

## 第8讲 机械能守恒定律

### 知识点睛

#### 保守力与非保守力

我们在计算重力和弹力做功时发现，这些力做功的大小仅与初、末位置有关，而与具体路径无关。在惯性系中，如果一个力对物体做功与路径无关、只与初末位置有关，这种力称为**保守力**。若力的做功量与路径有关，则称这种力是**非保守力**。摩擦力就是非保守力，而且是一种耗散力。

#### 势能的概念

结合动能定理，惯性系中一个保守力对物体所做功等于物体动能增量。现代人受科学背景的影响，已普遍建立起了这样的理念：增加的对方是减少。某人走出银行大门时，倘若口袋里多了几千元钱，可能性较大的是银行柜台内少了这几千元钱。

物体的动能增加可通过保守力做功来实现。保守力做功又是由前后两个位置的改变确定，可以设想物体所在的每一个位置都有一种由该位置确定的做功能力，称为**势能**，记为 $E_p$ 。由于势能是位置的函数，所以 $E_p$ 又可以记为 $E_p(\vec{r})$ 。

#### 常见力的势能

上一节，我们已经计算过了重力和弹力的做功表达式。根据势能的定义，我们可以得到，物体从 $\vec{r}_1$ 到 $\vec{r}_2$ 的势能减少量等于保守力的做功量，所以，我们可以写出重力势能和弹性势能的表达式。



##### 重力势能

若我们以地面为重力势能的零点，那么处在高度为 $h$ 处的物体具有的重力势能就是：

$$E_p = mgh$$



##### 弹簧弹性势能

若我们以弹簧自然伸长时，物体所处的位置为弹性势能的零点，那么弹簧伸长量为 $x$ 时，弹簧连接的物体所具有的弹性势能就是：

$$E_p = \frac{1}{2}kx^2$$

头脑风暴

1 关于重力势能，下列说法正确的是（ ）

- A. 物体的位置一旦确定，它的重力势能的大小也随之确定
- B. 有一物体从楼顶落到地面，如果受到空气阻力，物体重力势能的减小量小于自由下落时重力势能的减小量
- C. 一个物体的重力势能从 $-5\text{J}$ 变化到 $-3\text{J}$ ，重力势能变大了
- D. 重力势能的减少量等于重力对物体做的功
- E. 重力势能的大小只由重物本身决定
- F. 重力势能恒大于零
- G. 重力势能实际上是物体和地球所共有的
- H. 在地面上的物体，它具有的重力势能一定等于零

答案 CDG

解析 A. 重力势能具有相对性，物体处于同一位置相对于不同的零势能面势能大小不同，故A错误；

B. 重力势能的改变量仅与初末位置的高度差有关，故B错误；

C. 重力势能从 $-5\text{J}$ 变化到 $-3\text{J}$ ，重力势能增大 $2\text{J}$ ，故C正确；

D. 重力做正功，重力势能减少，且重力势能的减少量等于重力对物体做的功，故D正确；

E. 重力势能与物体的质量及参考面的高度差有关，故E错误；

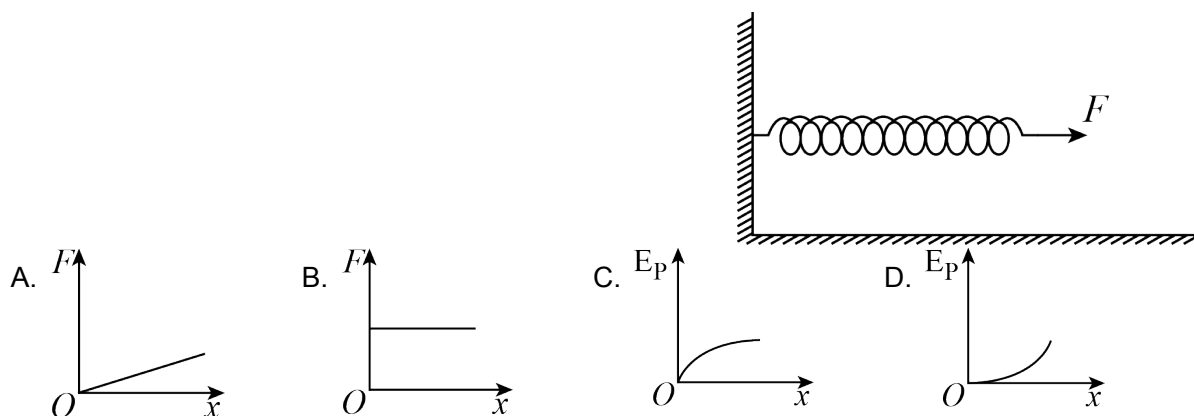
F. 物体位于参考面下方时，重力势能小于零，故F错误；

H. 在地面上的物体，只有以地面为参考系研究时重力势能才等于零，故H错误；

G. 重力势能是物体与地球所组成的系统共有的，而不是物体单独具有的，通常说物体具有的重力势能只是一种简化的说法，故G正确。

故选CDG。

2 如图所示，弹簧的一端固定在墙上，另一端在水平力 $F$ 作用下缓慢拉伸了 $x$ 。关于拉力 $F$ ，弹性势能 $E_p$ 随伸长量 $x$ 的变化图线，其中正确的是（ ）



答案 AD

解析 由胡克定律知  $F = kx$ ，A对B错；因为  $E_p = \frac{1}{2}kx \cdot x$ ，即  $E_p \propto x^2$ ，所以C错D对。

## 机械能定理

我们把质点系受到的力分成内力和外力，内力中又分成保守力和非保守力，而保守内力做的功可以用势能增量的负值表示，这样就可把质点系动能定理左边做功部分写成三部分：外力做功  $W_{\text{外}}$ 、内力保守力做功  $W_{\text{内保}} = -(E_p - E_{p0})$ 、内力非保守力做功  $W_{\text{内非保}}$ ，因此，动能定理可以改写为：

$$W_{\text{外}} + W_{\text{内非保}} = (E_k - E_{k0}) + (E_p - E_{p0})$$

若定义质点系的动能与内势能之和为质点系**机械能** $E$ ，即， $E = E_k + E_p$ ，则有：

$$W_{\text{外}} + W_{\text{内非保}} = E - E_0$$

机械能的增量正好等于外力做功和非保守内力做功之和。

## 机械能守恒定律

前面已介绍了能量的两种形式——**势能和动能**，在一定条件下二者之和守恒。摩擦力是非保守力，非保守力做功是与路径有关的，从而没有相应的“势能”概念。摩擦力所做的功既没化为势能，又没化为动能，那么，摩擦力所做的功哪里去了？对于偏爱守恒观点的物理学家来说，总不愿意承认有一部分能量消失了。仔细的观察告诉我们物体相互摩擦之后温度会升高一些，可否把“热”也看成是一种形式的能量？在历史上热质说和热动说长期对立，直到19世纪中叶焦耳测得热功当量之后，才确立了热确是一种能量的概念。现在我们知道，“热能”是微观无规运动的动能，即原子或分子热运动的动能。所以我们不能说，非保守力做功致能量减少，而是转化为宏观力学讨论范围之外的一种形式的能量——热能。通常把这样的过程称为**耗散过程**。

当质点系所受外力做的功 $w_{\text{外}}$ 与非保守内力做的功 $w_{\text{非内保}}$ 之和始终为零时，机械能定理可以改写成：

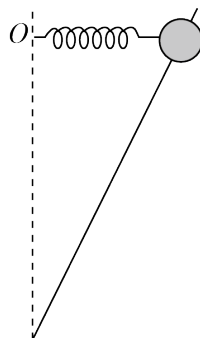
$$E - E_0 = 0$$

也就是说机械能 $E$ 是一个守恒量，称为**机械能守恒定律**。

需要注意的是，机械能守恒定律是广泛的能量守恒定律在特殊情况下的一种表述。

### 头脑风暴

- 3 如图所示，一个小球套在固定的倾斜光滑杆上，一根轻质弹簧的一端悬挂于 $O$ 点，另一端与小球相连，弹簧与杆在同一竖直平面内，将小球沿杆拉到与 $O$ 点等高的位置由静止释放，小球沿杆下滑，当弹簧处于竖直时，小球速度恰好为零，若弹簧始终处于伸长且在弹性限度内，在小球下滑过程中，下列说法正确的是（ ）



- A. 小球的机械能先增大后减小  
B. 弹簧的弹性势能一直增加  
C. 重力做功的功率一直增大  
D. 当弹簧与杆垂直时，小球的动能最大

答案 A

**解析** 光滑杆没有摩擦力做功，杆的弹力和运动方向垂直也不做功，那么整个过程只有弹簧弹力和小球重力做功，二者组成的系统机械能守恒，分析小球的受力，在沿杆方向一个是自身重力分力另外一个弹力沿杆方向的分力，当弹簧与杆垂直时，沿杆方向没有弹簧的分力，只有重力沿杆向下的分力，说明小球在沿杆向下加速，由于全过程弹簧始终处于伸长状态那么弹簧与杆垂直时弹簧伸长量最小，弹性势能最小，根据小球弹簧系统机械能守恒，此时小球机械能最大，即小球的机械能先增加后减小，A 正确；  
弹簧的长度先减小后增加，所以弹簧的弹性势能先增加后减小，B 错误；  
小球的初速度和末速度都是零，所以重力的功率先增加后减小，C 错误；

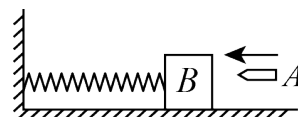
当重力沿杆的分力和弹力沿杆的分力相等时，速度最大，动能最大，该位置在垂直杆位置下面，D错误。

故选A。

## 例题精讲

### 基础训练

- 4 如图所示，木块与水平桌面间的接触是光滑的，子弹A沿水平方向射入木块后留在木块内，将弹簧压缩到最短，则从子弹开始射入木块到弹簧压缩至最短的过程中（ ）

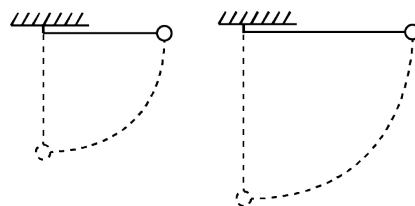


- A. 子弹与木块组成的系统机械能守恒  
B. 子弹与木块组成的系统机械能不守恒  
C. 子弹、木块和弹簧组成的系统机械能守恒  
D. 子弹、木块和弹簧组成的系统机械能不守恒

答案 BD

解析 子弹与木块组成的系统中有一部分机械能转化成了弹簧的弹性势能和内能，机械能不守恒故A错误，B正确；子弹、木块、弹簧组成的系统中有一部分机械能转化成了内能，机械能不守恒。故C错误，D正确。  
故选BD。

- 5 如图，两个小球分别被两根长度不同的细绳悬于等高的悬点，现将细绳拉至水平后由静止释放小球，当两小球通过最低点时，两球一定有相同的（ ）



- A. 速度  
B. 角速度  
C. 加速度  
D. 机械能

答案 C

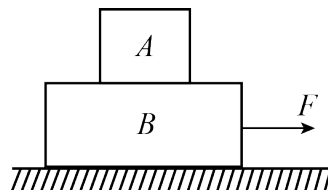
解析 A. 根据动能定理得： $mgL = \frac{1}{2}mv^2$ ，解得： $v = \sqrt{2gL}$ ，因为 $L$ 不等，所以速度不等，故A错误；

BC. 根据 $a = \frac{v^2}{L}$ ，解得： $a = 2g$ ，所以两球加速度相等，又 $a = L\omega^2$ ，所以角速度不等，故B错误，C正确；

D. 两球在运动的过程中，只有重力做功，机械能守恒，但由于不知道两小球得质量关系，所以不能判断初始位置的机械能是否相等，所以在最低点，两球的机械能不一定相等，故D错误。

故选C。

6 如右图所示，一块长木板B放在光滑的水平面上，再在B上放一物体A，现以恒定的外力拉B，A、B发生相对滑动，A、B都向前移动一段距离。在此过程中（ ）



- A. 外力 $F$ 做的功等于A和B动能的增量
- B. B对A的摩擦力所做的功等于A的动能增量
- C. A对B的摩擦力所做的功等于B对A的摩擦力所做的功
- D. 外力 $F$ 对B做的功等于B的动能的增量与B克服摩擦力所做的功之和

答案 BD

解析 A、以恒定的外力拉B，A、B发生相对滑动，知A、B的内力做功产生热量，所以外力 $F$ 摩擦力产生热量故A错误；

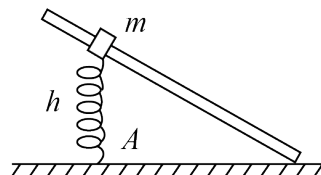
B、由功能原理，摩擦力对A做功等于A的动能增量；B正确

C、由功的定义： $W = \vec{F} \cdot \vec{s}$ ，A、B相对滑动， $s_B > s_A$ ，且B对A做正功，A对B做负功，C错误；

D、对B运用动能定理知，外力 $F$ 所做的功和克服摩擦力所做的功等于B动能的增加量。故D正确。

故选BD .

- 7 固定的倾斜光滑杆上套有一个质量为 $m$ 的圆环，圆环与竖直放置的轻质弹簧一端相连，弹簧的另一端固定在地面上的A点，弹簧处于原长 $h$ ，让圆环沿杆滑下，滑到杆的底端时速度为零，则（ ）



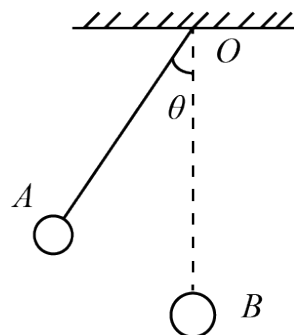
- A. 在下滑过程中圆环的机械能守恒
- B. 弹簧的弹性势能在整个过程中增加了 $mgh$
- C. 在下滑过程中弹簧的弹性势能先减小后增大
- D. 在下滑过程中（含始末位置）有两个位置弹簧弹力的功率为零

答案 B

- 解析
- A. 弹簧对圆环做功，圆环机械能先减小后增大再减小，A错误；
  - B. 圆环和弹簧系统机械能守恒，圆环减小的重力势能转化为弹簧的弹性势能，B正确；
  - C. 弹簧先被压缩，弹性势能增大，C错误；
  - D. 弹力功率为0可能情况： $F_{\text{弹}} = 0$ ， $v_{\text{环}} = 0$ ， $F_{\text{弹}} \perp v_{\text{环}}$ ，可知始末位置与垂直位置，原长位置4个位置弹簧弹力的功率为0，D错误。

故选B .

- 8 如图所示，单摆摆球的质量为 $m$ ，摆球从最大位移A处由静止释放，摆球运动到最低点B时的速度大小为 $v$ 。重力加速度为 $g$ ，不计空气阻力。则摆球从A运动到B的过程中（ ）



A. 重力做的功为  $\frac{1}{2}mv^2$

B. 重力的最大瞬时功率为  $mgv$

C. 重力的冲量为0

D. 合力的冲量大小为  $mv$

答案 AD

解析 A. 摆球从最大位移A处由静止开始释放，摆球运动到最低点B，根据动能定理得：

$$W_G = \frac{1}{2}mv^2 - 0, \text{ 故A正确；}$$

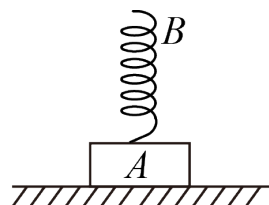
B. 设摆球从A运动到B的过程中某点重力的瞬时功率最大，设此时速度方向与竖直方向的夹角为 $\theta$ ，则有  $p = mgv \cos \theta < mgv$ ，故B错误；

C. 根据冲量的公式  $I = Ft$  得：重力的冲量为  $I = mgt$ ，不为零，故C错误；

D. 由动量定理，合外力的冲量等于物体动量的改变量。所以摆球从A运动到B的过程中合力的冲量为  $mv$ ，故D正确。

故选AD。

9 如图所示，现将弹簧上端B缓慢的竖直向上提起一段距离L，使物块A离开地面，若以地面为势能零点，则这时物块A具有的重力势能为（ ）



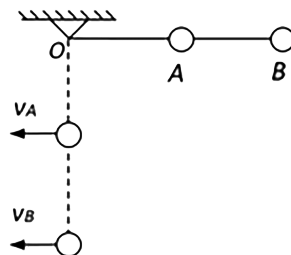
A.  $mg(L + L_0)$       B.  $mg\left(L + L_0 + \frac{mg}{k}\right)$       C.  $mg\left(L - L_0 + \frac{mg}{k}\right)$       D.  $mg\left(L - \frac{mg}{k}\right)$

答案 D

解析 略

10 如图所示，在长为L的轻杆中点A和端点B各固定一质量均为m的小球，杆可绕无摩擦的轴O转动，使杆从水平位置无初速释放摆下。求杆转到竖直位置时，轻杆对A、B两球分别做了多少功？





**答案**  $W_A = -0.2mgL$  ;  $W_B = 0.2mgL$

**解析** 若取B的最低点为零重力势能参考平面，可得： $2mgL = \frac{1}{2}mv_A^2 + \frac{1}{2}mv_B^2 + \frac{1}{2}mgL$ ①

又因A球对B球在各个时刻对应的角速度相同，故 $v_B = 2v_A$ ②

有①②式得： $v_A = \sqrt{\frac{3gL}{5}}$  ,  $v_B = \sqrt{\frac{12gL}{5}}$  ,

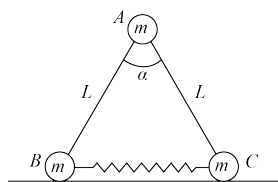
根据动能定理，可解出杆对A、B做的功

对于A有： $W_A = \frac{1}{2}mgL = \frac{1}{2}mv_A^2 - 0$ ，即 $W_A = -0.2mgL$ ，

对于B有： $W_B = mgL = \frac{1}{2}mv_B^2 - 0$ ，即： $W_B = 0.2mgL$  .

### 进阶拓展

- 11 如图所示，三个小球A、B、C的质量均为 $m$ ，A与B、C间通过铰链用轻杆连接，杆长为 $L$ ，B、C置于水平地面上，用一轻质弹簧连接，弹簧处于原长．现A由静止释放下降到最低点，两轻杆间夹角 $\alpha$ 由 $60^\circ$ 变为 $120^\circ$ ，A、B、C在同一竖直平面内运动，弹簧在弹性限度内，忽略一切摩擦，重力加速度为 $g$ ．则此下降过程中（ ）



- A. A的动能达到最大前，B受到地面的支持力小于 $\frac{3}{2}mg$
- B. A的动能最大时，B受到地面的支持力等于 $\frac{3}{2}mg$
- C. 弹簧的弹性势能最大时，A的加速度方向竖直向下
- D. 弹簧的弹性势能最大值为 $\frac{\sqrt{3}}{2}mgL$

**答案** AB

**解析**

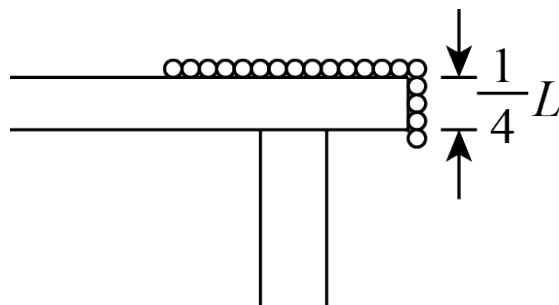
AB.  $A$ 的动能最大时, 设 $B$ 和 $C$ 受到地面的支持力大小均为 $F$ , 此时整体在竖直方向受力平衡, 可得 $2F = 3mg$ , 所以 $F = \frac{3}{2}mg$ ; 在 $A$ 的动能达到最大前一直是加速下降, 处于失重情况, 所以 $B$ 受到地面的支持力小于 $\frac{3}{2}mg$ , 故A、B正确;

C. 当 $A$ 达到最低点时动能为零, 此时弹簧的弹性势能最大,  $A$ 的加速度方向向上, 故C错误;

D.  $A$ 下落的高度为:  $h = L \sin 60^\circ - L \sin 30^\circ$ , 根据功能关系可知, 小球 $A$ 的机械能全部转化为弹簧的弹性势能, 即弹簧的弹性势能最大值为 $E_P = mgh = \frac{\sqrt{3}-1}{2}mgL$ , 故D错误.

故选AB.

- 12 如图所示, 长为 $L$ 的均匀链条, 放在光滑的水平桌面上, 且使其长度的 $\frac{1}{4}$ 垂在桌边, 松手后链条从静止开始沿桌边下滑, 则链条滑至刚刚离开桌边时的速度大小为多少?



答案  $v = \frac{1}{4}\sqrt{15gL}$

解析 设桌面为零势能面, 链条的总质量为 $m$ .

开始时链条的机械能为:  $E_1 = -\frac{1}{4}mg \cdot \frac{1}{8}L$ ;

当链条刚脱离桌面时的机械能:  $E_2 = \frac{1}{2}mv^2 - mg\frac{L}{2}$ ;

由机械能守恒可得:  $E_1 = E_2$ ,

即:  $-\frac{1}{4}mg \cdot \frac{1}{8}L = \frac{1}{2}mv^2 - mg\frac{L}{2}$ ;

解得:  $v = \frac{1}{4}\sqrt{15gL}$ .

故答案: 链条滑至刚刚离开桌面时的速度大小为 $\frac{1}{4}\sqrt{15gL}$ .

## 阅读材料

### 自然界中不同形式的能量

世界中，除了机械能之外，还有许多其他形式的能量，当然，眼下不能对它们叙述得更多更详细。

这里有电能，它与电荷的吸引和排斥有关；也存在着一种辐射能，即光能，我们知道它是电能的一种，因为光可以表示为电磁场的振动；还有化学能——在化学反应中释放的能，它是原子彼此间相互吸引的能量。弹性能也是如此，所以实际上，弹性能在一定程度上就像化学能。我们目前对化学能的理解是，化学能可分为两部分：首先是原子内电子的动能，所以化学能的一部分是动能，其余一部分是电子和质子的相互作用所产生的电能。接下去我们来考虑核能，它涉及原子核内的粒子的排列，它是原子核里的核子——中子或质子，重新分配和组合时释放出来的能量，是另外一种能量形式。

最后，存在着一个与相对论有关的对动能定律的修正，也就是说动能与另一种称为质能的东西结合在一起。一个物体由于它的纯粹的存在就有能量产生。假如有一个静止的电子和一个静止的正电子起先稳定地搁置着而不发生任何作用——既不去考虑引力效应，也不去考虑其他，然后当它们碰在一起时就会湮没，并释放出一定量的辐射能，它是可以计算的。为此我们需要知道的只是物体的质量，而与究竟是什么物体无关。两个粒子消失后，就产生了一定的能量。爱因斯坦首先找到了计算公式（质能方程），即众所周知的  $E = mc^2$ 。

关于能量守恒，我们应当指出，可资利用的能量是另一回事——在海水中的原子进行着大量的晃动，因为海水具有一定的温度，但是如果不从别处取得能量，就不可能使原子都按一个确定的方向运动。这就是说：虽然我们知道能量确实守恒，但是可供人类利用的能量并不那么易于保存。确定究竟有多少能量可供利用的，这是热力学第二定律的内容，它们包括着一个称为“熵”的，有关不可逆热力学过程的概念。