

MEM6804 物流与供应链建模与仿真

中美物流研究院
上海交通大学

2021年春 (非全日制)

作业 1

截止时间: 4月11日 23:59:59, 延后到 4月18日 23:59:59

说明

- (a) 相关解答可以手写在纸上, 在课堂上提交; 也可以以电子版 (Word 或 PDF) 的形式上传至 Canvas.
 - (b) 相关的文件 (如 Excel, 程序源文件, 仿真软件源文件等) 也需上传至 Canvas (如多于一个文件, 请打包后再上传).
 - (c) 电子文件、压缩包的文件名称中请注明姓名与学号.
 - (d) 在 (纸质或电子的) 解答中指明与每一题对应的相关源文件 (如有).
 - (e) 超出截止时间上交, 记为 0 分; 若有抄袭行为, 双方均记为 0 分.
-

问题 1 ($15 \times 2 = 30$ 分)

假如我们现在要设计一个扔硬币的游戏. 硬币是公平的, 即, 扔到正面 (记为 H) 或反面 (记为 T) 的概率都是 0.5. 游戏参与者可重复地扔这枚硬币, 于是他将得到一个序列, 例如, $HTTTHH \dots$. 我们约定, 当参与者连着扔到两个 H 时, 游戏即刻结束, 此时我们奖励他 100 元. (在前述例子中, 参与者在扔完第 5 次之后, 由于出现了两个连着的 H , 于是游戏结束.)

- (1) 假设参加这个游戏的人, 都是会一直扔直到出现两个连着的 H 为止. 现在我们对这个游戏进行定价. 假设每扔一下硬币, 参与者就要付 x 元. 问, 当 x 取什么值时, 长远来看我们将不赚不亏? (显然, 当 x 小于这个值时, 我们会亏钱; 大于这个值时, 我们会赚钱.) 请用仿真的方法进行求解, 使用 Excel 或编程实现都可以, 相关源文件请上传. 答案与理论值相差 ± 1 之内可接受.
- (2) 现在我们采用了问题 (1) 中计算出来的价格, 即, 长远来看我们将不赚不亏. 此时, 前来参加游戏的小明提出了一个要求. 他最多只扔 10 次, 如果扔完 10 次还没出现两个连着的 H , 他也会停止. 如果允许小明这样做, 对我们来说是有利, 无差别, 还是不利? 请用仿真的方法进行求解, 使用 Excel 或编程实现都可以, 相关源文件请上传.

问题 2 ($10 \times 3 = 30$ 分)

已知连续随机变量 X 的 pdf 为

$$f(x) = \begin{cases} x, & 0 \leq x \leq 1, \\ 1, & 1 < x \leq 3/2, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$$

(注: 不难验证, $\int_0^{3/2} f(x)dx = 1$, 说明该随机变量 X 的定义是满足要求的.)

- (1) 写出它的 CDF $F(x)$.
- (2) 任选一种方法生成该分布下的随机数 (假设 Uniform(0, 1) 随机数发生器已经有了), 写出该方法的步骤和相关的计算.
- (3) 生成该分布下的随机数 (1000 个左右), 并画出直方图 (纵坐标为频次、频率或经验 pdf 均可). 使用 Excel 或编程实现都可以, 相关源文件请上传.

问题 3 ($10 \times 4 = 40$ 分)

根据下面每个小问的要求, 设计方法来生成满足需要的随机数, 即, 实现特定要求的随机采样. 在每个小问中, 写出采样的步骤 (计算和分析可略), 并画出采样的效果图 (应该类似于给出的参照图, 但不会完全一样). 使用 Excel 或编程实现都可以, 相关源文件请上传.

- (1) 在单位圆的**区域内**进行随机均匀采样, 采样效果如下图所示.
- (2) 在单位圆的**圆周上**进行随机均匀采样, 采样效果如下图所示.
- (3) 在单位球的**区域内**进行随机均匀采样, 采样效果如下图所示.
- (4) 在单位球的**球面上**进行随机均匀采样, 采样效果如下图所示.