Dynamics of Quasi-Stable Dissipative Systems 学习指南

Igor Chueshov 著
沈卓洋 编

编译日期: 2021-09-30

任何建议及错误信息请发送至邮箱

shenzhy2020@lzu.edu.cn

前　言

本书主要将Igor Chueshov所著的Dynamics of Quasi-Stable Dissipative Systems翻译成中文，修正了部分勘误，补充了书内习题的证明。

介 绍

动力系统的一般理论起源于常微分方程，其基础由H. Poincaré(1854–1912)和A.M. Lyapunov(1857–1918)奠定。G.D. Birkhoff(1884–1944)对该理论作出了重要贡献，他是“动力系统”一词的提出者，并且利用了拓扑的方法，在抽象的层次很大程度的发展了动力系统理论。动力系统的概念是一般的科学上的演化(依赖于时间)过程概念的数学化，这些过程可以是相当不同的自然现象。动力系统自然地诞生于对物理、化学、生物、生态、经济，甚至社会现象的研究。动力系统的概念包括一个可能的状态的集合(相空间)，以及状态关于时间的演化法则。因此，“动力系统”这一概念覆盖了相当多模型的种类，只要这些模型也许能描述任意对象关于时间的演化和依赖于时间的过程。例如，这些对象和过程包括由在连续介质力学和数学物理中产生的非线性演化偏微分方程生成的模型。这些模型需要无穷维空间用以表示各种可能的状态。在本书中，我们专注于(无穷维)系统，这些系统展示了各种类型的能量迁移和耗散。似乎(见，例如[8],[16],[19]中的讨论)这些作用在[10]的文章中被严格定义，该文章以现代(数学)的形式介绍了(动力学的)耗散性的概念；也可见[3],[7],[15],[14]。耗散性意味着动力学行为在相空间中被局部化。这可以被表达为关于有界吸收集存在性的陈述。在具有有限自由度的系统的情形中，这种局部化允许我们选择限制性对象，例如吸引子，它含有关于系统稳定性的重要信息。无穷维系统的情况会变得非常不同。为了挑选出相应的限制机制，我们需要额外的演化的紧致性条件。这使得无穷维的理论变得更加复杂。尽管如此，到目前为止，集中关注不同类型的PDE模型，无穷维动力系统理论的几个重要的方面已经得到了发展(见，例如这些专著[2],[11],[4],[6],[5],[8],[9],[17],[18],[19]，以及这些研究[1],[12],[16])。

本书聚焦于无穷维耗散动力系统。为了将理论的一般化达到合理的程度，我们的考虑是相对抽象的，并且协调了各种在抽象空间上定义的一般的演化方程。我们的目标是介绍与基本的动力系统长时间行为有关性质的一般方法和抽象结果。我们的主要工具是基于耗散系统相关的拟稳定性质。粗略的讲，拟稳定性意味着我们可以通过将两条轨道的差异分解为收敛部分和紧致部分来控制轨道的发散。

本书的主要特点(相较其他书籍)有以下几个方面：

目　录

1

基本概念

本章收集了一般的动力系统理论中的基本定义、概念和最简单的说明性称述。我们还描述了所有1维和2维连续动力系统的可能场景，并通过例子，讨论了主要的分歧图像。我们后半部分叙述的主要目的是，给读者以低维(1或2维)的连续演化时间算子会产生什么样动力学行为的感觉.

我们主要遵循给出的表达，并且依赖经典的常微分材料；见[13]

1.1 演化算子和动力系统

如同介绍中已经提及的，动力系统的概念包括可能出现的状态的集合(相空间)和状态关于时间的演化法则。之后的叙述中，我们选取完备的度量空间作为相空间，我们记$\mathbb{T}_+$为$\mathbb{T}$上的非负元素，其中$\mathbb{T}$为$\mathbb{R}$或$\mathbb{Z}$，用以代表时间。

定义 1.1 演化算子

设X是完备的度量空间，$\mathbb{T}=\mathbb{Z}$或$\mathbb{R}$，对任意$t\in\mathbb{T}$，$S_t:X\to X$是连续映射，并且满足半群性质，即：

$$S_0=id_X,\quad S_{t+\tau}=S_t\circ S_\tau,\quad \forall t,\tau\in\mathbb{T}^+,$$

则称$\{S_t\}_{t\in\mathbb{T}^+}$为演化算子(或演化半群、半流)。 ♣

参考文献

[1] A. Babin. *Global Attractors in PDE*. 编者为 B. Hasselblatt and A. Katok. Vol. 1B. Handbook of Dynamical Systems. Amsterdam: Elsevier, 2006.

[2] A. Babin and M. Vishik. *Attractors of Evolution Equations*. Amsterdam: North-Holland, 1992.

[3] J. Billoti and J. LaSalle. "Periodic dissipative processes". 刊于: *Bulletin of the American Mathematical Society* 6 (1971), pp. 1082–1089.

[4] I. Chueshov. *Introduction to the Theory of Infinite-Dimensional Dissipative Systems*. in Russian. English translation: Acta, Kharkov, 2002. Kharkov: Acta, 1999. URL: http://www.emis.de/monographs/Chueshov/.

[5] I. Chueshov and I. Lasiecka. *Long-Time Behavior of Second Order Evolution Equations with Nonlinear Damping*. Vol. 195. Memoirs of AMS 912. Providence, RI: AMS, 2008.

[6] I. Chueshov and I. Lasiecka. *Von Karman Evolution Equations*. New York: Springer, 2010.

[7] E.A. Coddington and N. Levinson. *Theory of Ordinary Differential Equations*. New York: McGraw-Hill, 1955.

[8] J.K. Hale. *Asymptotic Behavior of Dissipative Systems*. Providence, RI: AMS, 1988.

[9] O. Ladyzhenskaya. *Attractors for Semigroups and Evolution Equations*. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1991.

[10] N. Levinson. "Transformation theory of non-linear differential equations of the second order". 刊于: *Annals of Mathematics* 45 (1944), pp. 723–737.

[11] V.V. Chepyzho vand M.I. Vishik. *Attractors for Equations of Mathematical Physics*. Providence, RI: AMS, 2002.

[12] A. Miranville and S. Zelik. *Attractors for dissipative partial differential equations in bounded and unbounded domains*. 编者为 C.M. Dafermos and M. Pokorny. Vol. 4. Handbook of Differential Equations: Evolutionary Equations. Amsterdam: Elsevier, 2008.

[13] V.V. Nemytskii and V.V. Stepanov. *Qualitative Theory of Differential Equations*. NJ: Princeton University Press, 1960.

[14] V.A. Pliss. *Integral Sets of Periodic Systems of Differential Equations*. in Russian. Moscow: Nauka, 1977.

[15] V.A. Pliss. *Nonlocal Problems of the Theory of Oscillations*. New York: Academic Press, 1966.

[16] G. Raugel. *Global attractors in partial differential equations*. 编者为 B. Fiedler. Vol. 2. Handbook of Dynamical Systems, Amsterdam: Elsevier, 2002, pp. 885–982.

[17] J. Robinson. *Infinite-Dimensional Dynamical Systems: An Introduction to Dissipative Parabolic PDEs and the Theory of Global Attractors*. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2001.

[18] G.R. Sell and Y. You. *Dynamics of Evolutionary Equations*. New York: Springer, 2002.

[19] R. Temam. *Infinite Dimensional Dynamical Systems in Mechanics and Physics*. 2nd ed. New York: Springer, 1997.

名词索引