

科学计算

第四次作业

2021 年 3 月 29 日

1. 设 x_1, x_2 是线性方程组 $Ax = b$ 的两个最小二乘解, 证明 $Ax_1 = Ax_2$
2. 设 $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$, $b_1, \dots, b_r \in \mathbb{R}^m$, 试证欲 $x \in \mathbb{R}^n$ 使

$$\sum_{i=1}^r \|Ax - b_i\|_2^2$$

极小的充分必要条件为 x 是方程组

$$Ax = \frac{1}{r} \sum_{i=1}^r b_i$$

的最小二乘解。

3. 证明, 数据 $\{(x_i, y_i)\}_{i=1}^m$ (x_i 是互异的) 的最小二乘拟合 $p(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_{m-1}x^{m-1}$ 恰是经过点集 $\{(x_i, y_i)\}_{i=1}^m$ 的Lagrange 插值多项式。
4. **编程计算:** 求下列数据的最小二乘拟合 $f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	4	2	3	0	-1	-2	-5

5. **编程计算:** 给出下列实验数据的最小二乘拟合表达式 $ay^2 + bxy + cx + dy + e = x^2$

x	1.02	0.95	0.87	0.77	0.67	0.56	0.44	0.30	0.16	0.01
y	0.39	0.32	0.27	0.22	0.18	0.15	0.13	0.12	0.13	0.15