

实验12 用凯特摆测重力加速度

一、实验背景知识

1818年Kater设计出一种物理摆，他巧妙地利用物理摆的共轭点避免和减少了某些不易测准的物理量对实验结果的影响，提高了测量重力加速度的精度。19 世纪60年代雷普索里德对此作了改进，成为当时测重力加速度的最精确方法。波斯坦大地测量所曾同时以五个Kater摆花了八年时间（1896-1904）测得当地重力加速度的值 $G = (981.274 \pm 0.003) \text{ cm} / \text{s}^2$ 。凯特摆测量重力加速度的方法不仅在科学史上有重要价值，而且在实验设计思想上亦有值得学习的地方。

- (1) 精确测量重力加速度的意义？ 永恒追求，物探，深空探测，导航。。
- (2) 如何提高测量精度？
- (3) 实验设计思想和技巧？
- (4) 现在精确测量的方法？

地球重力场数据是非常重要的空间信息，在大地测量学、地球物理学、海洋学、空间科学、地球动力学以及导航等军用、民用领域具有重要应用。

重力场的测量从静态测量到动态测量；从地面测量发展到海洋、航空测量。

重力加速度的测量仪器，多种原理更高精度的测量仪器也不断应运而生，来断提高人类对于地球重力场的认识和应用。

重力加速度的精度指标主要以加速度精度 (m/s^2)、重力梯度 (s^{-2}) 来衡量。

几种测量重力加速度的方法和特点：

- (1) 重力仪
- (2) 运动学-抛体运动
- (3) 振动学-单摆，复摆
- (4) 凯特摆（共轭摆）
- (5) 原子干涉法-冷原子干涉型重力仪

二、实验内容

主要内容：

1. 理解实验设计思路，掌握实验过程调节步骤方法。
2. 测量并计算重力加速度 g 及不确定度。
3. 实验研究提高凯特摆测量精度的方法。

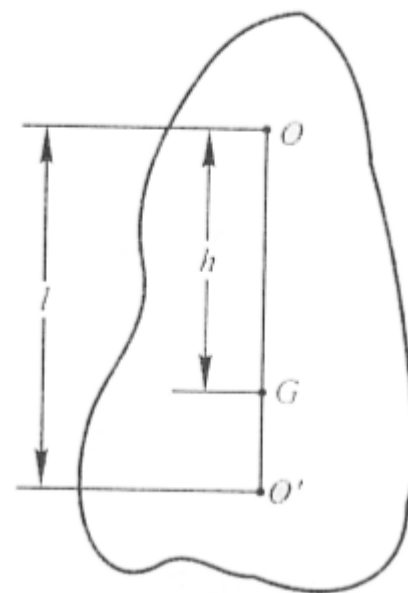
三、实验原理

1、物理基础

刚体：O为转轴，G为重心位置

当摆幅很小时，刚体绕O轴摆动的周期为：

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J_O}{mgh}} = 2\pi \sqrt{\frac{J_G + mh^2}{mgh}}$$



复摆

凯特摆示意图：

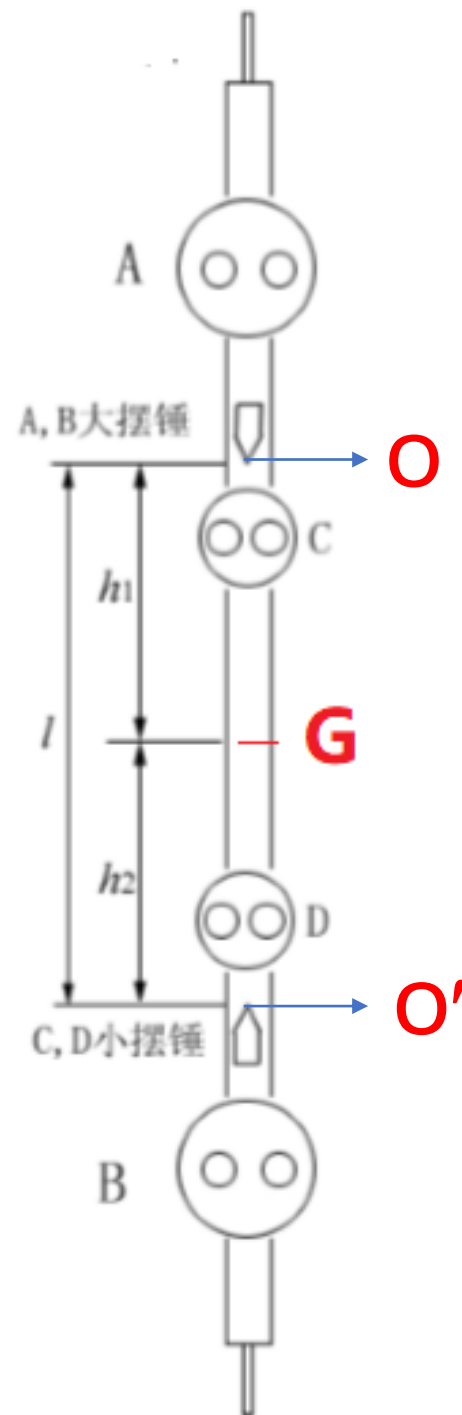
A、B、C、D四摆锤，二刀口，位置可调。

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{J_G + mh_1^2}{mgh_1}} \quad (1)$$

$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{J_G + mh_2^2}{mgh_2}} \quad (2)$$

当 $T_1 = T_2$ 时，可得 $\rightarrow J_G = mh_1h_2$

$$T = T_1 = T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{h_1 + h_2}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$



$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{J_G + mh_1^2}{mgh_1}} \quad (1)$$

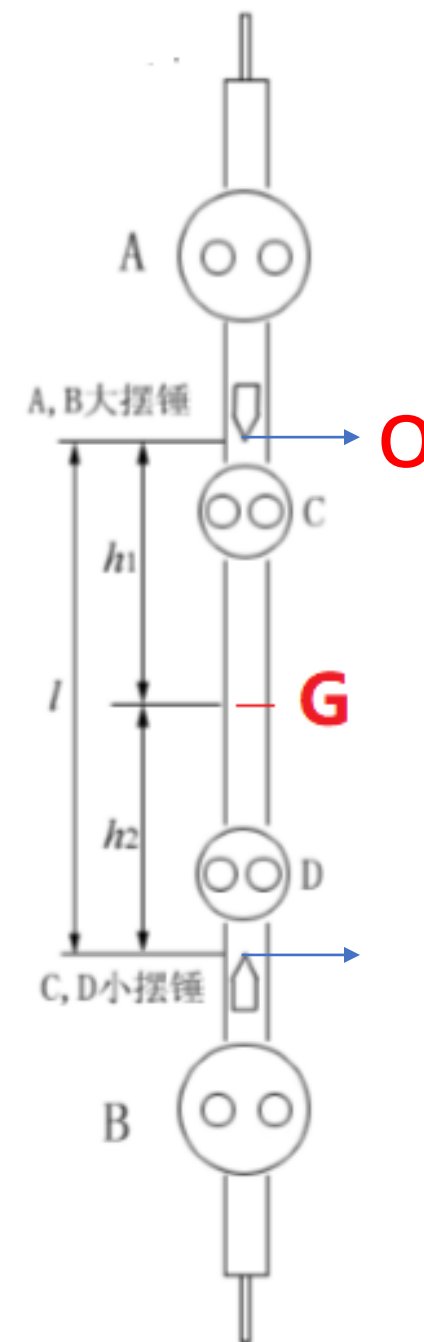
$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{J_G + mh_2^2}{mgh_2}} \quad (2)$$

由 (1) (2) 式可得：

$$T_1^2 + T_2^2 = \frac{4\pi^2}{g} (h_1 + h_2) \left(1 + \frac{J_G}{mh_1h_2} \right) \quad (3)$$

$$T_1^2 - T_2^2 = \frac{4\pi^2}{g} (h_1 - h_2) \left(1 - \frac{J_G}{mh_1h_2} \right) \quad (4)$$

$$\frac{4\pi^2}{g} = \frac{T_1^2 + T_2^2}{2l} + \frac{T_1^2 - T_2^2}{2(2h_1 - l)} \quad (5)$$

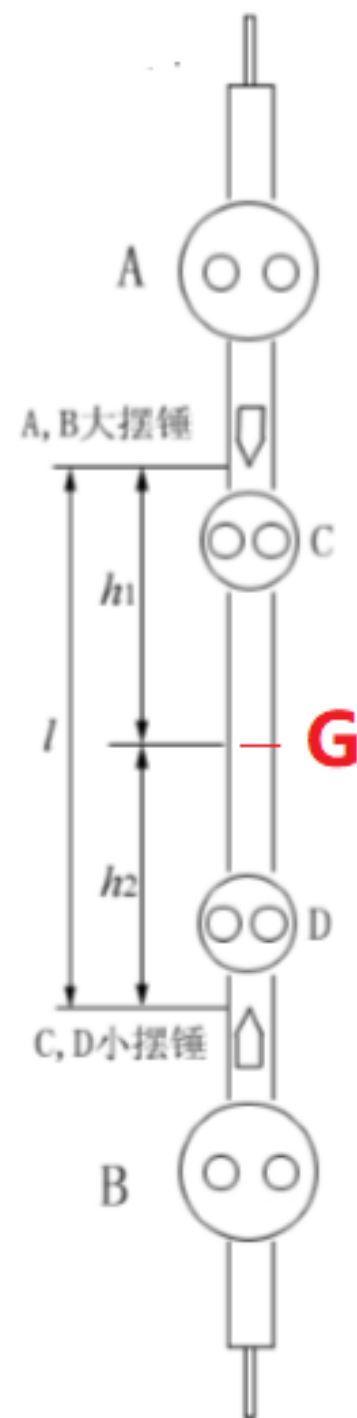


$$\frac{4\pi^2}{g} = \frac{T_1^2 + T_2^2}{2l} + \frac{T_1^2 - T_2^2}{2(2h_1 - l)} = a + b \quad (6)$$

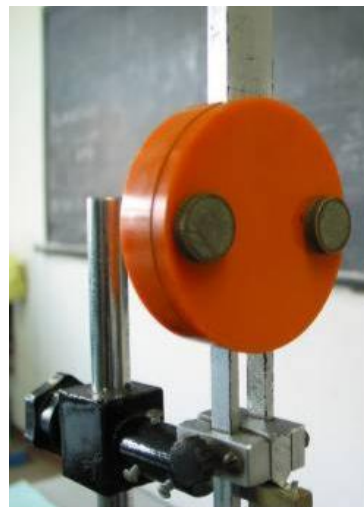
$$a = \frac{T_1^2 + T_2^2}{2l} \quad b = \frac{T_1^2 - T_2^2}{2(2h_1 - l)}$$

(6)式中， l 、 T_1 、 T_2 都是可以精确测定的量，而 h_1 则不易测准。

若 $T_1 \cong T_2$ ， $2h-l$ 的值有一定的大小，则 b 项就可以非常小，对结果影响微小，常可以忽略。



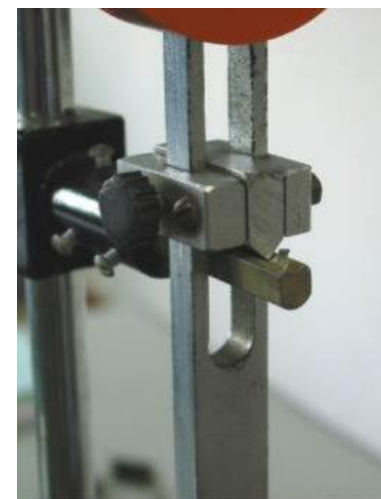
四、实验设备



大摆锤



小摆锤



刀口和V型架



光电门



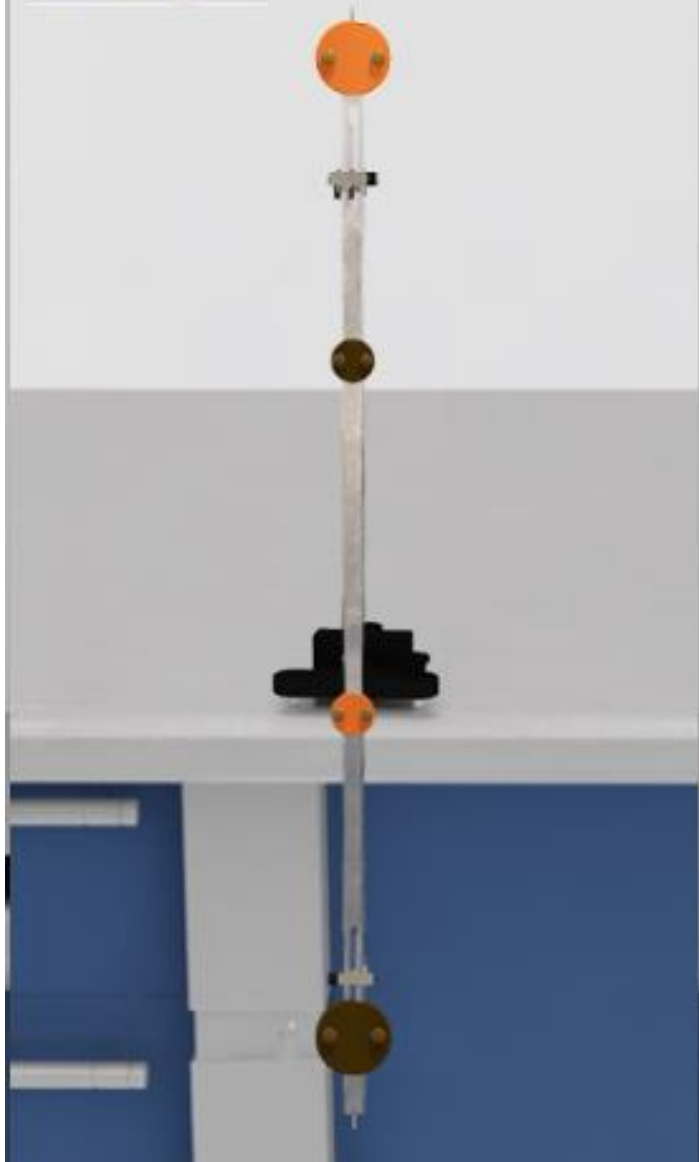
计时器



凯特摆主窗体



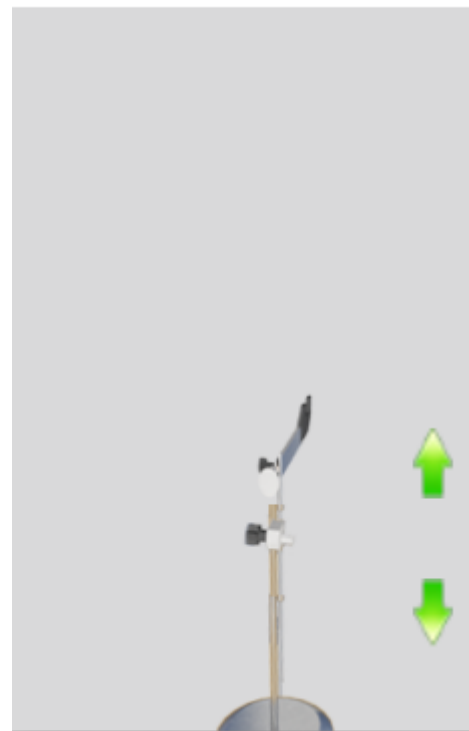
调整位置 倒置



多用数字测试仪主窗体



光电探测器调节窗体



五、实验操作和注意事项

(1) 选定凯特摆两刀口间的距离为 (750.0 ± 5.0) mm, 调节并测量凯特摆两刀口之间的距离, 两刀口之间的距离便为凯特摆的等效摆长, 重力加速度取 9.8 m/s^2 , 根据周期公式计算出周期 T , 作为调节 $T_1 = T_2$ 的参考值。(注: 在米尺主窗体中, 凯特摆平放, 以左边刀口所在位置为摆轴, 测得的周期为 T_1 ; 右边为 T_2)

(2) 测量凯特摆的周期 T_1 、 T_2 , 要求 T_1 与 T_2 差值的绝对值小于 0.001 s , 测量 10 个周期的时间 $10T_1$ 、 $10T_2$, 各测量 5 次, 取平均值, 记录测量数据。

(3) 将摆杆从刀架上取下, 平放在刀口上, 使其平衡, 确定重心 G 。测出凯特摆左刀口到重心的距离 h , 记录数据。

(4) 根据测量数据计算出重力加速度 g 。

刀口间距(等效摆长) 750.0 mm , 重力加速度为 9.800 m/s^2 ,
共轭周期为: 1.738 s

凯特摆的研究：

- (1) 为了提高测量精度，刀口的间距，加大还是减小？多少合适？
- (2) 测量周期，在这个计时器中，增加测量周期数能提高时间的周期测量的精度否？
- (3) 如何快速调节共轭摆的 T_1 、 T_2 更加接近？
- (4) 对凯特摆的设计有何建议？

思考题

1. 凯特摆测重力加速度，在实验设计上有什么特点？避免了什么量的测量？降低了哪个量的测量精度？实验上如何实现？
2. 结合误差计算，你认为影响凯特摆测重力加速度 g 精度的主要因素是什么？将所得的实验结果与当地的重力加速度的公认值相比较，你能得出什么结论？若有偏差，试分析之