

第2讲 匀变速直线运动

在直线运动（一维）的情况下，速度和加速度矢量被限制在一条直线上。我们可用正负表示矢量的方向（符号为正表示方向与正方向一致），此讲分析匀变速直线运动的速度与加速度。

知识点睛

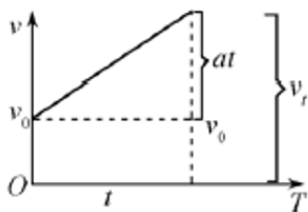
速度和时间关系

由加速度大小的定义式：

$$a = \frac{\Delta v}{t} = \frac{v_t - v_0}{t}$$

得到：

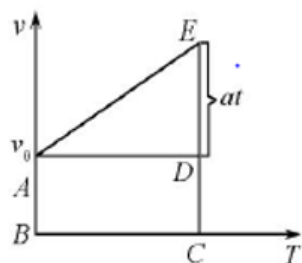
$$v_t = v_0 + at$$



位移和时间关系

见下图：

$$x = S_{ABCD} + S_{ADE} = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$



平均速度公式

①代数法：

$$\bar{v} = \frac{x}{t} = \frac{v_0 t + \frac{1}{2} a t^2}{t} = v_0 + \frac{1}{2} a t = \frac{v_0 + v_t}{2}$$

②图象法：

$$\bar{v} = \frac{x}{t} = \frac{S_{\text{梯}}}{t} = \frac{(v_0 + v_t)t}{2t} = \frac{v_0 + v_t}{2}$$

速度和位移的关系式

$$2ax = v_t^2 - v_0^2$$

头脑风暴

1 用代数法证明速度和位移的关系式公式。

答案 $\frac{v_t^2 - v_0^2}{2a}$

解析 代数法：

$$x = \bar{v}t = \frac{v_0 + v_t}{2} \times \frac{v_t - v_0}{a} = \frac{v_t^2 - v_0^2}{2a}$$

化简即可得到该式。

考点 一匀变速直线运动的探究

└ 匀变速直线运动的速度与位移的关系

总结匀变速直线运动的基本公式

$$\begin{cases} \text{速度公式: } v_t = v_0 + at \\ \text{位移公式: } x = v_0 t + \frac{1}{2} at^2 \\ \text{速度、位移公式: } 2ax = v_t^2 - v_0^2 \\ \text{平均速度公式: } \bar{v} = \frac{x}{t} = \frac{v_0 + v_t}{2} \end{cases}$$

注意：上述公式虽有四个，但是只有两个是独立的。公式中有许多物理量，解题的时候要分清哪些是已知量、哪些是未知量，选择合适的公式，可以减少运算量。

头脑风暴

1 甲、乙两辆汽车速度相等，在同时制动后，设均做匀减速运动，甲经3s停止，共前进了36m，乙经1.5s停止，乙车前进的距离为（ ）

A. 9m

B. 18m

C. 36m

D. 27m

答案 B

解析 由于甲乙两车制动后都做匀减速运动，所以甲车的平均速度

$$\bar{v}_1 = \frac{x_1}{t_1} = \frac{v_0 + 0}{2} = \frac{36}{3} \text{ m/s} = 12 \text{ m/s}, \text{ 则初速度 } v_0 = 24 \text{ m/s}; \text{ 乙车的平均速度}$$

$$\bar{v}_2 = \frac{v_0 + 0}{2} = 12 \text{ m/s}, \text{ 则通过的位移 } x_2 = \bar{v}_2 t_2 = 12 \times 1.5 \text{ m} = 18 \text{ m}, \text{ 故B项正确.}$$

综上所述，本题正确答案为B.

考点 一匀变速直线运动的探究

└ 匀变速直线运动的推论

自由落体运动

①定义：物体只在重力作用下从静止开始下落的运动。

②特点：许许多多事实表明，自由落体运动是初速度为0的匀加速直线运动

③自由落体加速度：使用不同物体进行反复实验表明，在同一地点，一切物体自由下落的加速度都相同，这个加速度叫做自由落体加速度，也叫重力加速度，通常用 g 表示。

④自由落体运动的规律：自由落体运动是初速度为0的匀加速直线运动，所以匀变速直线运动的基本公式及其推论都适用于自由落体运动，只要把公式中的初速度取为0，加速度取为 g 即可。

竖直抛体运动

(1) 定义：物体以一定的初速度沿竖直方向向上抛出，且只在重力作用下运动。实验表明，竖直上抛运动是加速度始终为重力加速度（竖直向下）的匀变速直线运动。

(2) 规律：

①取初速度方向为正方向，则竖直上抛运动的加速度，则：

$$v_t = v_0 - gt \quad x = v_0 t - \frac{1}{2}gt^2 \quad v_t^2 - v_0^2 = -2gx$$

②物体到达最高点时 $v_t = 0$ ，达到最高点所用的时间 $t = \frac{v_0}{g}$ ，上抛最大高度为 $h = \frac{v_0^2}{g}$

③由于物体在上升阶段和下降阶段的加速度均为重力加速度，所以上升阶段和下降阶段互为逆过程，上升阶段和下降阶段具有对称性。

④物体上升到最高点所用的时间，与物体从最高点落回到原抛出点所用的时间相等。

⑤物体在上升的过程中从某点到达最高点所用的时间，和从最高点落回到该点所用的时间相等。

⑥物体上抛时的初速度与物体又落回原抛出点时的速度大小相等，方向相反。

⑦在竖直上抛运动中，抛出点以上位置，同一个位移对应两个不同的时间和两个等大反向的速度。

(3) 竖直上抛运动的处理方法

①分段法：上升过程是初速度为 v_0 的匀减速直线运动，下落阶段是自由落体运动。

②整体法：将全过程看作是初速为 v_0 ，加速度是 g 的匀减速直线运动，注意方程的矢量性。

例题精讲

基础训练

1 皮球从3m高处落下，被地板弹回，在距地面1m高处被接住，则皮球通过的路程和位移的大小分别是（ ）

A. 4m、4m

B. 3m、1m

C. 3m、2m

D. 4m、2m

答案 D

解析 路程是整个过程中小球移动的路线长短，而位移是整个过程中小球始末位置的变化。因此路程 $s = 3\text{m} + 1\text{m} = 4\text{m}$ ，位移 $x = 3\text{m} - 1\text{m} = 2\text{m}$ 。
故选D。

考点 一运动的描述
├ 时间和位移
└ 位移与路程

2 一石块从楼房阳台边缘向下做自由落体运动，到达地面，把它在空中运动的时间分为相等的三段，如果它在第一段时间内的位移是1.2m，那么它在第三段时间内的位移是（ ）

A. 1.2m

B. 3.6m

C. 6.0m

D. 10.8m

答案 C

解析 自由落体运动第一个 t 内、第二个 t 内、...位移之比为：

$$s : s : s : \dots : s_N = 1 : 3 : 5 : \dots : (2n - 1)$$

故第三段时间内的位移是第一段时间内的位移的5倍，即为6.0m

考点 一匀变速直线运动的探究

└ 自由落体运动

3 一质点做匀加速直线运动，第三秒内的位移2m，第四秒内的位移是2.5m，那么可以知道（ ）

- A. 这两秒内平均速度是2.15m/s B. 第三秒末的瞬时速度是2.25m/s
C. 质点的加速度是0.25m/s² D. 质点的加速度是0.5m/s²

答案 BD

解析 A. 这两秒内的平均速度为： $\bar{v} = \frac{x}{t} = 2.25\text{m/s}$. 故A错误；
B. 匀加速直线运动某段时间内的平均速度等于中间时刻的瞬时速度，则第三秒末的瞬时速度等于3、4两秒内的平均速度，即为2.25m/s . 故B正确；
CD. 根据 $\Delta x = aT^2$ 得： $a = \frac{\Delta x}{T^2} = 0.5\text{m/s}^2$. 故C错误，D正确 .
故选BD .

考点 一匀变速直线运动的探究

└ 匀变速直线运动的推论

4 物体做匀加速直线运动，第n秒内的位移为 S_n ，第n+1秒内的位移是 S_{n+1} ，则物体在第n秒末的速度是（n为自然数）（ ）

- A. $\frac{S_{n+1} - S_n}{2}$ B. $\frac{S_n + S_{n+1}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{S_n^2 + S_{n+1}^2}}{n}$ D. $\sqrt{\frac{S_n \cdot S_{n+1}}{n}}$

答案 B

解析 根据 $x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$ ，得：
第n秒， $S_n = v_0 + \frac{1}{2}a[n^2 - (n-1)^2] = v_0 + \frac{2n-1}{2}a$ ，
第n+1秒， $S_{n+1} = v_0 + \frac{2n+1}{2}a$ ，
 $v_n = v_0 + a_n = \frac{S_n + S_{n+1}}{2}$.
故选B .

考点 一匀变速直线运动的探究

└ 匀变速直线运动的速度与位移的关系

- 5 物体自楼顶处自由下落（不计空气阻力），落到地面速度为 v 。在此过程中，物体从楼顶落到楼高一半处所经历的时间为（ ）

A. $\frac{v}{2}$ B. $\frac{v}{2g}$ C. $\frac{\sqrt{2}v}{2g}$ D. $\frac{(2-\sqrt{2})v}{2g}$

答案 C

解析 自由落体，则 $h = \frac{v^2}{2g}$ ， $\frac{1}{2}h = \frac{1}{2}gt^2$ ， $t = \sqrt{\frac{h}{g}} = \frac{\sqrt{2}v}{2g}$ 。

考点 一匀变速直线运动的探究

└ 自由落体运动

- 6 做匀加速直线运动的列车，车头经过某路标时的速度为 v_1 ，车尾经过该路标时的速度是 v_2 ，则列车在中点经过该路标时的速度是：_____。

答案 $\sqrt{\frac{v_2^2 + v_1^2}{2}}$

解析 设列车长度为 l ，列车加速度为 a 。

v 根据速度与位移的关系式。

$$2al = v_2^2 - v_1^2,$$

$$\text{经中点时：} al = v_{\text{中}}^2 - v_1^2,$$

$$\text{联立两式可得 } v_{\text{中}}^2 = \sqrt{\frac{v_2^2 + v_1^2}{2}}.$$

考点 一匀变速直线运动的探究

└ 匀变速直线运动的推论

- 7 火车站台上有一位观察者，站立在火车的第一节车厢前，火车启动后做匀加速直线运动，观察者测量出第4节车厢通过他眼前所用的时间是4s，若车厢的长度是20m，求火车启动时的加速度。

答案 $\frac{35 - 20\sqrt{3}}{2} \text{ m/s}^2$

解析 车厢长度 $L = 20\text{m}$ ，设火车加速度为 a ，火车从启动到第三节车厢恰好通过观察者眼前所用时间为 t ，由题得： $3L = \frac{1}{2}at^2$ ，
 $4L = \frac{1}{2}a(t+4)^2$ ，
 解得： $a = \frac{35 - 20\sqrt{3}}{2} \text{ m/s}^2$ 。
 故答案为： $\frac{35 - 20\sqrt{3}}{2} \text{ m/s}^2$ 。

考点 一匀变速直线运动的探究

└ 匀变速直线运动的速度与位移的关系

进阶拓展

- 1 从地面以初速度 v_0 竖直向上抛出一小球，与此同时，在该小球上抛能达到的最高处有另外一个小球以初速度 v_0 竖直向下抛出。忽略空气阻力，则两球相遇时速度之比为 _____。

答案 $\frac{3}{5}$

解析 根据竖直上抛运动和竖直下抛运动的规律，有

$$v_0 t - \frac{1}{2}gt^2 + v_0 t + \frac{1}{2}gt^2 = \frac{v_0^2}{2g}.$$

解得 $t = \frac{v_0}{4g}$ 。

则两球相遇时速度之比为 $\frac{v_0 - gt}{v_0 + gt} = \frac{3}{5}$ 。

故答案为： $\frac{3}{5}$ 。

考点 一匀变速直线运动的探究

└ 自由落体运动

- 2 以 20m/s 的速度竖直向上抛出一个石块，石块运动到离抛出点 15m 处，所经历的时间为多少？（空气阻力不计， g 取 10m/s^2 ）

答案 1s 、 3s 、 $(2 + \sqrt{7})\text{s}$

解析

取竖直向上方向为正方向，当石块运动到抛出点上方离抛出点15m时，位移为 $x = 15\text{m}$ ，

由 $x = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$ 代入得

$$15 = 20t - \frac{1}{2} \times 10t^2, \text{ 解得 } t_1 = 1\text{s}, t_2 = 3\text{s},$$

当石块运动到抛出点下方离抛出点15m时，位移为 $x = -15\text{m}$ 时，由 $x = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$ 代入得

$$-15 = 20t - \frac{1}{2} \times 10t^2, \text{ 解得 } t_1 = (2 + \sqrt{7})\text{s}, t_2 = (2 - \sqrt{7})\text{s} \text{ (舍去)}.$$

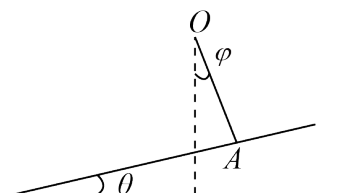
考点

一匀变速直线运动的探究

└ 自由落体运动

3

如图所示，一小球自倾角为 θ 的斜面的上方O点沿一光滑斜槽OA由静止开始滑下，若要使该小球滑至斜面所需的时间最短，则OA与铅垂线之间的夹角 $\varphi =$ _____ .



答案

$$\frac{1}{2}\theta$$

解析

以O点为最高点，做一个与斜面相切的圆，可以证明这是一个等时圆，这个切点就是下滑时间最短的A点．根据几何知识可以得到，夹角 $\varphi = \frac{1}{2}\theta$ ．

故答案为： $\frac{1}{2}\theta$ ．

考点

一匀变速直线运动的探究

└ 匀变速直线运动的推论