

## §2-1

1.  $\vec{r} = \frac{\int \vec{r} dm}{m}$  质心坐标

2. 质心无法改变质心坐标。  
故质心仅受外力影响。

例如：当一个 Bomb 爆炸之后，其质心会沿原轨迹运动

## §2-2

1. 动量应当在同一个惯性系中测量

2. 典：链条问题：



设 t 时刻已有 x 长落到地面处。

dt 内有 dx 继续下落。  $\rho = \frac{m}{l}$

$$dx = v dt$$

$$dm = \rho dx$$

$$F dt = -(dm) \cdot v = -\frac{m}{l} v dx$$

$$\therefore F = -\frac{m}{l} v \frac{dx}{dt} = -\frac{m}{l} v^2$$

而  $v^2 = 2g(x+h)$   
↑ 对一个质元而言

$$\therefore F = \frac{m}{l} \cdot 2g(x+h)$$

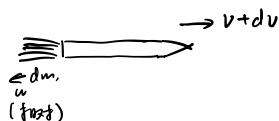
代入  $x = l$

3. 注意发射炮弹都是“相对炮口”速度

要记得  $\vec{u}_{\text{炮地}} = \vec{u}_{\text{炮车}} + \vec{u}_{\text{车地}}$   
↑ 切记是负的

4. 变质量物体：设火箭质量为 m，喷气  $dm$ ，速度增加  $dv$  ( $dm < 0$ )

$$mv = (m+dm)(v+dv) - dm(v+dv-u)$$



展开后忽略二阶小量，有  $mdv + u dm = 0$

$$\Rightarrow dv = -u \frac{dm}{m}$$

$$\int_{v_1}^{v_2} dv = \int_{m_1}^{m_2} -u \frac{dm}{m}$$

$$v_2 - v_1 = u \ln \frac{m_1}{m_2}$$

## §2-3

1.  $L = \vec{r} \times \vec{p} = m \vec{r} \times \vec{v}$

2.  $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$  有心力场角动量守恒

3. 角动量定理：

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d}{dt} (\vec{r} \times \vec{p}) = \frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{p} + \vec{r} \times \frac{d\vec{p}}{dt}$$

$$\text{又 } \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v}, \quad \vec{v} \times m\vec{v} = 0$$

$$\therefore \frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{r} \times \frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{r} \times \vec{F} = \vec{M}$$

外矩

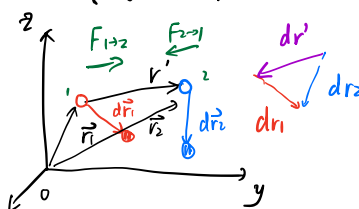
## §2-4

1. 能量是物体状态的单值函数

## §2-5

1. 保守力 F:  $\oint_L \vec{F} \cdot d\vec{r} = 0$

2. 成对力的功：



- 一对成对力做功和：

$$\begin{aligned} dA &= \vec{F}_{12} \cdot d\vec{r}_1 + \vec{F}_{21} \cdot d\vec{r}_2 \\ &= \vec{F}_{12} \cdot d\vec{r}_1 + \vec{F}_{21} (d\vec{r}_1 + d\vec{r}') \\ &= (\vec{F}_{12} + \vec{F}_{21}) d\vec{r}_1 + \vec{F}_{21} d\vec{r}' \end{aligned}$$

- 一对力做功之和与参考系

无关，仅与相对位移有关  $\boxed{= \vec{F}_{21} \cdot d\vec{r}'}$

3. 势能：  $A_c = E_{pa} - E_{pb} = -\Delta E_p$

成对保守内力做功 = 势能减少量  
(保守力做功)

4.  $F_x = - \frac{dE_p}{dx}$

§ 2-6

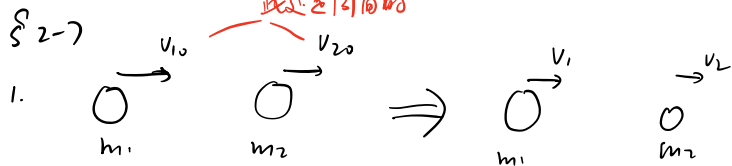
1.  $A_e + \overset{\text{系统外力做功}}{A_d} = \Delta E_k$

$= A_{ic} + A_{id}$   
保守力 非保守力

$A_{ic} = - \Delta E_p$

$A_e + A_{id} = \Delta E_k + \Delta E_p = \Delta E$

保守内力做功与势能变化必且只差一  
 $\Delta \quad \Delta$



定义:  $e = \frac{v_2 - v_1}{v_{10} - v_{20}}$

$$\begin{cases} v_1 = v_{10} - \frac{(1+e)m_2(v_{10}-v_{20})}{m_1+m_2} \\ v_2 = v_{20} + \frac{(1+e)m_1(v_{10}-v_{20})}{m_1+m_2} \end{cases}$$

代入  $e = 1$ :  $v_1 = v_{10} - \frac{2m_2(v_{10}-v_{20})}{m_1+m_2}$   
 $= \frac{(m_1-m_2)v_{10} + 2m_2v_{20}}{m_1+m_2}$

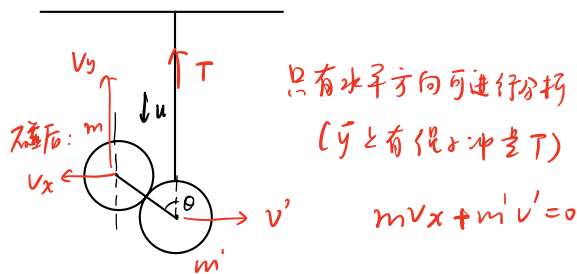
$v_2 = v_{20} + \frac{2m_1(v_{10}-v_{20})}{m_1+m_2}$   
 $= \frac{(m_2-m_1)v_{20} + 2m_1v_{10}}{m_1+m_2}$

损失机械能

$\Delta E = \frac{1}{2} (1-e^2) \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} (v_{10} - v_{20})^2$

2. 在斜碰中, 考虑“速度差”

→ 选取连心线方向与分离速度



考虑在连心线上二球冲力  $F$

动量定理:

$mv_x = -F \sin \theta \Delta t$

$mv_y - (-mu) = F \cos \theta \Delta t$

结合 连心线方向分离速度

$-(v' - v_x) \sin \theta - v_y \cos \theta$

接近  $-u \cos \theta$

$\Rightarrow e = \frac{-(v' - v_x) \sin \theta - v_y \cos \theta}{-u \cos \theta}$

→  $v_x = \dots$

$v_y = \dots$