

# 浙江大学

## 物理实验报告

实验名称: 测量地球 实验方案

指导教师: 厉位阳

专业: 竺可桢学院混合班

班级: 混合 1903 班

姓名: 徐圣泽

学号: 3190102721

实验日期: 4 月 5 日 星期 日 下午

# 一、实验任务

利用一切可利用的资源，在已知  $G$  的情况下，测量地球的质量和半径。

## 二、实验要求

### 实验条件

竭尽所能，利用一切可以利用的资源

### 实验环境

整个宇宙

### 实验要求

- (1) 保证实验过程的安全性；
- (2) 测得的物理量尽可能准确。

## 三、方案设计

在此部分的方案设计描述中，共分为两部分：重力加速度测量方案设计和地球半径测量方案设计。

每个方案中的实验难度和实验操作分别表示实验过程的难度和居家实验可实现性程度，星数越多分别代表实验过程难度越大和可实现性程度越低。

下面的方案来源于高中学习过程中所遇到的实验方案和通过网络与书籍资料寻找到的实验方案，以及自己改编的方案。

### 3.1 测量地球表面重力加速度

#### 3.1.1 水滴法

本实验方案的灵感来源于高中物理的学习过程，在家中也有足够的条件加以实现。

#### 实验原理

本实验方案的实验原理较为简单，水滴依次自由落体运动，运动过程满足公式  $h = \frac{1}{2}g(\Delta t)^2$ ， $\Delta t = \frac{t}{n-1}$ 。通过测量多个水滴的下落时间可以减小测量单个水滴下落时间的实验误差。

#### 实验仪器

水龙头，秒表，刻度尺

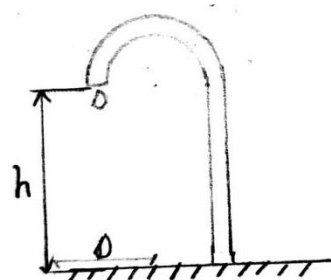
#### 实验方法

- (1) 让水龙头的水一滴一滴地落到其正下方的盘子中，调整水龙头的松紧使得刚听到前一个水滴下落到盘子时的声音后一个水滴开始下落；
- (2) 测出听到  $n$  次水滴下落到盘子上发出的声音的总时间  $t$ ；
- (3) 用刻度尺测量得到水龙头到正下方盘子的距离（高度差）为  $h$ ；

- (4) 利用公式  $\Delta t = \frac{t}{n-1}$  和  $h = \frac{1}{2}g(\Delta t)^2$  得到  $g = \frac{2h(n-1)^2}{t^2}$ 。

#### 误差来源

- (1) 水滴大小的不同导致实际情况下各水滴收到的空气阻力大小不同继而影响加速度；



(2) 难以控制前一滴水刚下落到底部时后一滴水刚好开始下落，此过程中的误差。

实验难度 ★★★☆☆

实验操作 ★★★☆☆

### 3.1.2 频闪照片

本实验方案的灵感同样来源于高中物理的学习过程，在家中也有条件实现，但与上一个方案相比较为困难。

#### 实验原理

本实验方案的实验原理与上个方案本质是一致的，都是通过物体作自由落体运动和公式  $h = \frac{1}{2}gt^2$ ， $\Delta x = gt^2$ ，计算得到重力加速度  $g$ 。但仍有几个差别之处，在本实验中，实验只测量单个物体下落的时间，但数据处理过程采取逐差法的处理方法，得到的  $g$  误差更小。

#### 实验仪器

实心小球，手机，刻度尺

#### 实验方法

- (1) 让小球从某一高处自由下落，用频闪照相的方式把小球在不同时刻的位置拍摄下来；
- (2) 调整手机的拍照频率，使手机每间隔  $T$  时间拍摄一次；
- (3) 测量小球实物的直径和在照片中的直径，比较之后得到倍率；
- (4) 用刻度尺量出小球在照片中相邻位置间的距离并转换成实际距离，记为  $x_1$  和  $x_2$ ；

(5) 用逐差法得到  $g = \frac{\Delta x}{T^2} = \frac{x_2 - x_1}{T^2}$ 。

#### 误差来源

- (1) 手机拍照间隔时间  $T$  不好控制，这一点易对后来的逐差法处理数据造成较大的误差；
- (2) 小球实际直径和照片直径之间的倍率计算存在着误差，此误差影响到小球下落实际距离  $\Delta x$  的计算。

实验难度 ★★★☆☆

实验操作 ★★★☆☆

### 3.1.3 单摆法

#### 实验原理

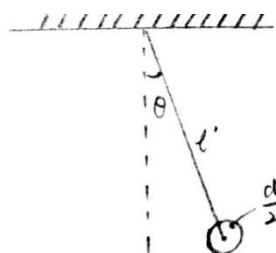
当单摆的摆角很小的时候，单摆的振动可视为简谐运动。设小球位移为  $x$ ，摆长为  $l$ ，因为角度足够小，所以  $\sin \theta \approx \theta$ ，则此时满足  $\sin \theta = \frac{x}{l}$ 。此时摆球所受合力为  $-mg \frac{x}{l}$ ，得到  $a = -\frac{g}{l}x$ ，又简谐运动的公式为  $a = -\omega^2 x$ ，得到  $\omega = \sqrt{g/l}$ 。因此可通过测量单摆  $n$  次全振动的时间  $t$  得到周期  $T$ ，再通过  $T$  和  $\omega$  的关系得到重力加速度的表达式为  $g = 4\pi^2 l / T^2$ 。

#### 实验仪器

摆线，小球，秒表，米尺，刻度尺

#### 实验方法

- (1) 用米尺测出摆线的长度  $l'$ ，用刻度尺测出小球的直径  $d$ ，则摆长  $l = l' + \frac{d}{2}$ ；
- (2) 把单摆从平衡位置拉开一个很小的角度然后释放，当摆球经过平衡位置的时候计时，测量单摆  $n$  次全振动的时间  $t$ ，计算得到  $T = \frac{t}{n}$ ；



(3) 将上述物理量代入公式  $g = \frac{4\pi^2 l}{T}$  得到重力加速度。

#### 误差来源

- (1) 受空气阻力影响摆角会逐渐变小最终停止运动；
- (2) 单摆在运动过程中可能会因阻力等因素的影响而改变原先的运动方式（比如变成圆锥摆），导致实验数据不满足理想过程。

实验难度 ★★★★★☆☆

实验操作 ★★★★★☆☆

### 3.1.4 圆锥摆法

#### 实验原理

对圆锥摆进行受力分析，有合外力为  $F = mg \tan \theta = m\omega^2 r$ ，且角度关系满足  $\tan \theta = \frac{r}{h}$ ，通过测得摆球转动  $n$

圈所需的时间  $t$ ，计算得到  $\omega$ ，代入公式化简得到  $g = \frac{4\pi^2 n^2 h}{t^2}$ 。

#### 实验仪器

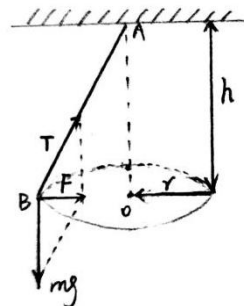
秒表，米尺，细线，小球

#### 实验方法

- (1) 用细线和小球制作一个单摆，使单摆的摆锤在水平面内作匀速圆周运动；
- (2) 用米尺测量出摆球与摆线最上端的高度差  $h$ ；
- (3) 用秒表测量出摆球转  $n$  圈所用的时间  $t$ ，则摆球的角速度为  $\omega = \frac{2\pi n}{t}$ ；
- (4) 摆球作匀速圆周运动的向心力  $F = mg \tan \theta$ ，又有  $mg \tan \theta = m\omega^2 r$ ，而

$$\tan \theta = \frac{r}{h} ;$$

- (5) 由以上物理量和公式得到  $g = \frac{4\pi^2 n^2 h}{t^2}$ 。



#### 误差来源

- (1) 圆锥摆在圆周运动过程中的半径和高度差不好确定；
- (2) 摆球在运动过程中受空气阻力影响，导致摆角逐渐减小；
- (3) 实际操作过程中较难控制摆球作匀速圆周运动。

实验难度 ★★★★★☆☆

实验操作 ★★★★★☆☆

### 3.1.5 平抛运动

此实验方案灵感来源于运动合成与分解，家中难以实现，但未来返校后有机会在实验室利用相关仪器加以实现。

#### 实验原理

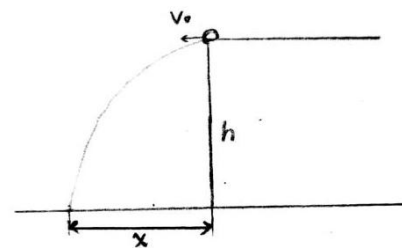
$$x = v_0 t, \quad h = \frac{1}{2} g t^2$$

#### 实验仪器

小球，刻度尺，光电门

## 实验方法

- (1) 让小球从桌面上以  $v_0$  的速度水平抛出作平抛运动， $v_0$  可由光电门测得；
- (2) 用刻度尺量出小球水平抛出的距离  $x$  和竖直下落的距离  $h$ ；
- (3) 利用公式  $x = v_0 t$  和  $h = \frac{1}{2} g t^2$ ，得到重力加速度的表达式  $g = \frac{2h v_0^2}{x^2}$ 。



实验难度 ★☆☆☆☆

实验操作 ★★★☆☆

## 3.1.6 打点计时器法

此实验方案灵感来源于自由落体运动，但借助了一定的仪器，使得频率的把控更加精准。本方案在家中难以实现，但未来返校后有机会在实验室利用相关仪器加以实现。

原理与频闪照片法类似，借助打点计时器可以减小误差，实验仪器需要打点计时器、纸袋和重物，处理方法采用逐差法计算重力加速度。

实验难度 ★☆☆☆☆

实验操作 ★★★☆☆

## 3.1.7 phyphox 加速度传感器

利用手机的加速度传感器，使用软件 phyphox 测量各个方向上的加速度，合成得到重力加速度。

实验难度 ★☆☆☆☆

实验操作 ★☆☆☆☆

## 3.2 测量地球半径

### 3.2.1 投影夹角法

#### 实验原理

利用直线间的夹角关系、圆上一个极小的角度对应的圆弧长度和圆半径长度的关系

#### 实验仪器

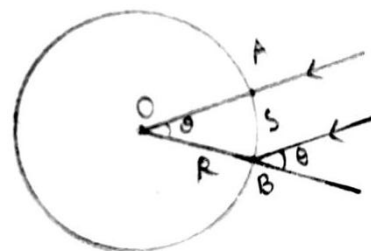
刻度尺，一根足够直の木棍，GPS 定位

#### 实验方法

- (1) 找到太阳光直射地球表面的 A 点；
- (2) 当太阳光直射 A 点时，在合适的地方找到一个 B 点，测出太阳光所在直线与 B 点所在的通过地心的直线的夹角  $\theta$ （在 B 点竖立一根直立的木棍，测出木棍影子的长度和木棍的高度，通过几何关系得到  $\theta$ ）；
- (3) 测出地球表面 A、B 点间的距离 S；
- (4) 地球半径为 R，则 R 与 S 满足关系  $S = R\theta$ ，代入数据解得地球半径 R 的值。

#### 误差来源

- (1) 寻找太阳直射点这一点较难实现，在寻找的过程中易造成较大误差；
- (2) 两地的距离需要较为合适，且必须保证同时测量，这一点也会引起较大的误差；
- (3) 影子长度与高度的测量误差，这个误差来源于实验操作者的实验操作和实验仪器的系统误差；



(4) 地球本身不是一个规则的球体，因此计算得到的数据与真实数据仍有较大偏差。

实验难度 ★★★★★☆

实验操作 ★★★★★★

### 3.2.2 投影夹角法·改进

#### 实验原理

原理与上个方案类似（都利用直线间的夹角关系、圆上一个极小的角度对应的圆弧长度和圆半径长度的关系），但本实验不必找到确定的直射点。只需确定任意两个点，找到上述方案组的相关夹角，再通过判断投影的方向来确定最终角度和这两个小夹角的关系，来确定地球半径  $R$ 。

#### 实验仪器

刻度尺，两根足够直の木棍，GPS 定位

#### 实验方法

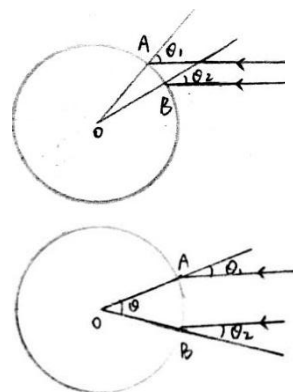
(1) 取定地球表面上合适的同经度的两点 A、B，通过 GPS 测得 A、B 间的距离  $S$ ；

(2) 分别在 A、B 处竖立一根直立的木棍，再与上述方案中的实验方法类似地，测得

夹角分别为  $\theta_1$ ， $\theta_2$ ；

(3) 设球心为 O 点，计算得到 OA 和 OB 之间的夹角  $\theta$ （当 A、B 在直射点同侧时，

$\theta = |\theta_1 - \theta_2|$ ；当 A、B 在直射点异侧时， $\theta = \theta_1 + \theta_2$ ）。



#### 误差来源

(1)  $\theta_1$  和  $\theta_2$  的测量是实验误差的主要来源部分；

(2) 由于太阳光线在到达地球的时候已经被多次改变原先方向，因此两地的太阳光线很有可能是不平行的；

(3) 两地的太阳光线与木棍的相对位置需要保持一致，否则影子的位置和长度会随之改变而改变，造成较大误差。

实验难度 ★★★★★☆

实验操作 ★★★★★☆

### 3.2.3 登高角度法

#### 实验原理

利用几何关系计算得到角度值，再通过半径和角度的关系计算得到地球半径

#### 实验仪器

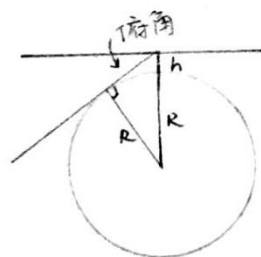
略

#### 实验方法

(1) 登上一座足够高的山（高层建筑物），并测出所在高度的海拔  $h$ ；

(2) 测得所在位置与海平面俯角的余角  $\theta$ ；

(3) 利用公式  $\sin \theta = \frac{R}{h+R}$  解得地球半径的值。



#### 误差来源

(1) 俯角测量过程中误差较大，难以直接测量俯角或俯角的余角；

(2) 受海拔高度和视野范围限制较大。

实验难度 ★★★★★☆

实验操作 ★★★★★☆

### 3.2.4 日出/落角度差法

#### 实验原理

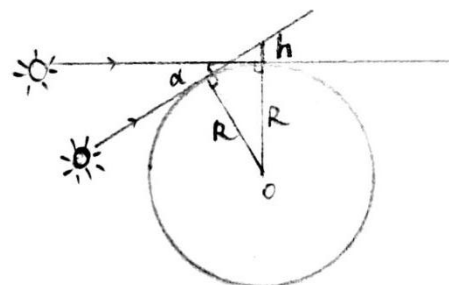
利用几何关系计算得到角度值，再通过半径和角度的关系计算得到地球半径

#### 实验仪器

米尺，秒表

#### 实验方法

- (1) 找一个平台开阔的地方，当太阳完全消失的时候记录下现在的时刻  $t_1$ ；
- (2) 在高楼上直立，当太阳再次完全消失的时候记录下现在的时刻  $t_2$ ；
- (3) 计算得到两次的时间差  $t$ ，再根据地球自转的角速度  $\omega$  测计算得到这一时间内地球自转的角度为  $\alpha$ ；
- (4) 用传感器测量高度差  $h$ ；
- (5) 根据公式  $\cos \alpha = \frac{R}{R+h}$  计算得到地球半径的值。



#### 误差来源

- (1) 大气层对光线有折射作用，光线进入人眼并不是沿原本的直线；
- (2) 受高度限制较大，受观测地区的视野开阔程度较大；
- (3) 时间记录需要较为精准的把控且只有一次机会，因此这一点也会是造成误差的原因。

实验难度 ★★★★★

实验操作 ★★★★★

### 3.2.5 经纬角度+直线距离法

#### 实验原理

实验的初始思路较为简单：沿某一经线（纬线）前行一段距离，测出起始地和终止地的纬度（经度）差，并将差值转变为弧度制。由于这个距离对应的角度非常小，因此这段距离可以近似认为等于差值与地球半径的乘积。

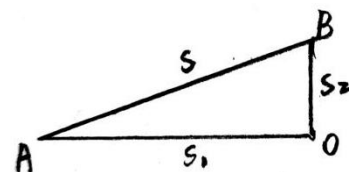
因为无法做到保持经度（纬度）绝对不变，因此转变实验思路，但是实验的原理是一样的。选择合适的两地 A 和 B，测出 A、B 两地的经纬度和相隔距离，并计算得到 A、B 两地的经纬度差值。因为 AB 在地球这一球体上对应的角度极小，因此可等价为认为 AB 可分解为沿经度方向的距离和沿纬度方向的距离，进而通过勾股定理得到地球半径 R 的值。

#### 实验仪器

手机，软件 phyphox

#### 实验方法

- (1) 选择相隔距离合适的两地 A、B；
- (2) 分别测出 A、B 两地的经纬度，计算纬度和经度差值并转换为弧度制  $\alpha$  和  $\beta$ ；
- (3) 测出 AB 之间的直线距离 S；
- (4) 计算得到 A、B 的经纬度差的绝对值， $OA = \alpha \times R$ ， $OB = \beta \times R$ ；
- (5) 根据  $|AB| = \sqrt{|OA|^2 + |OB|^2}$  计算得到地球半径 R；



#### 误差来源

- (1) 地球并非严格的球体，因此按照球体模型计算的过程与实际情况存在误差；
- (2) AB 之间的距离并不能简单地沿经度和纬度方向分解，但因为角度极小因此可以近似认为，此近似过程中存在误差。

实验难度 ★★★★★

实验操作 ★★★★★

## 四、总结

在本次实验方案的设计报告中，我尽可能多地列举了有可能实现地球测量的方法，其中大部分都早已被前人发明并且广泛应用，因此方案设计的原创度不高，但如果真能够依照方案测出误差范围内的数据，也是一项很了不起的成就，我希望能够在下一周的实际操作中通过努力获得较为理想的结果。