

Assignment 2 - Solving Knapsack Problems Using Google OR Tools

CS106.N21.KHCL

Lê Gia Khang – 21522189

I. Giới thiệu

- Trong Assignment này, ta sẽ dùng Google OR Tools để giải quyết bài toán 0-1 Knapsack với bộ test instances từ: <https://github.com/likr/kplib>
- Bộ test gồm 13 nhóm được đánh số từ 00 tới 12. Mỗi nhóm được tạo ra với mỗi thuật toán generate khác nhau, với mục đích đánh giá sự ảnh hưởng lên qui trình tìm kết quả.

II. Các nhóm Test Instances

- Để hiểu cách từng nhóm test instance được tạo ra, ta phải tham khảo qua phần 5.5 trong cuốn sách sau: Kellerer, H., Pferschy, U., & Pisinger, D. (2004). Exact solution of the knapsack problem.
- Trong mọi instance, cân nặng (w) của mỗi món hàng đều được phân phối đều trong khoảng $R = 1000$ và $R = 10000$. Giá trị (p) được biểu diễn như một hàm phụ thuộc vào khối lượng, mang lại những đặc tính khác nhau cho mỗi nhóm.
- Uncorrelated data instances (00Uncorrelated): w_j và p_j được chọn ngẫu nhiên trong khoảng $[1, R]$. Trong những test cases này, giữa chúng không có sự tương quan nào giữa cân nặng và giá trị của món hàng.
- Weakly correlated instances (01WeaklyCorrelated): cân nặng w_j được chọn ngẫu nhiên trong khoảng $[1, R]$ và giá trị p_j thuộc khoảng $[w_j - R/10, w_j + R/10]$ sao cho $p_j \geq 1$. Mặc dù mang chữ “Weakly” trong tên nhưng nhóm này lại có sự tương quan chặt chẽ giữa cân nặng và giá trị món hàng. Thực tế, giá trị chỉ lệch cân nặng khoảng một vài phần trăm.
- Strongly correlated instances (02StronglyCorrelated): w_j được phân phối trong khoảng $[1, R]$ và $p_j = w_j + R/10$.
- Inverse strongly correlated (03InverseStronglyCorrelated): p_j được phân phối trong khoảng $[1, R]$ và $w_j = p_j + R/10$.

- Almost strongly correlated (04AlmostStronglyCorrelated): w_j được phân phối trong khoảng $[1, R]$ và p_j nằm trong khoảng $[w_j + R/10 - R/500, w_j + R/10 + R/500]$.
- Subset sum (05SubsetSum): w_j được phân phối ngẫu nhiên trong đoạn $[1, R]$ và $p_j = w_j$. Đây là tình huống mà giá trị bằng (hoặc tỉ lệ thuận) với cân nặng của món hàng.
- Uncorrelated with similar weights (06UncorrelatedWithSimilarWeights): w_j nằm trong khoảng $[100000, 100100]$ và p_j thì nằm trong khoảng $[1, 1000]$.
- Spanner instance: tất cả món hàng là bội của một nhóm nhỏ các món hàng – vì thế nên mới có tên spanner (không gian sinh). Ta có hàm $\text{span}(v, m)$ được định nghĩa bởi 3 tham số:
 1. v : kích thước của tập spanner.
 2. m : giới hạn của bội số.
 3. loại phân phối (uncorrelated, weakly correlated, strongly correlated, etc..).
- Một tập hợp gồm v món hàng được khởi tạo với cân nặng nằm trong khoảng $[1, R]$ và giá trị thì tuân theo phân phối. Món hàng (p_k, w_k) trong không gian sinh được chọn và chuẩn hóa bằng cách chia p và w với $m + 1$. Bội số a được chọn ngẫu nhiên trong khoảng $[1, m]$, vì thế ta sẽ có món hàng mới với giá trị và cân nặng lần lượt là $(a \cdot p_k, a \cdot w_k)$.
- Trong 3 tập 07SpannerUncorrelated, 08SpannerWeaklyCorrelated và 09Spanner, ta chọn $v = 2$ và $m = 10$.
- Multiple strongly correlated (10MultipleStronglyCorrelated): gồm 3 tham số là k_1, k_2 và d . Cân nặng của các món hàng được phân phối ngẫu nhiên trong khoảng $[1, R]$. Nếu w_j chia hết cho d thì $p_j = w_j + k_1$, ngược lại thì $p_j = w_j + k_2$. Trong instance này, $k_1 = 3 \cdot R/10, k_2 = 2 \cdot R/10$ và $d = 6$.
- Profit Ceiling (11ProfitCeiling): mọi giá trị p đều là bội số của một tham số d cho trước. Cân nặng w được phân phối ngẫu nhiên trong khoảng $[1, R]$ và $p_j = d \lceil w_j/d \rceil$. Trong đây ta chọn $d = 3$.
- Circle (12Circle): giá trị p được sinh theo một hàm phụ thuộc vào cân nặng w dưới dạng phương trình đường tròn (ellipsis). Cân nặng được phân phối đều theo khoảng $[1, R]$ và với mỗi w ta sẽ một giá trị tương ứng $p = d \cdot \sqrt{4R^2 - (w - 2R)^2}$

III. Thống kê và nhận xét.

- Em set time limit là 30s cho mỗi test case. Ở mỗi nhóm, mỗi size và mỗi range em sẽ chạy 2 test case. Ví dụ ở nhóm 7, size thứ 50 và ở range R01000 em sẽ chạy 2 test case là
07SpannerUncorrelated/n00050/R01000/s000.kp và
07SpannerUncorrelated/n00050/R01000/s001.kp

type	size	range	name	total_value	total_weight	duration	isOptim
00Uncorrelated	n00050	R01000	s000.kp	20995	14721	1.72E-05	True
00Uncorrelated	n00050	R01000	s001.kp	19836	13585	1.43E-06	True
00Uncorrelated	n00050	R10000	s000.kp	209818	147083	1.69E-05	True
00Uncorrelated	n00050	R10000	s001.kp	198223	135697	1.43E-06	True
00Uncorrelated	n00100	R01000	s000.kp	46537	22519	3.19E-05	True
00Uncorrelated	n00100	R01000	s001.kp	41049	22689	3.34E-06	True
00Uncorrelated	n00100	R10000	s000.kp	465424	225212	8.34E-06	True
00Uncorrelated	n00100	R10000	s001.kp	410173	226599	4.77E-06	True
00Uncorrelated	n00200	R01000	s000.kp	84317	50302	0.000146	True
00Uncorrelated	n00200	R01000	s001.kp	78918	48841	0.000164	True
00Uncorrelated	n00200	R10000	s000.kp	843127	502608	1.19E-06	True
00Uncorrelated	n00200	R10000	s001.kp	788614	488249	0.000286	True
00Uncorrelated	n00500	R01000	s000.kp	207992	118693	2.86E-06	True
00Uncorrelated	n00500	R01000	s001.kp	202841	131008	0.000226	True
00Uncorrelated	n00500	R10000	s000.kp	2078639	1185802	3.39E-05	True
00Uncorrelated	n00500	R10000	s001.kp	2027173	1308912	0.000625	True
00Uncorrelated	n01000	R01000	s000.kp	400811	252480	0.000643	True
00Uncorrelated	n01000	R01000	s001.kp	418472	243069	0.00094	True
00Uncorrelated	n01000	R10000	s000.kp	4005798	2522529	0.000689	True
00Uncorrelated	n01000	R10000	s001.kp	4182517	2428329	1.60E-05	True
00Uncorrelated	n02000	R01000	s000.kp	808902	502731	7.01E-05	True
00Uncorrelated	n02000	R01000	s001.kp	810065	493164	0.000479	True
00Uncorrelated	n02000	R10000	s000.kp	8084297	5023024	0.000118	True
00Uncorrelated	n02000	R10000	s001.kp	8095793	4927182	0.001956	True
00Uncorrelated	n05000	R01000	s000.kp	2041002	1231707	0.005432	True
00Uncorrelated	n05000	R01000	s001.kp	2036236	1226932	3.41E-05	True
00Uncorrelated	n05000	R10000	s000.kp	20398463	12305918	0.000466	True
00Uncorrelated	n05000	R10000	s001.kp	20350548	12258103	0.009368	True
00Uncorrelated	n10000	R01000	s000.kp	4052367	2478760	0.003179	True
00Uncorrelated	n10000	R01000	s001.kp	4031311	2485983	0.003407	True
00Uncorrelated	n10000	R10000	s000.kp	40500261	24765111	0.001797	True
00Uncorrelated	n10000	R10000	s001.kp	40289356	24837547	0.002495	True
01WeaklyCorrelated	n00050	R01000	s000.kp	15768	14232	0.000262	True
01WeaklyCorrelated	n00050	R01000	s001.kp	13214	11791	9.06E-05	True
01WeaklyCorrelated	n00050	R10000	s000.kp	157504	142272	0.000327	True
01WeaklyCorrelated	n00050	R10000	s001.kp	131925	117805	0.000221	True

01WeaklyCorrelated	n00100	R01000	s000.kp	31064	29013	0.000195	True
01WeaklyCorrelated	n00100	R01000	s001.kp	27624	25389	1.53E-05	True
01WeaklyCorrelated	n00100	R10000	s000.kp	310315	289895	0.000472	True
01WeaklyCorrelated	n00100	R10000	s001.kp	275879	253639	1.96E-05	True
01WeaklyCorrelated	n00200	R01000	s000.kp	56976	51563	0.000228	True
01WeaklyCorrelated	n00200	R01000	s001.kp	53514	48102	0.000744	True
01WeaklyCorrelated	n00200	R10000	s000.kp	569063	515196	0.000926	True
01WeaklyCorrelated	n00200	R10000	s001.kp	534452	480606	0.000441	True
01WeaklyCorrelated	n00500	R01000	s000.kp	139258	127276	0.000915	True
01WeaklyCorrelated	n00500	R01000	s001.kp	138098	123764	0.00196	True
01WeaklyCorrelated	n00500	R10000	s000.kp	1390993	1271685	0.012079	True
01WeaklyCorrelated	n00500	R10000	s001.kp	1379237	1236468	0.005219	True
01WeaklyCorrelated	n01000	R01000	s000.kp	273052	245972	0.002697	True
01WeaklyCorrelated	n01000	R01000	s001.kp	279824	254777	8.61E-05	True
01WeaklyCorrelated	n01000	R10000	s000.kp	2727089	2457528	0.00082	True
01WeaklyCorrelated	n01000	R10000	s001.kp	2794566	2545474	0.014526	True
01WeaklyCorrelated	n02000	R01000	s000.kp	552506	498452	0.000889	True
01WeaklyCorrelated	n02000	R01000	s001.kp	550884	497846	0.002706	True
01WeaklyCorrelated	n02000	R10000	s000.kp	5518106	4980107	0.000432	True
01WeaklyCorrelated	n02000	R10000	s001.kp	5501823	4973899	0.001757	True
01WeaklyCorrelated	n05000	R01000	s000.kp	1378225	1249257	0.00176	True
01WeaklyCorrelated	n05000	R01000	s001.kp	1369664	1240984	3.27E-05	True
01WeaklyCorrelated	n05000	R10000	s000.kp	13765053	12481621	0.20456	True
01WeaklyCorrelated	n05000	R10000	s001.kp	13679207	12398687	0.029173	True
01WeaklyCorrelated	n10000	R01000	s000.kp	2743167	2480964	0.36147	True
01WeaklyCorrelated	n10000	R01000	s001.kp	2729934	2467916	1.735927	True
01WeaklyCorrelated	n10000	R10000	s000.kp	27397375	24787545	0.001246	True
01WeaklyCorrelated	n10000	R10000	s001.kp	27264641	24656800	0.044602	True
02StronglyCorrelated	n00050	R01000	s000.kp	17539	14239	0.016335	True
02StronglyCorrelated	n00050	R01000	s001.kp	15293	11793	0.177807	True
02StronglyCorrelated	n00050	R10000	s000.kp	175283	142283	0.030192	True
02StronglyCorrelated	n00050	R10000	s001.kp	152821	117821	0.222017	True
02StronglyCorrelated	n00100	R01000	s000.kp	35617	29017	0.108928	True
02StronglyCorrelated	n00100	R01000	s001.kp	32291	25391	1.251336	True
02StronglyCorrelated	n00100	R10000	s000.kp	355961	289961	0.192019	True
02StronglyCorrelated	n00100	R10000	s001.kp	322672	253672	2.418892	True
02StronglyCorrelated	n00200	R01000	s000.kp	65363	51563	29.96414	False
02StronglyCorrelated	n00200	R01000	s001.kp	62206	48106	19.76294	True
02StronglyCorrelated	n00200	R10000	s000.kp	653200	515200	29.61038	False
02StronglyCorrelated	n00200	R10000	s001.kp	621612	480612	29.62627	False
02StronglyCorrelated	n00500	R01000	s000.kp	162178	127278	29.691	False
02StronglyCorrelated	n00500	R01000	s001.kp	158877	123577	29.34183	False
02StronglyCorrelated	n00500	R10000	s000.kp	1620685	1271685	29.39136	False
02StronglyCorrelated	n00500	R10000	s001.kp	1587008	1234008	29.53946	False
02StronglyCorrelated	n01000	R01000	s000.kp	316372	245972	29.61754	False

02StronglyCorrelated	n01000	R01000	s001.kp	324571	254771	29.38989	False
02StronglyCorrelated	n01000	R10000	s000.kp	3160857	2456857	29.38376	False
02StronglyCorrelated	n01000	R10000	s001.kp	3241827	2543827	29.53585	False
02StronglyCorrelated	n02000	R01000	s000.kp	638526	498026	29.55683	False
02StronglyCorrelated	n02000	R01000	s001.kp	637871	497371	29.7443	False
02StronglyCorrelated	n02000	R10000	s000.kp	6380490	4975490	29.76953	False
02StronglyCorrelated	n02000	R10000	s001.kp	6379901	4973901	29.79874	False
02StronglyCorrelated	n05000	R01000	s000.kp	1599288	1248688	29.26713	False
02StronglyCorrelated	n05000	R01000	s001.kp	1593124	1240724	29.83011	False
02StronglyCorrelated	n05000	R10000	s000.kp	15985084	12478084	29.74806	False
02StronglyCorrelated	n05000	R10000	s001.kp	15923689	12398689	29.78849	False
02StronglyCorrelated	n10000	R01000	s000.kp	3182769	2480569	29.11902	False
02StronglyCorrelated	n10000	R01000	s001.kp	3172791	2467491	29.56606	False
02StronglyCorrelated	n10000	R10000	s000.kp	31804383	24781383	29.5746	False
02StronglyCorrelated	n10000	R10000	s001.kp	31705587	24651587	29.58426	False
03InverseStronglyCorrelated	n00050	R01000	s000.kp	14914	16714	1.257799	True
03InverseStronglyCorrelated	n00050	R01000	s001.kp	12691	14191	0.043879	True
03InverseStronglyCorrelated	n00050	R10000	s000.kp	149036	167036	1.768622	True
03InverseStronglyCorrelated	n00050	R10000	s001.kp	126841	141841	0.041143	True
03InverseStronglyCorrelated	n00100	R01000	s000.kp	30468	33968	0.001284	True
03InverseStronglyCorrelated	n00100	R01000	s001.kp	27042	30342	29.99984	False
03InverseStronglyCorrelated	n00100	R10000	s000.kp	304466	339466	0.001242	True
03InverseStronglyCorrelated	n00100	R10000	s001.kp	270177	303177	29.99981	False
03InverseStronglyCorrelated	n00200	R01000	s000.kp	54964	61464	0.009919	True
03InverseStronglyCorrelated	n00200	R01000	s001.kp	51707	58007	29.99919	False
03InverseStronglyCorrelated	n00200	R10000	s000.kp	549209	614209	0.018359	True
03InverseStronglyCorrelated	n00200	R10000	s001.kp	516622	579622	29.99913	False
03InverseStronglyCorrelated	n00500	R01000	s000.kp	136031	152031	29.74929	False
03InverseStronglyCorrelated	n00500	R01000	s001.kp	132916	148516	29.09178	False
03InverseStronglyCorrelated	n00500	R10000	s000.kp	1356100	1515100	28.96615	True
03InverseStronglyCorrelated	n00500	R10000	s001.kp	1328002	1484002	29.54993	False
03InverseStronglyCorrelated	n01000	R01000	s000.kp	263977	295477	29.44142	False
03InverseStronglyCorrelated	n01000	R01000	s001.kp	272157	304057	28.83947	True
03InverseStronglyCorrelated	n01000	R10000	s000.kp	2632946	2946946	29.51585	False
03InverseStronglyCorrelated	n01000	R10000	s001.kp	2720104	3039104	29.39887	False
03InverseStronglyCorrelated	n02000	R01000	s000.kp	534014	597114	29.57081	False
03InverseStronglyCorrelated	n02000	R01000	s001.kp	533259	596359	29.66046	False
03InverseStronglyCorrelated	n02000	R10000	s000.kp	5337264	5968264	29.6023	False
03InverseStronglyCorrelated	n02000	R10000	s001.kp	5329708	5960708	29.70381	False
03InverseStronglyCorrelated	n05000	R01000	s000.kp	1338091	1496591	29.6576	False
03InverseStronglyCorrelated	n05000	R01000	s001.kp	1330963	1487863	29.8126	False
03InverseStronglyCorrelated	n05000	R10000	s000.kp	13367080	14951080	29.6226	False
03InverseStronglyCorrelated	n05000	R10000	s001.kp	13302594	14871594	29.73237	False
03InverseStronglyCorrelated	n10000	R01000	s000.kp	2659258	2975558	29.67274	False
03InverseStronglyCorrelated	n10000	R01000	s001.kp	2648730	2962330	29.73337	False

03InverseStronglyCorrelated	n10000	R10000	s000.kp	26571681	29733681	29.6163	False
03InverseStronglyCorrelated	n10000	R10000	s001.kp	26466328	29601328	29.75767	False
04AlmostStronglyCorrelated	n00050	R01000	s000.kp	17556	14238	0.072488	True
04AlmostStronglyCorrelated	n00050	R01000	s001.kp	15308	11792	0.097237	True
04AlmostStronglyCorrelated	n00050	R10000	s000.kp	175434	142280	0.015783	True
04AlmostStronglyCorrelated	n00050	R10000	s001.kp	152979	117814	0.135755	True
04AlmostStronglyCorrelated	n00100	R01000	s000.kp	35611	29016	0.038429	True
04AlmostStronglyCorrelated	n00100	R01000	s001.kp	32284	25391	0.291528	True
04AlmostStronglyCorrelated	n00100	R10000	s000.kp	355902	289960	0.067503	True
04AlmostStronglyCorrelated	n00100	R10000	s001.kp	322602	253672	0.883143	True
04AlmostStronglyCorrelated	n00200	R01000	s000.kp	65385	51563	29.98882	False
04AlmostStronglyCorrelated	n00200	R01000	s001.kp	62209	48106	1.032062	True
04AlmostStronglyCorrelated	n00200	R10000	s000.kp	653363	515198	29.97859	False
04AlmostStronglyCorrelated	n00200	R10000	s001.kp	621620	480609	4.652818	True
04AlmostStronglyCorrelated	n00500	R01000	s000.kp	162154	127278	29.95484	False
04AlmostStronglyCorrelated	n00500	R01000	s001.kp	159038	123669	29.57545	False
04AlmostStronglyCorrelated	n00500	R10000	s000.kp	1620455	1271683	29.40482	False
04AlmostStronglyCorrelated	n00500	R10000	s001.kp	1588007	1234373	29.65365	False
04AlmostStronglyCorrelated	n01000	R01000	s000.kp	316415	245972	0.194696	True
04AlmostStronglyCorrelated	n01000	R01000	s001.kp	324609	254777	28.15166	True
04AlmostStronglyCorrelated	n01000	R10000	s000.kp	3161907	2457531	29.59953	False
04AlmostStronglyCorrelated	n01000	R10000	s001.kp	3243265	2545094	29.51088	False
04AlmostStronglyCorrelated	n02000	R01000	s000.kp	638761	498192	29.54976	False
04AlmostStronglyCorrelated	n02000	R01000	s001.kp	638052	497524	29.69262	False
04AlmostStronglyCorrelated	n02000	R10000	s000.kp	6380692	4975161	29.72787	False
04AlmostStronglyCorrelated	n02000	R10000	s001.kp	6379895	4973901	0.002284	True
04AlmostStronglyCorrelated	n05000	R01000	s000.kp	1599762	1249043	29.89814	False
04AlmostStronglyCorrelated	n05000	R01000	s001.kp	1593407	1240984	29.71757	False
04AlmostStronglyCorrelated	n05000	R10000	s000.kp	15988095	12480567	29.46065	False
04AlmostStronglyCorrelated	n05000	R10000	s001.kp	15917349	12393233	29.68443	False
04AlmostStronglyCorrelated	n10000	R01000	s000.kp	3183259	2480960	29.54013	False
04AlmostStronglyCorrelated	n10000	R01000	s001.kp	3172869	2467461	29.57736	False
04AlmostStronglyCorrelated	n10000	R10000	s000.kp	31809578	24785276	29.56847	False
04AlmostStronglyCorrelated	n10000	R10000	s001.kp	31710115	24654567	29.54355	False
05SubsetSum	n00050	R01000	s000.kp	14239	14239	9.73E-05	True
05SubsetSum	n00050	R01000	s001.kp	11793	11793	3.22E-05	True
05SubsetSum	n00050	R10000	s000.kp	142283	142283	5.29E-05	True
05SubsetSum	n00050	R10000	s001.kp	117821	117821	0.000928	True
05SubsetSum	n00100	R01000	s000.kp	29017	29017	1.93E-05	True
05SubsetSum	n00100	R01000	s001.kp	25391	25391	4.63E-05	True
05SubsetSum	n00100	R10000	s000.kp	289961	289961	0.002421	True
05SubsetSum	n00100	R10000	s001.kp	253672	253672	0.000138	True
05SubsetSum	n00200	R01000	s000.kp	51563	51563	3.48E-05	True
05SubsetSum	n00200	R01000	s001.kp	48106	48106	8.56E-05	True
05SubsetSum	n00200	R10000	s000.kp	515200	515200	9.51E-05	True

05SubsetSum	n00200	R10000	s001.kp	480612	480612	0.000612	True
05SubsetSum	n00500	R01000	s000.kp	127278	127278	0.000159	True
05SubsetSum	n00500	R01000	s001.kp	123764	123764	0.000215	True
05SubsetSum	n00500	R10000	s000.kp	1271685	1271685	0.004484	True
05SubsetSum	n00500	R10000	s001.kp	1236477	1236477	0.003464	True
05SubsetSum	n01000	R01000	s000.kp	245972	245972	0.000577	True
05SubsetSum	n01000	R01000	s001.kp	254777	254777	0.000261	True
05SubsetSum	n01000	R10000	s000.kp	2457533	2457533	0.000729	True
05SubsetSum	n01000	R10000	s001.kp	2545476	2545476	0.003918	True
05SubsetSum	n02000	R01000	s000.kp	498452	498452	0.001595	True
05SubsetSum	n02000	R01000	s001.kp	497847	497847	0.000484	True
05SubsetSum	n02000	R10000	s000.kp	4980108	4980108	0.00142	True
05SubsetSum	n02000	R10000	s001.kp	4973901	4973901	0.014361	True
05SubsetSum	n05000	R01000	s000.kp	1249257	1249257	0.002819	True
05SubsetSum	n05000	R01000	s001.kp	1240984	1240984	0.001039	True
05SubsetSum	n05000	R10000	s000.kp	12481621	12481621	0.007788	True
05SubsetSum	n05000	R10000	s001.kp	12398689	12398689	0.035523	True
05SubsetSum	n10000	R01000	s000.kp	2480964	2480964	0.004281	True
05SubsetSum	n10000	R01000	s001.kp	2467916	2467916	0.004753	True
05SubsetSum	n10000	R10000	s000.kp	24787545	24787545	0.033703	True
05SubsetSum	n10000	R10000	s001.kp	24656800	24656800	0.01591	True
06UncorrelatedWithSimilarWeights	n00050	R01000	s000.kp	19676	2401482	0.034927	True
06UncorrelatedWithSimilarWeights	n00050	R01000	s001.kp	17920	2401186	0.01023	True
06UncorrelatedWithSimilarWeights	n00050	R10000	s000.kp	19676	2401482	0.034769	True
06UncorrelatedWithSimilarWeights	n00050	R10000	s001.kp	17920	2401186	0.010116	True
06UncorrelatedWithSimilarWeights	n00100	R01000	s000.kp	39791	4902253	5.655606	True
06UncorrelatedWithSimilarWeights	n00100	R01000	s001.kp	37000	4902351	1.860605	True
06UncorrelatedWithSimilarWeights	n00100	R10000	s000.kp	39791	4902253	5.565882	True
06UncorrelatedWithSimilarWeights	n00100	R10000	s001.kp	37000	4902351	1.963305	True
06UncorrelatedWithSimilarWeights	n00200	R01000	s000.kp	75678	9904900	1.31E-05	True
06UncorrelatedWithSimilarWeights	n00200	R01000	s001.kp	72399	9904984	4.29E-06	True
06UncorrelatedWithSimilarWeights	n00200	R10000	s000.kp	75678	9904900	3.10E-06	True
06UncorrelatedWithSimilarWeights	n00200	R10000	s001.kp	72399	9904984	2.38E-06	True
06UncorrelatedWithSimilarWeights	n00500	R01000	s000.kp	189769	24712055	29.99926	False
06UncorrelatedWithSimilarWeights	n00500	R01000	s001.kp	187312	24712830	29.52611	False
06UncorrelatedWithSimilarWeights	n00500	R10000	s000.kp	189769	24712055	29.4516	False
06UncorrelatedWithSimilarWeights	n00500	R10000	s001.kp	187312	24712830	29.53614	False
06UncorrelatedWithSimilarWeights	n01000	R01000	s000.kp	371246	49525319	0.044572	True
06UncorrelatedWithSimilarWeights	n01000	R01000	s001.kp	379545	49523374	2.452534	True
06UncorrelatedWithSimilarWeights	n01000	R10000	s000.kp	371246	49525319	0.044616	True
06UncorrelatedWithSimilarWeights	n01000	R10000	s001.kp	379545	49523374	2.405221	True
06UncorrelatedWithSimilarWeights	n02000	R01000	s000.kp	748457	99050305	29.93475	False
06UncorrelatedWithSimilarWeights	n02000	R01000	s001.kp	746520	99050111	29.30763	False
06UncorrelatedWithSimilarWeights	n02000	R10000	s000.kp	748457	99050305	29.23164	False
06UncorrelatedWithSimilarWeights	n02000	R10000	s001.kp	746520	99050111	29.31713	False

06UncorrelatedWithSimilarWeights	n05000	R01000	s000.kp	1872056	2.48E+08	29.18302	False
06UncorrelatedWithSimilarWeights	n05000	R01000	s001.kp	1871193	2.48E+08	29.6532	False
06UncorrelatedWithSimilarWeights	n05000	R10000	s000.kp	1872056	2.48E+08	29.63245	False
06UncorrelatedWithSimilarWeights	n05000	R10000	s001.kp	1871193	2.48E+08	29.64493	False
06UncorrelatedWithSimilarWeights	n10000	R01000	s000.kp	3724841	4.95E+08	29.43129	False
06UncorrelatedWithSimilarWeights	n10000	R01000	s001.kp	3726126	4.95E+08	29.63264	False
06UncorrelatedWithSimilarWeights	n10000	R10000	s000.kp	3724841	4.95E+08	29.63509	False
06UncorrelatedWithSimilarWeights	n10000	R10000	s001.kp	3726126	4.95E+08	29.63878	False
07SpannerUncorrelated	n00050	R01000	s000.kp	13472	4569	0.047585	True
07SpannerUncorrelated	n00050	R01000	s001.kp	11948	6578	1.618916	True
07SpannerUncorrelated	n00050	R10000	s000.kp	135733	46295	0.037407	True
07SpannerUncorrelated	n00050	R10000	s001.kp	119572	66112	1.62372	True
07SpannerUncorrelated	n00100	R01000	s000.kp	24228	8748	29.96679	False
07SpannerUncorrelated	n00100	R01000	s001.kp	22147	11914	29.18501	False
07SpannerUncorrelated	n00100	R10000	s000.kp	243893	88483	29.04487	False
07SpannerUncorrelated	n00100	R10000	s001.kp	221632	119739	29.05966	False
07SpannerUncorrelated	n00200	R01000	s000.kp	47836	17274	28.14764	True
07SpannerUncorrelated	n00200	R01000	s001.kp	43417	25921	28.60682	True
07SpannerUncorrelated	n00200	R10000	s000.kp	482118	174792	28.25193	True
07SpannerUncorrelated	n00200	R10000	s001.kp	434566	260535	28.31867	True
07SpannerUncorrelated	n00500	R01000	s000.kp	114616	42898	28.30023	True
07SpannerUncorrelated	n00500	R01000	s001.kp	119279	63365	29.10072	False
07SpannerUncorrelated	n00500	R10000	s000.kp	1155011	433675	28.74607	True
07SpannerUncorrelated	n00500	R10000	s001.kp	1193638	636829	28.85093	True
07SpannerUncorrelated	n01000	R01000	s000.kp	228624	84656	28.78307	True
07SpannerUncorrelated	n01000	R01000	s001.kp	232145	120497	29.43856	False
07SpannerUncorrelated	n01000	R10000	s000.kp	2304627	856119	29.03668	False
07SpannerUncorrelated	n01000	R10000	s001.kp	2323136	1211685	29.03673	False
07SpannerUncorrelated	n02000	R01000	s000.kp	459560	168004	29.02988	False
07SpannerUncorrelated	n02000	R01000	s001.kp	443575	254104	29.63691	False
07SpannerUncorrelated	n02000	R10000	s000.kp	4631744	1699321	29.56172	False
07SpannerUncorrelated	n02000	R10000	s001.kp	4439590	2554641	29.36801	False
07SpannerUncorrelated	n05000	R01000	s000.kp	1131684	413019	29.38617	False
07SpannerUncorrelated	n05000	R01000	s001.kp	1097022	633696	29.75827	False
07SpannerUncorrelated	n05000	R10000	s000.kp	11405485	4177982	29.65377	False
07SpannerUncorrelated	n05000	R10000	s001.kp	10979942	6371272	29.72409	False
07SpannerUncorrelated	n10000	R01000	s000.kp	2283100	834925	29.44452	False
07SpannerUncorrelated	n10000	R01000	s001.kp	2243617	1253155	29.6021	False
07SpannerUncorrelated	n10000	R10000	s000.kp	23010195	8445345	29.55859	False
07SpannerUncorrelated	n10000	R10000	s001.kp	22454848	12599805	29.59651	False
08SpannerWeaklyCorrelated	n00050	R01000	s000.kp	10354	11452	1.367595	True
08SpannerWeaklyCorrelated	n00050	R01000	s001.kp	15276	6437	0.873041	True
08SpannerWeaklyCorrelated	n00050	R10000	s000.kp	102774	115687	1.3057	True
08SpannerWeaklyCorrelated	n00050	R10000	s001.kp	151837	64660	0.874267	True
08SpannerWeaklyCorrelated	n00100	R01000	s000.kp	20550	20824	0.019319	True

08SpannerWeaklyCorrelated	n00100	R01000	s001.kp	27478	11951	30.01385	False
08SpannerWeaklyCorrelated	n00100	R10000	s000.kp	203856	210158	1.040026	True
08SpannerWeaklyCorrelated	n00100	R10000	s001.kp	273086	120026	29.99928	False
08SpannerWeaklyCorrelated	n00200	R01000	s000.kp	40575	41116	13.48828	True
08SpannerWeaklyCorrelated	n00200	R01000	s001.kp	60080	23770	29.45326	False
08SpannerWeaklyCorrelated	n00200	R10000	s000.kp	403248	415714	28.11916	True
08SpannerWeaklyCorrelated	n00200	R10000	s001.kp	596858	238094	29.12268	False
08SpannerWeaklyCorrelated	n00500	R01000	s000.kp	98713	100076	28.09773	True
08SpannerWeaklyCorrelated	n00500	R01000	s001.kp	145888	64611	28.77638	True
08SpannerWeaklyCorrelated	n00500	R10000	s000.kp	981336	1011673	28.61204	True
08SpannerWeaklyCorrelated	n00500	R10000	s001.kp	1448877	647292	28.77844	True
08SpannerWeaklyCorrelated	n01000	R01000	s000.kp	196050	198664	28.6059	True
08SpannerWeaklyCorrelated	n01000	R01000	s001.kp	277084	125478	29.20263	False
08SpannerWeaklyCorrelated	n01000	R10000	s000.kp	1948536	2008773	29.06366	False
08SpannerWeaklyCorrelated	n01000	R10000	s001.kp	2751952	1257598	29.18681	False
08SpannerWeaklyCorrelated	n02000	R01000	s000.kp	391950	397176	29.06377	False
08SpannerWeaklyCorrelated	n02000	R01000	s001.kp	587212	241874	29.47494	False
08SpannerWeaklyCorrelated	n02000	R10000	s000.kp	3895584	4016012	29.36164	False
08SpannerWeaklyCorrelated	n02000	R10000	s001.kp	5833980	2424582	29.46662	False
08SpannerWeaklyCorrelated	n05000	R01000	s000.kp	964500	977360	29.32515	False
08SpannerWeaklyCorrelated	n05000	R01000	s001.kp	1464912	598674	29.64245	False
08SpannerWeaklyCorrelated	n05000	R10000	s000.kp	9585696	9882028	29.63128	False
08SpannerWeaklyCorrelated	n05000	R10000	s001.kp	14554158	6000972	29.65464	False
08SpannerWeaklyCorrelated	n10000	R01000	s000.kp	1947450	1973416	29.46431	False
08SpannerWeaklyCorrelated	n10000	R01000	s001.kp	2892210	1220685	29.52736	False
08SpannerWeaklyCorrelated	n10000	R10000	s000.kp	19355598	19954194	29.60933	False
08SpannerWeaklyCorrelated	n10000	R10000	s001.kp	28730898	12234006	29.5318	False
09SpannerStronglyCorrelated	n00050	R01000	s000.kp	28440	11540	29.90757	False
09SpannerStronglyCorrelated	n00050	R01000	s001.kp	27261	6461	1.307326	True
09SpannerStronglyCorrelated	n00050	R10000	s000.kp	285753	116753	29.98029	False
09SpannerStronglyCorrelated	n00050	R10000	s001.kp	272904	64904	1.235415	True
09SpannerStronglyCorrelated	n00100	R01000	s000.kp	51656	20956	10.12354	True
09SpannerStronglyCorrelated	n00100	R01000	s001.kp	49204	12004	29.90743	False
09SpannerStronglyCorrelated	n00100	R10000	s000.kp	518835	211835	0.944686	True
09SpannerStronglyCorrelated	n00100	R10000	s001.kp	491904	119904	29.99937	False
09SpannerStronglyCorrelated	n00200	R01000	s000.kp	101888	41288	28.00899	True
09SpannerStronglyCorrelated	n00200	R01000	s001.kp	104200	23700	29.17723	False
09SpannerStronglyCorrelated	n00200	R10000	s000.kp	1022469	417469	28.27502	True
09SpannerStronglyCorrelated	n00200	R10000	s001.kp	1042530	237530	29.38653	False
09SpannerStronglyCorrelated	n00500	R01000	s000.kp	245128	99928	28.11564	True
09SpannerStronglyCorrelated	n00500	R01000	s001.kp	263953	64553	29.35107	False
09SpannerStronglyCorrelated	n00500	R10000	s000.kp	2460672	1010672	28.59801	True
09SpannerStronglyCorrelated	n00500	R10000	s001.kp	2638728	646728	29.12994	False
09SpannerStronglyCorrelated	n01000	R01000	s000.kp	488672	198772	28.79373	True
09SpannerStronglyCorrelated	n01000	R01000	s001.kp	504878	125478	29.58191	False

09SpannerStronglyCorrelated	n01000	R10000	s000.kp	4903566	2009566	29.0568	False
09SpannerStronglyCorrelated	n01000	R10000	s001.kp	5048598	1257598	29.64639	False
09SpannerStronglyCorrelated	n02000	R01000	s000.kp	979064	397264	29.04645	False
09SpannerStronglyCorrelated	n02000	R01000	s001.kp	1030634	241934	29.64392	False
09SpannerStronglyCorrelated	n02000	R10000	s000.kp	9824844	4016844	29.37221	False
09SpannerStronglyCorrelated	n02000	R10000	s001.kp	10303422	2424422	29.46104	False
09SpannerStronglyCorrelated	n05000	R01000	s000.kp	2409352	977252	29.45627	False
09SpannerStronglyCorrelated	n05000	R01000	s001.kp	2562546	598746	29.82489	False
09SpannerStronglyCorrelated	n05000	R10000	s000.kp	24177378	9881378	29.62118	False
09SpannerStronglyCorrelated	n05000	R10000	s001.kp	25620582	6001582	29.81393	False
09SpannerStronglyCorrelated	n10000	R01000	s000.kp	4863248	1973348	29.53303	False
09SpannerStronglyCorrelated	n10000	R01000	s001.kp	5122857	1220757	29.63852	False
09SpannerStronglyCorrelated	n10000	R10000	s000.kp	48801855	19952855	29.59102	False
09SpannerStronglyCorrelated	n10000	R10000	s001.kp	51219738	12234738	29.59262	False
10MultipleStronglyCorrelated	n00050	R01000	s000.kp	21338	14238	0.087191	True
10MultipleStronglyCorrelated	n00050	R01000	s001.kp	19390	11790	0.144706	True
10MultipleStronglyCorrelated	n00050	R10000	s000.kp	217265	142265	0.000106	True
10MultipleStronglyCorrelated	n00050	R10000	s001.kp	196807	117807	0.000227	True
10MultipleStronglyCorrelated	n00100	R01000	s000.kp	43316	29016	1.332896	True
10MultipleStronglyCorrelated	n00100	R01000	s001.kp	40686	25386	0.01756	True
10MultipleStronglyCorrelated	n00100	R10000	s000.kp	434921	289921	0.000302	True
10MultipleStronglyCorrelated	n00100	R10000	s001.kp	404560	253560	0.000354	True
10MultipleStronglyCorrelated	n00200	R01000	s000.kp	81658	51558	19.63905	True
10MultipleStronglyCorrelated	n00200	R01000	s001.kp	79202	48102	3.459335	True
10MultipleStronglyCorrelated	n00200	R10000	s000.kp	813196	515196	4.423114	True
10MultipleStronglyCorrelated	n00200	R10000	s001.kp	792612	480612	29.95081	False
10MultipleStronglyCorrelated	n00500	R01000	s000.kp	203778	127278	29.77188	False
10MultipleStronglyCorrelated	n00500	R01000	s001.kp	201662	123762	29.19735	False
10MultipleStronglyCorrelated	n00500	R10000	s000.kp	2034682	1271682	29.46319	False
10MultipleStronglyCorrelated	n00500	R10000	s001.kp	2018474	1236474	29.62116	False
10MultipleStronglyCorrelated	n01000	R01000	s000.kp	399170	245970	29.74663	False
10MultipleStronglyCorrelated	n01000	R01000	s001.kp	409472	254772	29.11241	False
10MultipleStronglyCorrelated	n01000	R10000	s000.kp	3995528	2457528	29.28394	False
10MultipleStronglyCorrelated	n01000	R10000	s001.kp	4101468	2545468	29.59587	False
10MultipleStronglyCorrelated	n02000	R01000	s000.kp	806150	498450	29.57446	False
10MultipleStronglyCorrelated	n02000	R01000	s001.kp	807944	497844	29.33184	False
10MultipleStronglyCorrelated	n02000	R10000	s000.kp	8060100	4980100	0.00018	True
10MultipleStronglyCorrelated	n02000	R10000	s001.kp	8077283	4973283	29.98563	False
10MultipleStronglyCorrelated	n05000	R01000	s000.kp	2019632	1249132	29.51367	False
10MultipleStronglyCorrelated	n05000	R01000	s001.kp	2017049	1240849	29.66859	False
10MultipleStronglyCorrelated	n05000	R10000	s000.kp	20174482	12480482	29.62336	False
10MultipleStronglyCorrelated	n05000	R10000	s001.kp	20157970	12397970	29.63836	False
10MultipleStronglyCorrelated	n10000	R01000	s000.kp	4019363	2480963	29.4754	False
10MultipleStronglyCorrelated	n10000	R01000	s001.kp	4018734	2467734	28.95555	True
10MultipleStronglyCorrelated	n10000	R10000	s000.kp	40193452	24787452	29.50061	False

10MultipleStronglyCorrelated	n10000	R10000	s001.kp	40180796	24656796	29.30597	False
11ProfitCeiling	n00050	R01000	s000.kp	14229	14238	1.236458	True
11ProfitCeiling	n00050	R01000	s001.kp	11784	11792	0.04901	True
11ProfitCeiling	n00050	R10000	s000.kp	142272	142282	0.557613	True
11ProfitCeiling	n00050	R10000	s001.kp	117819	117819	0.34628	True
11ProfitCeiling	n00100	R01000	s000.kp	29001	29015	29.98874	False
11ProfitCeiling	n00100	R01000	s001.kp	25377	25390	10.40925	True
11ProfitCeiling	n00100	R10000	s000.kp	289947	289959	29.74462	False
11ProfitCeiling	n00100	R10000	s001.kp	253662	253671	29.39273	False
11ProfitCeiling	n00200	R01000	s000.kp	51540	51562	28.557	True
11ProfitCeiling	n00200	R01000	s001.kp	48087	48105	28.53268	True
11ProfitCeiling	n00200	R10000	s000.kp	515169	515199	28.51968	True
11ProfitCeiling	n00200	R10000	s001.kp	480597	480612	28.70037	True
11ProfitCeiling	n00500	R01000	s000.kp	127239	127277	28.62947	True
11ProfitCeiling	n00500	R01000	s001.kp	123714	123763	28.99129	True
11ProfitCeiling	n00500	R10000	s000.kp	1271616	1271685	18.77558	True
11ProfitCeiling	n00500	R10000	s001.kp	1236435	1236477	3.100931	True
11ProfitCeiling	n01000	R01000	s000.kp	245877	245972	29.89504	False
11ProfitCeiling	n01000	R01000	s001.kp	254682	254777	29.36319	False
11ProfitCeiling	n01000	R10000	s000.kp	2457411	2457533	29.41804	False
11ProfitCeiling	n01000	R10000	s001.kp	2545401	2545476	29.42944	False
11ProfitCeiling	n02000	R01000	s000.kp	498255	498450	29.45177	False
11ProfitCeiling	n02000	R01000	s001.kp	497640	497847	29.67849	False
11ProfitCeiling	n02000	R10000	s000.kp	4979889	4980106	29.68106	False
11ProfitCeiling	n02000	R10000	s001.kp	4973715	4973900	29.6866	False
11ProfitCeiling	n05000	R01000	s000.kp	1248798	1249255	29.64366	False
11ProfitCeiling	n05000	R01000	s001.kp	1240470	1240982	29.81306	False
11ProfitCeiling	n05000	R10000	s000.kp	12481146	12481621	29.8086	False
11ProfitCeiling	n05000	R10000	s001.kp	12398220	12398688	29.80859	False
11ProfitCeiling	n10000	R01000	s000.kp	2479956	2480964	29.65402	False
11ProfitCeiling	n10000	R01000	s001.kp	2466933	2467915	29.7173	False
11ProfitCeiling	n10000	R10000	s000.kp	24786621	24787545	29.72131	False
11ProfitCeiling	n10000	R10000	s001.kp	24655881	24656800	29.7203	False
12Circle	n00050	R01000	s000.kp	300031	14239	0.535229	True
12Circle	n00050	R01000	s001.kp	248488	11793	0.097575	True
12Circle	n00050	R10000	s000.kp	9485054	142283	3.326653	True
12Circle	n00050	R10000	s001.kp	7854335	117821	0.142803	True
12Circle	n00100	R01000	s000.kp	611418	29017	0.150344	True
12Circle	n00100	R01000	s001.kp	535012	25391	29.99431	False
12Circle	n00100	R10000	s000.kp	19329757	289961	5.721518	True
12Circle	n00100	R10000	s001.kp	16910610	253672	29.83339	False
12Circle	n00200	R01000	s000.kp	1086483	51563	28.06065	True
12Circle	n00200	R01000	s001.kp	1013639	48106	28.42502	True
12Circle	n00200	R10000	s000.kp	34344928	515200	23.07289	True
12Circle	n00200	R10000	s001.kp	32039178	480612	28.67943	True

12Circle	n00500	R01000	s000.kp	2681868	127278	28.38035	True
12Circle	n00500	R01000	s001.kp	2607828	123764	28.91292	True
12Circle	n00500	R10000	s000.kp	84774716	1271685	28.86842	True
12Circle	n00500	R10000	s001.kp	82427628	1236477	28.84156	True
12Circle	n01000	R01000	s000.kp	5182856	245972	0.007064	True
12Circle	n01000	R01000	s001.kp	5368399	254777	29.9978	False
12Circle	n01000	R10000	s000.kp	1.64E+08	2457533	29.29121	False
12Circle	n01000	R10000	s001.kp	1.7E+08	2545476	29.29713	False
12Circle	n02000	R01000	s000.kp	10502842	498452	29.24987	False
12Circle	n02000	R01000	s001.kp	10490114	497847	29.74203	False
12Circle	n02000	R10000	s000.kp	3.32E+08	4980108	29.50192	False
12Circle	n02000	R10000	s001.kp	3.32E+08	4973901	29.75336	False
12Circle	n05000	R01000	s000.kp	26323007	1249257	29.56536	False
12Circle	n05000	R01000	s001.kp	26148709	1240984	29.86226	False
12Circle	n05000	R10000	s000.kp	8.32E+08	12481621	29.8645	False
12Circle	n05000	R10000	s001.kp	8.27E+08	12398689	29.7548	False
12Circle	n10000	R01000	s000.kp	52276225	2480964	29.71125	False
12Circle	n10000	R01000	s001.kp	52001315	2467916	29.7533	False
12Circle	n10000	R10000	s000.kp	1.65E+09	24787545	29.73051	False
12Circle	n10000	R10000	s001.kp	1.64E+09	24656800	29.69677	False

Type	Number of test	Number of optimal solution
00Uncorrelated	32	32
01WeaklyCorrelated	32	32
02StronglyCorrelated	32	8
03InverseStronglyCorrelated	32	10
04AlmostStronglyCorrelated	32	13
05SubsetSum	32	32
06UncorrelatedWithSimilarWeights	32	16
07SpannerUncorrelated	32	12
08SpannerWeaklyCorrelated	32	13
09SpannerStronglyCorrelated	32	9
10MultipleStronglyCorrelated	32	13
11ProfitCeiling	32	13
12Circle	32	15

- Theo kết quả từ bảng thống kê trên ta có thể nhận xét như sau:

- Để biết được nhóm nào dễ hay khó, em xem xét dựa vào số câu trả lời tối ưu.

- 3 nhóm dễ giải quyết nhất với Google Or Tools là Uncorrelated, WeaklyCorrelated và SubsetSum. Mặc dù theo sách, SubsetSum là một instance khó để giải. Tuy nhiên trong sách được thí nghiệm theo giải thuật Branch and Bound, có vẻ Google Or Tools đã dùng một thuật toán tối ưu hơn (Dynamic Programming).
- 3 nhóm khó giải quyết nhất là StronglyCorrelated, InverseStronglyCorrelated và SpannerStronglyCorrelated. Mỗi tương quan chặt chẽ giữa cân nặng và giá trị món hàng khiến cho những instance này khó giải hơn, bởi vì lời giải tối ưu là phải cân bằng giữa cân nặng và giá trị sao cho đạt giá trị lớn nhất.
- Nếu quan sát kỹ bảng kết quả ở trên, ta sẽ thấy có sự ngẫu nhiên trong đó. Tuy cùng một loại instance, nhưng sự khác biệt trong size và range vẫn mang lại những kết quả lệch đáng kể (cùng size cùng range vẫn có sự lệch). Sự phân phối của thời gian chạy thể hiện rõ ràng hơn sự ngẫu nhiên đó.