# 第14讲 初识简谐振动

人们习惯于按照物质运动的形态，将经典物理学分成力(包括声)热、电、光等子学科。然而，某些形式的运动是横跨所有这些学科的，其中最典型的要算振动和波了。机械运动是最常见的运动。在机械运动中，除了平动和转动外，振动也很常见，比如琴弦的振动、钟摆的摆动、水中浮标的上下振动、担物行走时扁担下物体的颤动、树梢在微风中的摇摆……。

那么什么是振动？广义地说，**任何一个物理量在某一数值附近作周期性的变化，都称为振动。**变化的物理量称为振动量，在力学中有机械振动和机械波，在电学中有电磁振荡和电磁波，声是一种机械波，光则是一种电磁波，在近代物理中更是处处离不开振动和波，仅从微观理论的基石量子力学又称波动力学这一点就可看出，振动和波的概念在近代物理中的重要性了。尽管在物理学的各分支学科里振动和波的具体内容不同，在形式上它们却具有极大的相似性。

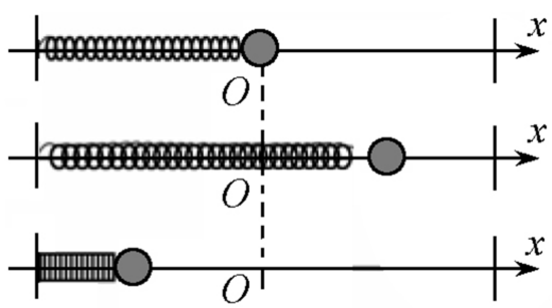
今天我们将从最简单的情况出发，学习怎样描述振动，以及振动有哪些性质。

## 一、知识点睛

### 1. 弹簧振子与简谐振动

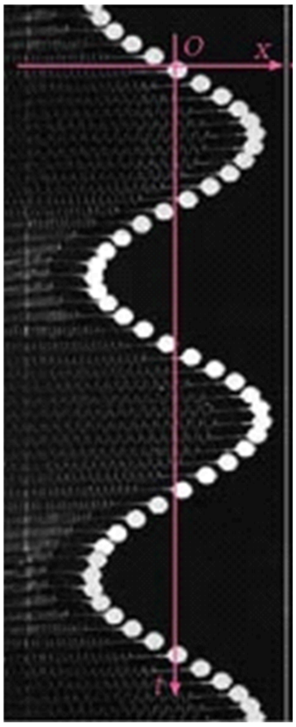
#### 机械振动

如图所示，把一个有孔的小球装在轻弹簧的一端，弹簧的另一端固定，小球穿在光滑的杆上，能够自由滑动，两者之间的摩擦可以忽略，弹簧的质量与小球相比也可以忽略。这样的一个“弹簧—小球”系统就称为**弹簧振子**。注意弹簧振子实际上是一个理想的物理模型。




把小球拉向右方，然后放开，它就左右运动起来。小球原来静止时的位置叫做平衡位置，小球在平衡位置附近的往复运动，是一种**机械振动**，简称**振动**。

## 简谐振动




为了研究弹簧振子的运动规律，以小球的平衡位置为坐标原点$O$，沿着它的振动方向建立坐标轴。小球在平衡位置的右边时它对平衡位置的位移为正，在左边时为负。弹簧振子的频闪照片如图，频闪仪每隔0.05s闪光一次，闪光的瞬间振子被照亮。拍摄时底片从下向上匀速运动，因此在底片上留下了小球和弹簧的一系列的像，相邻两个像之间相隔0.05s，两个坐标轴分别代表时间和振子与平衡点的位置，因此它就是小球在平衡位置附近往复运动时的位置——时间图象，即$x—t$图象。我们把离散的点连起来，进行数据分析，得到该图象是一条正弦曲线。

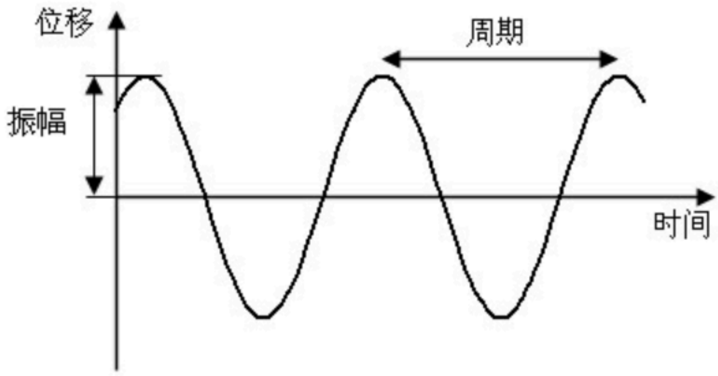
如果质点的位置与时间的关系遵从正弦（余弦）函数的规律，即它的振动图象（$x—t$图象）是一条正弦曲线，这样的振动叫做**简谐振动**。

## 描述简谐振动的物理量

在上面我们已经发现了，弹簧振子振动的$x—t$图满足正弦函数关系，那么我们就可以列出以平衡位置为原点时，小球位置$x$随$t$的关系表达式：

$$x = A\sin\omega t$$

其中$A$为振幅，$\omega$为角频率。




下面我们为大家介绍一些关于简谐振动中的物理名词：

①**振幅**$A$：振动物体离开平衡位置的最大距离。

②**全振动**：在简谐运动中，振子第一次向右经过某点$P$，当它下一次再以向右的速度经过$P$点时，我们说振子完成了一次全振动。

③**周期**$T$：物体完成一次全振动所需的时间叫周期。

④**频率**$f$：频率是单位时间内完成全振动的次数，$f=\dfrac{1}{T}$。

⑤**角频率**$\omega$：通过正弦函数的性质，$\omega=\dfrac{2\pi}{T}$。

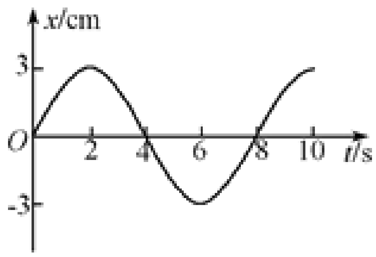
事实上，对于一般情况来说，弹簧振子在初始$t=0$时刻可能不在$x=0$的平衡位置，所以更普遍的**简谐振动位置$x$随时间$t$的关系表达式**应改写为：

$$x=A\sin(\omega t+\varphi_0)$$

其中，**$\varphi_0$为初相位**，用来描述振动的初始时刻对应的情况，$0\leqslant\varphi_0<2\pi$。另外，我们可以令$\varphi(t)=\omega t+\varphi_0$，称**$\varphi(t)$为相位**，用不同时刻的不同相位来描述运动在各个时刻所处的不同状态。

头脑风暴

1 如图所示的是某弹簧振子的振动图像，试由图像判断下列说法正确的是（　　）




A. 振幅为3m，周期为8s

B. 4s末振子速度为负，加速度为0

C. 第14秒末振子加速度为正，速度最大

D. 4s末和8s末时振子的速度相同

答案 B

解析 由图像可知振幅$A=3\mathrm{cm}$，周期$T=8\mathrm{s}$，故选项A错．$4\mathrm{s}$末图像恰与横轴相交，位移为0，则加速度为0．根据下一时刻位移为负，可知振子的速度为负，故选项B正确．根据振动图像的周期性，可推知第14秒末质点处于负的最大位移处（也可以把图像按原来的形状向后延伸至第14秒末）．因此，质点的加速度为正的最大，但速度为0，故选项C错误．第4秒末和第8秒末质点处在相邻的两个平衡位置，则速度方向显然相反，所以选项D错误．

## 2. 简谐振动的机械能

下面我们以弹簧振子为例，来看看简谐振动满足的能量关系。

小球在振动过程中沿运动方向受到的力只有弹簧的弹力。弹簧的弹力满足胡克定律$F=-kx$，是保守力，故弹力做功的能力可以用弹性势能来描述。弹簧振子在振动的过程中，动能$E_k=\frac{1}{2}mv^2$和弹性势能$E_{pk}=\frac{1}{2}kx^2$互相转化。即，**弹簧振子的运动满足机械能守恒**，机械能：

$$E=E_k+E_{pk}=\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}kx^2$$

### 弹簧振子振幅和最大速度的关系

刚刚我们已经得到了简谐振动的机械能表达式，现在我们考虑两个特殊情况。

①当小球运动到两端$A$点或$B$点时，小球的速度$v_A=v_B=0$，故弹簧振子的机械能全部由弹性势能构成：

$$E=\frac{1}{2}kA^2$$

式中$A$是弹簧振子的振幅。

②当小球运动到平衡位置$O$点时，弹簧没有被压缩或伸长，故弹簧振子的机械能全部由小球的动能构成：

$$E=\frac{1}{2}mv_0^2$$

式中$v_0$是弹簧振子在$O$点时对应的瞬时速度，也是整个振动周期中小球的最大速度。

经过上述分析我们得到的结论是，物体的振幅$A$与物体在平衡位置$O$点的瞬时速度存在对应关系：

$$v_0=\sqrt{\frac{k}{m}}A$$

头脑风暴

2 如图所示，弹簧上面固定一质量为$m$的小球，小球在竖直方向上做振幅为$A$的简谐运动，当小球振动到最高点时弹簧正好为原长，则小球在振动过程中（　）

A. 小球最大动能应等于$mgA$

B. 弹簧的弹性势能和小球动能总和保持不变

C. 弹簧最大弹性势能等于$2mgA$

D. 小球在最低点时的弹力大于$2mg$

答案 C

解析 小球平衡位置$kx_0 = mg$，$x_0 = A = \frac{mg}{k}$，当到达平衡位置时，有$mgA = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kA^2$，A错．机械能守恒，是动能、重力势能和弹性势能之和保持不变，B错．从最高点到最低点，重力势能全部转化弹性势能$E_p = 2mgA$，最低点加速度大小等于最高点加速度$g$，据牛顿第二定律$F - mg = mg$，$F = 2mg$，C对，D错．

## 3. 参考圆

简谐振动的运动方程是简谐函数：

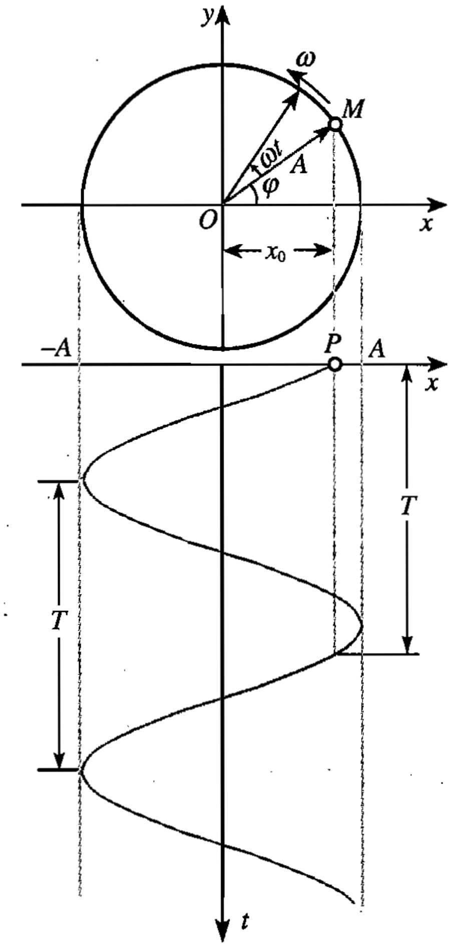
$$x = A\sin(\omega t + \varphi_0)$$

方程中的$\omega$很容易让人联想到匀速圆周运动，我们实际上可以借助匀速圆周运动来描述简谐振动。这种方法称为“**参考圆法**”。

在数学上，正弦函数和余弦函数本质上是一种平移关系，所以简谐振动的运动方程也可以改写为：

$$x = A\cos(\omega t + \varphi_0)$$

考虑一个质点在半径为$A$的圆上以角速度$\omega$沿逆时针方向做匀速圆周运动，那么他的位置矢量$\vec{r}$在$x$轴上的投影就是$x = A\cos(\omega t + \varphi_0)$

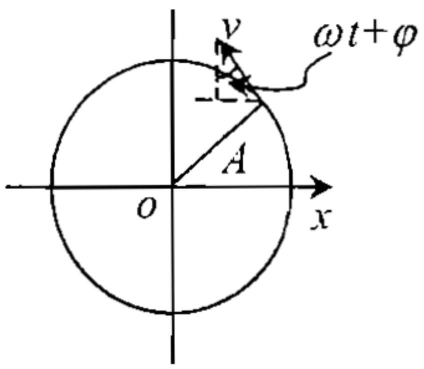


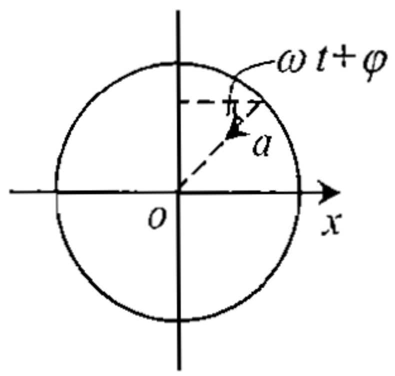

这样也就是说，**一个做匀速圆周运动的质点，在将自己的运动正交分解之后，它在$x$方向的分运动是一个简谐振动。**

实际上它在$y$方向的分运动也是一个简谐振动，运动方程是：$y=A\sin(\omega t+\varphi_0)$。

## 简谐振动的速度和加速度

做匀速圆周运动的质点，它的线速度和向心加速度分别是$v=\omega A$、$a=\omega^2 A$，根据运动的独立性，线速度和向心加速度的$x$方向分量就是在$x$轴上做简谐振动的物体的速度$v_x$和加速度$a_x$。



$$\begin{cases} v_x = -\omega A\sin(\omega t+\varphi_0) \\ a_x = -\omega^2 A\cos(\omega t+\varphi_0) \end{cases}$$

### 简谐振动的周期

我们之前已经知道弹簧振子在运动过程中满足的动力学关系$ma=-kx$，考虑在振子的振幅位置$x=A$时，加速度满足$a=-\frac{k}{m}A$，而根据参考圆方法，该处的加速度$a=-\omega^2A$，那么我们就得到了$\omega$的对应关系：

$$\omega^2=\frac{k}{m}$$

继而我们可以得到弹簧振子周期$T$的表达式：

$$T=\frac{2\pi}{\omega}=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

## 4. 例题精讲

### 能力提升

### 竞赛难度

## 5. 简谐振动的判定方法（选讲）

### 弹性力判别法

牛顿第二定律是研究物理受力和物体加速度关系的手段。对于弹簧振子的受力和运动分析，实际上我们已经比较熟悉了，根据受力分析，我们可以得到：

$$F=-kx$$

注意式中的负号代表力的方向与运动的方向相反。

物体的受力情况决定了物体之后的运动状态。所以我们有理由相信，当一个物体受到的合外力大小与距平衡位置的位移成正比，方向与位移相反时，物体的位置$x$随时间$t$的关系表达式一定是：

$$x=A\sin(\omega t+\varphi_0)$$

也就是说，**受到线性回复力的物体做简谐振动**。

当然，相应地根据$F=ma$，如果一个物体的加速度$a$仅随位置$x$的变化而变化，并且大小与位移$x$成正比，方向与位移相反，那么，这个物体做简谐振动。

### 能量判别法

在之前我们已经分析过，弹簧振子机械能守恒，机械能$E$满足：

$$E=\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}kx^2$$

就此推广，如果质点在运动过程中机械能守恒，且具有形式为$\frac{1}{2}kx^2$的势能（这里将$k$理解成一个系数），即

$$E=\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}kx^2$$

其中$v=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta x}{\Delta t}$，则该质点的运动必为简谐振动。

### 动力学方程判别法

弹簧振子对应的动力学关系由牛顿第二定律给出：

$$F=-kx=ma$$

我们将位置函数$x$和加速度函数$a$的表达式代入，就可以发现：

$$-kA\cos(\omega t+\varphi_0)=-m\omega^2A\cos(\omega t+\varphi_0)$$

即，$\omega^2=\frac{k}{m}$，这样我们就找到了弹簧振子的角频率和真实物理量之间的对应关系。

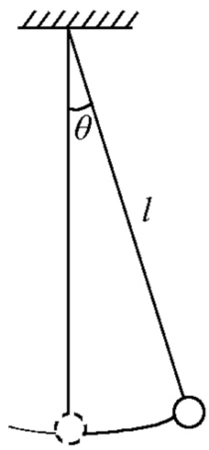
实际上，对于任意的简谐振动，均有：

$$a+\omega^2x=0$$

反过来，如果一个质点的动力学方程可以写成上述形式，那么它就一定做简谐振动。

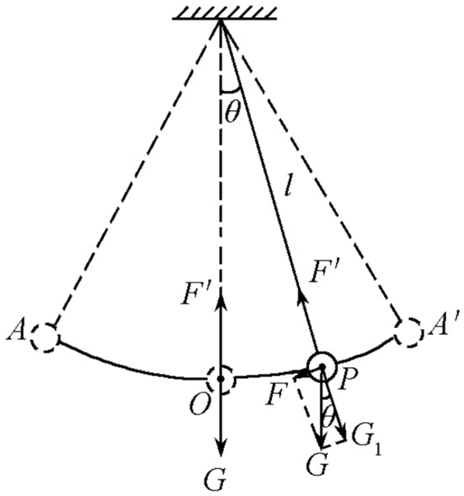
## 6. 单摆

如图，如果细线的质量与小球相比可以忽略，球的直径与线的长度相比也可以忽略，这样的装置叫做**单摆**。单摆是实际摆的理想化模型。



## 单摆的回复力

如图，摆球可静止在$O$点，所以$O$点是单摆的平衡位置。




摆球的运动沿着圆弧，可以不考虑沿悬线方向的力，只考虑沿圆弧方向的力。当摆球运动到某点$P$时，摆球在圆弧切线方向上受到的力为$mg\sin\theta$，这就是它的回复力。 在偏角很小时（一般认为偏转角小于5°是小角度），$\sin\theta\approx\theta\approx\frac{x}{l}$，所以回复力可写为：

$$F=-\frac{mg}{l}x。$$

其中$l$为摆长，$g$为当地的重力加速度。$x$为摆球偏离平衡位置的位移，负号表示回复力$F$与位移$x$的方向相反。也就是说，在**偏转角度很小**的情况下，单摆做**简谐振动**。

头脑风暴

3 单摆作简谐运动时的回复力是（　　）

A. 摆球的重力

B. 摆球重力沿圆弧切线的分力

C. 摆线的拉力

D. 摆球重力和摆线拉力的合力

答案 B

解析 摆球的回复力不是所受重力和摆线作用于摆球的拉力的合力，也不是所受重力和沿圆弧运动时的向心力的合力，也不是摆球的拉力沿水平方向的分力，而是摆球所受重力沿圆弧切线方向的分力．

故选B．

### 单摆的周期

单摆在小角度下的动力学方程可以写为$a+\frac{g}{l}x=0$，故而我们可以得到，单摆的圆频率$\omega=\sqrt{\frac{g}{l}}$，进而得到单摆周期公式：

$$T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

头脑风暴

4 甲、乙两人观察同一单摆的振动，甲每经过$3.0\mathrm{s}$观察一次摆球的位置，发现摆球都在其平衡位置处；乙每经过$4.0\mathrm{s}$观察一次摆球的位置，发现摆球都在平衡位置右侧的最高处，由此可知该单摆的周期不可能的是（　　）

A. $0.5\mathrm{s}$　　B. $1.0\mathrm{s}$　　C. $1.5\mathrm{s}$　　D. $2.0\mathrm{s}$

答案　C

解析　A选项：单摆的摆动具有周期性，题中每次经过半个周期通过平衡位置或最右端；

故$3\mathrm{s}$和$4\mathrm{s}$都是半周期的整数倍，故时间差$1\mathrm{s}$也是半周期的整数倍；

即$1=n\frac{T}{2}$；

$T=\frac{2}{n}$（$n$为正整数）

$T=0.5\mathrm{s}$时，$n=4$，故A正确；

B选项：$T=1.0\mathrm{s}$时，$n=2$，故B正确；

C选项：$T=1.5\mathrm{s}$时，$n=\frac{4}{3}$，故C错误；

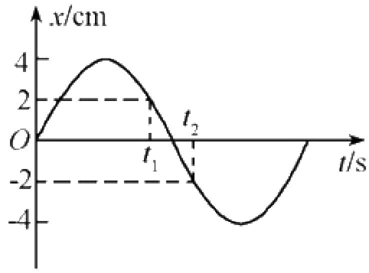
D选项：$T=2.0\mathrm{s}$时，$n=1$，故D正确．

故选C.

## 二、例题精讲

基础训练

5 如图所示，为一个质点做简谐运动的图像，在$t_1$和$t_2$时刻，这个质点的（　　）




A. 加速度相同　　B. 位移相同　　C. 回复力相同　　D. 速度相同

答案　D

解析　简谐运动是一种周期性的往复运动，具有时间与空间上的对称性，由图可知：在$t_1$和$t_2$时刻质点的位移等大反向，则在$t_1$到$t_2$时间内质点先靠近平衡位置，后远离平衡位置，且位置上关于平衡位置对称，其速度大小和方向均相同，位移大小相等，方向相反，回复力及加速度也是等大反向．

6 物体做简谐运动．在$t_0=0\mathrm{s}$时，物体通过$A$点．$t_1=1\mathrm{s}$时，以相同的速度通过$B$点．$t_2=2\mathrm{s}$时，物体再次通过$B$点．已知物体在这$2\mathrm{s}$内所走过的总路程为$12\mathrm{cm}$，运动周期$T>1\mathrm{s}$，则物体做简谐振动的周期和振幅可能值为（　　）

A. $T=2\mathrm{s}$，$A=3\mathrm{cm}$　　B. $T=4\mathrm{s}$，$A=6\mathrm{cm}$

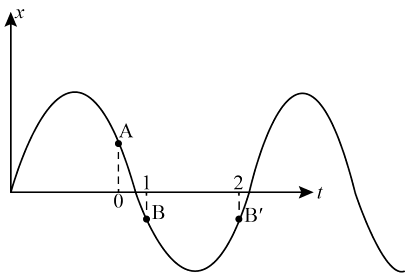
C. $T=4/3\mathrm{s}$，$A=2\mathrm{cm}$　　D. $T=4\mathrm{s}$，$A=3\mathrm{cm}$

答案　BC

解析　可使用图像方法解题．

作

$x-t$图像

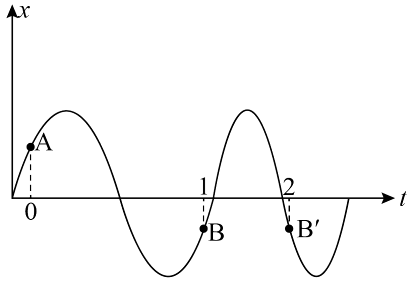



情况①运动过程

$A-B-B'$

可知

$\frac{1}{2}t=2s$，$t=4s$，$2A=12cm$，$A=6cm$．




情况②过去过程

$A-B-B'$

可知

$\frac{3}{2}t=2s$，$t=\frac{4}{3}s$，$6A=12cm$，$A=2cm$．

故选BC．

7 做简谐运动的物体，它所受到的回复力$F$、振动时的位移$x$、速度$v$、加速度$a$，那么在$F$、$x$、$v$、$a$中，方向有可能相同的是（　　）

A. $F$、$x$、$a$　　B. $F$、$v$、$a$　　C. $x$、$v$、$a$　　D. $F$、$x$、$v$

答案 B

解析 简谐振动：$x=A\sin(\omega t)$

$v=\omega\cos(\omega t)$

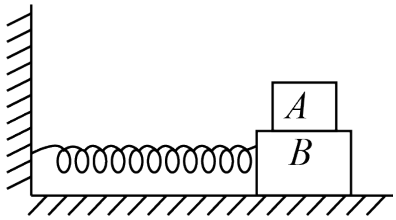
$a=-\omega^2\sin(\omega t)$

$F=-m\omega^2\sin(\omega t)$

结合三角函数性质可知，仅有$F$、$v$、$a$方向可能相同，$x$与$a$、$F$方向一定相反．

故选B．

8 如图所示，质量为$m$的物体$A$放置在质量为$M$的物体$B$上，$B$与弹簧相连，放在光滑水平面上，弹簧原长为$x_0$，现将弹簧的拉长$\Delta x$，物体$A$与$B$间的动摩擦因数为$\mu$，释放物体，两物体间始终没有相对运动．求：




(1) 弹簧的伸长量$\Delta x$最大为多少？

(2) 证明物块$A$做简谐振动．

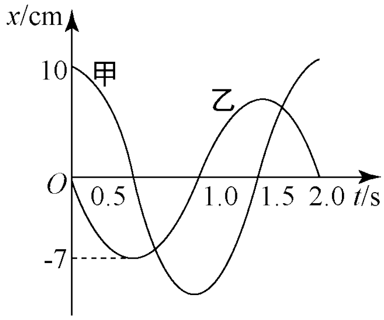
答案 (1) $\Delta x=\dfrac{\mu g(M+m)}{k}$

(2) $T=2\pi\sqrt{\dfrac{m+M}{k}}$

解析 (1) 略

(2) 略

9 如图所示为同一地点的两单摆甲、乙的振动图象，下列说法中正确的是（ ）




A. 甲、乙两单摆的摆长相等

B. 单摆的振幅比乙摆大

C. 由图象可以求出当地的重力加速度

D. 在$t=0.5\mathrm{s}$时有正向最大加速度的是乙摆

答案 ABD

解析 A．从图中可得两者的周期相同，都为$2.0\mathrm{s}$，又知道两者在同一个地点测量的，$g$相同，所以根据单摆周期公式$T=2\pi\sqrt{\dfrac{L}{g}}$，可以知道两单摆的摆长相等，故A正确；

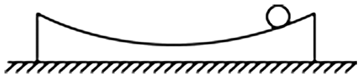
B．从图中可得甲的振幅为$10\mathrm{cm}$，乙的振幅为$7\mathrm{cm}$，故甲摆的振幅比乙摆大，故B正确；

C．因为不知道摆长，所以无法求解重力加速度$g$，故C错误；

D．在$t=0.5\mathrm{s}$时乙处于负向最大位移处，因为加速度方向和位移方向相反，所以此时有正向最大加速度，故D正确．

故选ABD．

10 一个打磨得很精细的小凹镜，其弯曲度很小（即曲率半径很大）可视为接近平面．将镜面水平放置，如图所示．一个小球从镜边缘开始释放，小球在镜面上往复运动，以下说法正确的是（　）



A. 小球质量大一些，往复运动的周期短一些

B. 释放点离最低点近一些，往复运动的周期将短一些

C. 凹镜的曲率半径越大，往复运动的周期越长

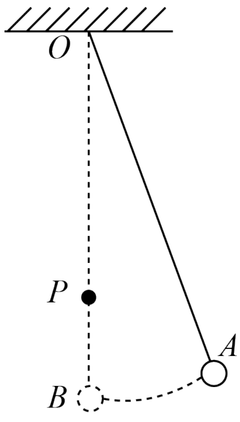
D. 小球运动的周期由小球质量、释放点离平衡位置的距离，以及曲率半径共同决定

答案　C

解析　小球的运动可看成单摆，根据单摆周期公式$T=2\pi\sqrt{\frac{R}{g}}$知，小球的周期与质量、释放点的位置无关，与曲率半径有关，曲率半径越大，周期越大．

故选C．

11 如图所示，长度为$l$的轻绳上端固定在$O$点，下端系一小球（小球可视为质点）．在$O$点正下方，距$O$点$\frac{3}{4}l$处的$P$点固定一颗小钉子．现将小球拉到点$A$处，轻绳被拉直，然后由静止释放小球，点$B$是小球运动的最低点，点$C$（图中未标出）是小球能够到达的左方最高位置．已知点$A$与点$B$之间的高度差为$h$，$h\ll l$．$A$、$B$、$P$、$O$在同一竖直平面内，当地的重力加速度为$g$，不计空气阻力及绳与钉子碰撞时的能量损失．下列说法正确的是（　）




A. 小球受重力、弹力、向心力、回复力四个力的作用

B. 小球运动到点$B$ 时加速度为零

C. 点$C$ 与点$B$ 高度差等于$h$

D. 小球摆动的周期等于$2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$

答案 C

解析 A．小球在运动的过程中只受到重力和绳子的拉力，向心力与回复力都是效果力．故A错误；

B．小球运动的轨迹是圆弧的一部分，小球运动到点$B$ 时加速度为向心加速度．故B错误；

C．小球摆动过程中，只有重力做功，机械能守恒，由于$h \ll l$ ，可知两侧最高点动能均为零，故重力势能也相等，故最大高度相同，故C正确；

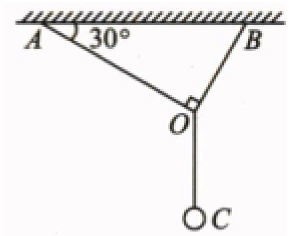
D．小球$B \to A \to B$ 的时间为：$t_1 = \frac{1}{2}T_1 = \pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ ；

小球$B \to C \to B$ 的时间为：$t_2 = \frac{1}{2}T_2 = \pi\sqrt{\frac{\frac{l}{4}l}{g}} = \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{l}{g}}$ ；

故小球摆动的周期为：$T = t_1 + t_2 = \frac{3\pi}{2}\sqrt{\frac{l}{g}}$ ；故D错误；

故选C．

12 如图所示，三根细线于$O$点处打结，$A$、$B$端固定在同一水平面上相距为$L$的两点上，使$AOB$成直角三角形，$\angle BAO = 30°$，已知$OC$线长是$L$，下端$C$点系着一个小球（直径可忽略）．下列说法中正确的是（　　）




A. 让小球在纸面内摆动，周期$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

B. 让小球在垂直纸面方向摆动，其周期$T = 2\pi\sqrt{\frac{3L}{2g}}$

C. 让小球在纸面内摆动，周期$T = 2\pi\sqrt{\frac{3L}{2g}}$

D. 让小球在垂直纸面内摆动，周期$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

答案 A

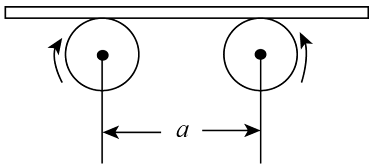
解析 让小球在纸面内摆动，在摆角很小时，单摆以$O$点为悬点，摆长为$L$，周期为$T=2\pi\sqrt{\dfrac{L}{g}}$．

让小球在垂直纸面内摆动，摆球以$OC$的延长线与$AB$的交点为中心摆动，摆长为

$L+\dfrac{L}{2}\cos 30^\circ=L+\dfrac{\sqrt{3}}{4}L$，周期为$T'=2\pi\sqrt{\dfrac{(4+\sqrt{3})}{4g}L}$，选项A正确．

## 进阶拓展

13 如图所示，质量为$m$的匀质细棒置于两只相同的水平转动的圆柱上，两圆柱转动的速率相等，但方向相反．设圆柱与棒的摩擦因数为$\mu$．开始时，棒的重心在右边圆柱上，两圆柱中心相距为$a$，试证明棒的运动为简谐振动．




答案 证明见解析．

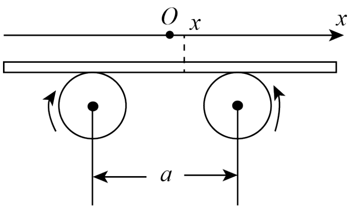
解析 建立水平坐标轴$Ox$，向右为正，取两圆柱之间的中点为原点．某时刻，棒重心的坐标为$x$，如图所示，设棒此时受左右圆柱的弹力为$N_1$、$N_2$．根据平衡条件：$N_1+N_2=mg$，

$N_1a=mg\left(\dfrac{a}{2}-x\right)$，

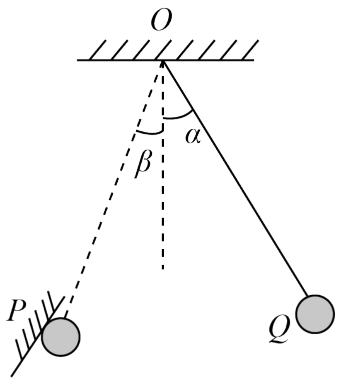
棒在水平向上所受的合力$F=\mu N_1-\mu N_2$，

联立解得：$F=-2\mu mg\dfrac{x}{a}=-kx$．

因此，棒的运动为简谐振动．




14 一根细线下端系一小球，上端固定在$O$点，摆线开始与平衡位置夹角为$\alpha(\alpha<5^\circ)$，摆球由静止开始摆下，当摆线与竖直线夹角为$\beta(\beta<\alpha)$时，小球与斜墙的$P$处发生弹性碰撞，如图所示．试求这种摆的振动周期$T_1$与没有斜墙时单摆的振动周期$T$之比$\dfrac{T_1}{T}$．



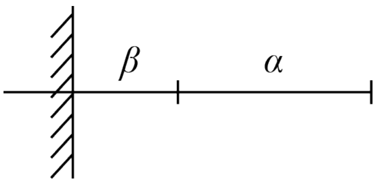

答案 $\dfrac{T_1}{T}=1-\dfrac{1}{\pi}\arccos\dfrac{\beta}{\alpha}$

解析 没有斜强时单摆运动方程

$\theta=\alpha\cos W_O T$

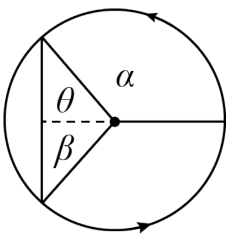
可以与

$x=A\cos W_O T$的简谐振动类比




问题变为

$\beta$处墙面光滑反弹则根据参考圆




可知有斜墙时

$$T_1=\frac{2(\pi-\theta_O)}{W_O}$$

无斜墙时

$$T=\frac{2\pi}{W_O}$$

其中

$$\theta_O=\cos^{-1}\frac{\beta}{\alpha}$$

则

$$\frac{T_1}{T}=1-\frac{1}{\pi}\mathrm{arc}\ cos\frac{\beta}{\alpha}$$

# 三、阅读材料

## 1.胡克与胡克定律

绝大多数人对胡克的认识只停留在他是胡克定律的提出者，事实上胡克的贡献并不仅限于力学，同时他还是一名发明家，生物学家和天文学家。他的一生极富传奇色彩，在晚年还和牛顿成为了死对头。

胡克于1635年出生于英格兰怀特岛的一个小村落。13岁时，胡克独自到伦敦求学。18岁的时候进入牛津大学。1655年，20岁的胡克成为威利斯的助手，之后又做了自然哲学家波义耳的助手。他凭借对机械的天分与直觉，制造出一台性能优秀的空气泵，协助波义耳完成了气体压强实验，也就是波义耳实验定律的提出依据。

1660年，闻名世界的英国皇家学会成立。当年，胡克提出了著名的胡克定律，即弹簧的拉力与伸长量成正比。胡克在物理学界已经小有名气，后成为皇家学会的实验室的实验室主任。凭借优秀的实验条件，胡克制造出了当时最先进的显微镜套装，并在这套显微镜的帮助下观察到软木树皮中的微小格状结构，他将这种结构命名为细胞（cell），这个名称一直沿用至今。

胡克与牛顿的矛盾起因于对光的本质的不同理解。胡克对牛顿的光粒子学说有着强烈不满，抓住牛顿论文里一些轻率的用词，把他批判了一番。牛顿虽然心中不快，却因自己用词不妥难以反驳。之后胡克与牛顿在互通的书信中就引力的问题再次产生争执，牛顿起初认为引力与离心力是一对平衡的恒力，平抛物体的运动轨迹是一条螺旋线，而胡克凭借自己在天文学上的积累，轻松的反驳了牛顿。胡克在信中用恭敬的语言对牛顿加以讽刺，并且在皇家学会公开批评嘲笑他。两人的矛盾愈发激烈，牛顿那句著名的“如果说我看得更远，那是因为我站在巨人的肩上”就出自两人互相讥讽的信中，用来嘲笑矮小又驼背的胡克。

胡克与牛顿之间的矛盾一直持续到胡克去世也并未结束。牛顿出任皇家学会会长后，胡克留在学会的生前唯一一张画像遗失了，有人认为是牛顿作祟。胡克结束了富有传奇色彩的一生，目前我们也已无从得知胡克的真实相貌,但他给物理学界留下的遗产是巨大的。