

位运算的运用 (Bitwise operations)

本节内容

1. 位运算符
2. 算数移位与逻辑移位
3. 位运算的应用

什么是位运算

程序中的所有数在计算机内存中都是以二进制的形式储存的。位运算说穿了，就是直接对整数在内存中的二进制位进行操作。比如，and运算本来是一个逻辑运算符，但整数与整数之间也可以进行and运算。举个例子，6的二进制是110，11的二进制是1011，那么6 and 11的结果就是2，它是二进制对应位进行逻辑运算的结果（0表示False，1表示True，空位都当0处理）：

```
110 AND 1011 --> 0010(b) --> 2(d)
```

由于位运算直接对内存数据进行操作，不需要转成十进制，因此处理速度非常快。当然有人会说，这个快了有什么用，计算6 and 11没有什么实际意义啊。本文就将告诉你，位运算到底可以干什么，有些什么经典应用，以及如何用位运算优化你的程序。

符号	描述	运算规则
&	与	两个位都为1时，结果才为1
	或	两个位都为0时，结果才为0
^	异或	两个位相同为0，相异为1
~	取反	0变1，1变0
<<	左移	各二进制位全部左移若干位，高位丢弃，低位补0
>>	右移	各二进制位全部右移若干位，对无符号数，高位补0，有符号数，各编译器处理方法不一样，有的补符号位（算术右移），有的补0（逻辑右移）

XOR – 异或

异或：相同为0，不同为1。也可用「不进位加法」来理解。

异或操作的一些特点：

$$x \oplus 0 = x$$

$$x \oplus 1s = \sim x \quad // \quad 1s = \sim 0$$

$$x \oplus (\sim x) = 1s$$

$$x \oplus x = 0 \quad // \text{ interesting and important!}$$

$$a \oplus b = c \Rightarrow a \oplus c = b, \quad b \oplus c = a \quad // \text{ swap}$$

$$a \oplus b \oplus c = a \oplus (b \oplus c) = (a \oplus b) \oplus c \quad // \text{ associative}$$

1. 将 x 最右边的 n 位清零 - $x \& (\sim 0 \ll n)$
2. 获取 x 的第 n 位值(0或者1) - $(x \gg n) \& 1$
3. 获取 x 的第 n 位的幂值 - $x \& (1 \ll (n - 1))$
4. 仅将第 n 位置为 1 - $x \mid (1 \ll n)$
5. 仅将第 n 位置为 0 - $x \& (\sim(1 \ll n))$
6. 将 x 最高位至第 n 位(含)清零 - $x \& ((1 \ll n) - 1)$
7. 将第 n 位至第0位(含)清零 - $x \& (\sim((1 \ll (n + 1)) - 1))$

编程常用的位运算操作

- $X \& 1 == 1$ OR $== 0$
- $X = X \& (X-1) \Rightarrow$ 清零最低位的1
- $X \& -X \Rightarrow$ 得到最低位的1
- $X \& \sim X \Rightarrow 0$

实战题目

1. <https://leetcode.com/problems/number-of-1-bits/>
2. <https://leetcode.com/problems/power-of-two/>
3. <https://leetcode.com/problems/counting-bits/description/>
4. <https://leetcode.com/problems/n-queens-ii/description/>