

## 5 力学概念（重力、弹力、摩擦力）

力是物体间的相互作用，单位是牛顿（ $N$ ）。为了理解力，先要理解施力物体，受力物体，作用力与反作用力、大小、方向、作用点，作用效果这几方面的概念。力的作用效果可以概括为：改变物体的运动效果（涉及动力学）和改变物体的形状。

关于力的定义：很多种说法，比如用加速度来定义，用动量的变化率来定义，等等。如果我们用加速度来定义力，那么我们如何定义力的大小呢？又如何确定两个力相等呢？

### 知识点睛

#### 重力

重力是由于地球吸引产生的力，它有如下特点：

- ①施力物体：地球
- ②大小： $G = mg$  ,  $g = 9.8m/s^2$
- ③受力物体：在地球上的任何物体
- ④方向：竖直向下
- ⑤反作用力：物体对地球的吸引力
- ⑥等效作用点：重心

质心和重心：

**质心**是质量的等效中心。其计算方法：

$$x_c = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i} \quad y_c = \frac{\sum m_i y_i}{\sum m_i} \quad z_c = \frac{\sum m_i z_i}{\sum m_i}$$

其中  $(x_c, y_c, z_c)$  是质心的坐标， $m_i$  是系统中第  $i$  个质点的质量， $(x_i, y_i, z_i)$  是第  $i$  个质点的坐标。注意质心不仅和物体几何形状有关，还与其质量分布相关。

**重心**是重力的等效作用点。当物体所在位置处的重力加速度  $g$  是常量时，重心就是质心。若物体很大，以致各处的  $g$  并不能认为相同，则重心不等同于质心。

另外，质心也有很多其他的用途，比如在研究惯性力的过程中，在研究动量的过程中等，我们后面会有学习。

## 头脑风暴

1 关于重力的说法，正确的是（ ）

- A. 同一地点物体所受重力的大小仅与物体质量有关，与物体是否运动及怎样运动无关
- B. 重力的大小可以用测力计称出，物体对弹簧的拉力（或压力），就是物体受到的重力
- C. 物体受到的重力，就作用在重心上
- D. 具有规则几何形状的物体的重心，不一定就在其几何中心

答案 AD

解析 略

考点 一相互作用

—重力 基本相互作用  
—重心

## 弹力

当相互接触的物体发生形变时所产生的恢复形变的力称为弹性力。

胡克定律表明，当物体形变不太大时，弹性力与形变成正比，弹簧的弹性力 $F$ 与弹簧相对于原长的形变（拉伸或压缩） $x$ 成正比，方向指向平衡位置，即

$$F = -kx$$

式中比例系数 $k$ 称为弹簧的倔强系数，也叫劲度系数，负号表示弹性力与形变反方向。

对于弹性力须说明三点：

①绳子的张力是一种弹性力。绳子和与之连接的物体之间有相互作用时，不仅绳子与物体之间有弹性力，而且在绳子内部也因发生相对形变而出现弹性力。这时，绳子上任一横截面两边互施作用力，这对作用力和反作用力称为绳子的张力，一般情况下，与绳子相应的比例系数 $k$ 很大，因而形变很小，可以忽略。所以绳子的张力不是由绳子的形变规律确定，而是由求解力学问题时确定。因而，在物理中，我们一般抽象出柔软不可伸长的轻绳。

②在光滑面（平面或曲面）上运动的物体受到的支撑力也是一种弹性力。这种由物体与支撑面相互作用而发生形变产生的弹性力，也是一种使物体约束在该支撑面上运动的约束力，通常把物体所受到的

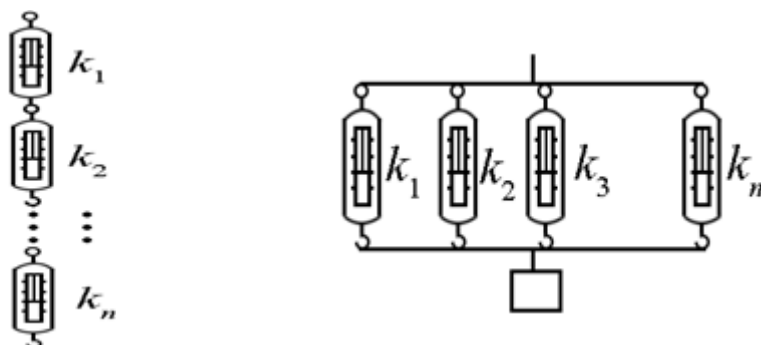
约束力称为约束反力，约束反力的方向总是与支撑面垂直。与绳子的张力一样，由于相应的 $k$ 很大，因而形变很小，可以忽略，约束反力的大小由求解物体的运动来确定，若支撑面是粗糙的，则物体除受约束反力外，还要考虑该表面的摩擦力。

③弹簧串连：

$$\frac{1}{k_{\text{串}}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \cdots + \frac{1}{k_n}$$

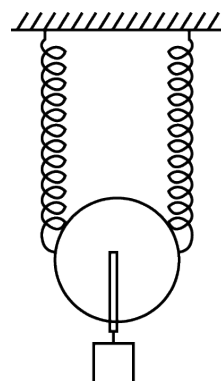
弹簧并连：

$$k_{\text{并}} = k_1 + k_2 + \cdots + k_n$$



### 头脑风暴

- 1 如图所示，两根劲度系数分别为 $k_1$ 和 $k_2$ 的轻弹簧竖直悬挂，下端用光滑细绳连接，把一光滑的轻滑轮放在细绳上，求当滑轮下挂一重为 $G$ 的物体时，滑轮下降的距离多大？



答案

$$\frac{G(k_1 + k_2)}{4k_1 k_2}$$

解析

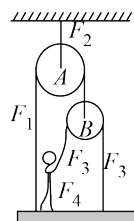
略

考点

一相互作用

— 弹力  
— 胡克定律

- 2 如图所示的一个升降机，体重为  $P_1 = 60\text{kg}$  的人在升降机中，手执一绳使自己平衡于空中，升降机底坐重  $P_2 = 30\text{kg}$ ，求这人手中应使多大的力？



答案 225N

解析 整体受力分析得A滑轮上端支撑了整个体系，

$$F_2 = (P_1 + P_2)g = 900\text{N} .$$

$$\text{由平衡性得，对A滑轮 } F_1 = \frac{1}{2} F_2 = 450\text{N} ,$$

$$\text{对B滑轮 } F_3 = \frac{1}{2} F_1 = 225\text{N} .$$

故答案为：225N .

考点 一相互作用

— 共点力平衡

## 摩擦力

摩擦力也是一种接触力，当相互接触的物体作相对运动或有相对运动趋势时，接触面间会产生一种阻碍相对运动或相对运动趋势的力，这种力称为摩擦力，前者称为滑动摩擦力，后者称为静摩擦力。

摩擦力有以下特点：

①滑动摩擦力与正压力成正比，与两物体的接触面积无关；

②当相对速度不太大时，滑动摩擦力与速度无关；

③静摩擦力的大小为与最大值（称为最大静摩擦力）之间的某一值，此值由相对运动趋势的程度而定，最大静摩擦力也与正压力成正比。

摩擦定律可得：

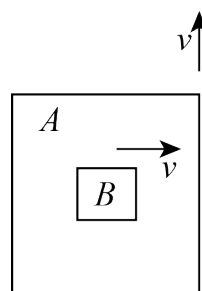
$$f_{\text{滑}} = \mu N$$

$$f_{max静} = \mu_0 N$$

式中 $\mu$ 和 $\mu_0$ 分别称为滑动摩擦系数和静摩擦系数， $\mu$ 与 $\mu_0$ 近似相等，一般情况下，可认为 $\mu$ 与 $\mu_0$ 相等，统称为摩擦系数。

### 头脑风暴

- 1 如图所示：木板A质量为 $M$ ，以相对地面的速度 $v$ 在水平面上向北运动，木板上放一质量为 $m$ 的板B，各接触面间滑动摩擦因数均为 $\mu$ ，当木块B也有相对地面向东的速度 $v$ 时，试分析木块B的受摩擦力的情况。



**答案** B相对于A有速度 $\sqrt{2}v$ 向东南方向，所以B受A对B的摩擦力向西北方向，摩擦力阻碍的是相对运动

**解析** B相对于A有速度 $\sqrt{2}v$ 向东南方向，所以B受A对B的摩擦力向西北方向，摩擦力阻碍的是相对运动。

故答案为：B相对于A有速度 $\sqrt{2}v$ 向东南方向，所以B受A对B的摩擦力向西北方向，摩擦力阻碍的是相对运动。

**考点** 一相互作用  
     ├ 摩擦力  
     └ 滑动摩擦力

## 力的合成与分解

力作为矢量和速度一样，可以作矢量的合成与分解：

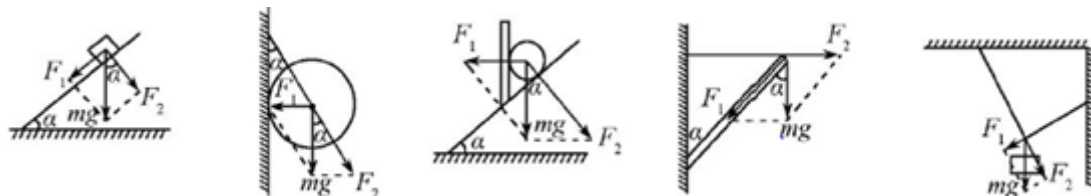
$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{F}_{合}$$

①三角形法则、平行四边形法则，如下图所示：



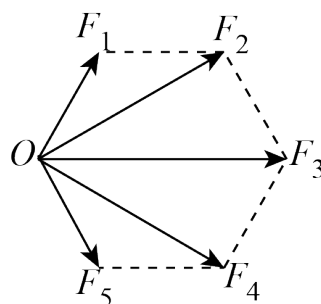
②正交分解法：建立直角坐标系( $x, y$ )，可以把任意一个力分解到 $x$ 、 $y$ 方向。当物体受多个力作用，并且这几个力只共面不共线，多用正交分解法。

③常见的重力分解方式：



### 头脑风暴

- 1 如图所示，有五个力 $F_1, F_2, F_3, F_4, F_5$ 作用于一点 $O$ ，构成一个正六边形的两邻边和三条对角线。设 $F_3 = 10\text{N}$ ，试求这五个力的合力。

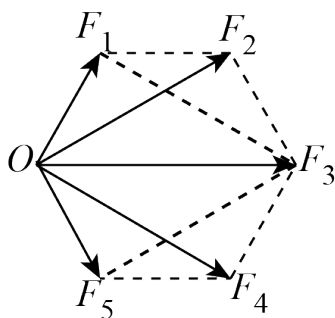


**答案** 30N

**解析** 依据正六边形的几何性质及平行四边形定则，不难看出 $F_1$ 和 $F_4$ 这两个力的合力一定与 $F_3$ 重合， $F_2$ 和 $F_5$ 这两个力的合力也与 $F_3$ 重合，如图。这样，所求五个力的合力，就等效为求三个方向相同、大小相等且同一直线上的三个力的合力，即五个力的合力大小为

$$3F_3 = 30\text{N}，\text{方向与}F_3\text{相同}。$$

故答案为：30N。



考点

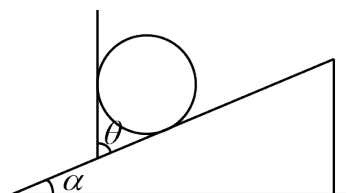
一相互作用

—力的合成

—平行四边形法则

2

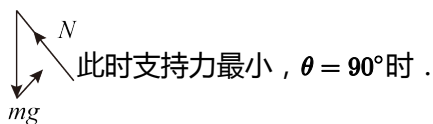
求挡板在何角度时对小球的支持力最小。



答案

$90^\circ$

解析



故答案为： $90^\circ$ 。

考点

一相互作用

—共点力平衡

## 摩擦力的摩擦角

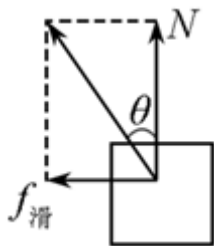
摩擦角：滑动摩擦角定义为

$$\varphi = \arctan \frac{f_{\text{滑}}}{N}$$

把支持力和滑动摩擦力考虑成一个力（即全反力），则：

$$\vec{F}_{\text{合}} = \vec{f}_{\text{滑}} + \vec{N}$$

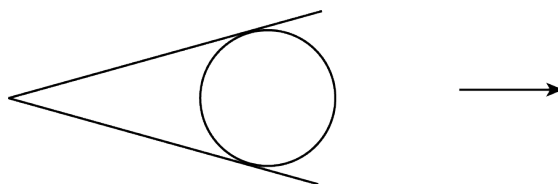
由于  $f_{\text{滑}} = \mu N$ ，合力  $\vec{F}_{\text{合}}$  与支持力  $\vec{N}$  的夹角  $\theta = \arctan \mu$



这个角度的特点是大小保持不变，虽然这个“全反力”的大小可能根据情况的变化而变化。

### 头脑风暴

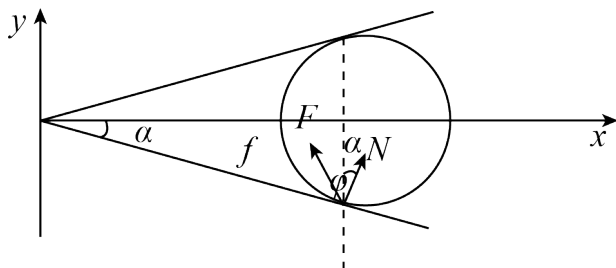
- 1 我们来讨论一个筷子夹鸡蛋的问题。为了讨论问题方便，假设鸡蛋是球形的，筷子与鸡蛋间的滑动摩擦因数为 $\mu$ ，如图所示，将鸡蛋放在光滑水平桌面上，用筷子夹住鸡蛋，求筷子张角多大时，鸡蛋不会从筷子之间滑出。（注意本题不考虑上下运动，只考虑桌面内的运动）



**答案** 当筷子间的夹角小于 $2\arctan \mu$ 时，鸡蛋不会从筷子之间滑出。

**解析** 如图所示，筷子夹住鸡蛋时，每根筷子对鸡蛋有压力 $N$ 和摩擦力 $f$ 两个力的作用。如果用全反力 $F$ 代替这两个力，则鸡蛋只受两个全反力的作用（有两根筷子）， $F$ 与 $N$ 的夹角 $\varphi \leq \arctan \mu$ 。设 $N$ 与 $y$ 轴夹角为 $a$ ，若 $\varphi \geq a$ ，则两个全反力的合力始终指向 $-x$ 方向，鸡蛋不会滑出。因此，当鸡蛋不会从筷子之间滑出时，有： $\arctan \mu \geq \varphi \geq a$ ，由几何关系易知，此时两筷子之间的夹角为 $2a \leq 2\arctan \mu$ 。

故答案为：当筷子间的夹角小于 $2\arctan \mu$ 时，鸡蛋不会从筷子之间滑出。



**考点** 一相互作用

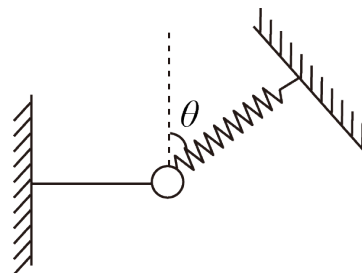
- 共点力平衡
- 多个力的动态平衡



## 例题精讲

### 基础训练

- 1 如图所示，水平细绳与一弹簧作用于小球使其处于静止，若剪断细绳，则在剪断的一瞬间（ ）



- A. 小球竖直方向加速度为0  
B. 小球水平方向加速度为0  
C. 弹簧弹力为  $mg \cos \theta$   
D. 弹簧弹力为  $\frac{mg}{\cos \theta}$

**答案** AD

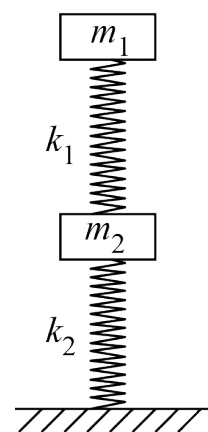
**解析** 剪断细绳的一瞬间，弹簧弹力不变，仍为  $\frac{mg}{\cos \theta}$ 。此时重力和弹簧弹力的合力水平向右，小球水平方向加速度为  $g \tan \theta$ 。

故选AD。

**考点** 一牛顿运动定律

└ 牛顿第二定律

- 2 如图示，两木块的质量分别为  $m_1$  和  $m_2$ ，两轻质弹簧的劲度系数分别为  $k_1$  和  $k_2$ ，上面木块压在上方的弹簧上（但不拴接），整个系统处于平衡状态。现缓慢向上提上面的木块，直到它刚离开上方弹簧。在这过程中下面木块移动的距离为多少？



**答案**  $m_1 g / k_2$

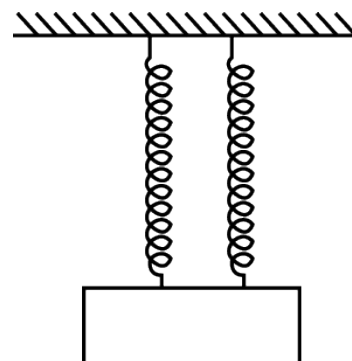
**解析** 此题是共点力的平衡条件与胡克定律的综合题。题中空间距离的变化，要通过弹簧形变量的计算求出。注意缓慢上提，说明整个系统处于一动态平衡过程，直至 $m_1$ 离开上面的弹簧。开始时，下面的弹簧被压缩，比原长短 $(m_1 + m_2) g / k_2$ ，而 $m_1$ 刚离开上面的弹簧，下面的弹簧仍被压缩，比原长短 $m_2 g / k_2$ ，因而 $m_2$ 移动

$$\Delta x = (m_1 + m_2) \cdot g / k_2 - m_2 g / k_2 = m_1 g / k_2 .$$

故答案为： $m_1 g / k_2$  .

**考点** 一相互作用  
└ 弹力

- 3 将一重物竖直挂在一个轻质弹簧下端，静止时弹簧伸长量为 $\Delta L$ 。今将此弹簧由中间剪断，并联后重新吊起重物使其平衡，则此时每根弹簧的形变量为 \_\_\_\_\_ .



**答案**  $\frac{\Delta L}{4}$

**解析**

略

考点 一相互作用  
     | 弹力  
     | 胡克定律

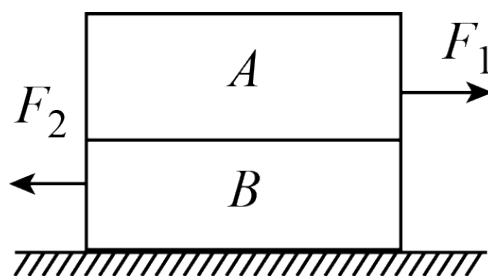
- 4 把一条盘在地上、长为 $L$ 的质量分布均匀的软绳向上提起，当绳刚好拉直时，它的重心位置升高了 \_\_\_\_\_；把一边长为 $L$ 的正方形匀质薄板 $ABCD$ 绕 $C$ 点翻到对角线 $AC$ 处于竖直位置时，其重心升高了 \_\_\_\_\_。

答案 1.  $\frac{L}{2}$   
 2.  $\frac{\sqrt{2}-1}{2}L$

解析 略

考点 一相互作用  
     | 重力 基本相互作用  
     | 重心

- 5 如图所示，物体 $A$ 、 $B$ 各重 $10\text{N}$ ，水平拉力 $F_1 = 4\text{N}$ ， $F_2 = 2\text{N}$ ，物体保持静止，则 $A$ 、 $B$ 间的静摩擦力大小为 \_\_\_\_\_  $\text{N}$ ， $B$ 与地面间的摩擦力大小为 \_\_\_\_\_  $\text{N}$ 。



答案 1. 4  
 2. 2

解析 选取 $A$ 为研究对象，由于 $A$ 处于静止状态， $A$ 受到的静摩擦力与拉力 $F_1$ 是一对平衡力，因此 $A$ 、 $B$ 间的静摩擦力为 $4\text{N}$ 。对 $A$ 、 $B$ 整体来说处于平衡状态，由二力平衡可得 $B$ 与地面

间的摩擦力为 $2\text{N}$ ，方向水平向左。

故答案为： $4$ ； $2$ 。

考点

一相互作用

— 摩擦力

— 静摩擦力和最大静摩擦力

6 某人推着自行车前进时，地面对前轮的摩擦力为 $f_1$ ，对后轮的摩擦力为 $f_2$ ；该人骑着自行车前进时，地面对前轮的摩擦力为 $f_3$ ，对后轮的摩擦力为 $f_4$ ，下列说法中正确的是（ ）

A.  $f_1$ 与车前进的方向相同

B.  $f_2$ 与车前进的方向相同

C.  $f_3$ 与车前进的方向相同

D.  $f_4$ 与车前进的方向相同

答案

D

解析

人推着车时，两个轮都是从动轮，它们只是因为车整体向前所以才转动的，是地面的摩擦力令它们转动的，结合车轮的转动方向可知，地面摩擦力对两个车轮的作用力向后。人骑自行车匀速前进时，因为有地面的摩擦力，故一定有人对自行车的力。一般自行车都是后轮是主动轮，前轮是从动轮。所以后轮应该是向顺时针转动，此时如果没有地面给它向前的摩擦力，那么自行车是不动的，所以后轮受力向前。而前轮是没有动力的，它只是因为车整体向前所以才转动的，是地面的摩擦力令前轮转动的，结合前轮的转动方向可知，地面摩擦力对前轮的作用力向后。

考点

一相互作用

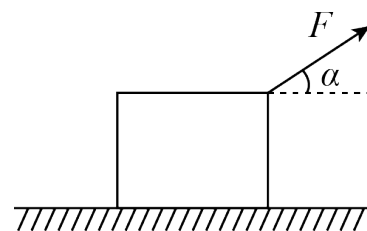
— 摩擦力

— 滑动摩擦力

— 静摩擦力和最大静摩擦力

进阶拓展

1 木箱重为 $G$ ，与地面间的动摩擦因数为 $\mu$ ，用斜向上的力 $F$ 拉木箱使之沿水平地面匀速前进，如图所示，问角 $\alpha$ 为何值时拉力 $F$ 最小？这个最小值为多大？



**答案** 当  $\alpha = \theta = \arctan \mu$  时,  $F$  有最小值  $F_{\min} = G \sin \theta = \frac{\mu}{\sqrt{1+\mu^2}} G$ .

**解析** 本题采用物理方法和数学方法两种方法解答.

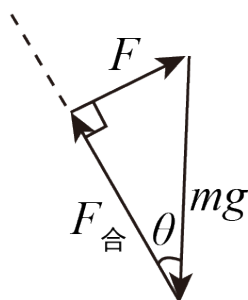
物理方法:

木箱在地面上运动时, 滑动摩擦力  $f = \mu N$ ,

则木箱所受地面的滑动摩擦力和支持力比例不变, 则两个力的合力方向固定, 即与竖直

方向所成角度正切值为  $\tan \theta = \frac{f}{F_N} = \mu$ .

木箱受拉力  $F$ 、重力  $mg$ 、摩擦力与支持力的合力  $F_{\text{合}}$  三力平衡, 则三力可构成闭合三角形, 如图所示.

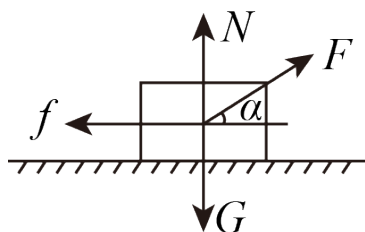


当且仅当拉力  $F$  垂直于合力  $F_{\text{合}}$  时, 拉力  $F$  最小.

此时  $\alpha = \theta$ ,  $\tan \alpha = \tan \theta = \mu$ , 即  $\alpha = \arctan \mu$ , 拉力  $F_{\min} = G \sin \theta = \frac{\mu}{\sqrt{1+\mu^2}} G$ .

数学方法:

木箱受力情况如图所示,



水平方向,  $f = F \cos \alpha$ ,

竖直方向,  $N = G - F \sin \alpha$ ,

其中,  $f = \mu N$ ,

$$\text{联立解得 } F = \frac{\mu G}{\mu \sin \alpha + \cos \alpha},$$

根据和差公式可知, 当  $\alpha = \arctan \mu$  时,  $\mu \sin \alpha + \cos \alpha$  有最大值  $\sqrt{1 + \mu^2}$ , 即  $F$  有最小值

$$\frac{\mu}{\sqrt{1 + \mu^2}} G.$$

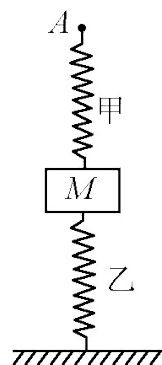
### 考点

一相互作用

├ 共点力平衡

└ 多个力的动态平衡

- 2 如图所示, 物块的质量为  $M$ , 与甲、乙两弹簧相连接, 乙弹簧下端与地面连接, 甲、乙两弹簧质量不计, 其劲度系数分别为  $k_1$ 、 $k_2$ . 开始甲弹簧处于自由长度, 现用手将甲弹簧的  $A$  端缓慢上提, 使乙弹簧产生的弹力大小变为原来的  $\frac{2}{3}$ , 求  $A$  端上移的距离.



### 答案

$$\frac{k_1 + k_2}{3k_1 k_2} Mg \text{ 或 } \frac{5(k_1 + k_2)}{3k_1 k_2} Mg$$

### 解析

1. 乙弹簧处于压缩状态时, 甲弹簧的伸长量为  $\frac{Mg}{3k_1}$ , 乙弹簧的形变量为  $\frac{Mg}{3k_2}$ , 总上移量为  $\frac{k_1 + k_2}{3k_1 k_2} Mg$ . 当乙弹簧处于伸长状态时, 甲弹簧弹力为  $\frac{5}{3} Mg$ , 因此总上移量为  $\frac{5(k_1 + k_2)}{3k_1 k_2} Mg$ .

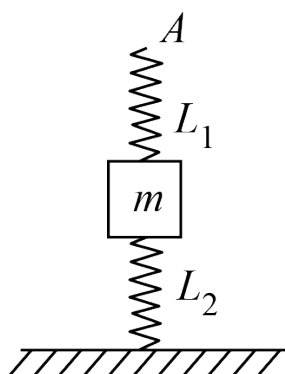
故答案为:  $\frac{k_1 + k_2}{3k_1 k_2} Mg$  或  $\frac{5(k_1 + k_2)}{3k_1 k_2} Mg$ .

2. (1) 当弹簧乙仍处于压缩状态时, 有:

$$\text{对乙: } \Delta F_2 = \frac{1}{3} Mg, \text{ 则 } \Delta x_2 = \frac{Mg}{3k_2};$$

$$\text{对甲: } \Delta F_1 = \frac{1}{3} Mg, \text{ 则 } \Delta x_1 = \frac{Mg}{3k_1},$$

$$\text{则 } A \text{ 端上移的距离为 } x_1 = \Delta x_1 + \Delta x_2 = \frac{k_1 + k_2}{3k_1 k_2} Mg.$$



(2) 当弹簧乙处于拉伸状态时，有：

对乙： $\Delta F_3 = \frac{2}{3}Mg$ ，则 $\Delta x_3 = \frac{2Mg}{3k_2}$ ，其恢复原长时的距离 $\Delta x_4 = \frac{Mg}{k_2}$ ；

对甲： $\Delta F_5 = Mg + \frac{2}{3}Mg = \frac{5}{3}Mg$ ，则 $\Delta x_5 = \frac{5Mg}{3k_1}$ ，

则A端上移的距离为 $x_2 = \Delta x_3 + \Delta x_4 + \Delta x_5 = \frac{5(k_1 + k_2)}{3k_1 k_2}Mg$ 。

故答案为： $\frac{k_1 + k_2}{3k_1 k_2}Mg$ 或 $\frac{5(k_1 + k_2)}{3k_1 k_2}Mg$ 。

考点

一相互作用

— 弹力  
— 胡克定律

3

有三个力分别是5N、7N和14N，则它们的合力最大值是多少？最小值是多少？若三个力分别是5N、7N和10N，则它们的合力最大值是多少？最小值是多少？

答案

26N，2N，22N，0N

解析

由力的合成法则可知，最大值为三个力的绝对值相加，最小值为最大值减去剩余两个力的和。

考点

一相互作用

— 力的合成  
— 平行四边形法则