第6讲 流体的动量与动量守恒定律

流体的动量

水切割又被称为水刀，可以在电脑的控制下能任意雕琢工件，水之所以能够切割坚硬的钢板，是因为高压水流和钢板之间会产生非常大的相互作用力，从而完成切割工作。

而关于流体的平均作用力可以用动量定理来解决。

假设流体的速度为v ，横截面积为S ，密度为ρ。

在Δt时间内流出的流体体积为$V=S\cdot v\Delta t$，单位时间内流量$Q=\dfrac{V}{\Delta t}=vS$，

流出流体质量$m=\rho V=\rho Sv\Delta t$。

若流体作用于物体之后速度变为v' ，根据动量定理则有：

$mv'-mv=\rho Sv\Delta t\cdot v'-\rho Sv\Delta t\cdot v=F\Delta t$，

计算可得：$F=\rho Sv(v'-v)=\rho Sv\cdot\Delta v=\rho Q\cdot\Delta v$

头脑风暴

1 为估算池中睡莲叶面承受水滴撞击产生的平均压强，小明在雨天将一圆柱形水杯置于露台，测得1小时内杯中水上升了$45\mathrm{mm}$．查询得知，当时雨滴竖直下落速度约为$12\mathrm{m/s}$．据此估算该压强约为（设雨滴撞击睡莲后无反弹，不计雨滴重力，雨水的密度为$1\times10^3\mathrm{kg/m^3}$）（　　）

A. $0.15\mathrm{Pa}$　　B. $0.54\mathrm{Pa}$　　C. $1.5\mathrm{Pa}$　　D. $5.4\mathrm{Pa}$

答案　A

解析 由题意可知它的流量为：$Q=S\times\frac{45\times10^{-3}}{3600}$，雨滴不反弹，根据动量定理得到：$Ft=mv$，压强为：$P=\frac{F}{S}=\frac{\rho SQvt}{St}=0.15\text{Pa}$．

知识点睛

动量守恒定律

惯性系中，如果系统在经历某一个力学过程中，合外力$\overrightarrow{F_{合外}}$始终为零，那么根据系统动量定理，过程中系统动量恒定不变。过程中不随时间变化的量称为守恒量，也就是说，动量$\vec{p}$是一个守恒量。

即，一个系统不受外力或者所受外力之和为零，这个系统的总动量保持不变。这便是**动量守恒定律**。对于一个最常见的**两体系统**，它的数学表述是：

$$m_1\vec{v}_1+m_2\vec{v}_2=m_1\vec{v}'_1+m_2\vec{v}'_2$$

动量守恒定律的条件

①系统受到的合外力为零时，是理想的系统动量守恒。

②与动量定理一样，动量守恒可以写成**分量方程**的形式。如果系统所受的冲量中，有一个分量始终为零，则对应的动量分量守恒。

③动量定理描述力的时间累积效应。尽管冲量一词仿佛是与冲撞挂钩的，但实际上它既适用于短时间的猛烈冲击，又适用于一长时间的弱力作用。总之，动量的变化仅仅取决于整个时间间隔内的冲量，而与力对时间依赖关系的细节无关。显然，在**反冲、碰撞、爆炸**类问题处理中动量定理有其实际价值，由于作用时间极短，外力中一切有限大小的作用力的冲量均可忽略不计。

使用动量守恒定律的注意事项

①动量守恒定律的表达式是**矢量式**，对于同一直线上的动量守恒问题应先规定正方向，再进行计算。

②动量与**参考系的选择有关**。在应用动量守恒定律时，应该注意各物体的速度必须是相对同一参考系的速度，一般以地面为参考系。

③由于碰撞过程中两个物体间的相互作用力时刻相等，因此动量守恒指的是**总动量在相互作用的过程中时刻守恒**，而不是只有始末状态才守恒。在实际使用时，可以任选两个状态来列方程，只要保证每个状态下各物体的速度是对应此时刻的瞬时速度即可。

④动量守恒定律指的是系统**任一瞬时的总动量都相等**，但系统内每一个物体的动量都可以发生很大的变化。

⑤动量守恒定律不但适用于宏观低速运动（和光速相比）的物体，而且还**适用于微观高速运动的粒子**。它与牛顿运动定律相比，适用范围要广泛得多，而且动量守恒定律不考虑物体间的作用细节，在解决问题上比牛顿运动定律更简捷。

头脑风暴

2 在下列各种现象中，动量守恒的是（　　）

A. 重物竖直下落到静止于地面的车厢中，重物和车厢组成的系统

B. 车原来静止在光滑水平面上，车上的人从车头走到车尾，人与车组成的系统

C. 光滑水平面上放置两个滑块，用轻弹簧相连，令弹簧伸长，物体运动，物体与弹簧构成的系统

D. 打乒乓球，球与球拍构成的系统

答案 BC

解析 A．重物下落过程中，受到重力作用速度变大，故重物与车组成的系统动量不守恒；

B．车和人组成的系统，在水平面上不受外力作用，故水平方向动量守恒；

C．物体与弹簧构成的系统在水平方向不受外力作用，故水平方向动量守恒；

D．打乒乓球，球与球拍构成的系统会受到手的作用力，故动量不守恒．

故选BC．

例题精讲

基础训练

3 水力采煤就是利用从高压水枪中喷出来的强力水柱冲击煤层而使煤层碎裂，设所用水枪出水口的横截面积为S，水速为v_0，水平射到煤层上后水的速度变为0，水的密度为ρ，水柱垂直地冲击到竖直煤壁上后沿竖直煤壁流下，求水柱施于煤层上的冲力大小．

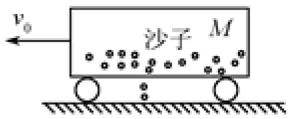
答案 ρSv^2

解析　取时间t内的水研究对象，以初速度方向为正方向，根据动量定理，有：

$-Ft=0-(\rho Svt)v$

解得：$F=\rho Sv^2$．

4　如图所示，质量为M的小车在光滑平地面上以速度v_0匀速向左运动．当车中的砂子从底部的漏斗中不断流下时，车子速度将（　）

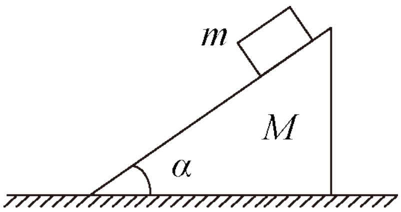


A. 减小　　B. 不变　　C. 增大　　D. 无法确定

答案　B

解析　砂子和小车组成的系统动量守恒，由动量守恒定律，在初状态，砂子落下前，砂子和车都以v_0向前运动；在末状态，砂子落下时具有与车相同的水平速度v_0，车的速度为v'，由$(m+M)v_0=mv_0+Mv'$得$v'=v_0$，即车速不变．

5　如图所示，质量为M的三角形滑块置于水平光滑的地面上，斜面亦光滑．当质量为m的滑块沿斜面下滑的过程中，M与m组成的系统（　）



A. 由于不受摩擦力，系统动量守恒

B. 由于地面对系统的支持力大小不等于系统所受重力大小，故系统动量不守恒

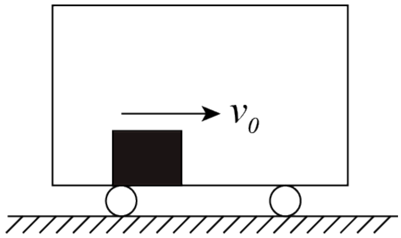
C. 系统水平方向不受外力，故系统水平方向动量守恒

D. M对m作用有水平方向分力，故系统水平方向动量也不守恒

答案　BC

解析　略

6 如图所示，长为l、质量为M的车厢静止在光滑水平面上．车厢内有一质量为m的物体，以速度v_0向右运动，与车厢壁来回碰撞n次后，静止于车厢中，这时车厢的速度为（　　）



A. v_0，水平向右　　B. 0　　C. $\frac{mv_0}{M+m}$，水平向右　D. $\frac{mv_0}{M-m}$，水平向右

答案　C

解析　解析：以物体与车厢组成的系统为研究对象，由动量守恒定律可得$mv=(M+m)v'$，最终车的速度$v'=\frac{mv}{M+m}$，方向与v的速度相同，水平向右，故选C．

7 一火箭喷气发动机每次喷出$m=200\mathrm{g}$的气体，气体离开发动机喷出时的速度$v=1000\mathrm{m/s}$，设火箭质量$M=300\mathrm{kg}$，发动机每秒喷气20次．

（1）当第三次气体喷出后，火箭的速度多大？

（2）运动第1s末，火箭的速度多大？

答案　（1）$2.0\mathrm{m/s}$．

（2）$13.5\mathrm{m/s}$

解析　（1）第三次气体喷出后，共喷出的气体质量$m_1=3\times0.2=0.6\mathrm{kg}$，以火箭初速度方向为正方向，根据动量守恒定律得：

$(M-m_1)v_1-m_1v=0$

解得：$v_1=\frac{m_1v}{M-m_1}=\frac{0.6\times1000}{300-0.6}=2.0\mathrm{m/s}$．

故答案为：$2.0\mathrm{m/s}$．

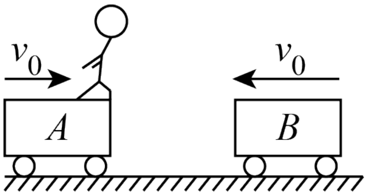
（2）1s末发动机喷出20次，共喷出的气体质量为$m=20\times0.2\mathrm{kg}=4\mathrm{kg}$，根据动量守恒定律得：

$(M-m)V-mv=0$，

则得火箭1s末的速度大小为$V=\frac{mv}{M-m}=\frac{4\times1000}{300-4}\mathrm{m/s}=13.5\mathrm{m/s}$．

故答案为：$13.5\mathrm{m/s}$．

8 如图所示，有A、B两质量均为$M=100\mathrm{kg}$的小车，在光滑水平面上以相同的速率$v_0=2\mathrm{m/s}$在同一直线上相对运动，A车上有一质量为$m=50\mathrm{kg}$的人至少要以多大的速度（对地）从A车跳到B车上，才能避免两车相撞？



答案 $5.2\mathrm{m/s}$

解析 方法一：两车要避免相撞，则人从A车跳到B车后，B车的速度必须大于或等于A车的速度．

设人以速度$v_人$从A车跳离，人跳到B车后，A车和B车的共同速度为v，人跳离A车前后，以A车和人为系统，由动量守恒定律：$(M+m)v_0=Mv+mv_人$①，

人跳上B车后，以人和B车为系统，由动量守恒定律：

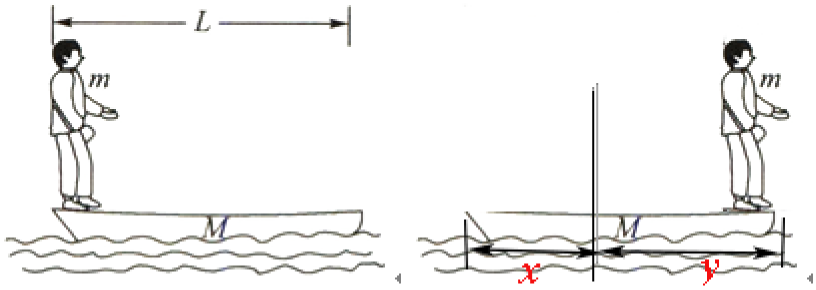
$mv_人-Mv_0=(m+M)v$②，

由①②代入数据得：$5.2\mathrm{m/s}$．

故答案为：$5.2\mathrm{m/s}$

方法二：上述可以理解为临界条件是三个物体速度相等．可以把三个物体看成正体，运动动量守恒定律，求出临界速度．再代入上述①或②中，求出结果．这样做的好处是计算简单．缺点是如果学生对过程不理解，掌握起来就非常难了．

9 如图所示，质量为M，长为L的船停在静止的水面上，一质量为m的人(可视为质点)静止站在船头的左端，当人由船头走到船尾，若不计水的阻力，人和船相对于地的位移的大小分别为多少(忽略水对船的阻力，请从质心位移的角度出发求解)？



答案 $x=\dfrac{M}{m+M}L$，$y=\dfrac{m}{m+M}L$.

解析 “人船模型”是由人和船两个物体构成的系统；该系统在人和船相互作用下各自运动，运动过程中该系统所受到的合外力为零；即人和船组成的系统在运动过程中总动量守恒．设人在运动过程中，人和船相对于水面的速度分别为v和u，则由动量守恒定律得

$mv=Mu$

由于人在走动过程中任意时刻人和船的速度v和u均满足上述关系，所以运动过程中，人和船平均速度大小$\bar{v}\bar{u}$也应满足相似的关系，即$m\bar{v}=M\bar{u}$

而$\bar{v}=\dfrac{x}{t}$，$\bar{u}=\dfrac{y}{t}$，所以上式可以转化为：$mx=My$

又有，$x+y=L$，得： $x=\dfrac{M}{m+M}L$，$y=\dfrac{m}{m+M}L$

10 某人在一只静止的小船上练习射击，船、人连同枪（不包括子弹）及靶的总质量为M，枪内装有n颗子弹，每颗子弹的质量均为m，枪口到靶的距离为l，子弹水平射出枪口时相对于地的速度为v．在发射后一颗子弹时，前一颗子弹已射入靶中，在发射完n颗子弹时，小船后退的距离等于（ ）

A. 0　　B. $\dfrac{nml}{M+(n-1)m}$　　C. $\dfrac{nml}{M+nm}$　　D. $\dfrac{nml}{m+(n+1)m}$

答案 C

解析 系统（包括子弹、枪、人及船）动量守恒，发射后一颗子弹时，前一颗子弹已射入靶中，说明发射后一颗子弹时船已停止.每发射一颗子弹，船后退一段距离．每发一颗子弹时，子弹动量大小为mv，M和剩余子弹$(n-1)m$的动量大小是$[M+(n-1)m]\,v'$．则由动量守恒定律得

$mv=[M+(n-1)m]\,v'$

设每发射一颗子弹，船后退xm，则子弹相对于地面运动的距离是$(l-x)$m，故有

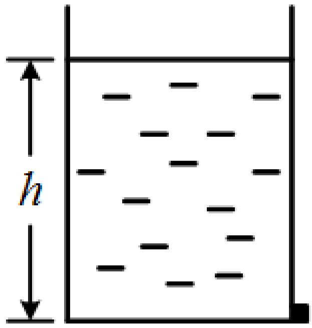
$m(l-x)=[M+(n-1)m]\,x$，可得$x=\dfrac{ml}{M+nm}$

共发射n颗子弹，船后退的总距离是$L=nx=\dfrac{nml}{M+nm}$

另解：对全过程使用动量守恒定律，将所有子弹视为人，其余部分视为船，应用人船模型的结论，直接得到$L=\dfrac{nm}{M+nm}l$

进阶拓展

11 如图所示，杯中盛有高度为h的水，杯底侧面有一个被塞子堵住的圆形孔，孔的直径远远小于h，重力加速度为g．当把塞子拔掉瞬间（杯子不动），求此时从孔中喷出水的速度．



答案 $v=\sqrt{gh}$

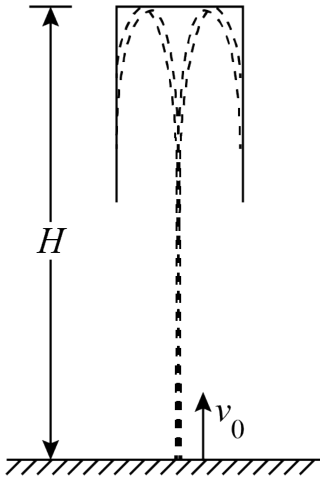
解析 设水此时的速度为v，圆孔面积为S，水的密度为ρ

在极短一段时间Δt内，根据动量定理有：$PS\Delta t=\Delta mv-0$

代入得：$\rho ghS\Delta t=\rho v\Delta tS\cdot v$

解得$v=\sqrt{gh}$

12 从喷泉中喷出的水柱，把一个质量m的圆筒倒顶在空中，如图所示．水以恒定的速率v_0从面积为S的小孔喷出，射向空中，在冲击桶底后，一半水附在桶底，随即顺内壁流下，其速度可略，另一半水则以原速竖直溅下．将水的密度记为ρ，试求桶停留的高度H．



答案 $\dfrac{v_0^2}{2g}-\dfrac{2m^2g}{9\rho^2S^2v_0^2}$

解析 Δt时间喷水质量$\rho Sv_0\Delta t$，到H高度时速度降为$v=\sqrt{v_0^2-2gH}$．

先被桶底吸附的一半水为桶提供向上冲量$\Delta I_1=\dfrac{1}{2}(\rho Sv_0\Delta t)v$，

被桶底溅下的一半水提供向上冲量$\Delta I_2=\dfrac{1}{2}(\rho Sv_0\Delta t)\cdot 2v$，

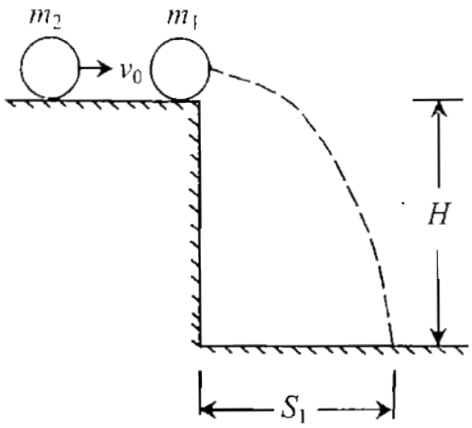
向上总冲量便是$\Delta I=\Delta I_1+\Delta I_2=\dfrac{3}{2}\rho Sv_0v\Delta t$．

为使桶能停在空中，此ΔI需与桶重力向下冲量$mg\Delta t$（略去粘附在桶内部分水的质量）平衡，即有$mg\Delta t=\Delta I$，

可解得$H=\dfrac{v_0^2}{2g}-\dfrac{2m^2g}{9\rho^2S^2v_0^2}$．

故答案为：$\dfrac{v_0^2}{2g}-\dfrac{2m^2g}{9\rho^2S^2v_0^2}$．

13 如图所示，有人做实验：第一次让质量为m_2的小球在高为H的高台上以速度v_0撞向停在高台边缘的质量为m_1的小球．碰撞后，质量为m_2的小球停止，质量为m_1的小球被平抛，落地时测得水平射程为S_1．然后，再做一次实验，把两球位置互换，用质量为m_1的小球以速度v_0去撞击停在高台边缘的质量为m_2的小球，m_2的平抛水平射程为S_2．求水平射程之比S_1/S_2．设碰撞是对心碰撞．



答案 $\frac{m_2}{m_1}$

解析 第一次实验中，两小球碰撞动量守恒，有关系：

$m_2 v_0 = m_1 v_1$

因此，水平距离满足：

$S_1 = v_1 t_1$

第二次实验中，m_1以速度v_0撞击静止的m_2．我们采用匀速运动的m_1作为参照系，问题变成m_2向左以速度v_0撞击静止的m_1，其结论就是第一个实验的结果，即m_2静止，m_1向左以速度v_1前进．回到地面参照系，m_1撞m_2后，m_2以速度v_0平抛，则平抛射程S_2满足：

$S_2 = v_0 t_2$

由于高台上平抛，落下高度相同，所以

$t_1 = t_2$

最后，利用关系$m_2 v_0 = m_1 v_1$，得：

$\frac{S_1}{S_2} = \frac{v_1}{v_0} = \frac{m_2}{m_1}$．

故答案为：$\frac{m_2}{m_1}$．

阅读材料

实际生活中的动量守恒定律

在海洋生物中，乌贼的游泳速度最快。与一般鱼靠鳍游泳不同，它是靠肚皮上的漏斗管喷水的反作用力飞速前进。在乌贼的体表有一层外套膜，膜上有一个孔，正常状态下处于关闭状态。当它游泳时，这个孔开启，海水流入体腔；然后孔关闭，外套膜收缩，压缩水，从乌贼的漏斗中喷出，其喷射能力就像火箭发射一样，它可以使乌贼从深海中跃起，跳出水面高达7米到10米。乌贼的身体就象炮弹一样，能够在空中飞行50米左右。乌贼在海水中游泳的速度通常可以达到每秒15米以上，最大时速可以达到150公里。乌贼还可以通过调整喷水口的方向控制自己的前进方向。

枪支与火炮在发射子弹与炮弹时，枪身与炮身会有后退的现象。类似的现象很多，如下图所示，将一个充满空气的气球捏住进气口，保持静止；当松开手指时，气体被向下排出，这时气球就飞升到空中。

现代火箭主要由壳体和燃料两大部分组成。壳体是一个前端封闭的圆筒形结构，尾部有喷管，燃料燃烧时产生的高温高压气体以很大的速度从尾部喷出，火箭就向前反冲飞出。喷气式飞机与火箭利用的是相同的原理。

追寻守恒的思想渊源

正常的水表连在自来水管道中，总表的读数应该等于各分表读数的总和。这就是守恒的观点。若发现水表不相等了，你会怎么想？是守恒的关系不成立了吗，你还是回去思考可能表坏了或者水管破裂

了。守恒的思考指导我们的生活实践，在物理学发展中也起着很重要的作用。

追寻“不变性”是科学思想的萌芽，白云苍狗，沧海桑田，看起来世界是变幻无常的。但细心的观察者们早已察觉到，在这变化着的一切背后，存在着一种不变的秩序，也就是说，在他们看来，那些表面的变化，不过是自然界中不变的成分，遵照一定的规律重新安排的结果。科学就是要在那万般变化的自然界里找出“不变性”，这就是各种各样的“守恒律”。

诺贝尔物理学奖获得者费曼曾说：“有一个事实，如果你愿意，也可以说是一条定律，支配着至今所知的一切自然现象。这条定律称做能量守恒定律”。然而，正是这个最抽象的概念，却是物理学中最重要，意义也最深远的概念之一。

费曼在他著名的《物理学讲义》中编造了一个故事：

设想有一个孩子,或许就叫他“淘气的丹尼斯”，他有一堆积木，这些积木是绝对不会损坏的，也不能分成更小的东西。每一块都和其余的相同。让我们假定他共有28块积木。每天早上他的母亲把他连同28块积木一起留在一个房间里。到了晚上，母亲出于好奇心很仔细地点了积木的数目，于是发现了一条关于现象的规律——无论丹尼斯怎样玩积木，积木数目仍然是28块！这种情况继续了好几天。直到有一天她发现,积木只有27块了，但是稍许调查一下就发现在地毯下面还有一块——为了确信积木的总数没有改变，她必须到处留神。然而，某一天积木的数目看来有些变化，只有26块了！仔细的调查表明：窗户已经打开，再朝窗外一看，就发现了另外的两块积木。又有一天，经过仔细的清点表明总共有30块积木！这使她相当惊愕。以后才了解到有个叫布鲁斯的孩子曾带着他的积木来玩过，并留下了几块在丹尼斯的房间里。自从丹尼斯的母亲拿走了多余的积木，把窗关上，并且不再让布鲁斯进来以后，一切都归正常,直到有一次，她清点时发现只有25块积木。然而,在房间里有一个玩具箱，母亲走过去要打开这个箱子，但是孩子大声叫喊道：“不，别打开我的箱子”，不让她打开玩具箱。这时他母亲十分好奇，也比较机灵，她想出了一种办法她知道一块积木重30g，有一次当她看到积木有28块时曾经称过箱子的重量为160g，这一次她想核对一下，就重新称一下箱子的重量，然后减去160g，再除以30g，于是就发现了以下的式子：

$$(\text{所见到的积木数}25)+\frac{\text{箱重}-160\text{g}}{30\text{g}}=\text{常数}28$$

于是她确信，缺失的积木被锁在玩具箱里。这箱子没再打开过，可是积木又少了许多。仔细调查发现，澡盆里脏水的水位升高了。显然，孩子把一些积木丢进了澡盆。但是水太浑浊，妈妈无法看清，然后她知道，澡盆里的水原来有15cm深，每块积木使水位升高0.6cm，于是她的计算公式里又添了一项：

$$(\text{所见到的积木数}25)+\frac{\text{箱重}-160\text{g}}{30\text{g}}+\frac{\text{澡盆水位}-15\text{cm}}{0.6\text{cm}}=\text{常数}28$$

在她的这个复杂性逐渐增加的世界里，她发现了用一系列的项来计算积木的方法，这些积木藏在不准她去看的那些地方。结果，她得出了一个用于计算某个量的复杂公式，无论孩子怎样玩耍，这个复杂的公式保持着28那个数目不变，即遵循着守恒。