

对洛伦兹分析

$$x = r \cos \omega t + \sqrt{l^2 - r^2 \sin^2 \omega t}$$

$$= r \cos \omega t + l \sqrt{1 - \frac{r^2}{l^2} \sin^2 \omega t}$$

Taylor 展开, 忽略二阶小量

$$l \sqrt{1 - (\frac{r}{l} \sin \omega t)^2} = l \left[1 - \frac{1}{2} (\frac{r}{l})^2 \sin^2 \omega t + \dots \right]$$

$$\therefore x = r \cos \omega t + l \left[1 - \frac{r^2}{2l^2} \sin^2 \omega t \right]$$

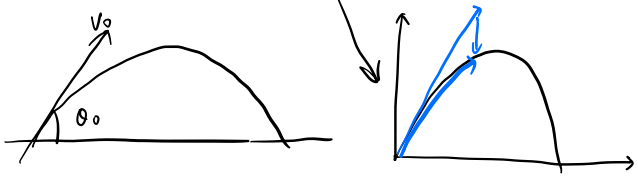
$$v(x) = \frac{dx(t)}{dt} = -r\omega \left[\sin \omega t + \frac{1}{2} (\frac{r}{l})^2 \sin 2\omega t \right]$$

$$a(t) = \frac{dv(t)}{dt} = \dots \checkmark$$

2. 技巧: $a = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} = \frac{v dv}{dx}$

§1-2

$$1. \vec{r} = (v_0 t \cos \theta_0) \vec{i} + (v_0 t \sin \theta_0 - \frac{1}{2} g t^2) \vec{j}$$



§1-3.

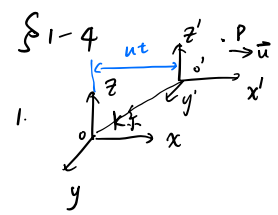
$$1. \vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n$$

切向 $\frac{dv}{dt} \vec{e}_t$ 法向 $\frac{v^2}{R} \vec{e}_n$

$$2. \vec{a}_n = \frac{v^2}{\rho} \vec{e}_n, \quad \rho \text{ 为曲率半径}$$

法向 \vec{a}_n 处处指向圆心

3. 当知道曲线(轨迹方程)时, 可以考虑对轨迹方程求导 → 得出 $a = \sqrt{a_n^2 + a_t^2}$. 之后通过另一个 a_n or a_t 确定所有



r' : P 在 K' 中坐标

$$\vec{r}' = \vec{r} - \vec{u}t$$

也即
$$\begin{cases} x' = x - ut \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = t \end{cases}$$

2. 注意是用 $V_{车地}$ 还是 $V_{地车}$. 二者反向

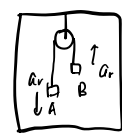
§1-5

$$1. \ddot{\vec{r}} = \frac{d\vec{p}}{dt} = m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2}$$

2. 引力 $F = \frac{m_1 m_2}{r^2}$ 与 恒力 $F = m_2 a$

↳ 受到 $f(m_1)$ 的力 ↳ 同向加速度 $a = \frac{F}{m_2}$

3.



$\uparrow a$

$$\vec{a}_{A \text{ 对 } B} = |a - a_r|$$

$$\vec{a}_{B \text{ 对 } A} = a + a_r$$

4. 解微分方程中积分时. 记得 $+ C$

5. 当 $x = \int v dt$ 不好表示. 可考虑反过来

$$v = \frac{dx}{dt}, \text{ 将 } v \text{ 换成 } x \text{ 表示}$$

↳ eg: $dt = \frac{dx}{v}$, $dx = v dt$
↳ 替换 dt .

也即是说, 不是仅有 $v-t$ 表述式可用. $v-x$ 也是一个选择

6. 一个非常好的代换:

当两个力 (或其他...) 所差无几时 (设为 F_A, F_B)

可采用如下代换:

$$\begin{cases} F_1 + F_2 \approx 2F_2 \\ F_1 - F_2 = dF_1 \end{cases}$$

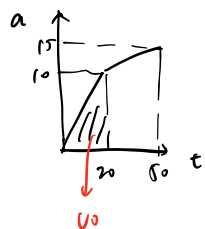
同时. 当 $d\theta \rightarrow 0$. $\sin d\theta = d\theta \checkmark$

$$\cos d\theta = 1 - \sin^2 \frac{d\theta}{2} \rightarrow \text{二阶小量} = 1$$

习题小结

1. 分段计算 $a/v/-$ 时, 在 $v-t/a-t$

图中, 注意积分上下界问题. 如



$$v = \left[\int_{t_1}^{t_2} a \, dt \right] + v_0$$

- 一定要号!!!

2. 用位矢表示坐标在求 a_n/a_t 时效果极好.

如 $x = 3t, y = 12 - 3t^2$.

$$\vec{r} = (3t)\vec{i} + (12 - 3t^2)\vec{j}$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = 3\vec{i} + (-6t)\vec{j}, \text{ 速率 } v = \sqrt{9 + 36t^2}$$

$$\vec{a} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = -6\vec{j}, \text{ 其中 } a_y \text{ 为 } -6.$$

$$a_t = \frac{dv}{dt} = \frac{3 \cdot d(\sqrt{4t^2+1})}{dt}$$

$$= 3 \cdot \frac{4 \cdot 2t}{2\sqrt{4t^2+1}} = \frac{12t}{\sqrt{4t^2+1}}$$

$$\dots \Rightarrow a_n = \dots \quad \checkmark$$

3. 一个变换:

$$\omega = \frac{v}{r}$$

角加速度 $\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{v}{r} \right)$

看这时 v, r 谁是 t 的函数, 谁是常量

