态。现从传送带上端 A 无初速地放一个质量为 $m = 1.0\text{kg}$ 的小物块，它与传送带之间的动摩擦因数为 $\mu_1 = \frac{\sqrt{3}}{6}$ ，（假设物块在滑离传送带至木板右端时速率不变，重力加速度 $g = 10\text{m/s}^2$ ），求：



- (1) 若传送带顺时针转动，物块从 A 到 B 的时间 t_{AB} （结果可用根式表示）。
- (2) 若传送带逆时针转动，物块从 A 运动到 B 时的速度 v_B 。
- (3) 在上述第 (2) 问基础上，从物块滑上木板开始计时，求：之后物块运动的总时间 T 。

- 答案**
- (1) $\frac{2\sqrt{3}}{3}\text{s}$
 - (2) 3m/s
 - (3) 1.5s

解析 (1) 传送带顺时针转动，物块受力分析如图所示：



由牛顿第二定律，得：

$$mg\sin\theta - f = ma_1;$$

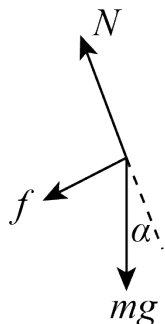
$$N - mg\cos\theta = 0,$$

$$\text{且：} f = \mu_1 N,$$

$$\text{由运动学公式有 } L_1 = \frac{1}{2}a_1 t_{AB}^2,$$

$$\text{联立解得：} t_{AB} = \frac{2\sqrt{3}}{3}\text{s}.$$

(2) 传送带逆时针转动，刚开始物块相对传送带往上滑，物块受力分析如图所示：



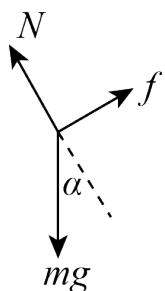
根据牛顿第二定律得：

$$mg \sin \theta + \mu_1 mg \cos \theta = ma_2 ;$$

达到传送带速度 v_0 所用时间为： $t = \frac{v_0}{a_2}$ ，

$$\text{位移 } x_1 = \frac{1}{2} a_2 t^2 ,$$

之后因为 $\mu_1 < \tan 30^\circ$ ，故物块相对传送带向下加速滑动，物块受力分析如图所示：



$$\text{则 } mg \sin \theta - \mu_1 mg \cos \theta = ma_1 ;$$

$$\text{位移 } x_2 = L_1 - x_1 = \frac{v_B^2 - v_0^2}{2a_1} ,$$

$$\text{联立解得： } v_B = 3\text{m/s} .$$

(3) 物块滑上木板相对滑动时做匀减速运动，

对物块：

$$a_3 = -\frac{\mu_2 mg}{m} = -\mu_2 g = -4\text{m/s}^2 ,$$

对木板：

$$a_4 = \frac{\mu_2 mg - \mu_3 (M + m)g}{M} ,$$

$$\text{解得 } a_4 = 2\text{m/s}^2 ,$$

设经过 t_1 时间物块与木板达到共同速度 v_1 ，

$$\text{则： } v_B + a_3 t_1 = a_4 t_1 ,$$

$$\text{解之得： } t_1 = 0.5\text{s} , v_1 = 1\text{m/s} ,$$

因为 $\mu_3 < \mu_2$, 物块能与木板保持相对静止 , 其整体加速度大小为 :

$$a_5 = \frac{\mu_3(M+m)g}{M+m} = \mu_3 g = 1 \text{ m/s}^2 ,$$

物块与木板做匀减速运动直到停止的时间 :

$$t_2 = \frac{v_1}{a_5} = \frac{1}{1} \text{ s} = 1 \text{ s} ,$$

物块运动的总时间 : $T = t_1 + t_2 = 1.5 \text{ s}$.