

§1.1.1

- 1. $\begin{cases} p \rightarrow q: p \text{ 蕴涵 } q, \text{ 当且仅当 } p \text{ 假而 } q \text{ 真} \\ p \Rightarrow q: \text{ 表示 } p \rightarrow q \text{ 恒真, 即若 } p \text{ 为真, } q \text{ 一定真} \\ p \leftrightarrow q: p \leftrightarrow q \text{ 为真 为且仅当 } p, q \text{ 同真假} \\ p \Leftrightarrow q: \text{ 表示 } p \leftrightarrow q \text{ 恒真, 即 } p, q \text{ 恒同真假} \end{cases}$

§1.2.4

- 1. 设 E 为全集, $A \subseteq E$. 则称 $E-A$ 为 A 的相对补集, 记作 $\sim A$
- 2. 设 A, B 为集合. 对称差集 $A \oplus B = \{x | ((x \in A) \wedge (x \notin B)) \vee ((x \notin A) \wedge (x \in B))\}$
- 3. A, B 为集合 $A-B = \{x | x \in A \wedge x \notin B\}$ 称为相对补集
- 4. 幂集: A 为一个集合 $P(A)$ 为 A 所有子集构成的集合

(利用 $A \oplus B = \bar{A}B + A\bar{B}$ 对称差中异或, 可使用 $A \oplus B = \bar{A}B + A\bar{B}$)

证明) $A \oplus B = ((\sim A) \cap B) \cup (A \cap (\sim B))$

$$\begin{aligned} &= ((\sim A \cap B) \cup A) \cap ((\sim A \cap B) \cup (\sim B)) \\ &= ((\sim A \overset{+}{\cup} A) \cap (B \cup A)) \cap ((\sim A \cup \sim B) \cap (B \overset{+}{\cup} \sim B)) \\ &= (A \cup B) \cap (\sim A \cup \sim B) \\ &= (A \cup B) \cap [\sim(A \cap B)] \\ &= (A \cup B) - (A \cap B) \end{aligned}$$

5. 特征函数 $f_A(x) = \begin{cases} 0 & x \notin A \\ 1 & x \in A \end{cases}$

§1.2.5

1. 基本集合恒等式:

分配律: $\begin{cases} A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C) \\ A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C) \end{cases}$

De Morgan: $\begin{cases} \sim(A \cup B) = (\sim A) \cap (\sim B) \\ \sim(A \cap B) = (\sim A) \cup (\sim B) \end{cases}$

相对形式 $\begin{cases} A - (B \cup C) = (A - B) \cap (A - C) \\ A - (B \cap C) = (A - B) \cup (A - C) \end{cases}$

2. 关于对称差:

① 满足交换, 结合律.

$A \oplus B = B \oplus A, \quad A \oplus (B \oplus C) = (A \oplus B) \oplus C$

② \cap 对 \oplus 分配律:

$A \cap (B \oplus C) = (A \cap B) \oplus (A \cap C)$

③ 消去律

$A \oplus B = A \oplus C \Rightarrow B = C$

(左右同 $\oplus A$ 即证)

§1.3.1

- 1. 直接证明法: $A \rightarrow B, A$ 真
归谬/反证: ...
间接证明: 考虑逆否命题

§1.3.2

- 1. 重前提证明法: 若 A 为假, 则 " $A \rightarrow B$ " 为真
(即 " \rightarrow " 性质)

§1.3.3

- 1. 有限数集良序性: 即 N 任何非空子集均有最小元