

第3讲 运动的合成与分解

知识点睛

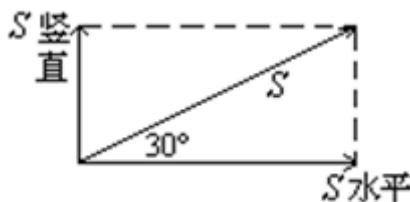
理解运动的合成与分解

运动的合成和分解是指**位移**的合成与分解及**速度**、**加速度**的合成与分解。位移、速度、加速度与力一样都是矢量。一个运动可以看成是由分运动组成的，这种已知分运动求合运动叫做运动的合成。

例如轮船渡河，如果知道船在静水中的速度 v_1 的大小和方向，以及河水流动的速度 v_0 的大小和方向，应用平行四边法则，就可求出轮船合运动的速度 v （大小方向）。

相反，已知合运动的情况，应用平行四边法则，也可以求出分运动和情况。这种已知合运动求分运动叫运动的分解。合运动分运动是等时的、独立的这一点必须牢记。

飞机以一定的速度在一定时间内斜向上飞行一段位移，方向与水平夹角为 30° ，我们很容易求出飞机在水平方向和竖直方向的位移。

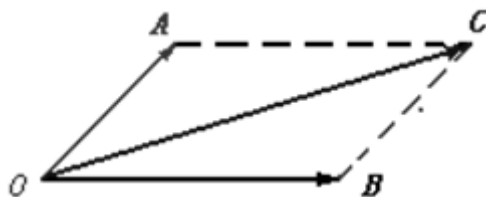


以上两例说明研究比较复杂的运动时，常常把这个运动看作是几个或几个比较简单的运动组成的，这就使问题变得容易研究。在上例，轮船在静水中是匀速行驶的，河水是匀速流动的，则轮船的两个分运动的速度矢量都是恒定的。轮船的合运动的速度矢量也是恒定的。所以合运动是匀速直线的。一般说来，两个直线运动的合成运动，并不一定都是直线的。在上述轮船渡河的例子中如果轮船在划行方向是加速的行驶，在河水流动方向是匀速行驶，那么轮船的合运动就不是直线运动而是曲线运动了。由此可知研究运动的合成和分解也是为了更好地研究曲线运动作准备。掌握运动的独立性原理，合运动与分运动等时性原理也是解决曲线运动的关键。

运动合成、分解的法则

位移、速度和加速度都是**矢量**，所以运动的合成（矢量相加）和分解（矢量相减）都遵循**平行四边形法则**。平行四边形法则可以通过实验验证，对实际运动进行观察也能得到证实。

如图所示，若 OA 矢量代表人在船上行走的位移（速度或加速度） OB 矢量代表船在水中行进的位移（速度或加速度），则矢量 OC 的大小和方向就代表人对水（合运动）的位移（速度或加速度）。



几点说明：

- ①掌握运动的合成和分解的目的在于为我们提供了一个研究复杂运动的简单方法。
- ②物体只有**同时**参加了几个分运动时，合成才有意义，如果不是同时发生的分运动，则合成也就失去了意义。
- ③当把一个客观存在的运动进行分解时，其目的是在于研究这个运动在某个方向的表现。
- ④处理合成、分解的方法主要有作图法和计算法。计算法中有余弦定理计算、正弦定理计算、勾股定理计算及运用三角函数等。

运动的相对性

因为描述运动要选取参照系，所以参照系的选取将对我们解决问题产生巨大的影响。首先我们要分析一下速度的相对性。

注意，无论船以任何的速度前进，只要是匀速的、不忽左忽右的摆动的，船中的人会觉得发生的一切都丝毫没有变化，你无法从其中得到任何的船是如何运动，或者静止的信息。

运动的合成法则

绝对速度：一般把质点对地面，或者相对于地面上静止的物体的运动称为“绝对运动”，相应的速度为“绝对速度”。

相对速度：质点相对于运动参考系的运动称为相对运动，相应的速度为相对速度。

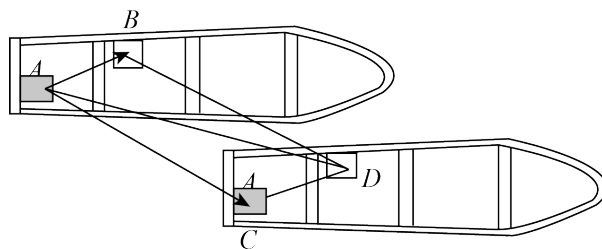
牵连速度：运动的参考系相对于地面的运动称为牵连运动，相应的速度为牵连速度。

则有：

$$\vec{v}_{\text{绝对}} = \vec{v}_{\text{相对}} + \vec{v}_{\text{牵连}}$$

头脑风暴

描述图中的运动合成关系。



答案 $\vec{v}_{AC} = \vec{v}_{AB} + \vec{v}_{BC}$

解析 箱子的运动=船的运动+箱子相对于船的运动。

$$\vec{v}_{AC} = \vec{v}_{AB} + \vec{v}_{BC} .$$

故答案为： $\vec{v}_{AC} = \vec{v}_{AB} + \vec{v}_{BC}$ 。

考点 一曲线运动

- 曲线运动基础
- 运动的合成和分解

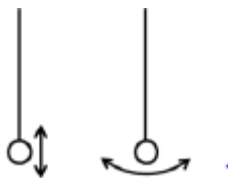
运用以上公式的时候要注意以下几点：

- ①角标 ABC 的顺序与意义。
- ②所有分速度都用矢量合成法相加。速度的前后脚标对调，改变符号。
- ③以上求相对速度的式子也同样适用于求相对位移和相对加速度。

物体间的速度和加速度关联

①实际运动时合运动，由伸缩运动与旋转运动合成。实际运动=旋转运动+伸缩运动。

例如，吊苹果逗小孩儿有两种逗法，一种是伸缩，一种是摆动。



②杆或绳约束物系各点速度的相关特征是：在同一时刻必具有相同的沿杆或绳方向的分速。一段不可伸长的细绳伸缩运动速度相等——沿绳（杆）速度相等，转速无论多大不可改变绳子长度。

③接触物体在接触面法线方向的分速度相同，切向分速度在无相对滑动时也相同。

④线状交叉物体交叉点的速度是相交物体双方沿各自切向运动分速度的矢量和。

例如，如下图所示我们来看交叉的两直线 a 、 b ，设直线 a 不动，当直线 b 沿自身方向移动时，交点 P 并不移动，而当直线 b 沿 a 直线的方向移动时，交点 P 便沿直线 a 移动，因交点 P 亦是直线 b 上一点，故与直线 b 具有相同的沿直线 a 方向的平移速度。同理，若直线 b 固定，直线 a 移动，交点 P 的移动速度与直线 a 沿直线 b 方向平动的速度相同。根据运动合成原理，当两直线 a 、 b 各自运动，交点 P 的运动分别是两直线沿对方直线方向运动的合运动。

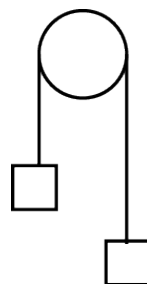


叠加运动的关联

利用运动的关联性可以减少方程中的未知量。

头脑风暴

- 1 定滑轮，两边重物都在竖直运动，并且滑轮也在竖直运动，设两边重物位移分别为1和2，求滑轮中心与重物1和2的运动关联。



答案 $\frac{x_1 + x_2}{2} = x ; \frac{v_1 + v_2}{2} = v ; \frac{a_1 + a_2}{2} = a$

解析 略

考点 一曲线运动

— 曲线运动基础

— 运动的合成和分解

例题精讲

基础训练

1 一块板竖直地立在车上，车在雨中匀速行进一段给定的路程．木板板面与车前进方向垂直，其厚度可忽略．设空间单位体积中的雨点数目处处相等，雨点匀速竖直下落．下列诸因素中与落在木板上雨点的数目有关的因素是（ ）

- A. 雨点下落的速度
B. 单位体积中的雨点数
C. 车行进的速度
D. 木板的面积

答案 BD

解析 设单位体积中的雨滴数为 n_1 ，汽车速度为 v ，木板的面积为 S ，在时间 t 内，汽车行驶的距离 $s = vt$ ，落在木板面上雨点的数量 $n_2 = n \times V = n \times vtS = nvtS$ ，单位时间内，落在木板面上雨点的数量 $n = n_1 vS$ ，由于距离一定落在木板上总雨点数 $n_{\text{总}} = n_1 tvS$ ，故答案BD正确．

考点 一匀变速直线运动的探究

2 轮船以恒定速度沿直线航行，由于风速的影响，轮船旗杆上的服役棋飘动的方向与轮船航行过程中所沿的直线之间往往会存在一个夹角．若船速为 v ，夹角为 60° ；若船速为 $2v$ （航向不变），夹角为 30° ，假设风速的大小和方向始终保持不变，则风速的大小可能为（ ）

- A. v
B. $\frac{1}{2}v$
C. $\frac{\sqrt{3}}{2}v$
D. $\frac{\sqrt{7}}{2}v$

答案 AD

解析 略

考点 一运动的描述

— 运动快慢的描述--速度
— 速度

某汽车前方的挡风玻璃与水平方向成角度 37° ，当汽车以 30m/s 在水平地面上开行时，汽车司机看到雨滴垂直打在挡风玻璃上，实际虽然下雨但是没有风，计算雨滴下落的速度。

答案 40m/s 。

解析 略。

考点 一曲线运动

— 曲线运动基础
— 运动的合成和分解

4 设河水流速为 v_1 ，小船在静水中航行速度为 v_2 ，若小船从一岸行驶到对岸，问当船的航行方向怎样时，才能：

- (1) 小船所花的时间最短。
- (2) 小船所经过的路程最短。

答案 (1) 垂直于河岸的 v_2

(2) ① $\theta = \arcsin \frac{v_1}{v_2}$

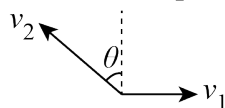


图1

② $\theta = \arccos \frac{v_2}{v_1}$

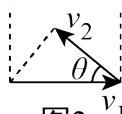


图2

解析 (1) 小船以垂直于河岸的 v_2 向对岸行驶。

故答案为：垂直于河岸的 v_2 。

(2) ① 当 $v_2 > v_1$ 时，小船的速度方向如图1：

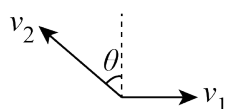
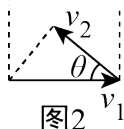


图1

$$\theta = \arcsin \frac{v_1}{v_2}.$$

②当 $v_2 < v_1$ 时，渡河位移 s 由沿河位移 l 和河流宽度 d 两部分构成，如图2：



渡河时间 $t = \frac{d}{v_2 \sin \theta}$ ，

沿河位移： $l = (v_1 - v_2 \cos \theta)t$ ，

由于 d 固定，渡河位移 s 最小时，沿河位移 l 最小，

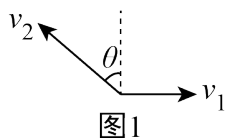
则 $\left(\frac{v_1}{v_2 \sin \theta} - \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \right) d$ 取最小，

求导得到极小值时，

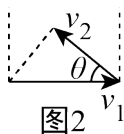
$$-\frac{v_1}{v_2} \cdot \frac{\cos \theta}{\sin^2 \theta} + \frac{1}{\sin^2 \theta} = 0,$$

$$\theta = \arccos \frac{v_2}{v_1}.$$

故答案为：① $\theta = \arcsin \frac{v_1}{v_2}$



② $\theta = \arccos \frac{v_2}{v_1}$



考点

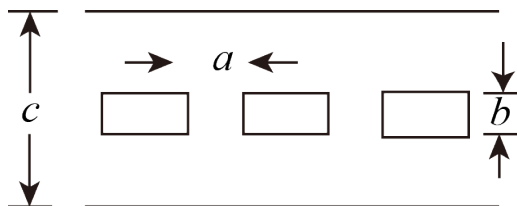
一曲线运动

—曲线运动基础

—运动的合成和分解

5

如图所示，几辆相同的汽车以相等的速度 v 沿宽为 c 的平直公路行驶(不妨设向右行驶)，每车宽为 b ，头尾间间距为 a ，则人能沿一条直线安全穿过马路时的最小速度是多少？



答案

$$v_{\min} = v \cdot \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}.$$

解析

这个情景也与小船过河问题有类似之处(人的运动方向可以变化, 存在恒定速度运动的车流), 不过分析起来要更复杂一些. 本题在地面参考系中研究比较困难(主要是在地面参考系中不容易看出人相对车是如何运动的), 因此我们选择车为参考系,

如图所示, 人刚好能正常穿过马路时(不与车辆相碰), 应该相对车沿虚线方向运动, 设

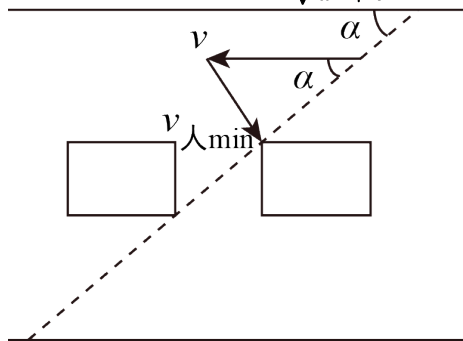
虚线方向与水平方向夹角为 α , 则 $\sin \alpha = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$,

由于 $v_{\text{人对车}} = v_{\text{人对地}} - v_{\text{车对地}}$, 如图中几何关系所示, 可知

$$v_{\text{人min}} = v \sin \alpha = v \cdot \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}.$$

当然本题中人相对车也可以沿其他直线路径过马路, 但是这时路径与水平方向的夹角都大于图中 α , 对应的 $v_{\text{人}}$ 都比图中的 $v_{\text{人min}}$ 大, 因此, 图中情况所得的 $v_{\text{人min}}$ 即为人安全穿过马路时的最小速度.

故答案为: $v_{\text{人min}} = v \cdot \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}.$



考点

一运动的描述

— 运动快慢的描述--速度
— 速度

6

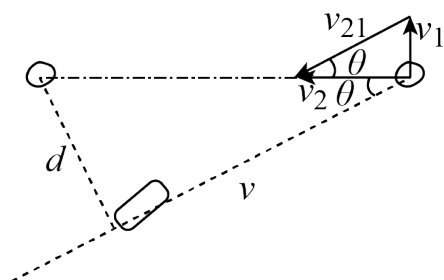
从离地面同一高度 h 、相距 l 的两处同时各抛出一个石块, 一个以速度 v_1 竖直上抛, 另一个石块以速度 v_2 向第一个石块原来位置水平抛出, 求这两个石块在运动过程中, 它们之间的最短距离.

答案

$$d = \frac{lv_1}{\sqrt{v_1^2 + v_2^2}}$$

解析

以竖直上抛的石块为参考系, 另一石块以相对速度 v_{21} 做匀速直线运动, 速度矢量关系如图,



由图知 $v_{21} = \sqrt{v_1^2 + v_2^2}$,

两石块最短距离 $d = l \cdot \sin \theta = \frac{lv_1}{\sqrt{v_1^2 + v_2^2}}$,

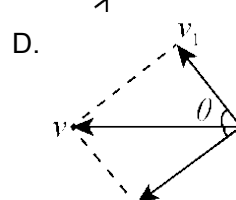
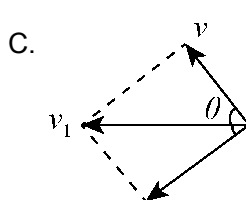
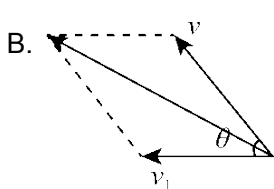
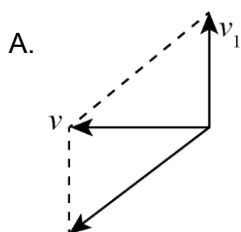
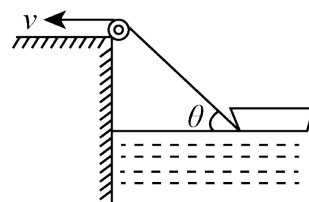
这个最短距离适用于另一石块落地之前 .

故答案为 : $d = \frac{lv_1}{\sqrt{v_1^2 + v_2^2}}$.

考点 一曲线运动

└ 平抛运动

- 7 如图所示，人在河岸上用轻绳拉船，某时刻人的速度为 v ，船的速度为 v_1 ，绳与水平方向的夹角为 θ ，则下列有关速度的合成或分解图正确的是（ ）



答案 C

解析 ABD . 实际发生的运动为合运动，小船实际水平向左运动，因此合速度即 v_1 水平向左，故A、B、D错误；

C . 船在运动的同时，绳子长度变短，因此一个分速度沿绳子方向，即人的速度 v . 除去绳子长度变化不考虑，即可发现另外一个效果是绳子和竖直方向的夹角变小，即在以定滑轮为圆心以绳长为半径做圆周运动，线速度方向和绳子垂直，所以另外一个分速度就是和绳子垂直的，故C正确 .

故选C .

考点

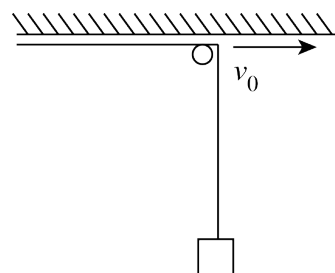
—曲线运动

—曲线运动基础

—运动的合成和分解

进阶拓展

- 1 一个绳子紧紧贴着天棚，有个动滑轮，绳子绕过之后挂一个小木块，请求出当动滑轮以速度 v_0 匀速直线运动的时候，木块的速度 $v = \underline{\hspace{2cm}}$.



答案

$\sqrt{2}v_0$

解析

水平速度分量为向右的 v_0 ，竖直速度分量为向上的 v_0 .

故答案为： $\sqrt{2}v_0$.

考点

—曲线运动

—曲线运动基础

—运动的合成和分解

- 2 某人横渡一条河，船划行速度和水流动速度一定，此人过河最短时间为 T_1 ，若此船用最短的位移过河，则需时间为 T_2 ，若船速大于水速，则船速与水速之比应为（ ）

A. $\frac{T_2}{\sqrt{T_2^2 - T_1^2}}$

B. $\frac{T_2}{T_1}$

C. $\frac{T_1}{\sqrt{T_1^2 - T_2^2}}$

D. $\frac{T_1}{T_2}$

答案

A

解析

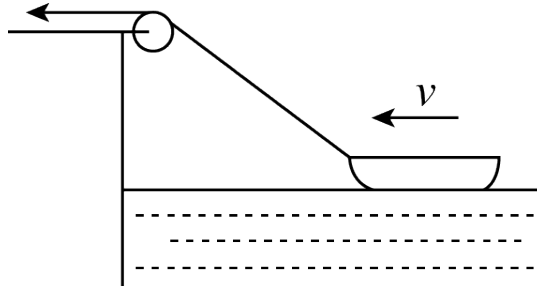
略

考点 一曲线运动

—曲线运动基础

—运动的合成和分解

3 如图所示，在河岸上用细绳拉船，为了使船匀速靠岸，则（ ）



A. 加速拉绳

B. 匀速拉绳

C. 减速拉绳

D. 先加速拉绳，后减速拉绳

答案 C

解析 船的实际运动的方向为水平运动，它产生的实际效果为：一是沿绳收缩方向的运动，二是船绳接触点围绕滑轮沿顺时针方向的转动，所以船的实际速度 v 可分解为船沿绳的速度 v_1 和垂直于绳的速度 v_2 。故拉绳的速度为 $v \cos \theta$ ，船靠岸的过程中，角度不断增大，故速度 v_1 不断减少，才能使 v 不变，保持匀速。

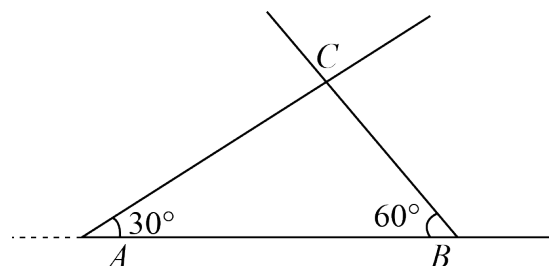
故选C。

考点 一曲线运动

—曲线运动基础

—运动的合成和分解

4 两根筷子A、B如图放置，它们与水平线夹角分别为 30° ， 60° ，它们交点为C。问：

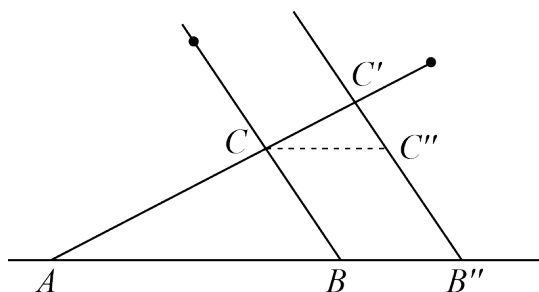


- (1) 当A不动, B匀带以 v_B 水平向右移动时, 交点C的速度大小如何, 方向如何?
- (2) 当B不动, A匀速以 v_A 水平向左移动时, 交点C的速度大小如何, 方向如何?
- (3) 当A向左 v_A , B向右 v_B 的交点C速度大小如何, 方向如何?

- 答案**
- (1) $\frac{\sqrt{3}}{2}v_B$
- (2) $v_2 = \frac{1}{2}v_A$
- (3) $\frac{1}{2}\sqrt{3v_B^2 + v_A^2}$

解析 (1) 微元法:

如图所示, 过短时间 Δt , 则B运动到 B' ,



则有 $CC' = BB' = v_B \Delta t$,

$v_B t = CC' = CC' \cos 30^\circ = v_B \Delta t \cos 30^\circ$,

得 $v_1 = \frac{\sqrt{3}}{2}v_B$.

故答案为: $\frac{\sqrt{3}}{2}v_B$.

(2) 略

(3) $v_3 = \sqrt{v_1^2 + v_2^2} = \frac{1}{2}\sqrt{3v_B^2 + v_A^2}$.

故答案为: $\frac{1}{2}\sqrt{3v_B^2 + v_A^2}$.

考点 一曲线运动

—曲线运动基础

—运动的合成和分解