

# 科学计算

## 第十次作业

2021 年 5 月 24 日

1. 证明严格对角优势和不可约对角优势的矩阵都是可逆的。
2. 设矩阵  $A$  是  $n$  阶实的对称正定矩阵，则 Gauss-Seidel 迭代法必收敛。
3. 编程计算：用 Jacobi 和 Gauss-Seidel 迭代法解方程组

$$\begin{cases} -8x_1 + x_2 + x_3 = 1, \\ x_1 - 5x_2 + x_3 = 16, \\ x_1 + x_2 - 4x_3 = 7, \end{cases} \quad \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 1, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 1, \\ -x_1 - x_2 + 2x_3 = 1. \end{cases} \quad (1)$$

(迭代至  $\|x^{k+1} - x^k\| < 10^{-9}$ ，取初始近似  $x_0 = [0, 0, 0]^T$ )，并讨论方法的收敛性。

4. 编程计算：用幂法求下列矩阵的主特征值及其相应的特征向量

$$(1) \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -2 & 4 & -2 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}, (2) \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \end{bmatrix} \quad (2)$$

误差达到  $|\lambda^{(k+1)} - \lambda^{(k)}| \leq 10^{-9}$  停止。

5. 编程计算：利用反幂法求矩阵

$$\begin{bmatrix} -4 & 14 & 0 \\ -5 & 13 & 0 \\ -1 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad (3)$$

的模数最小的特征值和特征向量(取  $v_0 = [1, 1, 1]^T$ ，迭代至  $|\lambda^{(k+1)} - \lambda^{(k)}| \leq 10^{-9}$  停止。)