

MEM6810 工程系统建模与仿真

中美物流研究院
上海交通大学

2022年春 (非全日制)

作业 1

截止时间: 4月24日 23:59:59

说明

- (a) 解答写在 Word 文档中, 或者写在纸上之后拍照或扫描 (确保清晰度)。
 - (b) 相关源文件 (如 Excel、程序源文件、软件源文件等) 也需要一起上交。
 - (c) 解答与相关源文件打包至一个压缩包, 通过 Canvas 上传, 压缩包名称中需包含姓名与学号。
 - (d) 在解答中指明与每一题对应的相关源文件 (如有)。
 - (e) 晚于截止时间上交, 记为 0 分; 若有抄袭行为, 双方均记为 0 分。
-

问题 1, 产线柔性的仿真 (10 + 10 + 10 + 20 + 10 = 60 分)

假设一个工厂生产某一个产品的四种型号 A、B、C、D。工人甲、乙、丙、丁, 经过培训之后, 每个人掌握了一种产品型号的组装技能, 分别是 A、B、C、D。每个工人组装一件产品需要花费 4 小时, 一天的额定工作时间是 8 小时, 一周工作 5 天。工厂在每周的第一天下发生生产任务, 每周的最后一天交付产品。如果一周内某型号的生产需求较少, 对应的工人可能会出现空闲 (工资照发); 如果生产需求较多, 对应的工人可能需要通过加班来完成 (需要额外付加班费)。假设, 每种型号每周的生产需求都是随机的, 但分布都是一样的, 可能的取值为 8、10、12 件, 且每个值的概率都是 1/3。不同型号的生产需求是相互独立的。【下列小问 (1) – (4) 请用仿真的方法进行求解, 使用 Excel 或任何编程语言实现都可以, 相关源文件请上传。仿真重复次数推荐为 2000 次。】

- (1) 问, 这个工厂每周总的加班时间的期望值 (即, 平均值) 是多少小时? 同时画出每周总加班时间的概率分布图 (即, 经验 pmf, 横坐标为时间, 纵坐标为频率)。
- (2) 我们可以发现, 在目前的配置下, 一周内有时候会出现有的人加班而有的人空闲的情况, 这是由于当前的产线柔性不足, 空闲的人不能为超负荷的人分摊工作。假如我们考虑大幅度地增加培训投入, 使得每个工人都掌握四种型号的组装, 这样产线就拥有完全的柔性, 四个工人都可以进行任何型号的组装。问, 此时工厂每周总的加班时间的期望值是多少小时? 同时画出每周总加班时间的概率分布图。

- (3) 厂长觉得上述 (2) 中的培训成本过高, 并且对工人的素质要求也过高, 决定考虑其他的方案。在原先基础上, 通过增加培训使每个人再多掌握一种型号的组装。最终结果是, 甲和乙都掌握型号 A、B 的组装, 丙和丁都掌握型号 C、D 的组装, 这样产线就拥有有限的柔性。问, 此时工厂每周总的加班时间的期望值是多少小时? 同时画出每周总加班时间的概率分布图。
- (4) 你突然意识到, 有一种方案, 它的培训成本与 (3) 中一致, 却可以达到 (2) 中的效果! 在原先基础上, 通过增加培训使甲也掌握 B 的组装, 乙也掌握 C 的组装, 丙也掌握 D 的组装, 丁也掌握 A 的组装。这样每个人仍旧只需要掌握两种型号的组装, 培训成本与 (3) 中一致。请你通过仿真向厂长证明, 在这种方案下, 工厂每周总的加班时间的期望值, 以及概率分布图, 与 (2) 中的结果是相同的。
- (5) 上述 (4) 中的结果令人惊讶, 有限柔性竟然可以达到与完全柔性相同的效果, 但成本明显更低。但是, 事情并不总是如此。实际上, 当每种型号每周的生产需求的分布, 不再是现在题中所述的样子, 有可能 (4) 中的加班时间期望值会略大于 (2) 中的加班时间期望值¹。简单阐述, 你认为当生产需求的分布具有什么特点的时候, 两者的效果会出现差别?

问题 2, 一般随机数生成 (10 + 10 + 10 = 30 分)

已知连续随机变量 X 的 pdf 为

$$f(x) = \begin{cases} 1 - x/2, & 0 \leq x \leq 2, \\ 0, & \text{其他。} \end{cases}$$

(注: 不难验证, $\int_0^2 f(x)dx = 1$, 说明该随机变量 X 的定义是满足要求的。) 【下列小问 (2) (3) 使用 Excel 或任何编程语言实现都可以, 相关源文件请上传。】

- (1) 写出 X 的 CDF, $F(x)$ 。
- (2) 使用**逆变换法**, 生成该分布下的随机数 (1000 个), 并画出直方图 (纵坐标为频次、频率或经验 pdf 均可)。
- (3) 使用**接受-拒绝法**, 生成该分布下的随机数 (1000 个左右), 并画出直方图 (纵坐标为频次、频率或经验 pdf 均可)。

问题 3, 仿真输入建模 (10 分)

为了对某一仿真输入进行建模, 我们对其进行了 2000 次观测, 观测到的结果保存在 Excel 文件中 (点击下载)。已知该输入随机变量是连续随机变量, 并且根据历史经验我们知道它近似服从正态分布。请通过**图像法** (即, **比对经验 pdf 和理论 pdf**), 从下列分布中选出对观测数据拟合得最好的一个分布: $\mathcal{N}(3, 0.5^2)$, $\mathcal{N}(4, 0.5^2)$, $\mathcal{N}(5, 0.5^2)$, $\mathcal{N}(3, 1^2)$, $\mathcal{N}(4, 1^2)$, $\mathcal{N}(5, 1^2)$, $\mathcal{N}(3, 1.5^2)$, $\mathcal{N}(4, 1.5^2)$, $\mathcal{N}(5, 1.5^2)$ 。【使用 Excel 或任何编程语言、软件实现都可以, 相关源文件请上传。】

¹一般情况下, (4) 中的有限柔性方案都是非常不错的方案, 可以基本达到完全柔性方案的效果 (如果不是完全一样的话)。拓展阅读: William C. Jordan and Stephen C. Graves (1995). Principles on the benefits of manufacturing process flexibility. *Management Science*, 41(4):577-594. <https://doi.org/10.1287/mnsc.41.4.577>