第七部分 自招综合训练-静电场

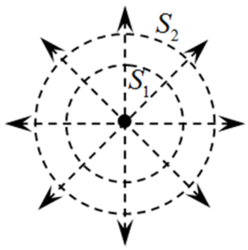
在高中物理课程中，我们学习了有关静电场的基本概念和主要公式；在这个模块中，我们再介绍一些拓展内容，例如：高斯定理、电势的计算、电像法、电容（电容电路）、电场能量等。

一、高斯定理

1.知识点睛

原则上说，根据点电荷场强公式和场强叠加原理可以计算任意分布的电荷所产生的电场。但是对于电荷连续分布等复杂情况，需要用到较多的数学知识（如微积分），计算量也较大。下面我们再介绍一个计算场强的方法——高斯定理。

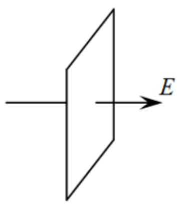
在阐述这个定理之前，我们需要先介绍一个物理量。在高中课程中我们已经知道，可以用电场线的疏密来描述场强的大小。在如图所示的情景中，点电荷在球面S_1、S_2处产生的场强不同，但通过观察易知：穿过S_1、S_2面的电场线总根数相同，这是一个新的物理量，类比磁通量的概念，这个物理量称为电通量。



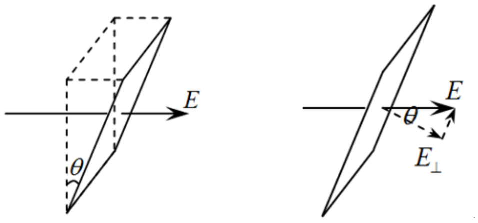
定义

（1）电通量定义：

①当匀强电场E与面积为S的平面垂直时，穿过该平面的电通量$\Phi = ES$



②如图所示，当匀强电场E与面积为S的平面不垂直时，穿过该平面的电通量$\Phi = ES_{\perp} = ES\cos\theta$或$\Phi = E_{\perp}S = ES\cos\theta$

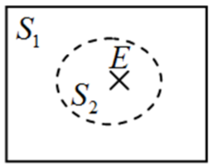


③一般情况下（非匀强电场、曲面情况），穿过某一面积的电通量定义为：

$$\Phi=\sum\vec{E}\cdot\Delta\vec{S}=\int\vec{E}\cdot d\vec{S}$$

其中，任意面元ΔS的法线方向定义为该面元的方向。

④计算电通量时，S应为有效面积。如图所示，平面面积为S_1，但只有S_2区域内有电场，则电通量$\Phi=ES_2$



（2）电通量性质：

①电通量也可以用穿过某一截面的电场线的总根数描述。

②电通量是标量，遵守算数加法法则。但电通量有正负，一个曲面有正反两个面，定义从某一个面穿过的电通量为正，则从另外一个面穿过的电通量为负。

定理

真空静电场中穿过任意闭合曲面S（称高斯面）的电通量可表示为$\Phi=4\pi k\sum q_i$，式中k是静电力常量，$\sum q_i$为闭合曲面内全部电荷的代数和。这就是**高斯定理。**

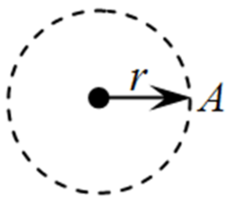
对于高斯定理的说明：

①计算电通量Φ时，E为空间的总电场

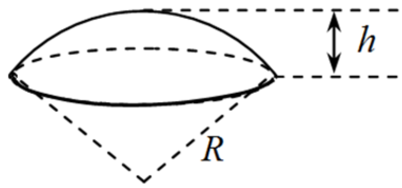
②$\sum q$只是对高斯面内的电荷求和，高斯面外的电荷对电通量无贡献。

当电荷分布具有某种对称性时，合理地选取高斯面，利用高斯定理求解场强可简化问题。

如求解与正点电荷q距离为r处的A点的场强，可以采用如下方法。以正点电荷为球心，r为半径做闭合球面（构造高斯面），由对称性可知，球面上各处场强大小都相同（等于A点场强），方向与球面垂直，由高斯定理可得：$E\times4\pi r^2=4k\pi q$，解得：$E=k\frac{q}{r^2}$，这与我们已知的结果相同。



下面补充一个可能会用到的数学知识： 如图所示，若球半径是R，球冠的高是h，则球冠面积是$S=2\pi Rh$。



2. 例题精讲

1 结合所学电学知识回答以下问题：

（1）设均匀带电球壳半径为R、总带电量为Q，求距离球心r处的场强大小（不讨论$R=r$的情况）

（2）设均匀带电球体半径为R、总带电量为Q，求距离球心r处的场强大小（不讨论$R=r$的情况）

答案 （1）$E=\begin{cases}0(r<R)\\ k\dfrac{Q}{r^2}(r>R)\end{cases}$

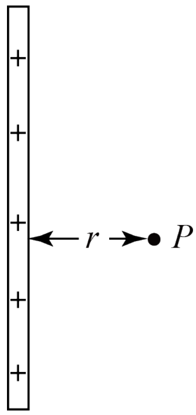
（2）$E=\begin{cases}k\dfrac{Qr}{R^3}(r<R)\\ k\frac{Q}{r^2}(r>R)\end{cases}$

解析 （1）略

（2）略

考点 静电场 > 电场 > 电场强度

2 如图所示，一无限长直线均匀带电，电荷线密度为λ，考察点P到直线的距离为r，求P点的场强大小．



答案 $\frac{2k\lambda}{r}$

解析 略

考点 静电场 > 电场 > 电场强度

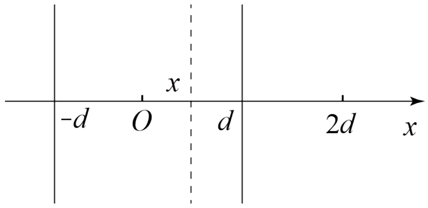
3 设均匀带正电的无限大平面的面电荷密度为σ，求平面一侧距离平面r处的场强．

答案 $E=2k\pi\sigma$（为匀强电场，与距离r无关）

解析 略

考点 静电场 > 电场 > 电场强度

4 如图所示，在$-d\leqslant x\leqslant d$的空间区域内（y，z方向无限延伸）均匀分布着密度为ρ的正电荷，此外均为真空．试求$|x|\leqslant d$处的场强分布．



答案 $E=4k\pi g\rho x$

解析 略

考点

静电场 > 电场 > 电场强度

5 一点电荷q位于立方体中心，立方体边长为a，求：

（1）通过立方体一面的电通量．

（2）如果该电荷移至立方体的一个角上，这时通过立方体每个面的电通量各是多少？

答案 （1）$\frac{2}{3}k\pi q$

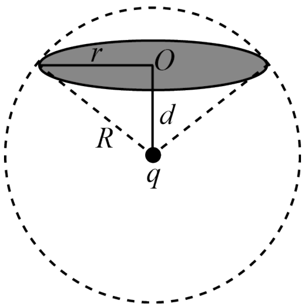
（2）$\frac{1}{6}k\pi q$

解析 （1）点电荷位于立方体中心时，通过立方体表面的总电通量为$4k\pi q$，由对称性可知，通过一个面的电通量为$\frac{1}{6}\times 4k\pi q=\frac{2}{3}k\pi q$．

（2）点电荷位于立方体的一个顶点时，可将该立方体看做8个同样的立方体组成的大立方体的一角，q位于大立方体的中心．因此，小立方体有三个面没有电场线穿过，电通量为零；另外三个面的电通量均为$\frac{1}{24}\times 4k\pi q=\frac{1}{6}k\pi q$．

考点 静电场 > 电场 > 电场概念

6 半径为r的圆板，在与其中心O距离为d处放置一点电荷q，试计算板上的电通量．

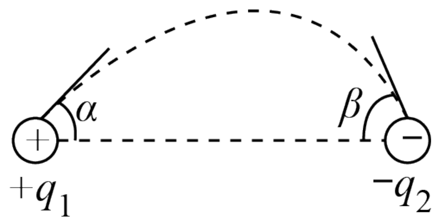


答案 $2k\pi q\left(1-\frac{d}{\sqrt{d^2+r^2}}\right)$．

解析 如图所示，以点电荷q为球心，以$R=\sqrt{d^2+r^2}$为半径作一球面，显然通过圆板的电通量与以圆板边界为界的球冠面的电通量相同．整个球面上的电通量$\varphi=4k\pi q$，则球冠面上的电通量$\varphi'=\frac{2\pi R(R-d)}{4\pi R'}\varphi=2k\pi q=\frac{R-d}{R}=2k\pi q\left(1-\frac{d}{\sqrt{d^2-r^2}}\right)$，因此，通过圆板的电通量也为$2k\pi q\left(1-\frac{d}{\sqrt{d^2+r^2}}\right)$．

考点 静电场 > 电场 > 电场概念

7 如图所示，电场线从正电荷$+q_1$出发，与正负电荷连线成α角，求该电场线进入负点电荷$-q_2$的角度β是多大．

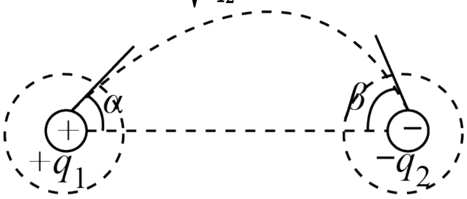


答案 $\sin\frac{\beta}{2}=\sqrt{\frac{q_1}{q_2}}\sin\frac{\alpha}{2}$

解析 以点电荷$+q_1$和$-q_2$为中心，取一半径r很小的球面，可视为其上电场线均匀分布，穿出2α角所对球冠面的电场线应完全穿入2β角所对的球冠面，两面上电通量相等，可得：

$4k\pi q_1\frac{2\pi r\cdot r(1-\cos\alpha)}{4\pi r^2}=4k\pi q_2\frac{2\pi r\cdot r(1-\cos\beta)}{4\pi r^2}$，

解得：$\sin\frac{\beta}{2}=\sqrt{\frac{q_1}{q_2}}\sin\frac{\alpha}{2}$．



考点 静电场 > 电场 > 电场概念

补充题

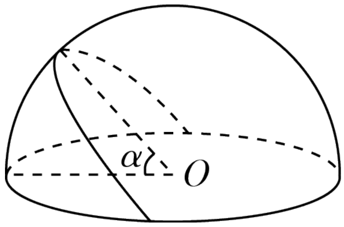
8 假设水池中有一喷头A可以向空间各方向均匀喷水，单位时间喷出水量为Q_1，强力吸收器B可以均匀吸收空间各方向的水，单位时间吸收水量为Q_2．现将A、B放在相距$2a$的位置上，同时开启，不考虑重力及阻力，求A、B两线中点处水的流速．

答案 $\frac{Q_1+Q_2}{4\pi a^2}$

解析 略

考点 曲线运动 > 曲线运动基础 > 运动的合成与分解

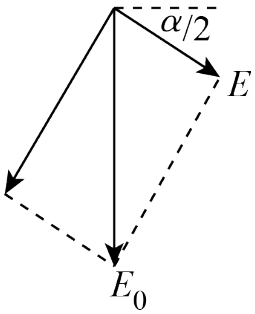
9 如图所示，电荷均匀分布在半球面上，它在这半球的中心O处电场强度等于E_0．用一个与半球底面夹角为α，且过球心的平面切割半球，从半球中分出一部分球面，则所分出的这部分球面上（在“小瓣”上）的电荷在O处的电场强度为（　　）



A. $E=E_0\sin\alpha$　　B. $E=E_0\cos\alpha$　　C. $E=E_0\sin\frac{\alpha}{2}$　　D. $E=E_0\cos\frac{\alpha}{2}$

答案　C

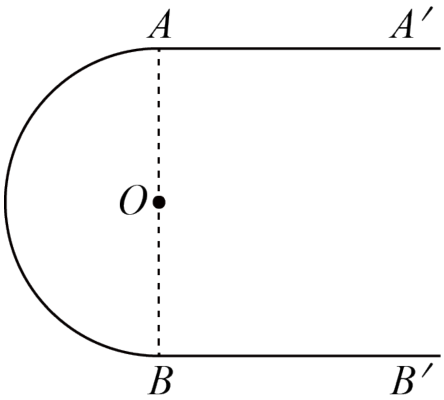
解析　根据对称性，做出球面上的电荷在O点产生的电场分布，如图所示，由平行四边形定则得到“小瓣”球面上的电荷在O处的电场强度$E=E_0\sin\frac{\alpha}{2}$，



故选C．

考点　静电场 > 电场 > 电场强度

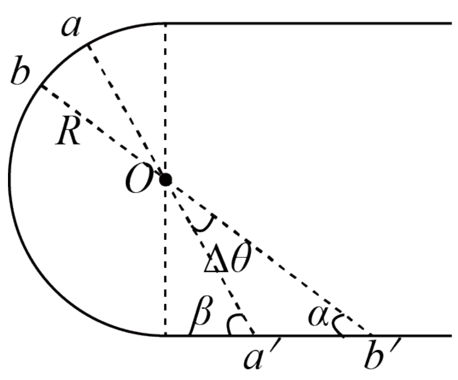
10 一无限长均匀带电细线弯成如图所示的平面梯形，其中AB是半圆弧，AA'和BB'是两平行直线，A和B向右端无限延伸．试求圆心O处的电场强度．



答案 0

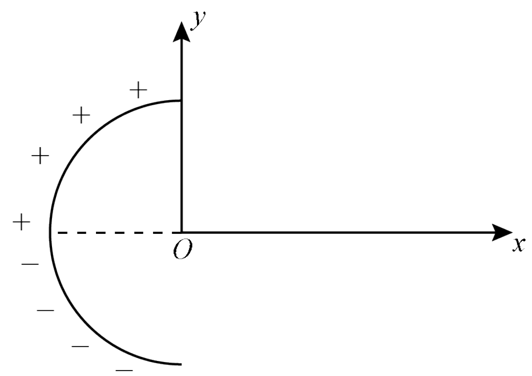
解析 设单位长度细线带电量为λ，如图所示，在圆弧上取一小段微元ab（对应的圆心角为$\Delta\theta$），它在O点产生的电场强度为$E_1=k\dfrac{\lambda R\Delta\theta}{R^2}=k\dfrac{\lambda\Delta\theta}{R}$，相应地在直导线上取一段微元$ab$其在$O$点产生的场强为$E_2=k\dfrac{\frac{\lambda r\sin\Delta\theta}{\sin\alpha}}{r^2}$，因为$\Delta\theta$很小，所以$\sin\Delta\theta\approx\Delta\theta\sin\alpha\approx\sin\beta$，可得$E_2=k\dfrac{\lambda\Delta\theta}{R}$，故合场强$E_O=E_1-E_2=0$．

故答案为：0．



考点 电磁学 > 静电场 > 电场强度 > 叠加原理

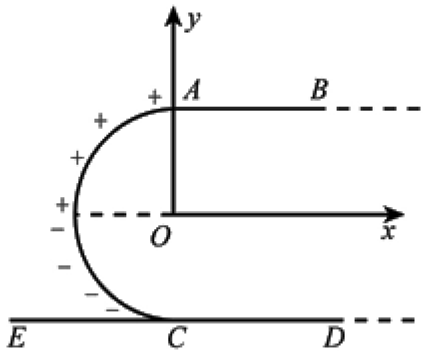
11 如图所示，半径为R的半圆形绝缘线上，下$\frac{1}{4}$圆弧上分别均匀带电$+q$和$-q$，求圆心处的场强．



答案 $\dfrac{4kq}{\pi R^2}$

解析 根据补充3结论可知，上$\frac{1}{4}$圆弧在O点产生的场强E_1与带正电的射线CD（电荷线密度相同）在O点产生的场强等大反向，若射线CD带负电，则它在O点产生的场强与E_1相同，如图所示．同理，下$\frac{1}{4}$圆弧在O点产生的场强于带负电的射线AB产生的场强等大反向，故与带负电的射线CE在O点产生的场强等效．因此圆弧在O点产生的场强等效于无限长

带负电的ED在O点产生的场强，利用高斯定理可得：$E=\frac{2k\lambda}{r}=\frac{2k}{R}\frac{q}{\frac{\pi}{2}R}=\frac{4kq}{\pi R^2}$，方向沿$y$轴负方向．



故答案为：$\frac{4kq}{\pi R^2}$．

考点　静电场 > 电场 > 电场强度

二、电势的计算

1. 知识点睛

公式

（1）点电荷的电势（电势能）

若真空中场源电荷为点电荷Q，位于O点。P为其电场中任意一点，O、P之间的距离为r。在P点放置另一个点电荷q，则q所具有的电势能为：$\varepsilon_p=k\frac{Qq}{r}$；

P点的电势为：$\varphi=k\frac{Q}{r}$；

注意：点电荷的电势、电势能公式中，Q、q都带正负号计算。 且默认取无穷远或大地为电势（电势能）零点。

定理

（2）电势的叠加原理

若场源是由若干个点电荷所组成的电荷体系，则它们的合电势为各个点电荷单独存在时电势的代数和，此即**电势叠加原理。**

如果空间电荷分布具有某些对称性，求解电势时应充分利用对称性，以达到简化问题的目的。具体技巧请大家结合例题学习。

2. 例题精讲

12 导体球壳内有一点P，壳外有一正点电荷位于O处，现将该电荷的电荷量加倍，则P点电势 ______（填“升高”“降低”或“不变”）；P点场强 ______（填“升高”“降低”或“不变”）.

答案 1．升高

2．不变

解析 处于静电平衡状态的整个导体是个等势体，内部的场强处处为零，当电荷量加倍时，P点电势升高，场强不变．

考点 静电场 > 电荷 > 电荷及其守恒定律

13 一个带正电的均匀橡皮气球，在不断被吹大的过程中（　　）

A. 球内电场强度不变

B. 球内电势不变

C. 球面上一点受其它电荷的作用力不变

D. 气球掠过空间中某一点时，该点的电势变化是连续的

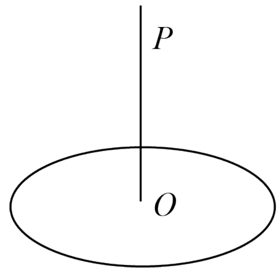
答案 AD

解析 略

考点 静电场 > 静电平衡和静电现象 > 静电平衡

静电场 > 静电平衡和静电现象 > 静电平衡问题

14 如图所示，半径为R的圆环均匀带电，电荷线密度为λ，圆心在O点，过圆心与环面垂直的轴线上有P点，$PO=r$．以无穷远处为电势零点，则P点的电势φ为（点电荷电场中各点的电势$\varphi=k\frac{Q}{d}$，Q为点电荷电量，d为各点到点电荷的距离）（　　）



A. $\frac{2\pi k\lambda R}{R^2+r^2}$　　B. $\frac{2\pi k\lambda R}{\sqrt{R^2+r^2}}$　　C. $\frac{2\pi k\lambda R}{r}$　　D. $\frac{2\pi k\lambda}{R}$

答案　B

解析　圆环上的点到P的距离，有几何关系可知：$d=\sqrt{R^2+r^2}$，

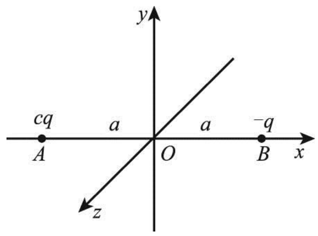
电势是标量，所以P点的电势为圆环均匀带电体所产生电势之和，所以$\varphi=k\frac{2\pi R\lambda}{\sqrt{R^2+r^2}}$

，故ACD错误，B正确．

故选B．

考点　静电场 > 电势 > 电势能、电势

15 如图所示，在空间坐标系$Oxyz$中，A，B两处固定两个电量分别为cq和q的点电荷，A处为正电荷，B处为负电荷，A，B位于O点两侧，距离O点都为a，确定空间中电势为零的等势面所满足的方程．



答案　$c=1$时，等势面为$x=0$；$c\neq1$时，等式面为$\left(x-\frac{c^2+1}{c^2-1}a\right)^2+y^2+z^2=\frac{4c^2a^2}{(c^2-1)^2}$

解析　设空间电势为零的点的坐标为$P(xyz)$．

以无穷远为电势零点，根据$\varphi=k\frac{q}{r}$，有：

$$U_P=k\frac{cq}{\sqrt{(x+a)^2+y^2+z^2}}-k\frac{q}{\sqrt{(a-x)^2+y^2+z^2}}=0\text{．}$$

当$c=1$时，可化简为$x=0$，即电势为零的等势面为平面$x=0$；

当$c\neq 1$时，可化简为$\left(x-\frac{c^2+1}{c^2-1}a\right)^2+y^2+z^2=\frac{4c^2a^2}{(c^2-1)^2}$，

即电势为零的等式面为球心$\left(\frac{c^2+1}{c^2-1}a,\ 0,\ 0\right)$，半径为$\frac{2ca}{|c^2-1|}$的球面．

考点 静电场 > 电势 > 电势能、电势

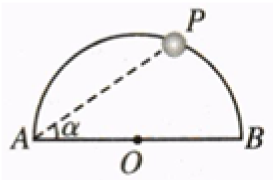
16 设三个点电荷的电荷量分别为q_1、q_2、q_3，相互间的距离分别为r_{12}、r_{23}、r_{31}，试求这三个电荷系统的静电势能．

答案 $k\frac{q_1q_2}{r_{12}}+k\frac{q_2q_3}{r_{23}}+k\frac{q_3q_1}{r_{31}}$．

解析 略

考点 静电场 > 电势 > 电势能、电势

17 如图所示，电荷量为Q_1、Q_2的两个正点电荷分别置于A点和B点，两点相距L．在以L为直径的光滑绝缘半圆环上，串着一个带电量为$+q$的小球（视为点电荷），在P点平衡．不计小球的重力，那么，PA与AB的夹角α与Q_1、Q_2的关系应满足（　　）



A. $\tan^3\alpha=\frac{Q_2}{Q_1}$　　B. $\tan^2\alpha=\frac{Q_2}{Q_1}$　　C. $\tan^3\alpha=\frac{Q_1}{Q_2}$　　D. $\tan^2\alpha=\frac{Q_1}{Q_2}$

答案 A

解析 因$E_1=k\frac{Q_1}{d^2}$，$E_2=k\frac{Q}{(d\tan\alpha)^2}$，且$\tan\alpha=\frac{E_2}{E_1}$，联立即可解得．

考点 静电场 > 电场 > 点电荷的电场

静电场 > 电场 > 电场强度

18 设均匀带电的薄球壳半径为R、总带电量为Q，求距离球心r处的电势大小．

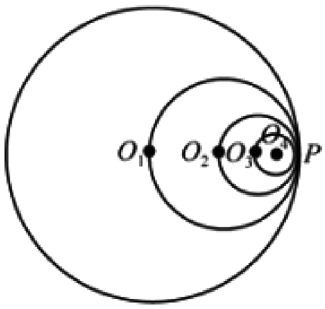
答案 $\varphi=\begin{cases}k\dfrac{Q}{R},0\leqslant r<R\\k\dfrac{Q}{r},r\geqslant R\end{cases}$

解析 在球壳内，由于场强为零，故移动电荷时电场力不做功，电势处处相等，都等于球壳表面的电势；球面外的电场分布与一个点电荷Q在球心处产生的电场分布相同，因此球壳外某一点的电势可利用点电荷的电势公式计算．可得：$\varphi=\begin{cases}k\dfrac{Q}{R},0\leqslant r<R\\k\dfrac{Q}{r},r\geqslant R\end{cases}$．

故答案为：$\varphi=\begin{cases}k\dfrac{Q}{R},0\leqslant r<R\\k\dfrac{Q}{r},r\geqslant R\end{cases}$．

考点 静电场 > 电势 > 电势能、电势

19 真空中，有四个电量均为q的均匀带电绝缘薄球壳，它们的半径分别为R，$\frac{R}{2}$，$\frac{R}{4}$，$\frac{R}{8}$，彼此内切于P点（不接触，不考虑电荷的重新分布）．球心分别为O_1，O_2，O_3，O_4，如图所示．求O_4与O_1间的电势差．



答案 $\dfrac{200}{21}k\dfrac{q}{R}$

解析 点O_4处在这四个带电薄球壳内部，所以点O_4的电势为

$\varphi_4=k\dfrac{q}{R}+k\dfrac{q}{\frac{R}{2}}+k\dfrac{q}{\frac{R}{4}}+k\dfrac{q}{\frac{R}{8}}=15k\dfrac{q}{R}$；点$O_1$在半径为$R$的球壳内，在半径为$\frac{R}{2}$的球壳表面，在半径为$\frac{R}{4}$、$\frac{R}{8}$的薄球壳的外面，所以点$O_1$的电势为

$\varphi_1=k\dfrac{q}{R}+k\dfrac{q}{\frac{R}{4}+\frac{R}{2}}+k\dfrac{q}{\frac{R}{8}+\frac{R}{4}+\frac{R}{2}}=\dfrac{115}{21}k\dfrac{q}{R}$．

因此O_4与O_1的电势差$U_{41}=\varphi_4-\varphi_1=\dfrac{200}{21}k\dfrac{q}{R}$．

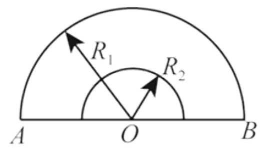
故答案为：$\dfrac{200}{21}k\dfrac{q}{R}$．

考点 静电场 > 电势 > 电势差

20 半径分别为R_1和R_2的两个同心球面均匀带电，电荷面密度分别为σ_1和σ_2．试求：

（1）大球面任意直径AB上的电势分布．

（2）如果过AB将两球面各切掉一半，如图所示，假设剩下两半球面仍均匀带电，电荷面密度保持不变，直径AB上的电势分布又如何．



答案 （1）$$\varphi=\begin{cases}4\pi k(\sigma_1R_1+\sigma_2R_2) & r\leqslant R_2\\ 4\pi k\left(\sigma_1R_1+\dfrac{\sigma_2R_2^2}{r}\right) & R_2<r\leqslant R_1\end{cases}$$

（2）$$\varphi'=\begin{cases}2\pi k(\sigma_1R_1+\sigma_2R_2) & r\leqslant R_2\\ 2\pi k\left(\sigma_1R_1+\dfrac{\sigma_2R_2^2}{r}\right) & R_2<r\leqslant R_1\end{cases}$$

解析 （1）大球面均匀带电，它在球内产生的电势处处相等，$\varphi_1=k\dfrac{\sigma_1 4\pi R_1^2}{R_1}4\pi k\sigma_1R_1$；小球面均匀带电，它在其内外产生的电势为$\varphi_2=\begin{cases}k\dfrac{\sigma_2 4\pi R_2^2}{R_2}=4\pi k\sigma_2R_2 & r\leqslant R_2\\ k=\dfrac{\sigma_2 4\pi R_2^2}{r} & r>R_2\end{cases}$．

由电势叠加原理可得：直径AB上电势分布为

$$\varphi=\begin{cases}4\pi k(\sigma_1R_1+\sigma_2R_2) & r\leqslant R_2\\ 4\pi k\left(\sigma_1R_1+\dfrac{\sigma_2R_2^2}{r}\right) & R_2<r\leqslant R_1\end{cases}.$$

故答案为：$\varphi=\begin{cases}4\pi k(\sigma_1R_1+\sigma_2R_2) & r\leqslant R_2\\ 4\pi k\left(\sigma_1R_1+\dfrac{\sigma_2R_2^2}{r}\right) & R_2<r\leqslant R_1\end{cases}$．

（2）通过直径AB将两个球面都切去一半时，切去的半球面和剩下的半球面对称，剩下的半球面对直径AB上的电势的贡献为完整球面的一半，因此：

$$\varphi'=\begin{cases}2\pi k(\sigma_1R_1+\sigma_2R_2) & r\leqslant R_2\\ 2\pi k\left(\sigma_1R_1+\dfrac{\sigma_2R_2^2}{r}\right) & R_2<r\leqslant R_1\end{cases}.$$

故答案为：$\varphi'=\begin{cases}2\pi k(\sigma_1R_1+\sigma_2R_2) & r\leqslant R_2\\ 2\pi k\left(\sigma_1R_1+\dfrac{\sigma_2R_2^2}{r}\right) & R_2<r\leqslant R_1\end{cases}$．

考点 静电场 > 电势 > 电势能、电势

21 导体上电荷面密度与曲率半径间关系的一个特例．

半径分别为R_1和R_2的两个导体小球，设两小球放置在相距很远的两处，中间用导线相连．再设法使两导体球带电，带电量分别为q_1和q_2．求两球电荷面密度之比$\frac{\sigma_1}{\sigma_2}$．

答案 $\frac{R_2}{R_1}$．

解析 因两球相距很远，可以认为两球所产生的电场互不影响．由于用导线连接，两球电势必相等，于是有$k\frac{q_1}{R_1}=k\frac{q_2}{R_2}$，

有电荷面密度改写为$\frac{\sigma_1 R_1^2}{R_1}=\frac{\sigma_2 R_2^2}{R_2}$，

化简得$\frac{\sigma_1}{\sigma_2}=\frac{R_2}{R_1}$．

可见同一导体（两球用导线连成一个导体）上，电荷面密度与曲率半径成反比，即电荷面密度与曲率成正比．

注意：上述关系仅对题中的特殊系统正确，一般形状的导体不具有这种关系．

故答案为：$\frac{R_2}{R_1}$．

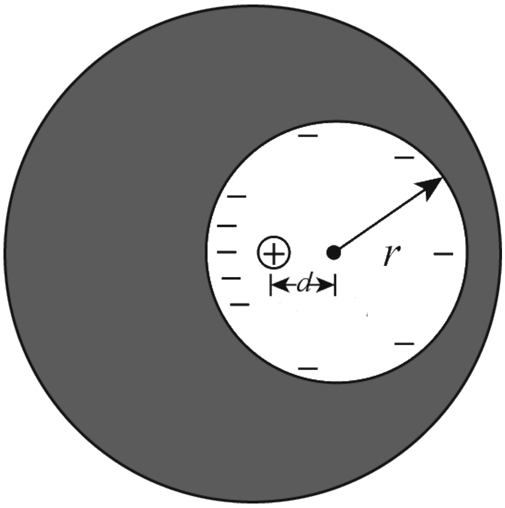
考点 静电场 > 电荷 > 电荷及其守恒定律

22 在半径R的金属球内偏心地挖出一个半径r的球形空腔，腔内距腔心d处置一点电荷q，金属球带电$-q$，则空腔中心的电势为（　　）

A. 0　　B. $kq\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{r}\right)$　　C. $kq\left(\frac{1}{d}-\frac{1}{R}\right)$　　D. $kq\left(\frac{1}{d}-\frac{1}{r}\right)$

答案 D

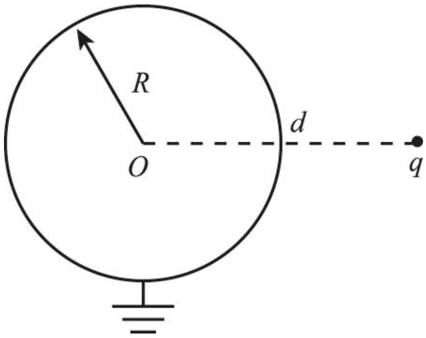
解析 空腔的内表面会感应出电荷$-q$（电荷分布不均匀，但距离空腔中心等距），由于金属球带电$-q$，说明金属球外表面恰好不带电．因此，由叠加原理可知，腔中心的电势$U=k\frac{q}{d}+k\frac{(-q)}{r}$，D正确．



故选D．

考点　静电场 > 电场 > 电场强度

23 半径为R的接地金属球外有一电荷量为q的点电荷，点电荷与球心O相距$d=2R$，如图所示．金属球上感应电荷的电荷量为（　　）



A. 0　　B. $-\frac{q}{4}$　　C. $-\frac{q}{2}$　　D. $-q$

答案　C

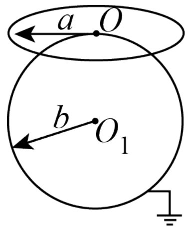
解析　由于金属球接地，其表面电势为零，且球是等势体，所以球心处电势为零．点电荷q在球心O处产生电势为$k\frac{q}{2R}$；设金属球上的感应电荷为Q，这些感应电荷距离球心都为R，根据叠加原理，Q在O处产生电势为$k\frac{Q}{R}$；根据球心电势为零可得：$k\frac{q}{2R}+k\frac{Q}{R}=0$，解得$Q=-\frac{q}{2}$，选项C正确．

故选C．

考点　静电场 > 电势 > 电势能、电势

科学思维 > 科学推理

24 一个半径为a的孤立的带电金属丝环，其中心处电势为U．将此环靠近半径为b的接地金属球，只有环中心O点位于球面上，如图所示，试求金属球上感应电荷的电量．



答案 $-\dfrac{abU}{k\sqrt{a^2+b^2}}$

解析 设金属丝的带电量为q，则金属丝在O点产生的电势满足$U=k\dfrac{q}{a}$

设金属球的感应电荷量为q'，由于金属球接地，故金属球是一个电势为零的等势体，因此，环上电荷及球上感应电荷在球心O_1处产生的电势之和应为零，即

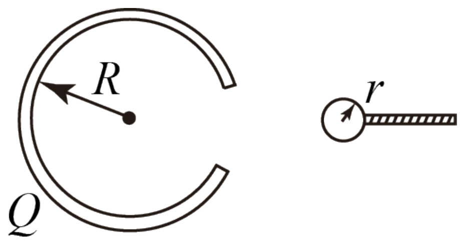
$0=\dfrac{kq}{\sqrt{a^2+b^2}}+\dfrac{kq'}{b}$．

联立解得$q'=-\dfrac{abU}{k\sqrt{a^2+b^2}}$．

故答案为：$-\dfrac{abU}{k\sqrt{a^2+b^2}}$．

考点 静电场 > 电荷 > 电荷及其守恒定律

25 一个带绝缘柄的半径为r的金属小球原不带电，另有一个半径为$R(>r)$的极薄的带正电为Q的金属球壳（如图所示），依下列程序操作时，每项操作之后，小球及球壳的带电情况如何变化？它们的电势如何变化？



（1）把小球从距球壳很远处通过壳上的孔移入壳内中心处，移动过程中两者不接触．

（2）把位于球壳中心的小球接一下地，立即断开．

（3）把球壳接一下地，立即断开．

（4）把小球从球壳内取出，移到跟球壳心O距离为d的O'点，移动过程中两者不接触．

答案 （1）小球电量不变，电势变为$\frac{kQ}{R}$；球壳电量电势都不变

（2）小球电量变为$-\frac{r}{R}Q$，电势变为0；球壳内表面带电$\frac{r}{R}Q$，外表面带电$\frac{R-r}{R}Q$，电势变为$\frac{kQ}{R}\left(1-\frac{r}{R}\right)$

（3）小球电量不变，电势变为$-\frac{kQ}{R}\left(1-\frac{r}{R}\right)$；球壳内表面电量不变，外表面电量为0，球壳电势变为0

（4）小球电势变为$U_1=k\frac{-q}{r}+k\frac{q}{d}=kq\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{d}\right)=-k\frac{r}{R}Q\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{d}\right)=-kQ\frac{d-r}{Rd}$

球壳电势变为

$$U_2=k\frac{-q}{R}+k\frac{q}{d}=-kq\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{d}\right)=-k\frac{r}{R}Q\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{d}\right)=-kQ\frac{r(R-r)}{R^2d}$$

解析 （1）小球本来不带电，移入O点后仍然不带电．因为带正电Q的整个导体球壳是个等势体，且$U=kQ/R$．小球移到O点，电势也变为kQ/R．球壳自身的电量、电势不

因小球的进入而改变．

故答案为：小球电量不变，电势变为$\frac{kQ}{R}$；球壳电量电势都不变．

（2）小球未接地前电势为正，比地面高，一旦接地电势迅速变为零这一瞬间有电量$-q(q>0)$由地通过接地线流入小球．q可由下式计算：

$$k\frac{Q}{R}-k\frac{q}{r}=0$$

解得$q=rQ/R<Q$．由于小球带上$-q$，因此球壳内表面会出现$+q$，根据电荷守恒律，球壳外表面剩余电量为$Q-q=Q(R-r)/R$．表面和小球之间的空腔出现电场，电场方向指向小球．球壳的电势会改变，其电势数值可根据叠加原理算得：

$$U=k\frac{(-q)}{r}+k\frac{q}{R}+k\frac{(Q-q)}{R}+k\frac{Q(R-r)}{R^2}=k\frac{Q}{R}\left(1-\frac{r}{R}\right)<k\frac{Q}{R}$$

说明球壳的电势仍为正，比小球高，但比原来降低了．

故答案为：小球电量变为$-\frac{r}{R}Q$，电势变为0；球壳内表面带电$\frac{r}{R}Q$，外表面带电$\frac{R-r}{R}Q$，电势变为$\frac{kQ}{R}\left(1-\frac{r}{R}\right)$．

（3）把球壳接一下地，球壳电势马上变为零．这一瞬间有负电荷$-(Q-q)$由地通过接地线移入球壳．壳内表面仍有净正电荷$q=rQ/R$．小球电量$-q$不变，空腔电场

分布不变，但小球电势会变，根据叠加原理，设小球电势变为U'，则

$$U'=k\frac{(-q)}{r}+k\frac{q}{R}=-kq\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{R}\right)=-k\frac{r}{R}Q\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{R}\right)=-kQ\frac{R-r}{R^2}$$

说明小球电势变为负．电场线由零电势的球壳内表面指向小球．

故答案为：小球电量不变，电势变为$-\frac{kQ}{R}\left(1-\frac{r}{R}\right)$；球壳内表面电量不变，外表面电量为0，球壳电势变为0．

（4）小球移出球壳外，小球电量和球壳电量都不变，设小球电势变为U_1，球壳电势变为U_2，根据叠加原理，有

$$U_1=k\frac{-q}{r}+k\frac{q}{d}=kq\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{d}\right)=-k\frac{r}{R}Q\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{d}\right)=-kQ\frac{d-r}{Rd}.$$

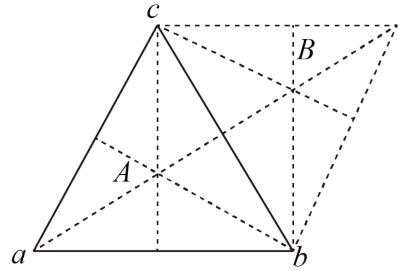
$$U_2=k\frac{-q}{R}+k\frac{q}{d}=-kq\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{d}\right)=-k\frac{r}{R}Q\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{d}\right)=-kQ\frac{r(R-r)}{R^2d}.$$

故答案为：$U_1=k\frac{-q}{r}+k\frac{q}{d}=kq\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{d}\right)=-k\frac{r}{R}Q\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{d}\right)=-kQ\frac{d-r}{Rd}$．

$$U_2=k\frac{-q}{R}+k\frac{q}{d}=-kq\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{d}\right)=-k\frac{r}{R}Q\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{d}\right)=-kQ\frac{r(R-r)}{R^2d}.$$

考点 静电场 > 电荷 > 电荷及其守恒定律

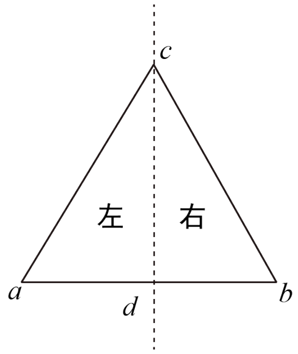
26 如图所示，三根等长的带电绝缘细棒首尾相接构成等边三角形，其中电荷的分布如同绝缘棒都换成等长导体棒且已达到静电平衡时的电荷分布．测得图中A、B两点的电势分别为U_A、U_B．今将ab棒取走，设不影响ac及bc两棒的电荷分布，试求此时A、B两点的电势U_A'、U_B'．



答案 $U_A'=2U_1=\frac{2}{3}U_A$，$U_B'=U_1+U_2=\frac{1}{6}U_A+\frac{1}{2}U_B$

解析 考虑到正三角形abc具有如图所示的左、右对称性（即镜面对称性），ab棒表面上电荷分布也必定具有这种左、右对称性，即从d（ab棒中间部位）到a的电荷分布全同于从d到b的电荷分布．在正三角形中，ab、bc、ac三棒处于对称关系，因此bc、ac棒中的电荷分布同于ab棒中的电荷分布．电荷的这种分布，使得三棒各自对图中A点的电势贡献相同，记为U_1，则有

$U_A = 3U_1$



bc棒对B点的电势贡献也为U_1，ac、ab棒对B点的电势贡献相同，记为U_2，则有

$U_B = U_1 + 2U_2$

可解得

$U_1 = \frac{1}{3}U_A$，$U_2 = \frac{1}{2}U_B - \frac{1}{6}U_A$

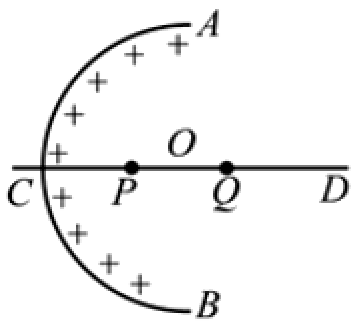
将ab棒取走后，它对A点的U_1贡献取消，它对B点的U_2贡献也取消，便得

$U_A' = 2U_1 = \frac{2}{3}U_A$，$U_B' = U_1 + U_2 = \frac{1}{6}U_A + \frac{1}{2}U_B$.

故答案为：$U_A' = 2U_1 = \frac{2}{3}U_A$，$U_B' = U_1 + U_2 = \frac{1}{6}U_A + \frac{1}{2}U_B$.

考点 静电场 > 电势 > 电势能、电势

27 如图所示，半径为R的均匀带电半球壳，带电量为q，球心为O，P、Q为轴上对称的两点$PO = QO$. 如已知P点的电势为U_P，求Q点电势U_Q .



答案 $\frac{2kq}{R} - U_P$

解析 如果在带电半球右边再补上完全相同的带电半球壳．总带电量为$2q$．由于对称性，左半球在Q点的电势与右半球在P点电势相同，即$U_Q = U_P'$．两边同加上U_P，则

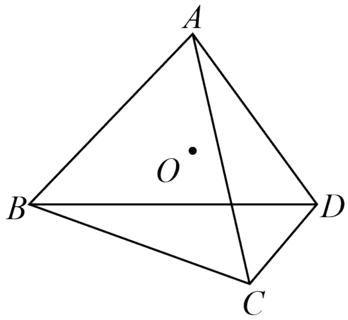
$U_Q + U_P = U_P' + U_p$．上式右边为左、右半球全部电荷在P点的电势．即带电量为$2q$的均

匀带电球壳在球心处的电势，则$U_P+U_Q=\dfrac{2kq}{R}$，解得：$U_Q=\dfrac{2kq}{R}-U_P$．

故答案为：$\dfrac{2kq}{R}-U_P$．

考点　静电场 > 电势 > 电势能、电势

28 如图，正四面体$ABCD$各面为导体，但又彼此绝缘．已知带电后四个面的静电势分别为φ_1、φ_2、φ_3和φ_4，求四面体中O点的电势φ_0．



答案　$\varphi_0=\dfrac{\varphi_1+\varphi_2+\varphi_3+\varphi_4}{4}$．

解析　若正四面体的四个面电势相同，四面体就是一个等势体，其中心点电势即可确定，现正四面体$ABCD$各面静电势均不同，其中心点的电势φ_0难以直接确定，我们来进行等效替代：另有同样的三个四个面的静电势分别为φ_1、φ_2、φ_3和φ_4的正四面体，将它们适当地叠在一起，使四个面的电势均为$\varphi_1+\varphi_2+\varphi_3+\varphi_4$，中心点$O$共点，这个叠加而成的四面体是等势体，其中心$O$点电势$4\varphi_0=\varphi_1+\varphi_2+\varphi_3+\varphi_4$，于是求得$\varphi_0=\dfrac{\varphi_1+\varphi_2+\varphi_3+\varphi_4}{4}$

．

故答案为：$\varphi_0=\dfrac{\varphi_1+\varphi_2+\varphi_3+\varphi_4}{4}$．

考点　静电场 > 电势 > 电势能、电势

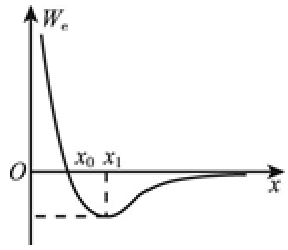
3. 知识点睛

（3）场强与电势的关系

在匀强电场中，两点间的电势差U与场强E满足：$E=\dfrac{U}{d}$，其中d为两点间沿场强方向的距离。类似的，在非匀强电场中，取$\Delta x\to 0$的两点，在此小范围内电场可近似认为是匀强电场，则$-\Delta\varphi=E\cdot\Delta x$，即$E=-\dfrac{\Delta\varphi}{\Delta x}$。

4. 例题精讲

29 两个点电荷固定在x轴上，从左到右分别记为Q_1和Q_2．经测量，在$x>0$的轴上电子的电势能曲线如图所示，其中x_0是电势能为零的点的坐标．x_1是电势能为极小值的点的坐标．电子与电量为Q的点电荷距离为r时，电势能为$W_e=-\frac{keQ}{r}$．求：



（1）电荷Q_2的位置xQ_2．

（2）电荷Q_1的位置xQ_1．

（3）两电荷量之比Q_1/Q_2．

答案 （1）$xQ_2=0$

（2）$xQ_1=x_1\left(2-\frac{x_1}{x_0}\right)$

（3）$\frac{Q_1}{Q_2}=-\left(\frac{x_1}{x_0}-1\right)^2$

解析 （1）由图可知，趋于原点时，电子的电势能趋于正无穷大，因此原点处有个负电荷；由于在x_0处存在电势能为零的点，因此另外一个电荷必定为正电荷，且该正电荷在$x<0$区域（因为在趋于正电荷位置时，电势能趋于负无穷，而$x>0$区域内没有电势能趋于负无穷的位置）．

综合上述分析可知，Q_2为负电荷，处于原点，即$xQ_2=0$．

（2）Q_1为正电荷，在$x<0$区域，设其位置为$-x_2$；

由于x_0处电势能为零，即

$$W_{(x_0)}=W_1(x_0)+W_2(x_0)=-ke\frac{Q_1}{x_0+x_2}+\left(-ke\frac{Q_2}{x_0}\right)=0$$

x_1为电势能极小值点，因此在该点电场强度为零．

即$E(x_1)=E_1(x_1)+E_2(x_1)=k\frac{Q_1}{(x_1+x_2)^2}+k\frac{Q_2}{x_1^2}=0$．

联立两式解得：$x_2=x_1\left(\frac{x_1}{x_0}-2\right)$，即$xQ_1=-x_2=x_1\left(2-\frac{x_1}{x_0}\right)$．

（3）由（2）可得，$\frac{Q_1}{Q_2}=-\left(\frac{x_1}{x_0}-1\right)^2$．

考点 静电场 > 电势 > 电势能、电势

三、电像法（选讲）

1. 知识点睛

前面已经说过，如果电荷分布已知，即可根据点电荷场强公式和叠加原理计算空间的电场分布。但是实际问题中，一旦存在导体或介质，由于事先不知道或很难确定导体上的感应电荷分布，因此很难利用这种方法求解。下面我们再介绍一种处理方法——电像法。

在阐述这个方法之前，我们需要介绍一下静电场中的唯一性定理。这个定理在大学课程中会学到，这里我们只做简单介绍，大家了解一下结论即可。

定理

（1）静电场边值问题的唯一性定理

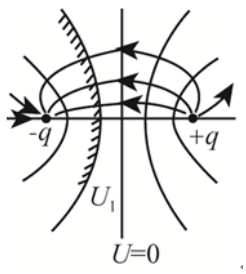
给定各带电导体的几何形状，相互位置和下列条件之一：

①每个导体的电势U_i；（其中$i=1,2,3\cdots$为各导体的编号）

②每个导体上的总电量Q_i；

空间电场的恒定分布被**唯一**地确定。

（2）电像法



我们先来看一个例子，设有一对点电荷，带电量分别为$+q$、$-q$，相距为$2a$，其电场线和等势面如图所示。现在考察图中标明为U_i的那个等势面，假设有一个形状恰好与此面相吻合的金属薄片，如果把它准确的安置在图中电势为U_1的面上，同时调整此金属片的电势恰好为U_1，那么整个空间的电场不会改变（由唯一性定理保证）。

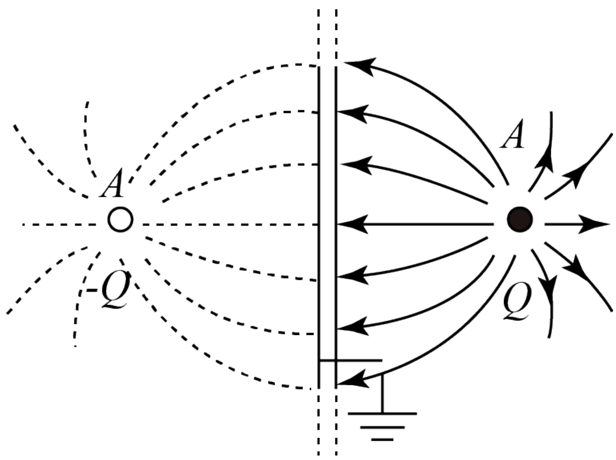
利用上述分析，我们可以反过来解决一个新问题：一块给定了电势U_1的曲面导体（形状与上述情况相同），并在此导体前面放一个点电荷（相对位置也与上述情况相同），那么此导体外部与点电荷同侧的空间电场分布和一对点电荷（相对位置与上述情况相同）所激发的电场相同。这样在求解电场时，并不需要求出导体上的感应电荷分布，只需寻找一个点电荷（称为像电荷）$-q$便能解决问题，这就是电像法。

在某些情况下，从边界面和电荷的几何位置能够推断：在所考察的区域外，适当放几个量值合适的电荷，就能够模拟所需要的边界条件，这些电荷称为像电荷，而这种用一个带有像电荷的、无界的扩大区域，来代替有界区域的方法，就称为电像法。

电像法的实质在于将一给定的静电场变换为另一易于计算的等效静电场，多用于求解在边界面前面有一个或一个以上点电荷的问题。具体技巧请大家结合例题学习。

2. 例题精讲

30 如图，无限大的接地导体板，在距板d处的A点有一个电量为Q的正电荷，求板上的感应电荷对点电荷Q的作用力．

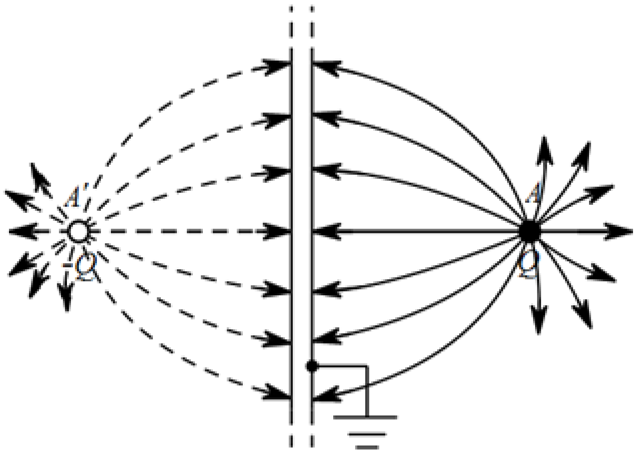


答案 $F=\dfrac{kQ^2}{4d^2}$ ．

解析 由于导体板接地，板上电势为零，在点电荷Q的作用下，板的右侧出现感应电荷，但其电量及分布未知，故无法直接求出它们对电荷Q的作用力．由于导体为一等势面，从点电荷Q发出的电场线应处处与导体面正交而终止，因而导体板右侧电场线分布如图所示，容易联想到等量异种电荷的电场：两点电荷连线的垂直平分面为一电势为零的等势面．因此，导体板上的感应电荷可用Q关于道题面镜像对称的像电荷$-Q$代替．因此，Q

受力$F=k\dfrac{Q^2}{4d^2}$．

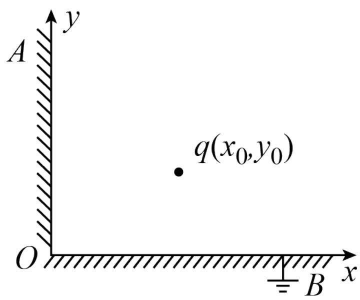
故答案为：$\dfrac{kQ^2}{4d^2}$．



考点 静电场 > 电场 > 电场强度的基本计算

静电场 > 电场 > 电场强度

31 如图所示，有一块很大的接地导体，具有两个互相垂直的表面，在此两表面外较近处有一个点电荷q，坐标为(x_0,y_0)，试求点电荷q的受力情况．



答案 $F_x=-k\dfrac{q^2}{4x_0^2}+k\dfrac{q^2}{4(x_0^2+y_0^2)}\cos\theta$，$\cos\theta=\dfrac{x_0}{\sqrt{x_0^2+y_0^2}}$，即$F_x=-k\dfrac{q^2}{4}\left[\dfrac{1}{x_0^2}-\dfrac{x_0}{(x_0^2+y_0^2)^{\frac{3}{2}}}\right]$，

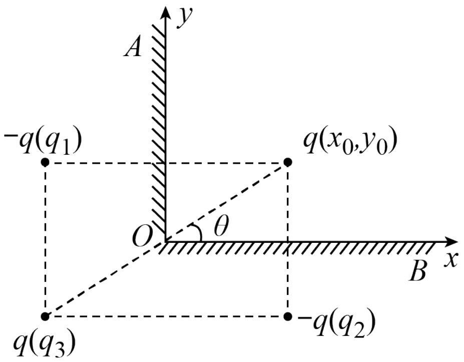
同理可得$F_y=-k\dfrac{q^2}{4}\left[\dfrac{1}{y_0^2}-\dfrac{y_0}{(x_0^2+y_0^2)^{\frac{3}{2}}}\right]$，负号表示力与$x$、$y$轴的方向相反．再对$F_x$、$F_y$合成即可．

解析 求点电荷q的受力即要求OA、OB板上的感应电荷对它的作用力，但感应电荷在板上的分布并不均匀，直接求它们对q的作用很困难．如果此时空间中的电场与某些点电荷产生的电场相同，边界面上的感应电荷就可用这些点电荷替代．

为使OA、OB板电势为零，可先在q关于OA、OB对称处分别放置q_1、q_2，$q_1=q_2=-q$．q、q_1能使OA板电势为零，但不能使OB板电势为零；q、q_2能使OB板电势为零，但不能使OA板电势为零．

为使两板电势均为零，还需再放置一个与q_1、q_2都对称的$q_3=q$，如图所示．

导体表面感应电荷对q的作用力相当于q_1、q_2、q_3三个镜像电荷对其的作用力．

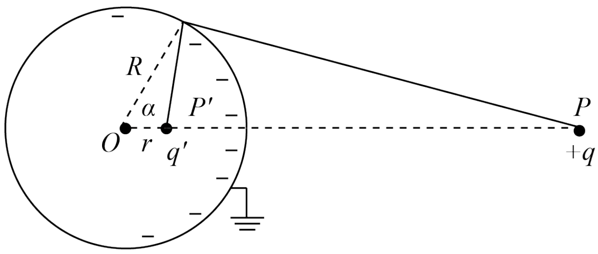


$F_x=-k\dfrac{q^2}{4x_0^2}+k\dfrac{q^2}{4(x_0^2+y_0^2)}\cos\theta$，$\cos\theta=\dfrac{x_0}{\sqrt{x_0^2+y_0^2}}$，即$F_x=-k\dfrac{q^2}{4}\left[\dfrac{1}{x_0^2}-\dfrac{x_0}{(x_0^2+y_0^2)^{\frac{3}{2}}}\right]$，

同理可得$F_y=-k\dfrac{q^2}{4}\left[\dfrac{1}{y_0^2}-\dfrac{y_0}{(x_0^2+y_0^2)^{\frac{3}{2}}}\right]$，负号表示力与$x$、$y$轴的方向相反．再对$F_x$、$F_y$合成即可．

考点　静电场 > 电荷 > 库仑定律

32 如图所示，设在一接地导体球的右侧P点，有一点电荷q，它与球心的距离为d，球的半径为R，求导体球上的感应电荷为多少？点电荷q受到的电场力为多大？



答案　$q'=-\dfrac{R}{d}q$，$F=\dfrac{kq'q}{(d-r)^2}=\dfrac{kRdq^2}{(d^2-R^2)^2}$

解析　先来确定导体球上感应电荷的像电荷电量及位置：如图所示，感应电荷在球上的分布不均匀，近P一侧较密，关于OP对称，故大致位置在OP连线上，距O为r的P'点．由于导体球接地，球心O处电势为零，根据电势叠加原理可知：导体表面感应电荷总电量q'在O

点引起的电势与点电荷q在O点引起的电势之和为零，即有$\frac{kq}{d}+\frac{kq'}{R}=0$，根据唯一性原理可知，等效的像电荷电量$q'=-\frac{R}{d}q$，至于像电荷位置，应令其在球面上任意点引起的电势与q在同一点电势叠加为零，即满足$\frac{kq'}{\sqrt{R^2+r^2-2Rr\cos\alpha}}=\frac{kq}{\sqrt{R^2+d^2-2Rd\cos\alpha}}$，将$q'=-\frac{R}{d}q$代入、两边平方后有$d^2(R^2+r^2-2Rr\cos\alpha)=R^2(R^2+d^2-2Rd\cos\alpha)$，$d^2r^2-R^4=(2Rrd^2-2R^3d)\cos\alpha$，对于任意的$\alpha$角，等式均成立，则$r=\frac{R^2}{d}$，这样确定了像电荷的位置，于是可求球表面感应电荷对q的作用力——它等同于像电荷对q的库仑力：$F=\frac{kq'q}{(d-r)^2}=\frac{kRdq^2}{(d^2-R^2)^2}$，是引力．

考点　静电场 > 电场 > 电场强度

四、电容

1.知识点睛

电容器是存储电荷的元件，电容是反映电容器容纳电荷本领的物理量，在高中阶段我们研究的主要是平行板电容器的电容。实际上，孤立导体也能带电，也具有电容，下面我们介绍一下孤立导体的电容。

定义

（1）孤立导体的电容

孤立导体的电容可以理解为孤立导体与无穷远处的另一个无限大极板间的电容。孤立导体的电容定义为其带电量Q与其电势U的比值，即$C=\frac{Q}{U}$。

2.例题精讲

33　试求半径为R的弧立导体球的电容为多大．

答案　$\frac{R}{k}$

解析　假设导体球均匀带电，带电量为Q，则导体球的电势为$U=k\frac{Q}{R}$．因此，电容$C=\frac{Q}{U}=\frac{R}{k}$．

故答案为：$\frac{R}{k}$.

考点 静电场 > 电容和电容器 > 电容

34 原来不带电的导体小球与带电量Q的导体大球接触，分开之后，小球获得电量q . 今让小球与大球反复接触，在每次分开后，都给大球补充电荷，使其带电量恢复到原来的值Q . 求小球可能获得的最大电量 .

答案 $\frac{qQ}{Q-q}$.

解析 把导体球看作电容器，电容$C=\frac{Q}{U}=\frac{Q}{kQ/R}=\frac{R}{k}$，$R$为金属导体球的半径 . 当两球接触达到静电平衡状态，两者电势相等，每个球的电量与电容之比相等，即每一次接触后，大、小球电量之比等于电容之比保持不变 . 第一次，电量之比为$\frac{q}{(Q-q)}$，经过多次接触后，小球的电量趋近于最大值q_m，而大球的电量趋近于Q，则$\frac{q_m}{Q}=\frac{q}{(Q-q)}$，解得

$q_m=\frac{qQ}{Q-q}$.

故答案为：$\frac{qQ}{Q-q}$.

考点 静电场 > 电荷 > 电荷及其守恒定律

****

例题说明：下面这道题不是单体电容，补充一下同心球形电容器的电容。

同轴圆柱电容器的电容计算需要积分，老师可以自己选讲。

****

35 半径为R_1的导体球壳(或球)与半径为$R_2(R_2>R_1)$的导体球壳同心放置，便构成了同心球形电容器，求此电容器的电容 .

答案 $\frac{R_1R_2}{k(R_2-R_1)}$

解析 设内球壳带电量为Q，外球壳带电量为$-Q$，则内外球壳间电势差

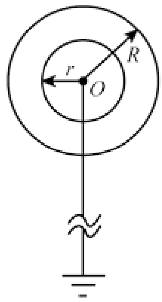
$U=\varphi_{内}+\varphi_{外}=\left(k\frac{Q}{R_1}-k\frac{Q}{R_2}\right)-\left(k\frac{Q}{R_2}-k\frac{Q}{R_2}\right)=kQ\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)$，则

$$C=\frac{Q}{U}=\frac{R_1R_2}{k(R_2-R_1)}.$$

故答案为：$\dfrac{R_1R_2}{k(R_2-R_1)}$．

考点 静电场 > 电容和电容器 > 电容

36 如图所示，在半径R的薄壁金属球壳里，有与球壳同心、半径r的金属球，借助非常长的导线穿过球壳上的孔将球心与大地相连，外球壳带电荷量为Q，试求该导体系统的电容．



答案 $\dfrac{R^2}{k(R-r)}$

解析 内球球心接地，故球心电势$\varphi_0=0$，达到静电平衡时金属球上的电荷均匀分布在外表面，设带电量为q，有$\varphi_0=k\dfrac{q}{r}+k\dfrac{Q}{R}=0$，解得$q=-\dfrac{r}{R}Q$．因此外球壳的电势$\varphi=k\dfrac{q}{R}+k\dfrac{Q}{R}=\dfrac{kQ(R-r)}{R^2}$，系统的电容$C=\dfrac{Q}{\varphi-\varphi_0}=\dfrac{R^2}{k(R-r)}$．

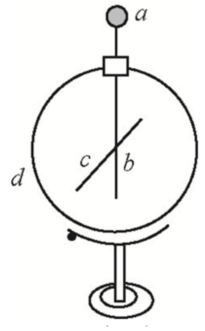
故答案为：$\dfrac{R^2}{k(R-r)}$．

考点 静电场 > 电容和电容器 > 电容

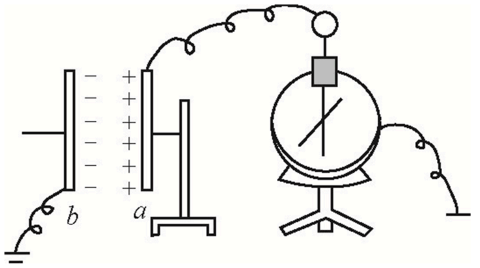
3. 知识点睛

（2）静电计（选讲）

静电计是在验电器的基础上制成的、用来测量导体间电势差的仪器。从如图所示的结构上看静电计其实是一个电容器，金属小球a和金属杆b及指针c组成一个电极，金属圆筒外壳d为另一个电极，两极间是互相绝缘的，因为静电计的电极尺寸较小，两极间的距离较远，所以等效电容非常小，另外考虑到圆筒的对称性，当指针张角变化时，静电计的电容值可看作不变。



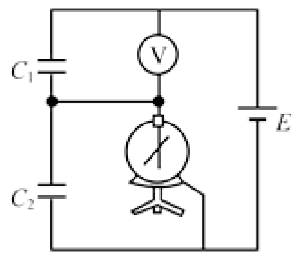
如图所示，由a、b板构成的平行板电容器已经充电，当静电计与之并联测量两极板间的电势差时，有一部分正电荷会流向静电计，使指针和金属杆带上正电，外壳内表面感应出负电荷，从而在金属杆和外壳之间形成电场，指针在电场力的作用下发生偏转，金属杆和外壳间的电势差越大，电场的场强越大，指针的偏角也越大。



静电计与平行板电容器连接时，平行板电容器的电量减小，两板间的电压也随之减小，所以静电计指针显示的电压要比原来的电压小，但由于静电计的电容很小，只要分得极小的电荷量，就能达到静电平衡，所以它对极板电量的影响可以忽略，因此静电计显示的电压就是需要测量的电压。

4. 例题精讲

37 如图所示，利用电压表和静电计测量电容器C_1、C_2上的电压，电源电动势为E，当电路稳定后，下列说法正确的是（　　）



A. 电压表、静电计测得的电势差均为$\frac{E}{2}$

B. 电压表测得的电势差比静电计测得的电势差大

C. 电压表测得的电势差为零，静电计测得的电势差为E

D. 电压表测得的电势差为E，静电计测得的电势差为零

答案 C

解析 略

考点 静电场 > 电容和电容器 > 电容

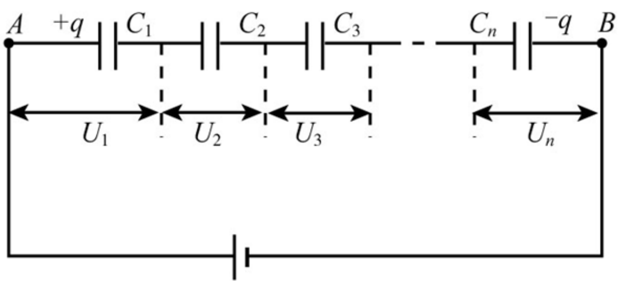
5. 知识点睛

公式

（3）电容器的连接

①电容器的串联

如图所示，把n个电容器的极板首尾相连，电源的正负极分别接到此电容器组两端的极板上，这种连接方式叫串联。



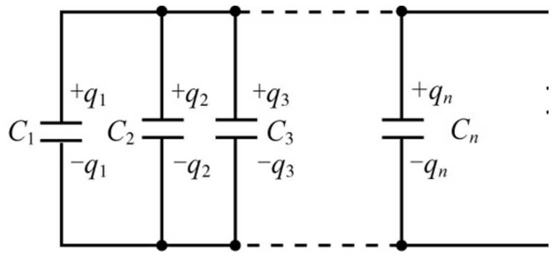
串联电路的特点：每个电容器所带的电荷量相等，即$q_1=q_2=\ldots=q_n$；整个电容器组两端的电压等于每个电容器两极板上的电压之和，即$U_{AB}=U_1+U_2+\ldots+U_n$。

因此，$U_{AB}=U_1+U_2+\ldots U_n=q\left(\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\ldots+\frac{1}{C_n}\right)$，因此：

$$\frac{1}{C}=\frac{U_{AB}}{q}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\ldots+\frac{1}{C_n}$$

②电容器的并联

如图所示，有n个电容器，每个电容器的一个极板接到同一点A，另一极板接到另一点B，A、B两点分别接到电源的两极上，这种接法叫并联。



并联电路的特点：加在各电容器上的电压均相同，即$U_1=U_2=...=U_n$；总电荷量等于各电容器所带电荷量之和，即$q=q_1+q_2+...+q_n$；

联立可得总电容：

$$C=C_1+C_2+...+C_n$$

6. 例题精讲

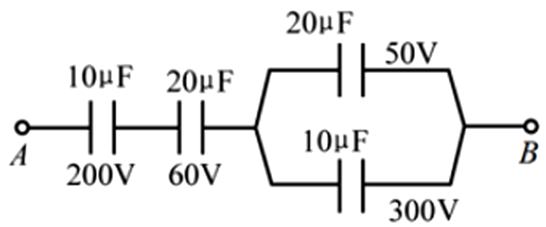
38 已知两只电容器的电容和耐压分别为$C_1=1.0\mu\text{F}$，$U_1\leqslant 6\text{V}$；$C_2=2.0\mu\text{F}$，$U_2\leqslant 4.0\text{V}$．将这两只电容器串联时，他们能承受多大电压．

答案 9V

解析 略

考点 静电场 > 电容和电容器 > 电容

39 试求如图所示的混联电容器的总耐压值，图中标出的数据是各电容器的电容值及额定电压值．

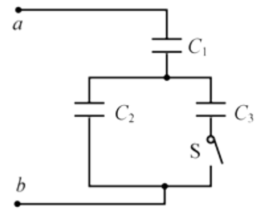


答案 220V．

解析 略．

考点 静电场 > 电容和电容器 > 电容

40 已知三个电容器按如图所示方式连接，各电容器的电容和耐压值分别为C_1：$10\mu F$，$300V$；C_2：$20\mu F$，$400V$；$C_3=50\mu F$，$50V$．如果$U_{ab}=360V$，闭合S后，各电容器会出现什么情况．



答案 C_1会被击穿，C_3也会被击穿，电源被短路

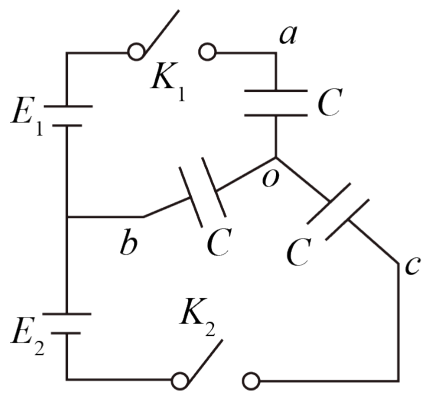
解析 S闭合后，C_2、C_3并联，电压不能超过C_3的耐压50V，$C_{并}=C_2+C_3=70\mu F$．C_1与$C_{并}$串联，电量相等，有$C_1U_1=C_{并}U_{23}$，$U_1+U_{23}=360V$，联立解得：$U_1=315V$，超过了C_1的耐压值，所以C_1被击穿，将会短路．因此，U_{ab}加在并联电容上，C_3也会被击穿，电源被短路．

故答案为：C_1会被击穿，C_3也会被击穿，电源被短路．

考点 静电场 > 电容和电容器 > 电容

静电场 > 电容和电容器 > 电容问题 > 平行板电容器的电容

41 三个相同的电容与两个电池连接成如图所示的电路，已知$E_1=3V$，$E_2=4.5V$，当K_1、K_2接通后，求U_{ao}、U_{bo}、U_{co}．



答案 $U_{ao}=3.5V$，$U_{bo}=0.5V$，$U_{co}=-4.0V$．

解析 由图可知$U_{ao}-U_{bo}=E_1$，$U_{bo}-U_{co}=E_2$

由电荷守恒，有$CU_{ao}+CU_{bo}+CU_{co}=0$，联立上述三式

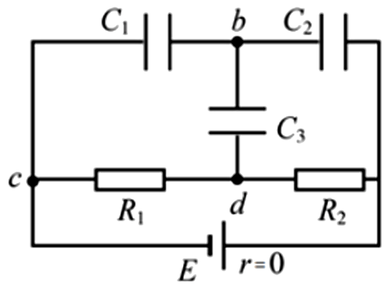
$U_{ao}=3.5\text{V}$，$U_{bo}=0.5\text{V}$，$U_{co}=-4.0\text{V}$.

不论电容器之间的连接关系是什么样的，落实到最后都是从两方面来寻找电路中各种物理量之间的关系：一是各电容器两端的电压与电路中的电压之间的关系；二是在电荷守恒的前提下，寻找各电容器所带电量之间的关系 .

考点 电路及其应用 > 闭合电路的欧姆定律 > 含容电路问题

电路及其应用 > 闭合电路的欧姆定律

42 如图所示，电源电动势E(内阻不计)电阻R_1和R_2、三个电容器电容C_1、C_2和C_3均是已知量，求电容器C_3所带的电量大小 .

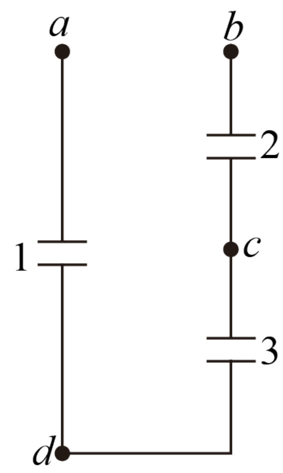


答案 $$\frac{(R_2C_2-R_1C_1)C_3E}{(C_1+C_2+C_3)(R_1+R_2)}$$

解析 略 .

考点 静电场 > 电容和电容器 > 电容

43 三个完全相同的电容器连接如图所示，已知电容器1带电量为Q，上板带正电荷；电容器2，3原来不带电 .



（1）用导线将a，b相连，求电容器2的上、下板所带电量及其符号．

（2）然后断开a，b，将a，c相连，再断开a，c，将a，b相连，求电容器2的上、下板所带电量及其符号．

（3）在（2）的情况下将a，d相连，再求电容器2上、下板所带电量及其符号．

答案

（1）$Q/3$

（2）$\frac{2}{9}Q$

（3）由于电容相同，两电容带电量都为$\frac{Q}{12}$，电容器2上板带负电荷

解析

（1）设a、b相连后，三个电容器上的电量分别为q_1，q_2，q_3，则根据电荷守恒定律，电容器1，2上极板的总电量保持不变，有

$q_1+q_2=Q$，$q_1+q_3=Q$

由回路的电压关系，可得电容器1两端的电压应等于电容器2、3两端电压之和，即

$U_1=U_2+U_3$

因为$C=\frac{Q}{U}$，所以$\frac{q_1}{C}=\frac{q_2}{C}+\frac{q_3}{C}$

由以上各式解得$q_1=\frac{2}{3}Q$，$q_2=q_3=\frac{1}{3}Q$．因此，电容器2上板带正电，电量为$Q/3$．

故答案为：$Q/3$．

（2）断开a，b，把a，c相连，则电容器2上电量不变，电容器1、3并联，并联的总电量为$Q=q_1+q_2=Q$，每个电容的电量为$Q/2$．

再断开a，c，将a，b相连，三电容器上的电量将改变，设为q_1'，q_2'，q_3'，同样根据电量关系和电压关系，可得$q_1'+q_2'=Q/3+Q/2=Q/6$

$-q_2'+q_3'=-Q/3+Q/2=Q/6$

$\frac{q_1'}{C}=\frac{q_2'}{C}+\frac{q_3'}{C}$

由以上三式可解得$q_1'=\frac{11}{18}Q$，$q_2'=\frac{2}{9}Q$，$q_3'=\frac{7}{18}Q$．

因此，电容器2上板电量为正，电量为$\frac{2}{9}Q$．

故答案为：$\frac{2}{9}Q$．

（3）在（2）的情况下将a，d相连，则电容器1被短路，电容器2，3并联，并联的总电量为$q_3'+(-q_2')=Q/6$．

由于电容相同，两电容带电量都为$\frac{Q}{12}$，电容器2上板带负电荷．

故答案为：由于电容相同，两电容带电量都为$\frac{Q}{12}$，电容器2上板带负电荷．

考点　静电场 > 电容和电容器 > 电容

44 两个相同的电容器A和B如图连接，它们的极板均水平放置．当它们都带有一定电荷并处于静电平衡时，电容器A中的带电粒子恰好静止．现将电容器B的两极板沿水平方向移动使两极板错开，移动后两极板仍然处于水平位置，且两极板的间距不变．已知这时带电粒子的加速度大小为$\frac{g}{2}$，求B的两个极板错开后正对着的面积与极板面积之比．设边缘效应可忽略．

答案　$\frac{1}{3}$

解析　由于两电容器相同，可设初始时A、B电容均为C，两极板间电压均为U，所带电荷量均为Q，则$U=\frac{Q}{C}$．

A极板间场强$E=\frac{U}{d}=\frac{Q}{Cd}$ ①

设B的极板面积为S，移动后极板的正对面积变为S'，根据平行板电容器公式$C=\frac{\varepsilon S}{4\pi kd}$

可知：此时B的电容变为$C'=\frac{S'}{S}C$．

设B的极板移动后，A、B带电量分别为Q_A、Q_B，电压均变为U'．

则$Q_A=CU'$，$Q_B=C'U'$，根据电荷守恒可得$Q_A+Q_B=2Q$，联立可得：

$$U'=\frac{2Q}{C\left(1+\frac{S'}{S}\right)}$$

此时，A极板间场强$E'=\frac{U'}{d}=\frac{2Q}{Cd\left(1+\frac{S'}{S}\right)}$ ②

初始时，带电粒子在A极板间保持静止，则$qE-mg=0$ ③

B的极板移动后，带电粒子在A极板间有$\frac{g}{2}$的加速度，则$qE'-mg=ma=m\frac{g}{2}$ ④

联立①②③④可得：$\frac{S'}{S}=\frac{1}{3}$．

考点　静电场 > 电容和电容器 > 电容

45 对于两个无限大的平行平面带电导体板，证明：

（1）相向的两面上，电荷的面密度是大小相等，符号相反．

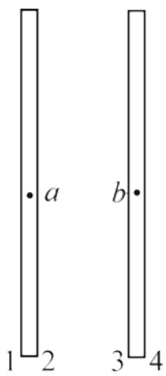
（2）相背的两面上，电荷的面密度是大小相等，符号相同．

答案　（1）证明见解析．

（2）证明见解析．

解析　（1）如图所示，两无限大的平行平面带电导体板，设四个面1、2、3、4上的面电荷密度分别为σ_1、σ_2、σ_3、σ_4，它们各自在平面两侧产生的电场强度大小为$E_i=2k\pi\sigma_1$．a、b导体内部场强为零，根据场强叠加原理可得：（向右为正）

$E_a=2k\pi(\sigma_1-\sigma_2-\sigma_3-\sigma_4)=0$：$E_b=2k\pi(\sigma_1+\sigma_2+\sigma_3-\sigma_4)=0$．



（2）由第一问可知

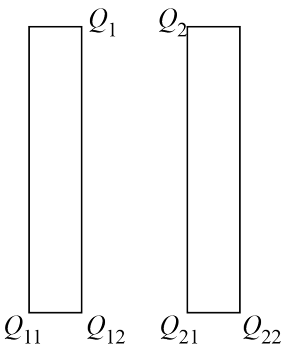
联立可得：$\sigma_1=\sigma_4$：$\sigma_2=-\sigma_3$．

考点 静电场 > 电容和电容器 > 电容

46 两块平行放置的大金属薄板面积都是S，它们之间的距离为d（d远小于金属板的线度），已知A板带电$+Q_1$，B板带电$+Q_2(Q_2<Q_1)$，求A、B两板间的电势差．

答案 $2k\pi\frac{Q_1-Q_2}{S}d$

解析 当两板靠近后，将发生静电感应现象，使得两板电荷重新分布．设静电平衡后，四个面上的电荷分别为Q_{11}、Q_{12}、Q_{21}、Q_{22}，如图所示．



由电荷定守恒定律得：$Q_{11}+Q_{12}=Q_1$；$Q_{21}+Q_{22}=Q_2$．

由导体内部场强为零，可得：

$$2k\pi\frac{Q_{11}}{S}=2k\pi\frac{Q_{12}}{S}+2k\pi\frac{Q_{21}}{S}+2k\pi\frac{Q_{22}}{S};$$
$$2k\pi\frac{Q_{11}}{S}+2k\pi\frac{Q_{12}}{S}+2k\pi\frac{Q_{21}}{S}=2k\pi\frac{Q_{22}}{S};$$

联立解得：$Q_{11}=Q_{22}=\frac{1}{2}(Q_1+Q_2)$，$Q_{12}=-Q_{21}=\frac{1}{2}(Q_1-Q_2)$；

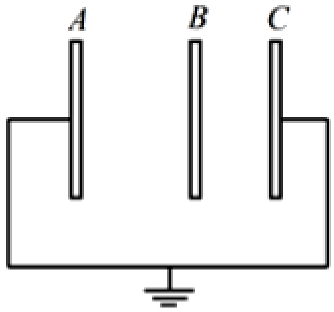
A、B板间为一匀强电场，电场强度$E=2k\pi\frac{Q_1-Q_2}{S}$，

因此，$U_{AB}=Ed=2k\pi\frac{Q_1-Q_2}{S}d$．

故答案为：$2k\pi\frac{Q_1-Q_2}{S}d$．

考点 静电场 > 电容和电容器 > 电容

47 如图所示，三块金属板A、B、C平行放置，A、B之间的距离是B、C之间距离的2倍，A、C连接后接地，使B板带电$+18\mu$ C电量，则A、B、C三块金属板的左、右六个表面上的电荷分别为多少？

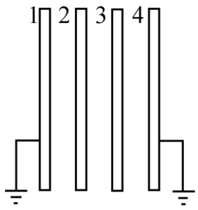


答案 从左到右依次为：0、-6μ C、6μ C、12μ C、-12μ C、0

解析 略．

考点 静电场 > 电容和电容器 > 电容

48 四块相同的正方形金属薄平板从左至右依次平行放置，任意两个相邻平板之间的距离都相等，且平板的边长远大于平板之间的间距．平板从左至右依次编号为1、2、3、4，如图所示．其中第1块板带净电荷$q_1\ (<0)$，第n块上的净电荷$q_n = nq_1, n = 1$、2、3、4．现将第1块和第4块板接地，如图所示，忽略边缘效应．



（1）从第1块板和第4块板流入大地的电荷量Δq_1和Δq_4分别为q_1的多少倍？

（2）上述两板接地后，哪块板上的电势最低？求该电势的值，将其表示为两相邻极板之间的电容C和q_1的函数．

提示：存在净电荷的金属板平面上的电荷可以当做均匀分布；一个电荷分布均匀的平面上单位面积所带的电荷称为面电荷密度σ；在本题中，一个平面如果带有面密度为σ的电荷，该电荷对平面两侧空间的电场强度的贡献E_0垂直于该平面，大小为$E_0 = \sigma/2\varepsilon_0$．

答案 （1）$\dfrac{10}{3}$，$\dfrac{20}{3}$

（2）3板，$-\dfrac{8\left|q_1\right|}{3C}$

解析

（1）由于1、4两块板接地，因此其电势为零，故1板左侧、4板右侧空间场强为零．达到稳定状态时，四块极板均处于静电平衡状态，内部场强为零．

为保证上述条件，要求1板左侧，4板右侧带电量为零；1、2；2、3；

3、4相对的面带等量异种电荷，可设2、3、4板左侧带电量依次为Q_2、Q_3、Q_4；

1、2、3板右侧带电量依次为$-Q_2$、$-Q_3$、$-Q_4$．该结论证明过程如下，如果了解此结论，可以跳过此部分．

设极板面积为S，1板左、右两侧极板带电量依次为Q_1、$Q_1{}'$；

2板左、右两侧极板带电量依次为Q_2、$Q_2{}'$；3板左、右两侧极板带电量依次为Q_3、$Q_3{}'$；4板左、右两侧极板带电量依次为Q_4、$Q_4{}'$；

由于1板左侧空间场强为零，则：

$$\frac{Q_1}{2\varepsilon_0 S}+\frac{Q_1{}'}{2\varepsilon_0 S}+\frac{Q_2}{2\varepsilon_0 S}+\frac{Q_2{}'}{2\varepsilon_0 S}+\frac{Q_3}{2\varepsilon_0 S}+\frac{Q_3{}'}{2\varepsilon_0 S}+\frac{Q_4}{2\varepsilon_0 S}+\frac{Q_4{}'}{2\varepsilon_0 S}=0\text{．}$$

由于1板内部空间场强为零，则：

$$\left(-\frac{Q_1}{2\varepsilon_0 S}\right)+\frac{Q_1{}'}{2\varepsilon_0 S}+\frac{Q_2}{2\varepsilon_0 S}+\frac{Q_2{}'}{2\varepsilon_0 S}+\frac{Q_3}{2\varepsilon_0 S}+\frac{Q_3{}'}{2\varepsilon_0 S}+\frac{Q_4}{2\varepsilon_0 S}+\frac{Q_4{}'}{2\varepsilon_0 S}=0\text{．}$$

由于4板内部空间场强为零，则：

$$-\left(\frac{Q_1}{2\varepsilon_0 S}+\frac{Q_1{}'}{2\varepsilon_0 S}+\frac{Q_2}{2\varepsilon_0 S}+\frac{Q_2{}'}{2\varepsilon_0 S}+\frac{Q_3}{2\varepsilon_0 S}+\frac{Q_3{}'}{2\varepsilon_0 S}+\frac{Q_4}{2\varepsilon_0 S}\right)+\frac{Q_4{}'}{2\varepsilon_0 S}=0\text{．}$$

由于2板内部空间场强为零，则：

$$-\left(\frac{Q_1}{2\varepsilon_0 S}+\frac{Q_1{}'}{2\varepsilon_0 S}+\frac{Q_2}{2\varepsilon_0 S}\right)+\frac{Q_2{}'}{2\varepsilon_0 S}+\frac{Q_3}{2\varepsilon_0 S}+\frac{Q_3{}'}{2\varepsilon_0 S}+\frac{Q_4}{2\varepsilon_0 S}+\frac{Q_4{}'}{2\varepsilon_0 S}=0\text{．}$$

由于3板内部空间场强为零，则：

$$-\left(\frac{Q_1}{2\varepsilon_0 S}+\frac{Q_1{}'}{2\varepsilon_0 S}+\frac{Q_2}{2\varepsilon_0 S}+\frac{Q_2{}'}{2\varepsilon_0 S}+\frac{Q_3}{2\varepsilon_0 S}\right)+\frac{Q_3{}'}{2\varepsilon_0 S}+\frac{Q_4}{2\varepsilon_0 S}+\frac{Q_4{}'}{2\varepsilon_0 S}=0\text{．}$$

联立解得：$Q_1=0$；$Q_4{}'=0$；$Q_1{}'=-Q_2$；$Q_2{}'=-Q_3$；$Q_3{}'=-Q_4$．

由于2、3板带电量分别为$2q_1$、$3q_1$，因此，

$Q_2-Q_3=2q_1$，

$Q_3-Q_4=3q_1$．

由于1、4两板电势均为零，故1、4两板间电势差为零，设每两个极板组成的电容器的电容为C，则有：

$$\frac{Q_2}{C}+\frac{Q_3}{C}+\frac{Q_4}{C}=0\text{，}$$

联立解得：$Q_2=\frac{7}{3}q_1$；$Q_3=\frac{1}{3}q_1$；$Q_4=-\frac{8}{3}q_1$．

因此，$\Delta q_1=q_1-\left(-\frac{7}{3}q_1\right)=\frac{10}{3}q_1$；$\Delta q_4=4q_1-\left(-\frac{8}{3}q_1\right)=\frac{20}{3}q_1$．

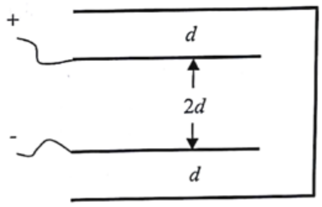
（2）由于沿电场线方向电势降低，且电场线从正电荷发出指向负电荷，根据(1)中的电荷分布易知，3板的电势最低．

由于4板电势为零，且$U_{43}=\frac{|Q_4|}{C}=\frac{8}{3C}|q_1|$，

因此，$U_3=-\frac{8|q_1|}{3C}$．

考点　静电场 > 电容和电容器 > 电容

49　如图有一电容，由三块金属板构成，中间填充相对介电常数为ε的介质，中间两块极板面积为S，真空介电常量为ε_0，求此电容的大小．



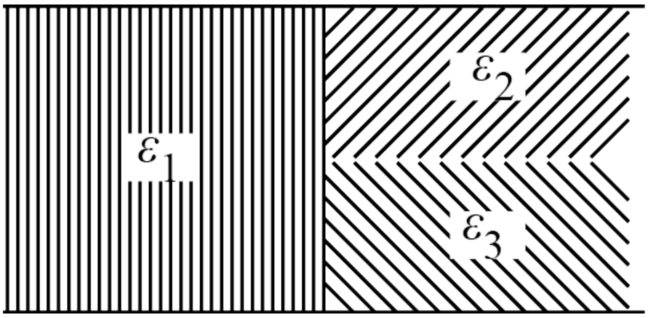
答案　$\frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}$

解析　两个厚度为d的电容器串联后与一个厚度为$2d$的电容器并联：

$$C=\frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{2d}+\frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}\cdot\frac{1}{2}=\frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}$$

考点　静电场 > 电容和电容器 > 电容

50　如图，一平行板电容器，充以三种介电常数分别为ε_1、ε_2和ε_3的均匀介质，板的面积为S，板间距离为$2d$．试求电容器的电容．



答案　$\frac{\varepsilon_0 S}{2d}\cdot\frac{\varepsilon_1\varepsilon_2+\varepsilon_1\varepsilon_3+2\varepsilon_2\varepsilon_3}{2(\varepsilon_2+\varepsilon_3)}$

解析

这样一个电容器的电容可等效为由电容$C_2=\dfrac{\varepsilon_0\varepsilon_2 S}{2d}$的电容器与$C_3=\dfrac{\varepsilon_0\varepsilon_3 S}{2d}$的电容器串联后与电容$C_1=\dfrac{\varepsilon_0\varepsilon_2 S}{2d}$的电容器并联的电容值，这个等效电容为

$$C=C_1+\frac{C_2C_3}{C_2+C_3}=\frac{\varepsilon_0 S}{2d}\cdot\frac{\varepsilon_1\varepsilon_2+\varepsilon_1\varepsilon_3+2\varepsilon_2\varepsilon_3}{2(\varepsilon_2+\varepsilon_3)}.$$

故答案为：$\dfrac{\varepsilon_0 S}{2d}\cdot\dfrac{\varepsilon_1\varepsilon_2+\varepsilon_1\varepsilon_3+2\varepsilon_2\varepsilon_3}{2(\varepsilon_2+\varepsilon_3)}$.

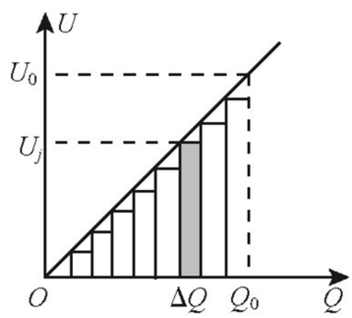
考点　静电场 > 电容和电容器

7. 知识点睛

（4）电容器的储能

当两点间的电势差恒为U时，将正电荷q从低电势移到高电势，增加的电势能为$\Delta E_p=qU$。电容器的充电过程，也是将电荷从低电势点移向高电势点的过程，但是在充电过程中，两极板间的电势差是在不断增大的，因此在计算电容器储存的电场能时，要把电势差不断升高的因素考虑进去。

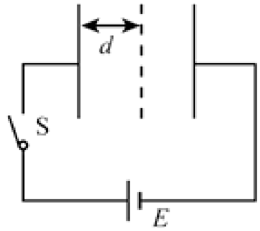
如图所示，根据电容的定义式画出的电容器两极板间电压随所带电荷量变化的函数关系，它的斜率是$\dfrac{1}{C}$。把图线下的面积划分为许多阶梯形小条，每一小条的面积就表示将ΔQ的电荷从一个极板搬运到另一极板时克服电场力所做的功。由于ΔQ很小，可以认为这一过程中，极板电压保持不变，仍为U_i。因此在这一过程中，电容器所增加的电势能为$\Delta E_i=U_i\Delta Q$，当电容器极板间的电压从零增至时U_0，电容器储存的静电场能为$E=\sum\Delta E_i=\sum U_i\Delta Q$，其数值正好等于图线下的三角形面积，即$E=\dfrac{1}{2}U_0Q_0$。因此充电后电容器储存的能量为$E=\dfrac{1}{2}U_0Q_0=\dfrac{1}{2}CU_0^2=\dfrac{Q_0^2}{2C}$。



需要注意的是，在电容器充电过程中，电源提供的能量为$E_{总}=U_0Q_0$。这就是说，在充电过程中，电容器仅得到了电源提供的能量的一半，另一半在充电过程中消耗在电路的电阻上而转化为内能，或以电磁波形式辐射出去了。

8. 例题精讲

51 如图所示，平行板电容器电容为C，两板间距离为d电源电动势为E，现用外力把两板间的距离拉大到$2d$，求外力做了多少功？若先拆去电源，再把两极间的距离拉大到$2d$，则外力做功又是多少？



答案 $\frac{1}{2}CE^2$

解析 两板间距离增大一倍后，电容$C' = \frac{C}{2}$，电容器储存的能量减少

$\Delta E = \frac{1}{2}CE^2 - \frac{1}{2}C'E^2 = \frac{1}{4}CE^2$.

此过程中给电源的能量$\Delta E' = \Delta QE = \left(CE - \frac{1}{2}CE\right)E = \frac{1}{2}CE^2$，外力做功

$W = \Delta E' - \Delta E = \frac{1}{4}CE^2$.

若断开电源后将两极板距离增大一倍，则外力做功等于电容器储能的增加，

$W' = \frac{Q^2}{2C'} - \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2}CE^2$.

故答案为：$\frac{1}{2}CE^2$.

考点 静电场 > 电容和电容器 > 电容

静电场 > 电容和电容器 > 电容问题 > 平行板电容器的电容

52 一平行板电容器，极板面积为S，板间距离为d，与电动势为U的稳恒电源串联，现将一厚度为d、面积为S、相对介电常数为ε_τ的电介质插入极板之间，求该过程中外力做的功．

答案 $-\frac{SU^2}{8\pi kd}(\varepsilon_\tau - 1)$

解析 插入电介质前电容器的电容为$C_1 = \frac{S}{4\pi kd}$，

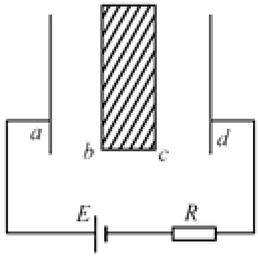
插入电介质后电容器的电容为$C_2 = \frac{\varepsilon_\tau S}{4\pi kd}$，

外力做的功应该考虑电源做功量和电容储能变化量，所以，该过程中外力做的功为

$W = -\frac{1}{2}\Delta CU^2 = -\frac{1}{2}(\varepsilon_r - \varepsilon_1)\frac{S}{d}U^2 = -\frac{SU^2}{8\pi kd}(\varepsilon_\tau - 1)$.

考点 静电场 > 电容和电容器 > 电容

53 如图所示，ad为一平行板电容器的两个极板，bc是一块长、宽都与a板相同的厚导体板，平行地插在a、d之间，导体板的厚度$bc=ab=cd$，极板a、d与内阻可忽略的电动势为E的蓄电池以及电阻R相连，已知在没有导体板bc时电容器的电容为C．现将导体板bc抽走，且抽走过程中外力所做的功为A，求在电阻R上消耗的电能．



答案 $A-\frac{1}{4}CE^2$

解析 当a、d极板间有导体板存在时，由于静电感应，相当于极板间距离减少了$\frac{1}{3}$，因此电容变为$C'=\frac{3}{2}C$．

将导体板bc抽走后，电容器中的电能减少量为

$\Delta E_1=\frac{1}{2}C'E^2-\frac{1}{2}CE^2=\frac{3}{4}CE^2-\frac{1}{2}CE^2=\frac{1}{4}CE^2$；

电容器极板上电量减少量为$\Delta Q=C'E-CE=\frac{3}{2}CE-CE=\frac{1}{2}CE$，因此对电源充电的电能为$\Delta E_1=\Delta Q\cdot E=\frac{1}{2}CE^2$；

用W表示电阻上消耗的电能，由能量守恒定律得：$A+\Delta E_1=W+\Delta E_2$．

联立解得：$W=A+\Delta E_1-\Delta E_2=A-\frac{1}{4}CE^2$．

故答案为：$A-\frac{1}{4}CE^2$．

考点 静电场 > 电容和电容器