§8-1

1. 电流 $I=\frac{dq}{dt}$

电流密度：$j=\frac{dI}{dS_\perp}$.

$$I=\int_S \vec{j}\cdot\vec{e}_n\, dS_\perp = \int_S \vec{j}\cdot d\vec{s}$$

2. 电动势

$$\varepsilon=\frac{dA}{dq}.$$

→ 单位正电荷从负极经电源内移动到正极.所做的功.

· 指向：负极 经电源内 指向正极

可定义非静电场场强 E_k.

则：

$$\varepsilon=\int_a^b \vec{E}_k\cdot d\vec{l}$$

2. Ohm's Law

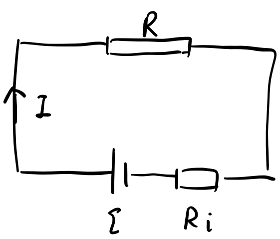
$$I=\frac{V_2-V_1}{R}.$$

$R=\rho\frac{L}{S}$. ρ为电阻率

$$\varepsilon = U_R+U_i$$

$$I=\frac{\varepsilon}{R+R_i}$$ → 闭合电路的欧姆定律

电阻　内阻



对于多个电源而言.

$$I=\frac{\sum\varepsilon_j}{\sum R_j+\sum R_{ij}}$$

总电阻负载　内阻.

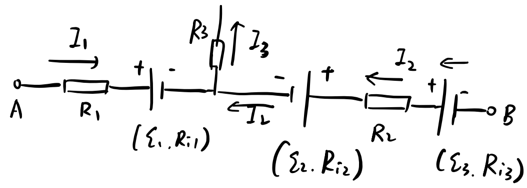
· 电动势的"指向"：规定为负极 从内到正极

· 电流经过电阻产生"电势降". 从电源内部从负极→正极 "电势升".

· 即电流指向与电动势相同 $\varepsilon>0$　反之 $\varepsilon<0$

· 电阻：规定一个电流流向（总体）
若某处与之同相. 电势降为"+". 反之为"-"

一段复杂的含源电路：



从 A→B：降低的电势

$$V_A-V_B = I_1R_1+\underbrace{\varepsilon_1+I_1R_{i1}}_{\text{在}\varepsilon_1\text{内}+\to-.\ \text{电势降低.}}-I_2R_{i2}-\varepsilon_2-I_2R_2+\varepsilon_3-\underline{I_3R_{i3}}$$

电源内电势降低

但内阻是电势反向降低

3. Ohm's Law 微分形式：

$\vec{j}=\gamma\vec{E}$.　$\gamma=\frac{1}{\rho}$ 为电导率.

$\vec{E}$为导体内场强方向

§8-2.

1. 电荷 {静止, 运动} → 都产生电场

运动 → 运动电荷产生磁场

2. 定义 磁感应强度 $B=\frac{F}{qv}$.

（对一个带电 q. 速度 v 粒子而言）

$$\vec{F}=q\vec{v}\times\vec{B}.$$

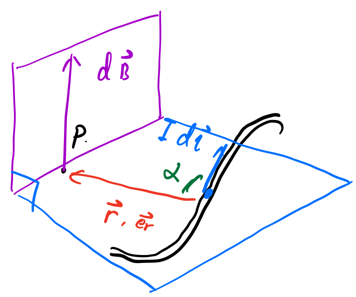
3. 磁通量：定义 $\Phi=\int_S \vec{B}\cdot d\vec{s}$

§8-3.

1. 毕-萨定律：

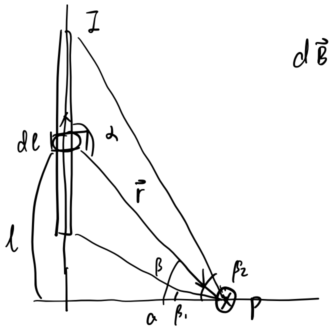
$$d\vec{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,d\vec{l}\times\vec{e}_r}{r^2}$$

$$=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,dl\sin\alpha}{r^2}$$



注意 $\vec{e}_r$ 方向为电流元指向所求点

例：直导线所激发的磁场



$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,d\vec{l}\times\vec{e}_r}{r^2}$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,dl\cdot\sin\alpha}{r^2}$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,dl\cdot\cos\beta}{\left(\frac{a}{\cos\beta}\right)^2} = \frac{I\,dl\cdot\cos^3\beta}{a^2}$$

又 $l = a\tan\beta$

$\Rightarrow dl = a\sec^2\beta\,d\beta$

$\therefore\ d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\cdot\cos\beta\,d\beta}{a}$

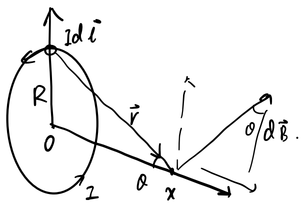
$\therefore\ B = \int d\vec{B} = \frac{I}{a}\int\cos\beta\,d\beta$

$= \frac{\mu_0 I}{4\pi a}(\sin\beta_2 - \sin\beta_1)$

当导线 → 无限长. $\Rightarrow \beta_1 \to \frac{\pi}{2}.\quad \beta_2 \to \frac{\pi}{2}$

上式：$\boxed{B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}}$

例：对环：



$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,d\vec{l}\times\vec{e}_r}{r^2}$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi}\cdot\frac{I\,dl}{\left(\frac{R}{\sin\theta}\right)^2}$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\sin^2\theta\,I}{R^2}\,dl$$

$$dB_x = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\sin^2\theta\cdot I\,dl}{R^2}\cdot\sin\theta$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\sin^3\theta\,I}{R^2}\,dl$$

代入 $\sin\theta = \frac{R}{\sqrt{R^2+x^2}} \Rightarrow d\vec{B}_x = \frac{\mu_0}{4\pi}\cdot\frac{I}{R^2}\frac{R^3\,dl}{(R^2+x^2)^{\frac{3}{2}}}$

$$= \frac{\mu_0 I R}{4\pi}\frac{dl}{(R^2+x^2)^{\frac{3}{2}}}$$

积分 $\Rightarrow \vec{B} = \frac{\mu_0 I R}{4\pi}\frac{2\pi R}{(R^2+x^2)^{\frac{3}{2}}}$

$$= \boxed{\frac{\mu_0 I R^2}{2(R^2+x^2)^{\frac{3}{2}}}}$$

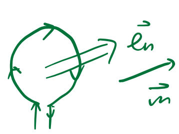
设 $S = \pi R^2$（面积）. 上式 $= \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{IS}{(R^2+x^2)^{\frac{3}{2}}}$

当 $x \gg R$. 上式 $= \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{IS}{x^3}$

设 $\vec{m} = IS\vec{e}_n$.

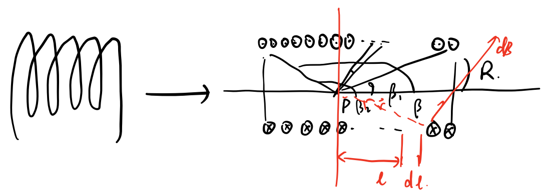
称之为磁矩.

有N匝时为 $NIS\vec{e}_n$



例：通电螺线管

设单位长度有 n 匝线圈.



利用上例结论，可将螺线管拆成多个小线圈.

单位长内有 n 个产生：

$$dB = \frac{\mu_0 I R^2}{2(R^2+l^2)^{\frac{3}{2}}}\cdot n\,dl$$

$$\therefore\ B = \int dB = \int_l \frac{\mu_0 I R^2 n\,dl}{2(R^2+l^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$= \frac{\mu_0 I R^2 n}{2}\int\frac{dl}{(R^2+l^2)^{\frac{3}{2}}}$$

设 $l = R\tan\beta$

$$\Rightarrow B = \frac{\mu_0 I R^2 n}{2}\int\frac{R\cdot\sec^2\beta}{R^3\sec^3\beta}\,d\beta$$

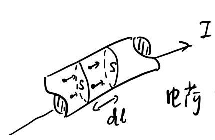
$$= \frac{\mu_0 I R^2 n}{2}\int\frac{\cos\beta}{R^2}\,d\beta$$

$$= \frac{\mu_0 I n}{2}\left|\sin\beta_1 - \sin\beta_2\right|$$

当 $\beta_1 \to -\frac{\pi}{2}\quad \beta_2 \to \frac{\pi}{2}$

上式 $= \boxed{\mu_0 n I}$ 无限长通电螺线管内磁场

2. 运动电荷的磁场.



$I = nqSv$

电荷：$\vec{B}_q = \frac{d\vec{B}}{dN} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q\vec{v}\times\vec{e}_r}{r^2}$

如氢原子等运动模型，可将运动电子 → 环电流

§ 8-4

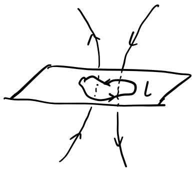
1. 恒定磁场的高斯定理.

$$\oiint_S \vec{B}\cdot d\vec{S} = 0 \longleftrightarrow \oiint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_{S内} q$$

即穿过任一闭合曲面的总磁通量总等于零

2. 安培环路定理

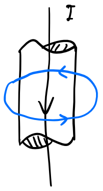
$\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum I \Leftrightarrow \oint_L \vec{E}\cdot d\vec{l} = 0$



- 注意对 I 的限制：I 应当穿过任意一个以 L 为边界所张曲面.
- B 是空间中所有电流引发的磁场，但 I 仅为穿过 L 的回路的电流.

→ 磁场是有旋场，电场是无旋场.

例：长直圆柱导体内外磁场

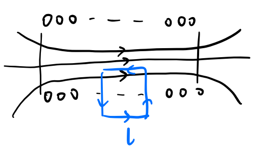


在外部：$B\cdot 2\pi r = \mu_0 I \Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$

在内（假设电流均匀分布）

$B\cdot 2\pi r = \mu_0 \cdot \frac{\pi r^2}{\pi R^2} I \Rightarrow B = \frac{\mu_0 I r}{2\pi R^2}$

例：通电长螺线管（很长）



外部磁场为0

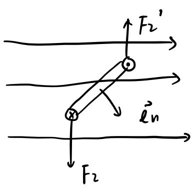
→ $B\cdot L = \mu_0 n I l$

∴ $B = \mu_0 n I$.

§8-6

1. 安培力：$F = \int_L I\, d\vec{l} \times \vec{B}$

2. 磁场对载流线圈的作用：



$\vec{M} = \vec{m} \times \vec{B}$

3. 磁场力的功

$dA = I\, d\Phi$

∴ $A = \int_{\Phi_1}^{\Phi_2} I\, d\Phi$

§8-7

1. 磁介质：在磁场中发生磁化的物质，即会生成磁感应强度 B'

此时：$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}'$

2. $B' \begin{cases} <0 & \text{抗磁质} \\ >0 & \text{顺磁质} \end{cases}$

§8-8

1. 定义 $\vec{M}$ 为单位体积内分子磁矩的矢量和
称为磁化强度

→ $M = \alpha_s$，α_s 为磁介质表面某处磁化面电流线密度大小

→ $\oint \vec{M}\cdot d\vec{l} = \alpha_s l_s = I_s$ 磁化强度对环路积分等于其环路包裹的面积内的总磁化电流.

2. 有磁介质时的

$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0\left(\sum I + \oint \vec{M}\cdot d\vec{l}\right)$

$\Leftrightarrow \oint\left(\frac{B}{\mu_0} - M\right) d\vec{l} = \sum I$

定义 磁场强度 $\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$.

定义 → $\chi_m = \frac{M}{H} \leftrightarrow M = \chi_m H$

$B = \mu_0 H + \mu_0 M = \mu_0(1+\chi_m)H$

$= \mu_0 \mu_r H$ → 相对磁导率

$= \mu H$ → 磁导率

即 $\oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l} = I$.

3. 有磁介质时的 Gauss 定理.

$\oiint_S \vec{B}\cdot d\vec{s} = 0$ （不变）