

Lecture 7-homework

9. 设 h_n 等于 1 行 n 列棋盘的方格能够用红、白和蓝色着色并使得没有两个着成红色的方格相邻的着色方法数。求出并验证 h_n 满足的递推关系。然后找出 h_n 的公式。
16. 描述一个组合问题，其生成函数是下面函数。
$$(1+x+x^2)(1+x^2+x^4+x^6)(1+x^2+x^4+\cdots)(x+x^2+x^3+\cdots)$$
25. 设 h_n 表示在满足下面条件之下给 $1 \times n$ 棋盘着色的方法数：用红色、白色、蓝色和绿色着色，其中红

格数是偶数，白格数是奇数。确定这个数列 $h_0, h_1, h_2, \dots, h_n, \dots$ 的指数生成函数，然后求出 h_n 的一个简单的公式。

$$h_1 = 2$$

48. 利用 7.4 节中描述的生成函数的方法求解下列各递推关系。

(a) $h_n = 4h_{n-2} \ (n \geq 2); h_0 = 0, h_1 = 1$

(b) $h_n = h_{n-1} + h_{n-2} \ (n \geq 2); h_0 = 1, h_1 = 3$

(c) $h_n = h_{n-1} + 9h_{n-2} - 9h_{n-3} \ (n \geq 3); h_0 = 0, h_1 = 1, h_2 = 2$

(d) $h_n = 8h_{n-1} - 16h_{n-2} \ (n \geq 2); h_0 = -1, h_1 = 0$

(e) $h_n = 3h_{n-2} - 2h_{n-3} \ (n \geq 3); h_0 = 1, h_1 = 0, h_2 = 0$

(f) $h_n = 5h_{n-1} - 6h_{n-2} - 4h_{n-3} + 8h_{n-4} \ (n \geq 4); h_0 = 0, h_1 = 1, h_2 = 1, h_3 = 2$