第1讲 运动学基础

动力学与运动学的关系：

物体的位置随时间的变化，成为机械运动。研究机械运动内在规律的科学，叫做动力学。运动学时研究物体运动状态及其变化的描述，而不管这种变化的原因。

为了能够研究物体的运动状态，我们需要学习新的名词，如质点、矢量等等。

知识点睛

质点

若物体的大小和形状在所研究的现象中不起作用或所起作用可以忽略不计，我们就可以把物体看作一个没有大小和形状、具有同等质量的点，称为质点。

质点是一个理想模型。在下列情况下，一个实际物体都可视为质点：

① 在所研究的问题中，大小、形状和内部结构可以不计的物体；

② 物体平动时，任一点的运动状态都相同。所以，在研究的问题中，大小可以不计的平动物体；

③ 若一个物体既有平动又有转动，而在所研究的问题中，转动可以不计，该物体也可视为质点。

头脑风暴

1 若研究地球绕太阳公转时，地球可视为质点；而研究地球上重力加速度随纬度的变化时，地球则不可视为质点．

答案 考虑地球绕太阳公转，地球的大小在空间尺度下可以忽略不计，所以，我们可以将地球视为质点．

而在研究地球重力加速度时，地球的纬度关系与地球本身的形状大小息息相关，所以地球不可视为质点．

解析 略．

2

研究一根弹簧的形变，弹簧即使很短也不可视为质点；物质的分子和原子都很小，但在研究其内部的振动和转动时，视为质点就没有意义了．

答案　因为，弹簧本身的长度变化决定弹簧的受力，所以弹簧不可视为质点．

物体原子分子内部振动和转动与其本身形状大小息息相关．

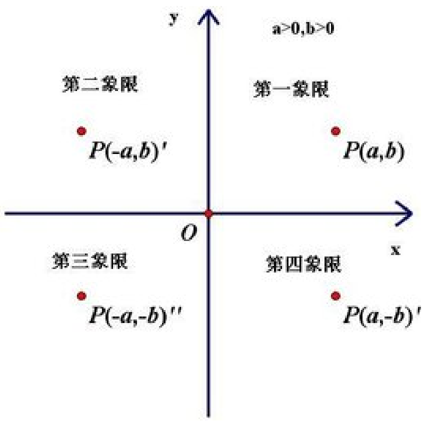
解析　略．

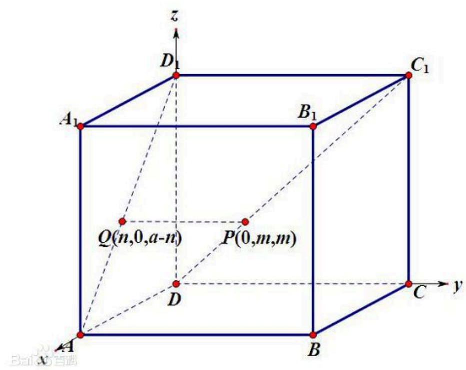
参照系

为了确定物体的运动状态，必须事先确定一个绝对不动的物体——参照物。为了定量的描述物体的运动，还需要在参照系上建立坐标系，来描绘空间中的位置，称为参考系。

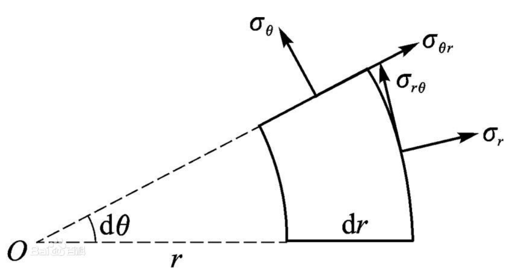
当物体在一个平面上运动时，因为这是一个二维运动，所以往往会建立一个平面直角坐标系，而平面就是物体运动的平面。在平面内画两条互相垂直，并且有公共原点的数轴。其中横轴为X轴，纵轴为Y轴。这样我们就说在平面上建立了**平面直角坐标系**。

类似地，我们还可以建立**空间直角坐标系**。





还有一种常用的坐标系叫做极坐标系，**极坐标系**是一个二维坐标系统。该坐标系统中任意位置可由一个夹角和一段相对原点—极点的距离来表示。



位移与路程

位移是矢量，可表示为：

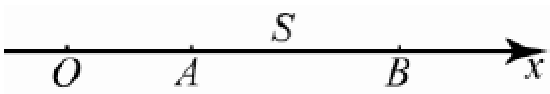
$$\vec{s} = \vec{x}_{初} - \vec{x}_{末}$$

式中$\vec{s}$是位移，$\vec{x}_{初}$、$\vec{x}_{末}$为初时刻和末时刻的位置矢量。

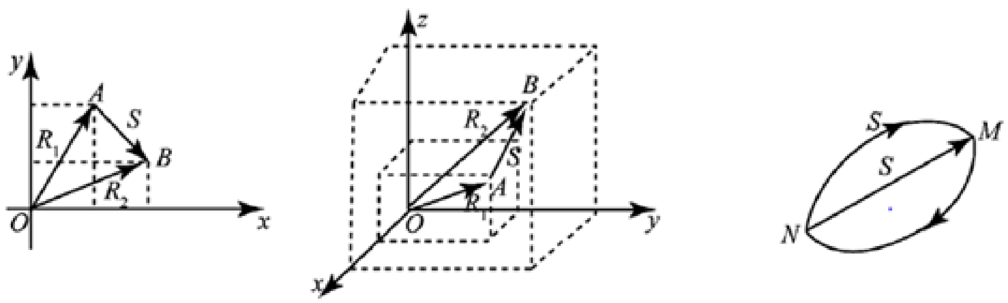
位移$\vec{s}$这个物理量既有大小又有方向，且合成与分解符合平行四边形定则，具有这种性质的物理量在物理学上叫做矢量。运动质点在一段时间内位移的大小就是从初位置到末位置间的距离，其方向规定为：总是从初位置到指向末位置。

注意：

①若质点沿直线从A点运动到B点，则位移S就是末位置B点的坐标减去初位置A点的坐标如图所示。



②若质点在平面内或三维空间内，从A点运动到B点，则这段时间内的位移S可用直角坐标系中初位置和末位置坐标R_1、R_2表示，如左下图所示。



路程是标量，为运动质点在一段时间内所经过的轨迹的长度。在上述沿直线运动（不往复）的情况下，位移的大小等于路程。可通过右上图体会一下位移与路程的区别与联系。

时刻与时间

时刻指某一瞬时，是与某一状态相对应的物理量。如第n秒初、第n秒末，并不是同一时刻；而第$(n-1)$秒末与第n秒初，第n秒末与第$(n+1)$秒初则是同一时刻。

时间指两时刻的间隔，是与是与某一过程相对应的物理量。注意第n秒内与前n秒内不是同一段时间。

头脑风暴

1 下面关于时间间隔与时刻的说法正确的是（　　）

① 1秒末与2秒末之间的时间间隔通常叫第1秒内

② 8点15分开始上课，指的是时间间隔

③ 4秒初与5秒末的时间间隔为2秒

④ 时间轴上的点表示时刻，两点之间的距离表示时间间隔

A. ①②　　B. ①③　　C. ③④　　D. ②④

答案　C

解析　① 1秒末与2秒末之间的时间间隔通常叫第2秒内，而第1秒内指的是计时开始1秒初到1秒末；

② 8点15分开始上课，指的是一个时刻，而不是时间间隔；

③、④两说法正确．

速度和速率

平均速度：在变速直线运动中，各时刻物体运动的快慢不同，可用平均速度粗略描述一段时间内运动的快慢和方向。在一段时间内，质点的位移为$\vec{s}$，则位移$\vec{s}$与时间t的比值，叫做平均速度：$\bar{v}=\frac{\vec{s}}{t}$；平均速度的方向与位移的方向相同，大小为$\left|\frac{s}{t}\right|$。由于作变速直线运动的物体，在各段路程上或各段时间内的平均速度一般来说是不相同的。故一提到平均速度必须明确是哪段位移上或哪一段时间内的平均速度。

瞬时速度（又称即时速度）：要精确地如实地描述质点在任一时刻地邻近时间内变速直线运动的快慢，应该把时间t取得很短。t越短，越接近客观的真实情况，但t又不能等于零，因为没有时间间隔就没有位移，就谈不上运动的快慢了，实际上可以把t趋近于零，在这极短时间中，运动的变化很微小，实际上可以把质点看作匀速直线运动，在这种情况下，平均速度可以充分地描述该时刻 附近质点地运动情况。

我们把t趋近于零，平均速度$\bar{v}$所趋近的极限值，叫做运动质点在t时刻的瞬时速度。用数学式可表示为：

$$\vec{v}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{S}}{\Delta t}$$

它具体表示t时刻附近无限小的一段时间内的平均速度，其值只随t而变，是精确地描述运动快慢程度的物理量。以后提到的速度总是指瞬时速度而言。平均速度、瞬时速度都是矢量。

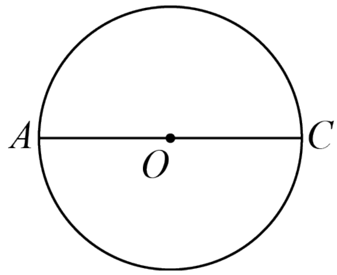
速率：描述质点的运动，有时也采用一个叫“速率”的物理量；速率是标量，等于运动质点所经过的路程与经过该路程所用时间的比值，若质点在t时间内沿曲线运动，通过的路程S（即曲线的长度），则S与t的比值叫在时间t内质点的平均速率，可表示为：

$$\bar{v}=\frac{S}{t}$$

注意：平均速度的大小与平均速率不能等同看待。当质点沿直线单一方向运动时平均速度的大小等于平均速率。而瞬时速率就是瞬时速度的大小，而不考虑方向。

头脑风暴

1 如图所示，已知圆的半径为$0.5\mathrm{m}$，猴从A点沿顺时针出发，4秒后猴到达C点，求猴从A到C的平均速度？当8秒时，恰好走了一圈，求猴走一圈的平均速度．



答案 $0.25\mathrm{m/s}$；$0\mathrm{m/s}$

解析 从A到C的平均速度$\bar{v}_{AC}=\frac{x_{AC}}{t}=\frac{1}{4}\mathrm{m/s}=0.25\mathrm{m/s}$；走一圈的平均速度对应的位移为0，则平均速度也为0．

加速度

在变速直线运动中，速度改变的快慢一般是不同的，为了研究速度随时间而改变的特征，有必要引入加速度这个概念：速度的变化量和所用时间的比值叫做加速度。

仿前面定义速度的方法，若运动物体在t_1时刻的速度为v_1（初速度），在t_2时刻的速度为v_2（末速度），那么在$t_1\to t_2$这段时间里，速度的变化量（也叫速度的增量）是：

$$\Delta\vec{v}=\vec{v_2}-\vec{v_1}$$

Δv与Δt的比值称为这段时间内的平均加速度，可表示为：

$$\bar{\vec{a}}=\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$

平均加速度只能粗略描述速度改变的快慢程度。跟平均速度引导到瞬时速度的过程相似，选取很短的一段时间，当Δt趋近于零时，平均加速度的极限值$\vec{a}$，叫做运动质点在t时刻的瞬时加速度。用数学式可表示为：

$$\vec{a}=\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$

若质点做匀变速直线运动，它的加速度大小和方向恒定不变，则平均加速度就是瞬时加速度。

注意这不是加速度的决定因素，根据牛顿第二定律可知，一个质点的加速度是由它受到的合外力和它的质量共同决定，牛顿第二定律的表达式所表示的是加速度的决定式即：

$$\vec{a}=\frac{\vec{F}}{m}$$

加速度的方向就是质点所受合外力的方向，对匀变速运动，加速度的方向总是跟速度变化量的方向一致。

加速度和速度的关系

加速度的大小和方向跟速度的大小和方向没有必然联系。

①加速度不是速度，也不是速度变化量，而是速度对时间的变化率，所以速度大，加速度不一定大。

②加速度也不是速度大小的增加。一个质点即使有加速度，其速度大小随时间可能增大，也可能减小，还可能不变。

头脑风暴

1 物体运动时，若其加速度恒定，则物体（　）

A. 一定作匀速直线运动　　B. 一定做直线运动

C. 可能做曲线运动　　D. 可能做圆周运动

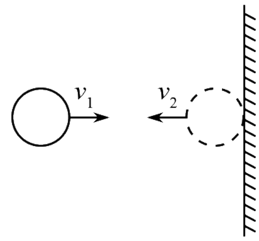
答案　C

解析　加速度方向与速度方向不一致时，物体可能做曲线运动做圆周运动的物体加速度方向需要一直变化，不可能恒定．

故选C．

2

小球以$v_1=3\mathrm{m/s}$的速度水平向右运动，碰到墙壁经$\Delta t=0.01\mathrm{s}$后，以$v_2=2\mathrm{m/s}$的速度沿同一直线反弹，如图所示，则小球在这$0.01\mathrm{s}$内的平均加速度的大小为 ______ ，方向为 ______ ．（规定水平向右为正方向）



答案 1．$500\mathrm{m/s^2}$

2．水平向左

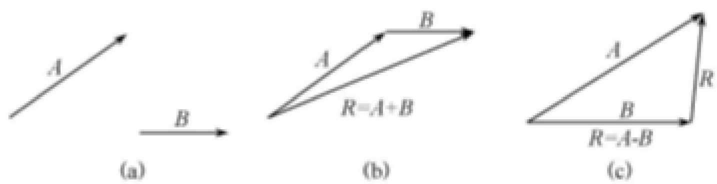
解析 规定向右为正方向，则小球的平均加速度$a=\dfrac{v_2-v_1}{t}=\dfrac{-2-3}{0.01}=-500\mathrm{m/s^2}$，即加速度大小为$500\mathrm{m/s^2}$，方向水平向左．

故答案为：500，水平向左．

标量和矢量

只有大小没有方向的量叫做标量。有大小有方向的量叫矢量。矢量A用$\vec{A}$表示。矢量的大小用$|\vec{A}|$来表示。

矢量（向量）：最初被应用于物理学。大约公元前350年前，古希腊著名学者亚里士多德就知道了力可以表示成向量，两个力的组合作用可用著名的平行四边形法则（三角形、多边形法则）来得到．其图解方法如图，若已知矢量A、B，当求$R=A+B$，即作矢量的加法时，可将A、B两矢量依次首（有向线段箭头）尾（有向线段末端）相接后，由的尾画到的首的有向线段即为R；当求$R=A-B$，即作矢量的减法时，通常将表示A、B两矢量的有向线段末端重合，即从同一点出发分别画出两相减矢量，由B的有向线段箭头画到A矢量箭头的有向线段即为R。运用这种方法可以进行多个矢量的连续相加或相减。我们可归纳如下：



矢量的代数运算：

①加减法：平行四边形法则$\vec{A}+\vec{B}=\vec{C}$

坐标系中：$(x_A,y_A,z_A)+(x_B,y_B,z_B)=((x_A+x_B,y_A+y_B,z_A+z_B))$

②矢量的数乘：$k\vec{A}$

坐标系中：$k(x_A,y_A,z_A)=(kx_A,ky_A,kz_A)$

③矢量的分解：

可以把矢量朝各个方向投影，用其分量描述。例如我们的速度就可以定义为：

$$\vec{v}=\lim_{\Delta t\to 0}\left(\frac{\Delta x}{\Delta t}\hat{x}+\frac{\Delta y}{\Delta t}\hat{y}+\frac{\Delta z}{\Delta t}\hat{z}\right)$$

其中$\hat{x},\hat{y},\hat{z}$代表三个方向上的单位矢量，是无单位的量。引入单位矢量是因为总的速度不等于各个方向速度大小直接相加，而必须用勾股定理计算合成的速度。加速度的坐标定义法也一样。

物理的图像

物理量之间的关系可以用函数来表达，这些函数关系也可以通过他们的图像来理解。比如x~t图，v~t图，等等。研究这些图像时候要注意横纵坐标的意义，不同图线的物理意义，图线中包围的面积的意义等等。

x~t图能反映的物理量：

①任意时间对应的唯一位移；

②斜率表示质点运动的速度大小，正负号表示方向；

③截距表示初始位置。

v~t图像能反应的物理量：

①面积表示走过的位移；

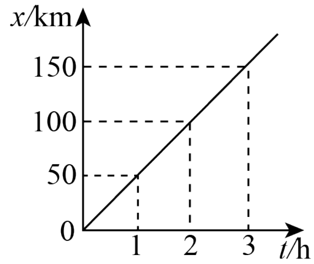
②线上的点表示某时刻的速度；

③斜率表示加速度，正负号表示加速度的方向；

④截距表示初速度的大小。

头脑风暴

1 匀速直线运动有$x-t$图：

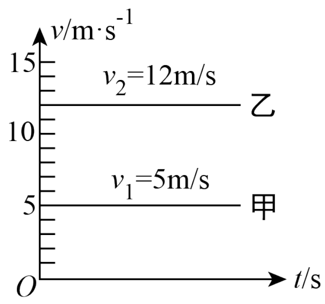


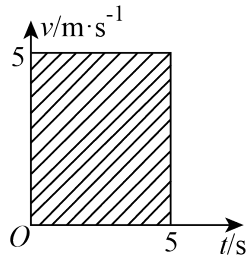
请描述图中的运动．

答案　物体以50km/h的速度沿x方向从原点出发开始运动．

解析　略

2　匀速直线运动的$v-t$图．





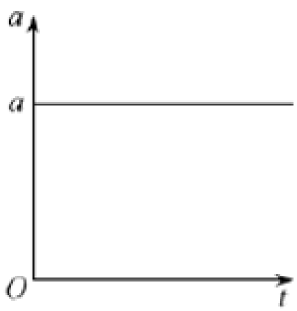
描述图像代表的意义．

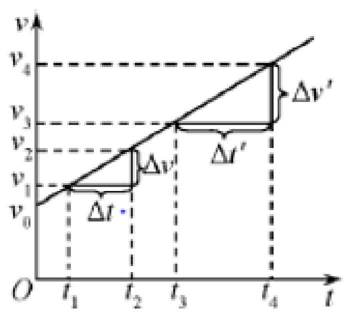
答案　左图中，甲以5m/s的速度进行匀速直线运动，乙以12m/s的速度进行匀速直线运动．

右图中，物体以5m/s的速度进行匀速直线运动，5秒钟后，行经的路程是25m．

解析　略

3　匀变速直线运动的$v-t$图．



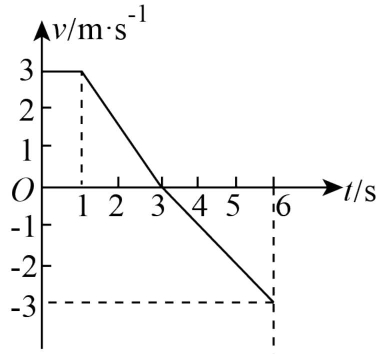


描述图像的物理意义．

答案 物体以a的加速度做匀加速直线运动，时间Δt内增加的速度是Δv．覆盖面积是行经的位移．

解析 物体以a的加速度做匀加速直线运动，时间Δt内增加的速度是Δv．覆盖面积是行经的位移．

4 如图是一质点的速度——时间图象，质点在前3s内的位移和路程各是多少？在前6s内的位移和路程各是多少？



答案 前3s内，位移是6m，路程是6m．

前6s内，位移是1.5m，路程是10.5m．

解析 略．

例题精讲

基础训练

1 一质点做直线运动，在前一半时间的速度为v_1，后一半时间的速度为v_2，求全程的平均速度．

答案 $\dfrac{v_1+v_2}{2}$

解析 略．

2 一质点做直线运动，在前一半位移的平均速度为v_1，后一半位移的平均速度为v_2，求全程的平均速度．

答案 $\dfrac{2v_1v_2}{v_1+v_2}$．

解析 平均速度不是简单的$\dfrac{v_1+v_2}{2}$．本题需要假设前一半位移所需时间和后一半位移所需时间，由于已知两端的平均速度，进而可以表达出总位移，除以总时间（即假设的两端时间之和）得到全程平均速度．

平均速度不是简单的$\dfrac{v_1+v_2}{2}$．全程的平均速度$\bar{v}=\dfrac{x}{t}$，则前一半位移所需时间$t_1=\dfrac{0.5x}{v_1}$和后一半位移所需时间$t_2=\dfrac{0.5x}{v_2}$，总时间$t=t_1+t_2=\dfrac{0.5x}{v_1}+\dfrac{0.5x}{v_2}$，代入$\bar{v}=\dfrac{x}{t}$中可得，全程平均速度$\bar{v}=\dfrac{2v_1v_2}{v_1+v_2}$．

3 一质点以初速度v_0沿x轴正方向运动，已知加速度方向沿x轴正方向，在加速度a的值由零逐渐增大到某一值后再逐渐减小到零的过程中，该质点（　　）

A. 速度先增大后减小，直到加速度等于零为止

B. 速度一直在增大，直到加速度等于零为止

C. 位移先增大，后减小，直到加速度等于零为止

D. 位移一直在增大，到加速度等于零之后仍继续增大

答案 BD

解析 A．由题意知：加速度的方向始终与速度方向相同，加速度a的值由零逐渐增大到某一值后再逐渐减小到0的过程中，由于加速度的方向始终与速度方向相同，所以速度逐渐增大．故A错误．

B．根据A选项分析，故D正确．

C．由于质点做方向不变的直线运动，所以位移位移逐渐增大．故C错误．

D．由于质点做方向不变的直线运动，所以位移位移逐渐增大，加速度等于零时做匀速运动，位移仍然增大，故D正确．

故选BD．

4 甲、乙、丙三个物体做匀变速直线运动，通过A点时，物体甲的速度是$6\mathrm{m/s}$，加速度是$1\mathrm{m/s^2}$；物体乙的速度是$2\mathrm{m/s}$，加速度是$6\mathrm{m/s^2}$；物体丙的速度是$-4\mathrm{m/s}$，加速度是$2\mathrm{m/s^2}$．则下列说法中正确的是（　　）

A. 通过A点时，物体甲最快，乙最慢

B. 通过A点前$1\mathrm{s}$时，物体丙最快，乙最慢

C. 通过A点后$1\mathrm{s}$时，物体乙最快，丙最慢

D. 以上说法都不正确

答案　ABC

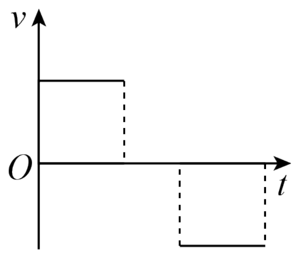
解析　A、通过A点时，甲的速度大小为$6\mathrm{m/s}$，乙的速度大小为$2\mathrm{m/s}$，丙的速度大小为$4\mathrm{m/s}$，所以甲最快，乙最慢．故A正确．B、通过A点前$1\mathrm{s}$时，根据速度时间公式知，甲的速度大小为$5\mathrm{m/s}$，乙的速度大小为$4\mathrm{m/s}$，丙的速度大小为$6\mathrm{m/s}$，可知丙最快，乙最慢．故B正确．

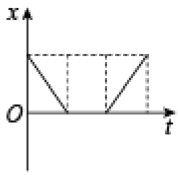
C、通过A点后$1\mathrm{s}$时，根据速度时间公式知，甲的速度大小为$7\mathrm{m/s}$，乙的速度大小为$8\mathrm{m/s}$，丙的速度大小为$2\mathrm{m/s}$，可知乙最快，丙最慢．故C正确．

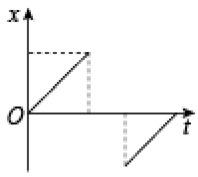
D、因为A、B、C正确，故D错误．

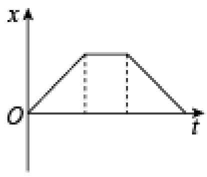
故选ABC．

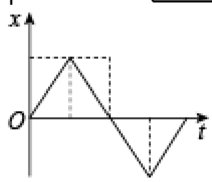
5 一个质点运动的$v-t$图象如图所示，则相对应的$x-t$图象是（　　）



A. 

B. 

C. 

D. 

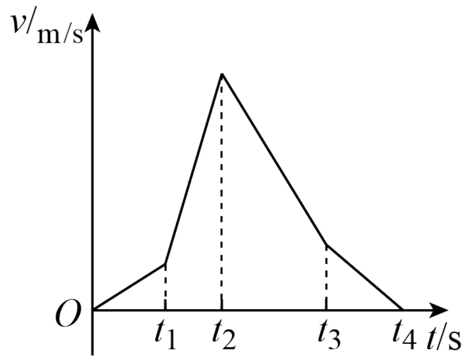
答案　C

解析　$v-t$图象下面积为位移，当图象在t轴上方时，位移为正，图象在t轴下方时，位移为负．由$v-t$图象转化为$x-t$图象时，物体的位置不可以突变．因此物体先正向移动，静

止，然后沿反向移动，C选项正确．

故选C．

6 如图为火箭发射上空的$v-t$图象，则（　　）



A. t_2时刻，火箭速度达到最大

B. t_2时刻，火箭上升到最高

C. t_4时刻，火箭速度达到最大

D. t_4时刻，火箭上升到最高

答案 AD

解析 由图像可知t_2时刻速度最大，t_4时刻位移最大，上升到最高．

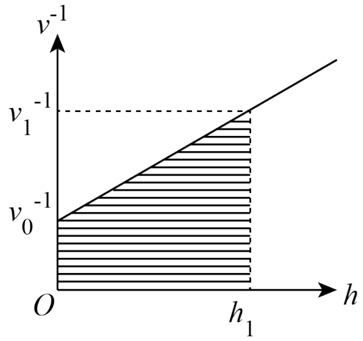
故选AD

进阶拓展

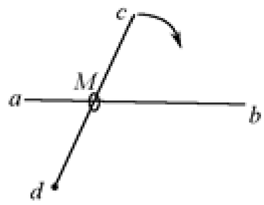
1 一只蜗牛从地面开始沿竖直电线杆上爬，它上爬的速度v与它离地面的高度h之间满足的关系是$v=\dfrac{lv_0}{l+h}$．其中常数$l=20\mathrm{cm}$，$v_0=2\mathrm{cm/s}$．求它上爬$20\mathrm{cm}$所用的时间．

答案 $15\mathrm{s}$

解析 因蜗牛运动的时间是由每一小段时间$\Delta t=\dfrac{\Delta h}{v}=\Delta h\cdot\dfrac{1}{v}$累加而成，即$t=\sum\dfrac{1}{v}\cdot\Delta h$，故可作出$v^{-1}-h$图象为一条直线，如图所示，图中阴影部分面积即为所求的时间，即$t=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{v_0}+\dfrac{1}{v_1}\right)\cdot h_1=\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{h_1}{v_0 l}(2l+h_1)$，代入数据得$t=15\mathrm{s}$．



2 如图，纸面内两根足够长的细杆ab、cd都穿过小环M，杆ab两端固定，杆cd可以在纸面内绕过d点并与纸面垂直的定轴转动．若杆cd从图示位置开始，按照图中箭头所示的方向，以匀角速度转动，则小环M的加速度（　　）



A. 逐渐增加　　B. 逐渐减小　　C. 先增加后减小　　D. 先减小后增加

答案　A

解析　设d点距离ab杆为h，经时间t时$\angle aMd=\theta$，杆cd上M点的速度$v=\omega\dfrac{h}{\sin\theta}$，小环速度也即两杆交叉点的速度$v_M$（必沿$ab$方向）沿垂直杆$cd$方向的分速度即为$v$，因此有

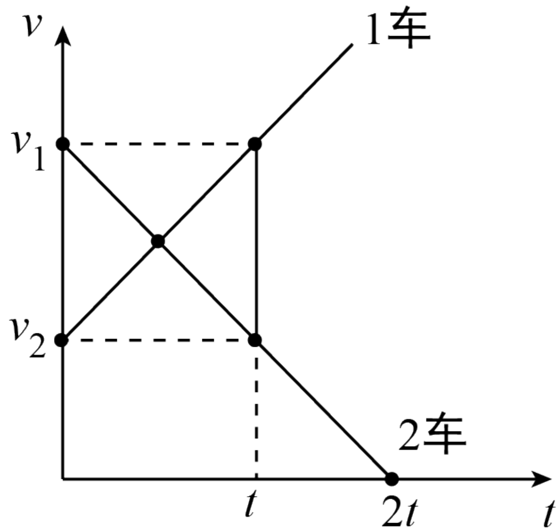
$v_M=\dfrac{v}{\sin\theta}=\dfrac{\omega h}{\sin^2\theta}$．

故小环的加速度$a_M=\lim\limits_{\Delta t\to 0}\dfrac{\Delta v_M}{\Delta t}=-\dfrac{2h\omega^2\cos\theta}{\sin^3\theta}$，显然$t$增大时$\theta$减小，相应环的加速度会不断变大，故选A．

3 初始速度为v_1（较大，均匀减小）的车，一个速度$v_2=\dfrac{1}{2}v_1$（较小，和v_1用同样的变化率，均匀增大），两车同向行使；如果经过t时间恰能相遇．要有经过多少时间汽车能刚好停下来？（提示：利用$v-t$作图法）

答案　$2t$

解析　如图所示，



相遇时，小车直过的路程相同，

所以如图，此时$v_1{}'=\frac{v_2}{2}$，$v_2{}'=v_1$，

由图可知，

经$2t$时间，汽车可刚好停下．

故答案为：$2t$．

4 甲乙两人在长为$L=84\text{m}$的游泳池里沿直线来回游泳，甲的速率$v_1=1.4\text{m/s}$，乙的速率$v_2=0.6\text{m/s}$，他们同时分别从水池的两端出发，来回共游了时间$t=25\,\text{min}$，如果不计转向的时间，求：

（1）他们在这段时间里一共相遇了几次？

（2）若他们同时从同一端出发，则在上述时间里共相遇了几次？

答案 （1）25

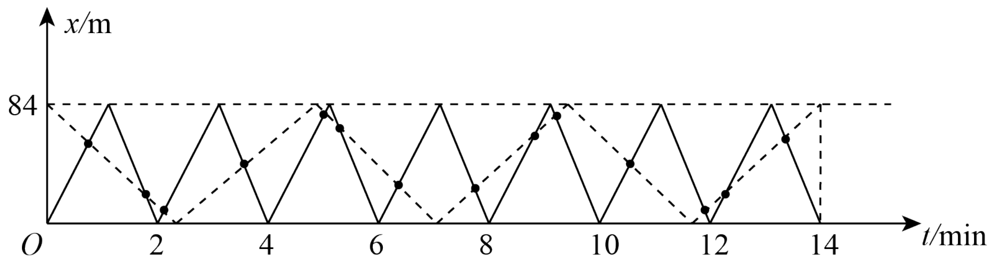
（2）21

解析 （1）甲乙两人从游泳池的一端游到另一端所用的时间分别为：

$$t_1=\frac{L}{v_1}=\frac{84}{1.4}\text{s}=60\text{s}=1\,\text{min}，$$
$$t_2=\frac{L}{v_2}=\frac{84}{0.6}\text{s}=140\text{s}=\frac{7}{3}\,\text{min}．$$

比较t_1、t_2可得$7t_1=3t_2$，

所以经$14t_1$，即$14\,\text{min}$，甲乙两人又同时回到了各自的出发点．以甲的出发点为坐标原点，甲、乙两人同时分别从游泳池的两端出发，他们的$x-t$图象如图中实线和虚线所示，



在$0\sim 25$ min内，两图象的交点数即为甲、乙两人的相遇次数，由图象可看出，

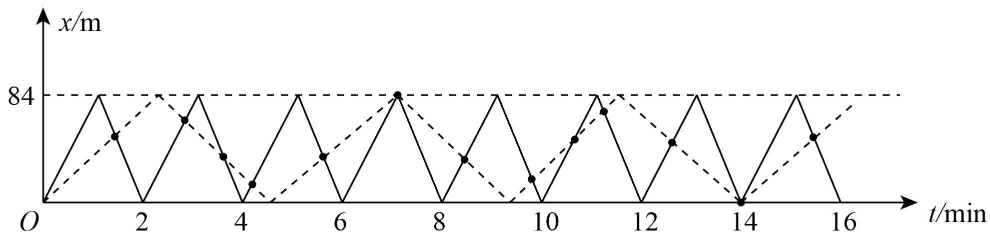
在$0\sim 14$ min内两人相遇14次，由于14 min后两人又同回到出发点，所以在

$14\sim 25$ min内两人重复$0\sim 11$ min的运动，相遇11次．所以在25 min内他们一共相

遇25次．

故答案为：25．

（2）若两人同时从同一端出发，甲、乙两人的$x-t$图象如图所示，



同样可以看出，两人在25 min内相遇了21次．

故答案为：21．