Tarea 5

Métodos Numéricos

Nombre: Eliseo Mera

Tarea 5.4: La entropía de Shannon de una distribución discreta que tiene absoluta certeza de obtener un resultado dado es cero. En el continuo es un poco más complicado. Considere la siguiente función de densidad de probabilidad:

$$\rho(x) = \begin{cases} \frac{1}{L} & -L/2 \leq x \leq L/2 \\ 0 & x < -L/2 \quad \textbf{o} \quad x > L/2 \end{cases}$$

1. **Calcule la entropíad de Shannon de esta distribución de probabilidad.**
2. **Tome el límite $L \to 0$ en el cual esta distribución tiende a una delta de Dirac.**
3. **En el límite anterior estamos absolutamente seguros de que la variable tiene el valor 0. ¿Por qué la entropía no nos da igual a cero? De una interpretación de este hecho más allá del simple hecho que la fórmula para el continuo es diferente.**

Para calcular la entropía de Shannon en el continuo nos vamos a la forma diferencial de la entropía de Shannon:

$$H = -\int dx \rho(x) log \rho(x)$$

Que con la distribución de probabilidad quedaría de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} H &= -\int_{-L/2}^{L/2} dx \frac{1}{L} log\left(\frac{1}{L}\right) \\ &= -\frac{1}{L} log\left(\frac{1}{L}\right) \int_{-L/2}^{L/2} dx \\ &= -\frac{1}{L} log\left(\frac{1}{L}\right) L \\ &= -log\left(\frac{1}{L}\right) \\ &= log(L) \end{aligned}$$

La entropía de Shannon de la distribución es $H = log(L)$.
Cuando $L \to 0$, $\frac{1}{L} \to \infty$. Por lo tanto la distribución queda de la siguiente manera:

$$\rho(x) = \begin{cases} \infty, & x = 0 \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Y cuando $L \to 0$, $H \to -\infty$. Esto ocurre porque cuando nos vamos al caso continuo, se trabaja con densidad de probabilidad, y en el caso discreto se trabajan con probabilidades. Si se trabaja con probabilidades, dentro del logaritmo el máximo valor sería 1, y siempre dan valores negativos o 0 (en el caso probabilidad igual a 1), pero al trabajar con densidad de

> probabilidad dentro del logaritmo pueden haber números mayores a 1, por lo que el resultado del logaritmo puede ser negativo, positivo o 0. Entonces como $\frac{1}{L}$ puede ser mayor a 1, $-log\left(\frac{1}{L}\right)$ puede ser negativo.