

科学计算

第八次作业

2021 年 5 月 10 日

1. 运用Gauss消去法，用准确算术运算写出下列方程组的求解过程

$$\begin{cases} 6x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 = 6, \\ 2x_1 + 4x_2 + x_3 = -1, \\ x_1 + x_2 + 4x_3 - x_4 = 5, \\ -x_1 - x_3 + 3x_4 = -5. \end{cases} \quad (1)$$

2. 设 A 为非奇异的上三角矩阵，试导出计算 A^{-1} 的元素的递推公式。
3. 证明：若矩阵 A 非奇异，且存在 LU 分解，则 LU 分解必是唯一的。
4. 编程计算：编写如下 $n \times n$ 矩阵 A 的UL分解，即找到矩阵上三角矩阵 R ，使得 $A = RR^T$ 。

$$\begin{bmatrix} 9 & -4 & 1 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ -4 & 6 & -4 & 1 & \ddots & & \vdots \\ 1 & -4 & 6 & -4 & 1 & \ddots & \vdots \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & 1 & -4 & 6 & -4 & 1 \\ \vdots & & \ddots & 1 & -4 & 5 & -2 \\ 0 & \cdots & \cdots & 0 & 1 & -2 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

其中 $n = 10$.