

文章编号: 1007-2934(2019)06-0043-04

杨氏双缝干涉实验中双缝缝宽的讨论

陈子阳, 李浩然, 蒲继雄

(华侨大学 信息科学与工程学院 福建 厦门 361021)

摘 要: 首先基于惠更斯菲涅尔原理, 推导了双缝具有一定宽度时的双缝干涉光强表达式。根据该解析表达式, 利用数学软件进行数值模拟, 结果发现: 当双缝具有一定宽度时, 双缝干涉条纹不再是理想的等亮度等间距的干涉条纹, 而是从中间往外光强将逐渐衰减, 并且在一定的双缝间距和缝宽比值时, 还会出现条纹消失的现象。对于这些理论模拟结果, 给予了相应的解释。此外, 还进行了相应的实验观测, 实验结果和理论结果基本一致。本论文所讨论的内容, 对于进一步完善和深入讨论杨氏双缝干涉实验的教学和实验内容具有一定的指导意义。

关 键 词: 杨氏双缝干涉实验; 双缝缝宽; 干涉条纹

中图分类号: O 4-34

文献标志码: A

DOI: 10.14139/j.cnki.cn22-1228.2019.06.011

杨氏双缝干涉实验是物理学中最经典也是最重要的实验之一, 该实验以简单的实验装置演示了光的波动性, 是大学物理教学中非常重要的一个内容。在现有的教材中, 关于双缝干涉实验的教学内容, 一般都忽略了双缝的宽度^[1-2]。而实际上双缝都是具有一定的宽度的, 并且为了获得足够强度的干涉条纹, 实验中还要求双缝的宽度不能太窄。目前关于双缝干涉条纹的性质一般描述为“等亮度等间距的平行干涉条纹”, 这一结论在假设双缝的宽度为无限窄是成立的^[3-4]。而如果考虑双缝具有一定的宽度, 实际的条纹光强分布将会受到缝宽的影响而发生变化^[5]。在本文中, 我们讨论了双缝的缝宽对干涉条纹的影响。基于惠更斯-菲涅尔原理, 我们推导了在考虑缝宽前提下的双缝干涉条纹光强分布表达式, 利用 MATLAB 软件进行了理论模拟, 并进行了相应的实验, 实验结果和理论结果基本一致。

1 双缝干涉实验理论

1.1 双缝干涉光强表达式推导

根据惠更斯菲涅尔原理, 光在传输过程中的场可以表示为:

$$E_2(x_2, y_2, z) = \left(-\frac{i}{2\lambda}\right) \iint E_1(x_1, y_1, z=0) \times$$

$$\frac{\exp(ikr)}{r} (1 + \cos\theta) dS_1 \quad (1)$$

其中 $E_1(x_1, y_1, z=0)$ 为入射面的光场表达式, r 为光源平面的点到观察平面的点之间的距离, λ 为入射光的波长。

考虑到一般的双缝干涉实验中, 光源面和观察面之间的距离 z 远大于双缝和观察区的线度, 即

$$r \approx z, \cos\theta \approx 1, z \gg |x_2 - x_1|, z \gg |y_2 - y_1|, z \gg \frac{k}{2}(x_1^2 + y_1^2) \quad (2)$$

因此, 公式(1)可以改写为

$$E_2(x_2, y_2, z) = \left(-\frac{i}{\lambda z}\right) \exp\left[ik\left(z + \frac{x_2^2 + y_2^2}{2z}\right)\right] \times \iint E_1(x_1, y_1, z=0) \exp\left[-\frac{ik}{z}(x_1 x_2 + y_1 y_2)\right] dx_1 dy_1 \quad (3)$$

进一步考虑双缝的构造特点, 沿着 y 方向不变, 因此上式可以进一步简化为

$$E_2(x_2, z) = \sqrt{-\frac{i}{\lambda z}} \exp\left[ik\left(z + \frac{x_2^2}{2z}\right)\right] \times \int E_1(x_1, z=0) \exp\left(-\frac{ik}{z}x_1 x_2\right) dx_1 \quad (4)$$

假设双缝中心之间的间距为 d , 每个缝的宽

收稿日期: 2019-08-09

基金项目: 国家自然科学基金(11674111, 61575070); 福建省本科高校重大教育教学改革研究项目(FBJG20190124)

度为 a , 则式子 (4) 的积分上下限为

$$E_2(x_2, z) = \sqrt{-\frac{i}{\lambda}} \exp\left[ik\left(z + \frac{x_2^2}{2z}\right)\right] \times \left[\int_{(d-a)/2}^{(d+a)/2} E_1(x_1, z=0) \exp\left(-\frac{ik}{z}x_1x_2\right) dx_1 + \int_{-(d+a)/2}^{-(d-a)/2} E_1(x_1, z=0) \exp\left(-\frac{ik}{z}x_1x_2\right) dx_1 \right] \quad (5)$$

一般情况下, 入射到双缝的光呈对称分布, 且双缝上的光强保持不变, 因此入射场的振幅是一个常数, 则公式 (4) 的结果可以表示为

$$E_2(x_2, z) = \frac{2\sqrt{-iz\lambda}}{\pi x_2} \exp\left[ik\left(z + \frac{x_2^2}{2z}\right)\right] \times \sin\left(\frac{ka}{2z}x_2\right) \cos\left(\frac{k}{z}\frac{d}{2}x_2\right) \quad (6)$$

从上面的表达式可以看出, 双缝的干涉条纹同时受到了双缝的宽度 a 和双缝的间距 d 的影响。考虑到双缝的间距 d 一般比双缝的宽度 a 更大, 所以公式 5 中的余弦函数随 x_2 的变化比正弦函数随 x_2 的变化更快, 即缝宽的影响主要表现在干涉条纹的包络上。

双缝中的每个缝可视为宽度为 a 的单缝, 参考公式 (4), 则每个单缝的衍射表达式为表示为

$$E_2(x_2, z) = \sqrt{-\frac{i}{\lambda z}} \exp\left[ik\left(z + \frac{x_2^2}{2z}\right)\right] \times \int_{-a/2}^{a/2} E_1(x_1, z=0) \exp\left(-\frac{ik}{z}x_1x_2\right) dx_1 \quad (7)$$

经过积分运算后, 可以得到其光场表达式

$$E_2(x_2, z) = \frac{\sqrt{-i\lambda z}}{\pi x_2} \exp\left[ik\left(z + \frac{x_2^2}{2z}\right)\right] \cdot \sin\left(\frac{k}{z}\frac{a}{2}x_2\right) \quad (8)$$

基于上述公式, 可以对双缝的干涉光强分布进行模拟, 我们采用 MATLAB 软件进行了数值仿真。

1.2 理论模拟结果

本文首先讨论双缝间距为 2.4 mm 的一组双缝的干涉结果, 其中四个双缝的缝宽分别为 0.1 mm, 0.4 mm, 0.8 mm 和 1.2 mm, 模拟的光强数值结果如图 1 所示。图 1(a) 中为缝宽 0.1 mm 的干涉条纹, 从图中可以看出, 对于缝宽如此狭窄的双缝, 其干涉条纹的光强也不是保持不变, 而随着干涉条纹级次的增加, 呈现了明显的光强衰减趋势。进一步增大双缝的宽度至 0.4 mm, 可以发现随着级数的增加, 光强的衰减趋势更加明显, 并且第六

级条纹消失了, 如图 1(b) 所示。为了解释其消失的原因, 我们在图中还画出了缝宽为 0.4 mm 单缝的衍射光强分布, 如图中的虚线所示。从单缝的光强分布可以发现, 消失的条纹是因为该级双缝干涉条纹遇到了单缝的暗纹, 所以出现了缺级现象。图 1(c) 和 1(d) 分别为单缝宽度为 0.8 mm 和 1.2 mm 的光强分布, 可以看出随着单缝宽度的增加, 干涉条纹光强的衰减趋势更加明显。对于缝宽为 0.8 mm 的双缝, 其缺级分别为 3 级和 6 级; 而对于缝宽为 1.2 mm 的双缝, 所有的偶数级次都出现了缺级现象。

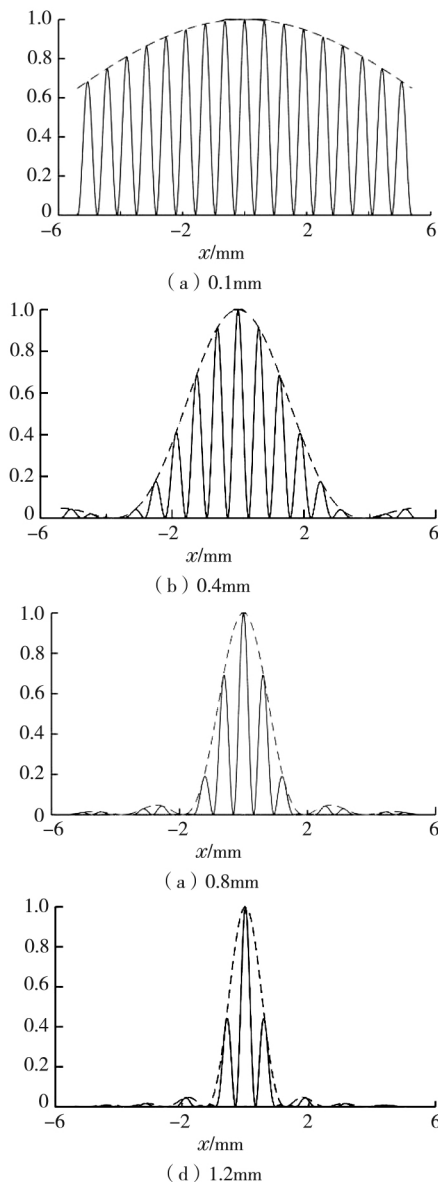


图 1 间距为 2.4 mm 的双缝干涉条纹强度分布

图 2 给出了缝宽为 0.5 mm 保持不变, 而双缝间距变化的双缝干涉光强分布。图 2(a)~2(d) 的双缝间距分别为 1 mm, 1.5 mm, 2 mm 和 2.5 mm 的

数值模拟结果。从图中可以发现,缝宽保持不变的情况下,干涉条纹的包络线(即单缝衍射的光强分布)是一致的,而干涉条纹的间距随着双缝之间间距的增加而逐渐减小。此外,从图中可以发现,从2(a)~2(d)缺级分别为第2级,第3级,第4级和第5级。

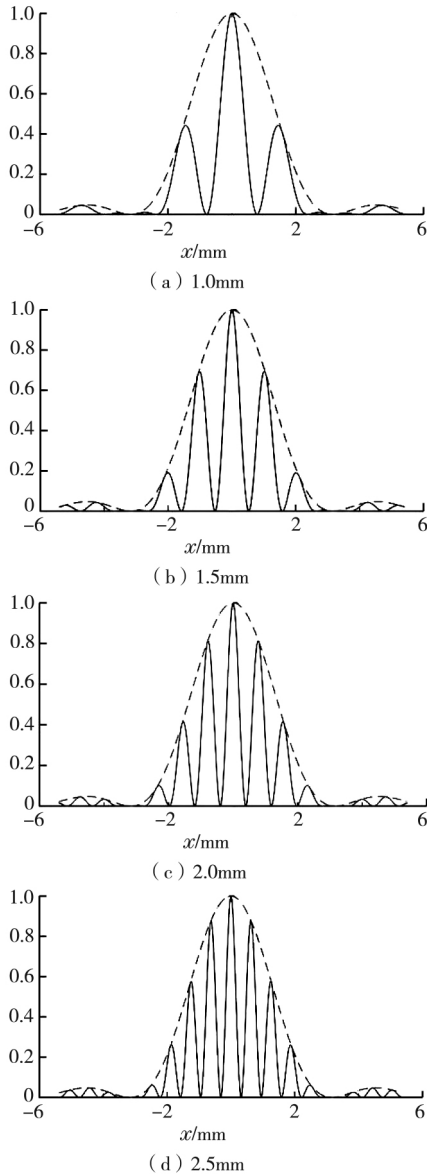


图2 缝宽为0.5 mm的双缝干涉条纹强度分布

1.3 结果分析

分析图1和图2的双缝干涉条纹强度分布,可以得到以下结论:当双缝具有一定的缝宽时,双缝的光强分布不再是等亮度的干涉条纹,而是光强会出现涨落,甚至可能出现条纹缺失的现象。双缝干涉条纹光强的包络线为双缝中每个缝的单缝衍射光强分布,即双缝干涉光强受到了单缝衍射光强的调制。因为这种调制,如果当双缝干涉

的亮条纹遇到了单缝衍射的暗条纹,会出现缺级现象。根据数值模拟结果可以发现,双缝的间距 d 与单个缝的宽度 a 之间的比值满足整数时,则该级别的条纹会出现缺级现象,即 $k=d/a$ 。

2 实验结果

2.1 实验装置介绍

为了验证数值模拟结果,我们进行了双缝干涉实验,实验示意图如图3所示。氦氖激光器(输出波长为633 nm)出射的激光,经过物镜 O_1 聚焦后,在焦点处放置一个针孔光阑进行滤波,经过小孔的光,再用透镜 L 进行收集,其中小孔与透镜之间的距离为透镜的焦距。从透镜出射光是光强分布基本均匀的准平面波,该光波入射到双缝上,经过双缝后,会形成干涉条纹。实验上我们利用CCD来记录其干涉条纹分布。

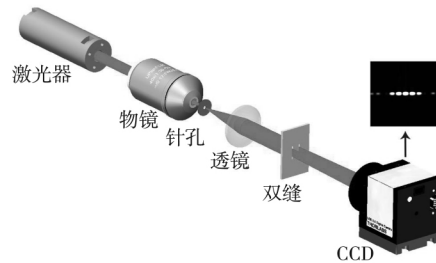
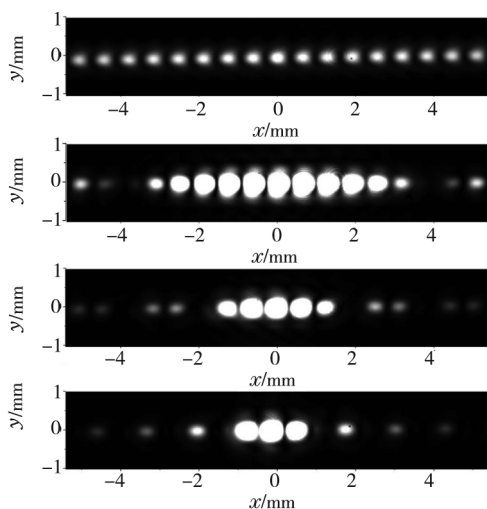


图3 杨氏双缝干涉实验示意图

2.2 实验结果

实验上我们首先观测了间距为2.4 mm保持不变,双缝的宽度从上到下分别为0.1 mm, 0.4 mm, 0.8 mm和1.2 mm的四组双缝的干涉条纹。图中所有条纹的间距是一样的,这说明双缝条纹的间距只与双缝间距有关,而与缝的宽度无关。从图中可以看出,对于缝宽为0.1 mm的双缝,光强出现了逐渐衰减的过程。而缝宽为0.4 mm的双缝光强从中间零级往外也出现了逐渐衰减的趋势,并且在第六级出现了缺级现象。但是在单缝衍射的一级亮纹区域又陆续出现了第七级和第八级条纹,这很好地证明了,第六级条纹的缺失并不仅仅是光强逐步衰减为零而不再增加的趋势,而是缺级。因为如果是逐步衰减到零的话,就不会出现后面的第七级和第八级条纹。对于缝宽为0.8 mm的双缝,在中间区域只观察了零级、一级和二级条纹,第三级条纹出现了缺级现象。

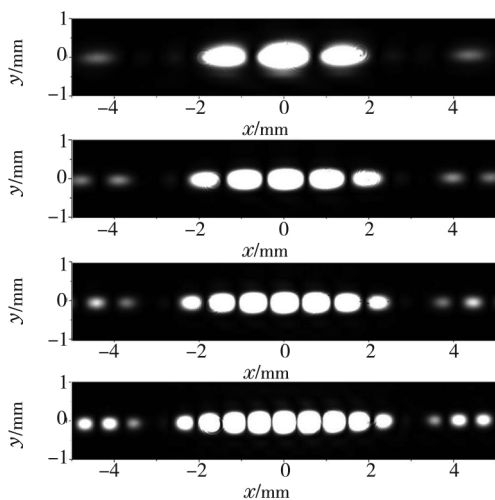
此后又依次出现了第四级和第五级条纹,而第六级条纹又消失了。对于缝宽为 1.2 mm 的双缝,所有的偶数级次的条纹都消失了。



图从上到下双缝的缝宽为: 0.1 mm, 0.4 mm, 0.8 mm, 1.2 mm。
双缝与观察平面之间的间距为 2.5 m

图 4 间距为 2.4 mm 的双缝干涉条纹强度分布的实验结果

图 5 中显示的是在缝宽度为 0.5 mm 保持不变的前提下,双缝间距对干涉条纹的影响,图中从上到下分别为的双缝间距分别为 1 mm, 1.5 mm, 2 mm, 2.5 mm。图中从上到下条纹间距逐渐减小,这和条纹间距与双缝的宽度成反比这一结论是一致的。这一系列双缝的缝间距与缝宽之间的比值分别为是 2, 3, 4 和 5,图中从上到下,缺级分别出现在第二级,第三级,第四级和第五级,这和缝间距与缝宽之间的比值是一致的。



图从上到下双缝之间的间距为: 1.0 mm, 1.5 mm, 2.0 mm, 2.5 mm。双缝与观察平面之间的间距为 2.5 m。

图 5 缝宽为 0.5mm 的双缝干涉条纹实验强度分布

2.3 实验结果讨论

基于简单的实验装置,我们实验上观测了两组不同双缝的干涉条纹。其中图 4 研究的是缝的宽度对干涉条纹的影响,所获的实验结果和数值模拟的结果(图 1)是基本一致的。图 5 研究的是双缝间距对双缝干涉条纹的影响,这些结果与相应的数值模拟(图 2)中的规律是吻合的。

3 结 论

在本文中,针对传统教材中关于双缝干涉实验基本都是忽略了缝的宽度,而实际的双缝又总是具有一定的宽度这一前提,我们理论上和实验上研究了双缝具有一定缝宽情况下的双缝干涉条纹光强分布。研究发现,如果双缝具有一定的缝宽时,干涉条纹不再是理想的等亮度等宽度的干涉条纹,而是随着干涉级次的增加,光强从中间往外出现了衰减的趋势。特别是如果当双缝的间距与每个缝的宽度之间的比值为整数时,对应该级次的条纹将会消失,即出现了缺级现象。这一缺级现象的产生主要是因为双缝干涉的光强分布会受到双缝每个单缝衍射的调制。我们还进行了对应的实验,实验观测的结果和数值模拟结果基本保持一致,这进一步验证了我们的理论推导和数值模拟。本文所讨论的结果是很好地补充了目前教材中关于双缝干涉实验的局限性,并且也可以作为本科生物理实验的一个项目。

参考文献:

- [1] 赵凯华.新概念物理教程:光学[M].高等教育出版社,2004.
- [2] 钟锡华.现代光学基础[M].北京大学出版社,2003.
- [3] 毛欲民,洪家平.基于 MATLAB 的杨氏双缝干涉实验仿真[J].湖北师范学院学报(自然科学),2007,27(1):17-20.
- [4] 谭毅.杨氏双缝干涉实验的仿真研究.实验技术与管理[J],2012,29(3):91-93.
- [5] 黄蕊,张君霞,刘志成,等.用 MATLAB 比较双缝干涉和双缝衍射[J].大学物理实验,2015,28(1):90-92.

(下转第 62 页)

Vehicle Flow Detection Based on Pymelectric Infrared Sensor

LIANG Xifang JIE Hai LUO Qiong ZHANG Chengyun*

(School of Physics and Electronic Engineering ,Guangzhou University ,Guangzhou 510006 ,China)

Abstract: A vehicle flow detection system is designed on the base of the pymelectric infrared devices. It consists of a weak signal processing and amplification circuit of pymelectric infrared sensor, real-time clock circuit, STC89C52 microcomputer and its peripheral circuit. The system is placed at an appropriate location of the road side, and when a car passes by the detection area, the system composed by two sets of pymelectric detectors with a certain spacing can well receive successively the infrared radiation emitted by the vehicle because of the good focusing ability of Fresnel lens. The time interval between two sets of infrared signals is calculated by the clock circuit to judge whether the vehicle is passing by. The result will be shown on the 12864 LCD screen. Through the outside tests, the system can realize the on-line inspection of traffic flow, and has a higher ratio of quality to price.

Key words: pymelectric infrared sensor; vehicle flow detection; infrared detection

(上接第 46 页)

Discussion of the Width of Slits in Young's Double-Slit Interference Experiment

CHEN Ziyang LI Haoran PU Jixiong

(College of Information Science and Engineering ,Huaqiao University Xiamen 361021 ,China)

Abstract: Based on the Huygens-Fresnel principle, the intensity distribution expression of double-slit interference with the consideration of slits width is derived. According to the expression, the theoretical results are simulated. It is found that, if the width of the slits cannot be neglected, the interference fringes is not the ideal fringes with same intensity and spacing, but the intensity magnitude decreases with the radial distance increases from center. Moreover, if the distance between two slits is integral multiple of the width of each slit, the fringe may disappear. The explanation of the theoretical results is presented. In addition, the experiment is carried out, and experimental observation is consistent with the theoretical simulation. It is a meaningful discussion for further understanding the teaching and experiment of double-slit interference experiment.

Key words: Young's double-slit interference experiment; width of slit; interference fringe