

哈尔滨工业大学深圳研究生院

工程硕士研究生 2012 学年 (春) 季

计算机技术 工程领域 (专业) 计算机应用数学 (科目) 试题

班级: \_\_\_\_\_ 考生姓名: \_\_\_\_\_ 授课教师: 黄荷姣

第一部分: 对于下列问题请直接给出答案

1. 数字  $2^4 \times 5^2 \times 7^6 \times 11$  有多少个互异的正因子?
2. 2 个红车, 2 个黑车和 4 个蓝车摆放在  $8 \times 8$  的棋盘上, 使没有两个车可以相互攻击的摆放方法有多少?
3. 5 个红车, 3 个蓝车摆放在  $12 \times 12$  的棋盘上, 使没有两个车可以相互攻击, 且第一行和第一列都不空的摆放方法有多少?
4. 确定多元集  $\{2, a, 3, b, 3, c\}$  的 6-排列个数。
5. 在 1 与 10000 之间 (包括 1 和 10000) 包含多少个既不是完全平方也不是完全立方的正整数?
6. 集合  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$  的排列中, 具有逆序列 83476215 的排列是 ( ); 具有逆序列 66142100 的排列是 ( )。
7. 集合  $\{x_7, x_6, \dots, x_1, x_0\}$  的组合中, 采用基-2 生成组合算法, 组合  $\{x_7, x_5, x_4, x_3, x_2, x_1, x_0\}$  的直接后继是 ( )。
8. 设  $h_n$  是  $1 \times n$  的棋盘用红, 绿, 黑三种颜色进行染色, 使得任意两个相邻的位置不能染成红色的方案数。  $h_n$  的递推关系式为 ( )。
9. 设

$$f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 4 & 2 & 1 & 5 & 3 \end{pmatrix}, \quad g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 5 & 6 & 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

$c = (R, B, B, R, R, R)$  是对 1, 2, 3, 4, 5, 6 用两种颜色 R 和 B 的一种染色方案。

则  $(g \circ f) * c = ( \quad (f \circ g) * c = ( \quad )$ 。

10. 方程  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 15$  有多少满足  $1 \leq x_1 \leq 5, 0 \leq x_2 \leq 6, 4 \leq x_3 \leq 7, 2 \leq x_4 \leq 5$  的整数解?

11. 在  $\mathbb{Z}_{15}$  中 13 和 15 的乘法逆元分别是多少?

12. 构造下面半-拉丁方的完备化。

$$\begin{bmatrix} & 2 & 0 & & 1 \\ 2 & 0 & & & 1 \\ 0 & & 2 & 1 & \\ & & 1 & 2 & 0 \\ & 1 & & & 0 & 2 \\ 1 & & & 0 & 2 & \end{bmatrix}$$

第二部分: 求解下列问题, 并给出详细解题过程

13. 证明从集合  $\{2, 4, 6, \dots, 4n\}$  中选择  $n+1$  个整数, 那么总存在两个整数, 他们之间的差为 2。

14. 令  $A = (A_1, A_2, A_3, A_4)$  是由  $A_1 = \{a, b, c\}, A_2 = \{b, d\}, A_3 = \{a, b, d\}, A_4 = \{b, d\}$  定义的集  $Y = \{a, b, c, d, e\}$  的子集族。

(a) 画出它的二分图。

(b) 确定并验证这个集族是否有一个 SDR?

15. 证明  $B = \{0, 2, 3, 4, 8\}$  是  $\mathbb{Z}_{11}$  的一个差分集。由 B 发展出来的 SBIBD 的参数是什么?

16. 设有 25 件样品分配给 30 个消费者进行测试。要求 25 件样品的任意一对要被恰好一人进行测试, 每名消费者负责其中的 5 件产品, 同时每件产品要被测试 6 次。请设计一个可行的测试方案。

下面两题任选其一:

17(i). 用红、蓝、黄三种颜色对立方体的 6 个面进行着色, 试确定立方体的对称群及不等价的着色个数。

17(ii). 有许多项链, 每一条项链都由红、蓝或黄色的 12 颗珠子组成。试确定其对称群并求解有多少种不同的项链。