

科学计算

第十二次作业

2021 年 6 月 7 日

1. 确定 a, b (不唯一) 使得 $3x^2 - e^x = 0$ 在区间 $[a, b]$ 内有正根, 并构造一种迭代法, 证明该迭代法在区间 $[a, b]$ 内收敛到该正根。
2. 利用迭代法证明

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{2 + \sqrt{2 + \cdots + \sqrt{2}}} = 2 \quad (1)$$

3. **编程计算:** 用对分区间法(二分法)求下列方程在区间 $(0, 1)$ 内的一个解

$$(1) \quad x - 2^{-x} = 0; \quad (2)$$

$$(2) \quad e^x - x^2 + 3x - 2 = 0. \quad (3)$$

要求绝对误差不超过 10^{-10} 。

4. **编程计算:** 求解方程 $x^3 - x^2 - 1 = 0$ 在 $x_0 = 1.5$ 附近的根, 存在以下迭代公式:

$$(a) \quad x = 1 + 1/x^2$$

$$(b) \quad x = (1 + x^2)^{1/3}$$

$$(c) \quad x = \sqrt{\frac{1}{x-1}}$$

判断相应迭代格式在 $x_0 = 1.5$ 的收敛性, 并估计收敛速度。选一种格式编程, 计算误差为 $|x_{n+1} - x_n| < 10^{-12}$ 。