

MEM6810 工程系统建模与仿真

案例 软件

第四讲：仿真输入建模

沈海辉

中美物流研究院
上海交通大学

🏠 shenhaihui.github.io/teaching/mem6810p
✉ shenhaihui@sjtu.edu.cn

2025年春 (MEM非全日制)



上海交通大学
SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY

董浩云智能制造与服务管理研究院
CY TUNG Institute of Intelligent Manufacturing and Service Management
(中美物流研究院)
(Sino-US Global Logistics Institute)



- 1 引言
- 2 基本步骤
- 3 演示案例
 - ▶ 示例问题
 - ▶ 操作实践
- 4 ExpertFit 软件
- 5 一些建议



1 引言

2 基本步骤

3 演示案例

- ▶ 示例问题
- ▶ 操作实践

4 ExpertFit 软件

5 一些建议



- 假设我们已经可以生成任意分布下的随机数, 对于一个实际问题, 如何决定要使用什么分布? **输入建模**



- 假设我们已经可以生成任意分布下的随机数, 对于一个实际问题, 如何决定要使用什么分布? **输入建模**
- 输入模型是仿真的驱动力.
 - 排队系统: 到达时间间隔、服务时长的分布.
 - 供应链: 需求、交货时长的分布.
 - 财务风险管理: 资产收益的分布.

- 假设我们已经可以生成任意分布下的随机数, 对于一个实际问题, 如何决定要使用什么分布? **输入建模**
- 输入模型是仿真的驱动力.
 - 排队系统: 到达时间间隔、服务时长的分布.
 - 供应链: 需求、交货时长的分布.
 - 财务风险管理: 资产收益的分布.
- 仿真模型的输出的质量受限于输入的质量.
 - “Garbage in, garbage out.”

- 假设我们已经可以生成任意分布下的随机数, 对于一个实际问题, 如何决定要使用什么分布? **输入建模**
- 输入模型是仿真的驱动力.
 - 排队系统: 到达时间间隔、服务时长的分布.
 - 供应链: 需求、交货时长的分布.
 - 财务风险管理: 资产收益的分布.
- 仿真模型的输出的质量受限于输入的质量.
 - “Garbage in, garbage out.”
- “All models are wrong, but some are useful.” – George Box.
 - 对于随机输入, 没有严格意义上的正确的输入模型.
 - 我们能做的是选择一个适当的输入模型, 以获得合理的有用的结果.

- 输入模型的一些基本要求:
 - 可以刻画系统的物理性质;
 - 可以容易地调节使其适应当前的情况;
 - 可以高效地生成相应的随机数.



- 输入模型的一些基本要求:
 - 可以刻画系统的物理性质;
 - 可以容易地调节使其适应当前的情况;
 - 可以高效地生成相应的随机数.
- 输入建模是一种工程技术 (engineering), 有时候更是一种技艺 (art).
 - 它几乎总是要求分析师运用统计的工具, 连同他的判断.
 - 因为没有“正确的”模型, 所以一个明智的做法是将那些似乎合理的输入模型都在仿真模型中运行一下, 看看得到的结论是否对这个选择很敏感.



1 引言

2 基本步骤

3 演示案例

- ▶ 示例问题
- ▶ 操作实践

4 ExpertFit 软件

5 一些建议



基本步骤

- 输入建模的基本步骤.



基本步骤

- 输入建模的基本步骤.
 - ① 从实际系统中采集数据.



- 输入建模的基本步骤.

- ① 从实际系统中采集数据.
- ② 选定一个概率分布族来刻画得到的数据.
 - 基于系统或过程的物理特性.
 - 基于对数据的图形化的审查 (如, 通过频率直方图、柱状图审查分布的形状).



- 输入建模的基本步骤.

- ① 从实际系统中采集数据.
- ② 选定一个概率分布族来刻画得到的数据.
 - 基于系统或过程的物理特性.
 - 基于对数据的图形化的审查 (如, 通过频率直方图、柱状图审查分布的形状).
- ③ 将选定的分布拟合至数据 (即, 确定分布中的参数值).
 - 矩估计 (method of moments, MoM).
 - 极大似然估计 (maximum likelihood estimation, MLE).



- 输入建模的基本步骤.

- ① 从实际系统中采集数据.
- ② 选定一个概率分布族来刻画得到的数据.
 - 基于系统或过程的物理特性.
 - 基于对数据的图形化的审查 (如, 通过频率直方图、柱状图审查分布的形状).
- ③ 将选定的分布拟合至数据 (即, 确定分布中的参数值).
 - 矩估计 (method of moments, MoM).
 - 极大似然估计 (maximum likelihood estimation, MLE).
- ④ 评估选定的分布及参数的拟合优良度.
 - 图像法: 频率直方图, 柱状图, 分位数图 (quantile-quantile plot, Q-Q plot), 概率图 (probability-probability plot, P-P plot).
 - 统计学检验: 卡方检验 (chi-square test, χ^2 test), 柯尔莫哥洛夫-斯米尔诺夫检验 (Kolmogorov-Smirnov test, K-S test), 安德森-达林检验 (Anderson-Darling test, A-D test).



● 输入建模的基本步骤.

- ① 从实际系统中采集数据.
- ② 选定一个概率分布族来刻画得到的数据.
 - 基于系统或过程的物理特性.
 - 基于对数据的图形化的审查 (如, 通过频率直方图、柱状图审查分布的形状).
- ③ 将选定的分布拟合至数据 (即, 确定分布中的参数值).
 - 矩估计 (method of moments, MoM).
 - 极大似然估计 (maximum likelihood estimation, MLE).
- ④ 评估选定的分布及参数的拟合优良度.
 - 图像法: 频率直方图, 柱状图, 分位数图 (quantile-quantile plot, Q-Q plot), 概率图 (probability-probability plot, P-P plot).
 - 统计学检验: 卡方检验 (chi-square test, χ^2 test), 柯尔莫哥洛夫-斯米尔诺夫检验 (Kolmogorov-Smirnov test, K-S test), 安德森-达林检验 (Anderson-Darling test, A-D test).
- ⑤ 如果觉得拟合得不好, 选择另一个概率分布族, 回到第 3 步; 或者直接使用经验分布.



1 引言

2 基本步骤

3 演示案例

- ▶ 示例问题
- ▶ 操作实践

4 ExpertFit 软件

5 一些建议



- 我们要为一个电子元件的使用寿命 (time to failure) 建立一个统计模型 (即, 寿命的分布模型).

- 我们要为一个电子元件的使用寿命 (time to failure) 建立一个统计模型 (即, 寿命的分布模型).
- 未来在对整个系统进行仿真的时候, 该电子元件的寿命分布模型 (连同其它的) 将会作为整个仿真模型的输入.

① 从实际系统中采集数据.

- 随机选取 50 个元件, 记录它们的使用寿命 (单位: 天).

79.919	3.081	0.062	1.961	5.845
3.027	6.505	0.021	0.013	0.123
6.769	59.899	1.192	34.760	5.009
18.387	0.141	43.565	24.420	0.433
144.695	2.663	17.967	0.091	9.003
0.941	0.878	3.371	2.157	7.579
0.624	5.380	3.148	7.078	23.960
0.590	1.928	0.300	0.002	0.543
7.004	31.764	1.005	1.147	0.219
3.217	14.382	1.008	2.336	4.562



① 从实际系统中采集数据.

- 随机选取 50 个元件, 记录它们的使用寿命 (单位: 天).

79.919	3.081	0.062	1.961	5.845
3.027	6.505	0.021	0.013	0.123
6.769	59.899	1.192	34.760	5.009
18.387	0.141	43.565	24.420	0.433
144.695	2.663	17.967	0.091	9.003
0.941	0.878	3.371	2.157	7.579
0.624	5.380	3.148	7.078	23.960
0.590	1.928	0.300	0.002	0.543
7.004	31.764	1.005	1.147	0.219
3.217	14.382	1.008	2.336	4.562

- 这就是元件寿命的一组随机样本 (样本量 $n = 50$).



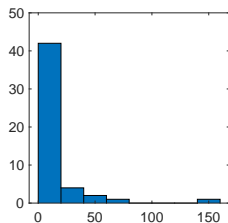
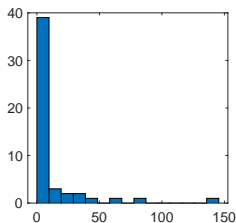
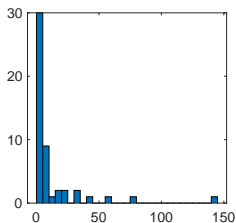
② 选定一个概率分布族.

- 元件寿命理论上是一个正的连续变量 (虽然在实际记录的时候只保留到第三位小数), 因此首选连续随机变量.
- 对于使用寿命, 许多情况下指数 (exponential) 分布或威布尔 (Weibull) 分布都是不错的模型.



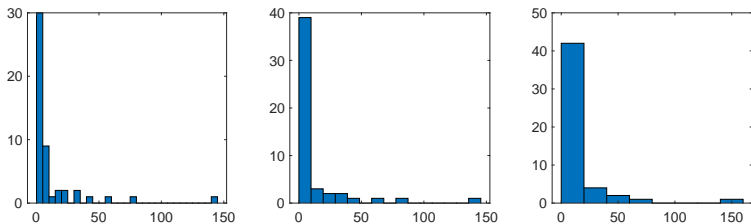
② 选定一个概率分布族.

- 元件寿命理论上是一个正的连续变量 (虽然在实际记录的时候只保留到第三位小数), 因此首选连续随机变量.
- 对于使用寿命, 许多情况下指数 (exponential) 分布或威布尔 (Weibull) 分布都是不错的模型.
- 针对采集到的随机样本, 画出它的频率直方图.



② 选定一个概率分布族.

- 元件寿命理论上是一个正的连续变量 (虽然在实际记录的时候只保留到第三位小数), 因此首选连续随机变量.
- 对于使用寿命, 许多情况下指数 (exponential) 分布或威布尔 (Weibull) 分布都是不错的模型.
- 针对采集到的随机样本, 画出它的频率直方图.



- 根据直方图的形状, 决定先尝试一下指数分布族 $\text{exponential}(\lambda)$.



③ 将选定的分布拟合至数据.

- 使用矩估计 (method of moments, MoM) 来确定分布中的参数值.



③ 将选定的分布拟合至数据.

- 使用矩估计 (method of moments, MoM) 来确定分布中的参数值.
- 已知, 指数分布 $\text{exponential}(\lambda)$ 的期望为 $1/\lambda$.
- 算得样本均值为 11.8935.



③ 将选定的分布拟合至数据.

- 使用矩估计 (method of moments, MoM) 来确定分布中的参数值.
- 已知, 指数分布 $\text{exponential}(\lambda)$ 的期望为 $1/\lambda$.
- 算得样本均值为 11.8935.
- 令理论期望等于样本均值, 即, $1/\lambda = 11.8935$, 算得 λ 的估计值为 0.084.



③ 将选定的分布拟合至数据.

- 使用矩估计 (method of moments, MoM) 来确定分布中的参数值.
- 已知, 指数分布 $\text{exponential}(\lambda)$ 的期望为 $1/\lambda$.
- 算得样本均值为 11.8935.
- 令理论期望等于样本均值, 即, $1/\lambda = 11.8935$, 算得 λ 的估计值为 0.084.
- 因此, 拟合后的分布为 $\text{exponential}(0.084)$



③ 将选定的分布拟合至数据.

- 使用矩估计 (method of moments, MoM) 来确定分布中的参数值.
 - 已知, 指数分布 $\text{exponential}(\lambda)$ 的期望为 $1/\lambda$.
 - 算得样本均值为 11.8935.
 - 令理论期望等于样本均值, 即, $1/\lambda = 11.8935$, 算得 λ 的估计值为 0.084.
 - 因此, 拟合后的分布为 $\text{exponential}(0.084)$
-
- 如果选定的分布有两个参数, 再令理论方差等于样本方差; 通过联立方程组可以解出两个参数.



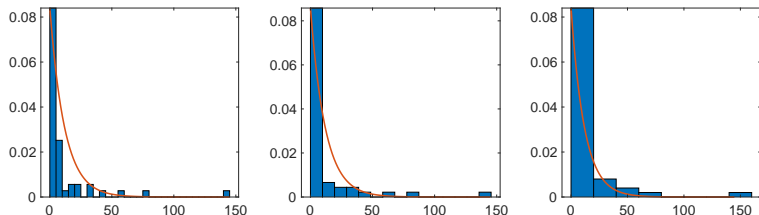
③ 将选定的分布拟合至数据.

- 使用矩估计 (method of moments, MoM) 来确定分布中的参数值.
 - 已知, 指数分布 $\text{exponential}(\lambda)$ 的期望为 $1/\lambda$.
 - 算得样本均值为 11.8935.
 - 令理论期望等于样本均值, 即, $1/\lambda = 11.8935$, 算得 λ 的估计值为 0.084.
 - 因此, 拟合后的分布为 $\text{exponential}(0.084)$
-
- 如果选定的分布有两个参数, 再令理论方差等于样本方差; 通过联立方程组可以解出两个参数.
 - 除了矩估计之外, 极大似然估计 (maximum likelihood estimation, MLE) 也是常用的参数估计方法.



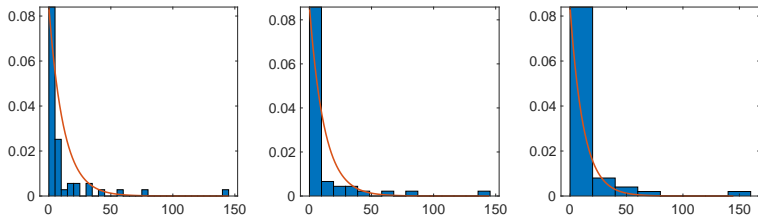
④ 评估选定的分布及参数的拟合优良度 (图像法).

- 放缩后的频率直方图 (经验 pdf) vs. $\text{exponential}(0.084)$ 的理论 pdf.



④ 评估选定的分布及参数的拟合优良度 (图像法).

- 放缩后的频率直方图 (经验 pdf) vs. $\text{exponential}(0.084)$ 的理论 pdf.

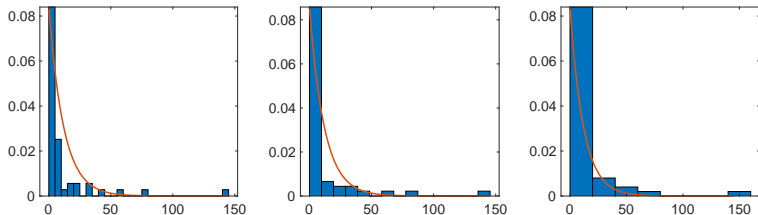


- 也可以选择不放缩频率直方图, 而是缩放选定分布的理论 pdf.



④ 评估选定的分布及参数的拟合优良度 (图像法).

- 放缩后的频率直方图 (经验 pdf) vs. $\text{exponential}(0.084)$ 的理论 pdf.

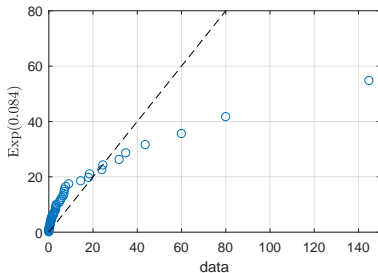


- 也可以选择不放缩频率直方图, 而是缩放选定分布的理论 pdf.
- 若数据和选定的分布是离散的, 则画数据的柱状图 (纵坐标为频率) vs. 选定分布的理论 pmf.



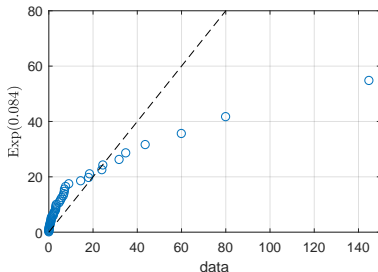
④ 评估选定的分布及参数的拟合优良度 (图像法).

- 分位数图 (Q-Q plot): 对比数据中的分位点与选定分布中的理论分位点.



④ 评估选定的分布及参数的拟合优良度 (图像法).

- 分位数图 (Q-Q plot): 对比数据中的分位点与选定分布中的理论分位点.

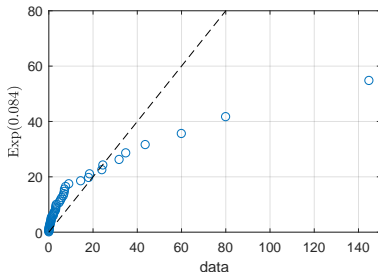


- 图像越接近一条斜率为 1 的直线, 说明拟合优良度越好.



④ 评估选定的分布及参数的拟合优良度 (图像法).

- 分位数图 (Q-Q plot): 对比数据中的分位点与选定分布中的理论分位点.

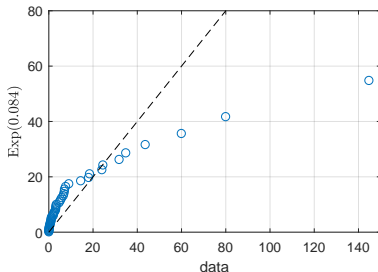


- 图像越接近一条斜率为 1 的直线, 说明拟合优良度越好.
- 分位数图仅适用于选定分布为连续时.



④ 评估选定的分布及参数的拟合优良度 (图像法).

- 分位数图 (Q-Q plot): 对比数据中的分位点与选定分布中的理论分位点.



- 图像越接近一条斜率为 1 的直线, 说明拟合优良度越好.
- 分位数图仅适用于选定分布为连续时.
- 也可使用概率图 (P-P plot): 对比经验CDF与选定分布中的理论CDF; 当选定分布为连续或离散时均适用.



④ 评估选定的分布及参数的拟合优良度 (统计学检验).

- 原假设 H_0 : 数据是从分布 $\text{exponential}(0.084)$ 中来的

vs

备择假设 H_1 : 数据不是从分布 $\text{exponential}(0.084)$ 中来的

④ 评估选定的分布及参数的拟合优良度 (统计学检验).

- 原假设 H_0 : 数据是从分布 $\text{exponential}(0.084)$ 中来的
vs
备择假设 H_1 : 数据不是从分布 $\text{exponential}(0.084)$ 中来的
- 假设检验: 先假定 H_0 是对的, 看观测到的数据是否显示出足够的证据去推翻 H_0 ; 最终结果为拒绝 H_0 或不拒绝 H_0 .



④ 评估选定的分布及参数的拟合优良度 (统计学检验).

- 原假设 H_0 : 数据是从分布 $\text{exponential}(0.084)$ 中来的
vs
备择假设 H_1 : 数据不是从分布 $\text{exponential}(0.084)$ 中来的
- 假设检验: 先假定 H_0 是对的, 看观测到的数据是否显示出足够的证据去推翻 H_0 ; 最终结果为拒绝 H_0 或不拒绝 H_0 .
- 在常用显著水平(如, $\alpha = 0.1, 0.05, 0.01$) 下, 卡方检验 (chi-square test, χ^2 test) 均拒绝 H_0 .

④ 评估选定的分布及参数的拟合优良度 (统计学检验).

- 原假设 H_0 : 数据是从分布 $\text{exponential}(0.084)$ 中来的
vs
备择假设 H_1 : 数据不是从分布 $\text{exponential}(0.084)$ 中来的
- 假设检验: 先假定 H_0 是对的, 看观测到的数据是否显示出足够的证据去推翻 H_0 ; 最终结果为拒绝 H_0 或不拒绝 H_0 .
- 在常用显著水平(如, $\alpha = 0.1, 0.05, 0.01$) 下, 卡方检验 (chi-square test, χ^2 test) 均拒绝 H_0 .
- 其它常见的假设检验: 柯尔莫哥洛夫-斯米尔诺夫检验 (Kolmogorov-Smirnov test, K-S test), 安德森-达林检验 (Anderson-Darling test, A-D test).



- ⑤ 选择另一个概率分布族, 回到第 3 步; 或者直接使用经验分布.



- 数据 1: 某系统在某个时间段内接收到的订单的时间间隔.
[点击下载](#)
- 数据 2: 某系统在某个时间段内接受到的订单的数量.
[点击下载](#)



1 引言

2 基本步骤

3 演示案例

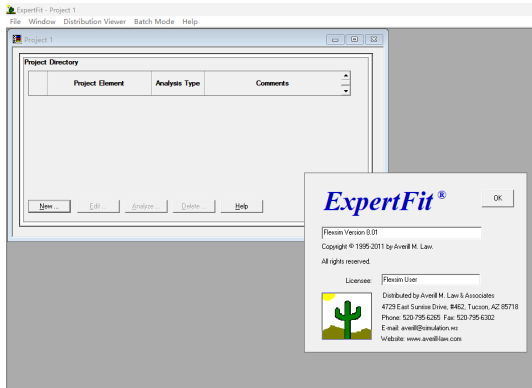
- ▶ 示例问题
- ▶ 操作实践

4 ExpertFit 软件

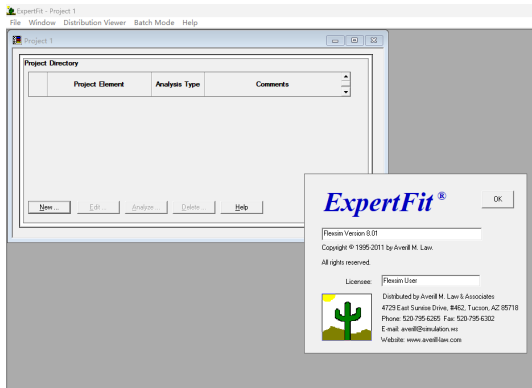
5 一些建议



- ExpertFit 是 Averill M. Law & Associates 公司开发的一款分布拟合软件 (始于 1983 年); 如今与 FlexSim 捆绑销售。



- ExpertFit 是 **Averill M. Law & Associates 公司** 开发的一款分布拟合软件 (始于 1983 年); 如今与 FlexSim 捆绑销售。



- 回看示例问题 (电子元件寿命建模). [[点击下载数据](#)]



1 引言

2 基本步骤

3 演示案例

- ▶ 示例问题
- ▶ 操作实践

4 ExpertFit 软件

5 一些建议



- 许多软件都有一个“最优拟合”的选项 (或者按钮).
 - 它会从它的库中为你推荐“最好的”分布, 往往基于一些概括性的度量 (例如, p -值), 以及其他一些可能的因素 (例如, 离散或连续、有界无界).



- 许多软件都有一个“最优拟合”的选项 (或者按钮).
 - 它会从它的库中为你推荐“最好的”分布, 往往基于一些概括性的度量 (例如, p -值), 以及其他一些可能的因素 (例如, 离散或连续、有界无界).
- 当使用这种功能的时候, 需要谨记以下几点:

- 许多软件都有一个“最优拟合”的选项 (或者按钮).
 - 它会从它的库中为你推荐“最好的”分布, 往往基于一些概括性的度量 (例如, p -值), 以及其他一些可能的因素 (例如, 离散或连续、有界无界).
- 当使用这种功能的时候, 需要谨记以下几点:
 - 软件可能对数据背后的物理基础一无所知.



- 许多软件都有一个“最优拟合”的选项 (或者按钮).
 - 它会从它的库中为你推荐“最好的”分布, 往往基于一些概括性的度量 (例如, p -值), 以及其他一些可能的因素 (例如, 离散或连续、有界无界).
- 当使用这种功能的时候, 需要谨记以下几点:
 - 软件可能对数据背后的物理基础一无所知.
 - 自动化的寻找最优拟合的程序, 往往倾向于那些函数形式更加灵活的分布族.



- 许多软件都有一个“最优拟合”的选项 (或者按钮).
 - 它会从它的库中为你推荐“最好的”分布, 往往基于一些概括性的度量 (例如, p -值), 以及其他一些可能的因素 (例如, 离散或连续、有界无界).
- 当使用这种功能的时候, 需要谨记以下几点:
 - 软件可能对数据背后的物理基础一无所知.
 - 自动化的寻找最优拟合的程序, 往往倾向于那些函数形式更加灵活的分布族.
 - 但是, 最大限度地与数据接近未必一定能得出最合适的输入模型 (因为可能存在过拟合).



- 许多软件都有一个“最优拟合”的选项 (或者按钮).
 - 它会从它的库中为你推荐“最好的”分布, 往往基于一些概括性的度量 (例如, p -值), 以及其他一些可能的因素 (例如, 离散或连续、有界无界).
- 当使用这种功能的时候, 需要谨记以下几点:
 - 软件可能对数据背后的物理基础一无所知.
 - 自动化的寻找最优拟合的程序, 往往倾向于那些函数形式更加灵活的分布族.
 - 但是, 最大限度地与数据接近未必一定能得出最合适的输入模型 (因为可能存在过拟合).
 - 那些概括性的度量 (例如, p -值), 有其局限性.



- 许多软件都有一个“最优拟合”的选项 (或者按钮).
 - 它会从它的库中为你推荐“最好的”分布, 往往基于一些概括性的度量 (例如, p -值), 以及其他一些可能的因素 (例如, 离散或连续、有界无界).
- 当使用这种功能的时候, 需要谨记以下几点:
 - 软件可能对数据背后的物理基础一无所知.
 - 自动化的寻找最优拟合的程序, 往往倾向于那些函数形式更加灵活的分布族.
 - 但是, 最大限度地与数据接近未必一定能得出最合适的输入模型 (因为可能存在过拟合).
 - 那些概括性的度量 (例如, p -值), 有其局限性.
 - 将自动化的分布选择视为一个建议, 再使用图像法加以验证, 最终做出自己的选择.



- ExpertFit 在其使用手册中提到:

We recommend that the following ideas be used in collecting or analyzing a data set:

1. If, at all possible, collect at least 100 observations on the random phenomenon of interest, with 200 observations providing more ability to discriminate between two distributions. In general, the benefit from increasing the sample size from 200 to 300 will be less than that provided by increasing the sample size from 100 to 200, etc.
2. If you are collecting observations on a continuous random variable (e.g., a service time), then the data values should have enough resolution so that the sample will have a "large" number of distinct values. Otherwise, it will be difficult, in general, to find a continuous distribution that provides a good representation.
3. If the available data values are integer, then you may want to convert them to real numbers. ExpertFit contains many more continuous distributions than discrete distributions.
4. You should understand the process that produced the data, rather than treating the observations as just abstract numbers. For example, suppose your data set contains a few extremely large observations – these are called *outliers*. If you don't understand the problem context, then it will be difficult to know whether these large observations are really legitimate or, perhaps, the result of measuring or recording errors.

