

القسم الأول — أسئلة المقال

(تراعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال)

السؤال الأول : (15 درجة)

(a) أوجد إن أمكن : $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{-x^5 + x^3 + x + 22}{x - 2}$ (7 درجات)

الحل:

عند التعويض عن x ب 2 في كل من البسط والمقام نحصل على صيغة غير معينة
نقسم البسط على المقام ونوجد الناتج باستخدام القسمة التربيعية

$$\begin{array}{r} 2 \\[-1ex] \underline{-1 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 22} \\[-1ex] -2 \quad -4 \quad -6 \quad -12 \quad -22 \\[-1ex] \hline -1 \quad -2 \quad -3 \quad -6 \quad -11 \quad 0 \end{array}$$

الناتج : $-x^4 - 2x^3 - 3x^2 - 6x - 11$ والباقي صفر

$$\frac{-x^5 + x^3 + x + 22}{x - 2} = -x^4 - 2x^3 - 3x^2 - 6x - 11, \quad x \neq 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{-x^5 + x^3 + x + 22}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} (-x^4 - 2x^3 - 3x^2 - 6x - 11)$$

$$= -2^4 - 2(2)^3 - 3(2)^2 - 6(2) - 11$$

$$= -67$$



تابع السؤال الأول:

(b) (1) أوجد مشتقة الدالة g حيث $g(x) = \frac{x}{\cos x}$ (8 درجات)

الحل :

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$$g'(x) = \frac{(\cos x)(x)' - (x)(\cos x)'}{(\cos x)^2}$$

$1 + 1$

$$g'(x) = \frac{(\cos x)(1) - (x)(-\sin x)}{(\cos x)^2}$$

$$g'(x) = \frac{\cos x + x \sin x}{(\cos x)^2}$$

y' ، أوجد $y = x + x^2y^5$ (2) لتكن :

الحل :

$$\frac{d}{dx}(y) = \frac{d}{dx}(x) + \frac{d}{dx}(x^2y^5)$$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$$y' = 1 + y^5(x^2)' + x^2(y^5)'$$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$$y' = 1 + 2xy^5 + 5x^2y^4y'$$

$\frac{1}{2}$

$$y' - 5x^2y^4y' = 1 + 2xy^5$$

$\frac{1}{2}$

$$y'(1 - 5x^2y^4) = 1 + 2xy^5$$

$\frac{1}{2}$

$$\therefore y' = \frac{1 + 2xy^5}{1 - 5x^2y^4}$$



كتاب القيم العلمي
لجميع المراحل



السؤال الثاني: (15 درجة)

(7 درجات)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+5}{\sqrt{x^2 + 2x + 7}}$$

أوجد (a)

الحل :

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$f(x) = \frac{x+5}{\sqrt{x^2 + 2x + 7}} = \frac{x(1 + \frac{5}{x})}{\sqrt{x^2(1 + \frac{2}{x} + \frac{7}{x^2})}}$$

عندما
 $|x| = x$

$$\frac{1}{2}$$

$$= \frac{x(1 + \frac{5}{x})}{|x| \sqrt{(1 + \frac{2}{x} + \frac{7}{x^2})}}$$



$$\frac{1}{2}$$

$$= \frac{x(1 + \frac{5}{x})}{\sqrt{(1 + \frac{2}{x} + \frac{7}{x^2})}}$$

$$, x \neq 0$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x} + \frac{7}{x^2}\right) = \lim_{x \rightarrow \infty} 1 + \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{x} + \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7}{x^2}$$

$$= 1 + 0 + 0 = 1 , 1 > 0$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{\left(1 + \frac{2}{x} + \frac{7}{x^2}\right)} = \sqrt{\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x} + \frac{7}{x^2}\right)} = \sqrt{1} = 1 , 1 \neq 0$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{5}{x}\right) = \lim_{x \rightarrow \infty} 1 + \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5}{x} = 1 + 0 = 1$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\left(1 + \frac{5}{x}\right)}{\sqrt{\left(1 + \frac{2}{x} + \frac{7}{x^2}\right)}} = \frac{\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{5}{x}\right)}{\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{\left(1 + \frac{2}{x} + \frac{7}{x^2}\right)}}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$= \frac{1}{1} = 1$$

كتاب المعلم
لجنة تقييم الدرجات



تابع السؤال الثاني:

(b) أوجد فترات التغير ونقطة الانعطاف لمنحنى الدالة $f : f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 1$ (8 درجات)

الحل:

ـ دالة كثيرة حدود

ـ قابلة للاشتاقاق على \mathbb{R}

نوجد

1 $f'(x) = 6x^2 + 6x$



1 $f''(x) = 12x + 6$

$\frac{1}{2} f''(x) = 0$

نضع

$\frac{1}{2} 12x + 6 = 0 \Rightarrow 12x = -6 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2} f\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2}$

نكون جدول لدراسة f''

	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	∞
الفترات f	$(-\infty, -\frac{1}{2})$	$(-\frac{1}{2}, \infty)$	
اشارة f''	---	++	
التغير	\wedge	\vee	

نلاحظ من الجدول أن :

ـ منحنى الدالة f مقعرًا للأسفل على الفترة $(-\infty, -\frac{1}{2})$

ـ منحنى الدالة f مقعرًا لأعلى على الفترة $(-\frac{1}{2}, \infty)$

ـ النقطة $\left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ نقطة انعطاف لمنحنى الدالة f



السؤال الثالث :

(a) أوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة f حيث $f(x) = \sqrt{x^2 + 5}$ عند النقطة $(2, 3)$

الحل :

$$\frac{1}{2} \quad f(x) = \sqrt{x^2 + 5} = (x^2 + 5)^{\frac{1}{2}}$$

نوجد f' بتطبيق قاعدة السلسلة

$$\frac{1}{2} + 1 + \frac{1}{2} \quad f'(x) = \frac{1}{2}(x^2 + 5)^{-\frac{1}{2}} \cdot (2x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 5}}$$

$$1 \quad f'(2) = \frac{2}{\sqrt{2^2 + 5}}$$

$$\frac{1}{2} \quad f'(2) = \frac{2}{3}$$



ومنه ميل المماس

معادلة المماس لمنحنى :

$$1 \quad y - f(a) = f'(a)(x - a)$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \quad y - 3 = \frac{2}{3}(x - 2)$$

$$\frac{1}{2} \quad y = \frac{2}{3}x + \frac{5}{3}$$



تابع السؤال الثالث :

(b) بين أن الدالة $f : f(x) = x^2$ تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على الفترة $[0, 2]$ ثم أوجد قيمة c التي تنبئ بها النظرية و فسر إجابتك.

(8 درجات)

الحل :

1 دالة كثيرة حدود متصلة على \mathbb{R} فهي متصلة على الفترة $[0, 2]$ وقابلة للاشتقاق على $(0, 2)$.

$\frac{1}{2}$ \therefore شروط نظرية القيمة المتوسطة محققة على الفترة $[0, 2]$ \therefore يوجد على الأقل $c \in (0, 2)$ بحيث :

$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

$$= \frac{f(2) - f(0)}{2 - 0}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \quad \because f(0) = (0)^2 = 0, \quad f(2) = (2)^2 = 4$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \quad f'(x) = 2x, \quad f'(c) = 2c$$

$$1 \quad \therefore 2c = \frac{f(2) - f(0)}{2 - 0}$$

$$2c = \frac{4 - 0}{2}$$

$$2c = 2$$

$$1 \quad c = 1 \in (0, 2)$$



التفسير :

1 يوجد مماس لمنحنى الدالة f عند $x = 1$ يوازي القاطع المار بال نقطتين $(0, 0), (2, 4)$



كتاب المعلم
لجميع تقييم الدرجات

السؤال الرابع : (15 درجة)

(a) ادرس اتصال الدالة f على مجالها حيث :

$$f(x) = \begin{cases} x + 3 & : x \leq -1 \\ \frac{4}{x+3} & : x > -1 \end{cases}$$

الحل :

مجال الدالة f هو : $D_f = (-\infty, -1] \cup (-1, \infty) = R$

نفرض أن : $g(x) = x + 3$

دالة كثيرة حدود متصلة على R

$$\therefore f(x) = g(x) \quad \forall x \in (-\infty, -1]$$

(1) $\therefore f$ دالة متصلة على $(-\infty, -1]$

$$h(x) = \frac{4}{x+3} \quad \text{نفرض أن :}$$

دالة حدودية نسبية متصلة لكل $x \in R - \{-3\}$

$$\therefore f(x) = h(x) \quad \forall x \in (-1, \infty)$$

(2) $\therefore f$ دالة متصلة على $(-1, \infty)$

ندرس اتصال الدالة f عند $x = -1$ من جهة اليمين .

$$f(-1) = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{4}{x+3} = 2 \quad 0 \neq \text{حيث نهاية المقام}$$

$$\therefore f(-1) = \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$$

(3) $\therefore f$ متصلة عند $x = -1$ من جهة اليمين

من (1), (2), (3)

$\therefore f$ متصلة على الفترة $(-\infty, \infty)$

$\therefore f$ متصلة على R



تابع السؤال الرابع:

$$n = 80 , \bar{x} = 37.2 , S = 1.79$$

اخبر الفرض بأن $\alpha = 0.05$ عند مستوى معنوية $\mu = 37$

(6 درجات)

الحل:

$$n = 80 , \bar{x} = 37.2 , S = 1.79$$

1) صياغة الفروض الإحصائية :

$$H_1: \mu \neq 37 \quad \text{مقابل} \quad H_0: \mu = 37$$



2) نجد المقاييس الإحصائي :
 $n > 30$ ، σ غير معلوم

$$\therefore Z = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}} = \frac{37.2 - 37}{\frac{1.79}{\sqrt{80}}} = 0.999$$

3) تحديد مستوى المعنوية α :
 $\because \alpha = 0.05 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.025$

4) من جدول التوزيع الطبيعي المعياري نجد :
 $Z_{0.025} = 1.96$

5) منطقة القبول :
 $(-Z_{\frac{\alpha}{2}}, Z_{\frac{\alpha}{2}}) = (-1.96, 1.96)$

6) اتخاذ القرار الإحصائي :
 $\because 0.999 \in (-1.96, 1.96)$

7) القرار بقبول فرض عدم $H_0: \mu = 37$



القسم الثاني : البنود الموضوعية

أولاً: في البنود من (1) إلى (3) عبارات ظلل في ورقة الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة (b) إذا كانت العبارة خاطئة

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (-x^3 - 2x + 1) = \infty \quad (1)$$

$$x = 4 \quad \text{قابلة للاشتباك عند} \quad f(x) = \begin{cases} 2x - 1 & : x < 4 \\ x^2 - 9 & : x > 4 \end{cases} \quad (2) \text{ الدالة } f :$$

(3) إذا كانت f دالة متصلة على (a, b) فإن f لها قيمة عظمى مطلقة وقيمة صغرى مطلقة على هذه الفترة.

ثانياً: في البنود من (4) إلى (10) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة.

$$\lim_{x \rightarrow -8} \frac{x+8}{\sqrt[3]{x}+2} \quad (4) \quad \text{يساوي :}$$

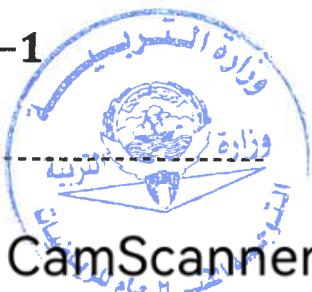
- (a) 4 (b) -4 (c) 12 (d) -12

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x}{\sin x} \quad (5) \quad \text{يساوي :}$$

- (a) -2 (b) 2 (c) 0 (d) ∞

$$(6) \text{ لتكن الدالة } g(x) = x^2 - 3 \quad : \quad g \quad , \quad f(x) = \sqrt{x^2 + 7} \quad : \quad f \quad \text{يساوي :} \quad (f \circ g)(0)$$

- (a) 1 (b) -4 (c) 4 (d) -1



(7) إذا كانت $\frac{dy}{dx}$ تساوي : $y = 1 - x + x^2 - x^3$ فإن

(a) $-1 + 2x - 3x^2$

(b) $2 - 3x$

(c) $-6x + 2$

(d) $1 - x$

(8) إذا كانت f' : $f'(x) = -x^2$ فإن الدالة :



(a) متزايدة على مجال تعريفها

(b) متزايدة على الفترة $(-\infty, 0)$ فقط

(c) متناقصة على مجال تعريفها

(d) متناقصة على الفترة $(0, \infty)$ فقط

(9) إذا كانت $x = \frac{5}{2}$ فإن a تساوى : $f(x) = ax^2 - 25x$ لها قيمة قصوى محلية عند

(a) 2

(b) 3

(c) 4

(d) 5

(10) لنفترض أن متوسط مجتمع احصائي يقع ضمن الفترة $62.84 < \mu < 69.46$ فمتوسط هذه العينة يساوى :

(a) 56.34

(b) 62.96

(c) 6.62

(d) 66.15

انتهت الأسئلة



ورقة إجابة البنود الموضوعية

(1)	(a)	(b)		
(2)	(a)	(b)		
(3)	(a)	(b)		
(4)	(a)	(b)	(c)	(d)
(5)	(a)	(b)	(c)	(d)
(6)	(a)	(b)	(c)	(d)
(7)	(a)	(b)	(c)	(d)
(8)	(a)	(b)	(c)	(d)
(9)	(a)	(b)	(c)	(d)
(10)	(a)	(b)	(c)	(d)

لكل بند درجة واحدة فقط



10



القسم الأول – أسئلة المقال
تراعي الحلول الأخرى لجميع أسئلة المقال

السؤال الأول : (15 درجة)

(8 درجات)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-2}{\sqrt{x^2 + 2x - 4}}$$

الحل:

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{x-2}{\sqrt{x^2 + 2x - 4}} = \frac{x(1 - \frac{2}{x})}{\sqrt{x^2(1 + \frac{2}{x} - \frac{4}{x^2})}} \\ &= \frac{x(1 - \frac{2}{x})}{|x|\sqrt{1 + \frac{2}{x} - \frac{4}{x^2}}} \\ &= \frac{\cancel{x}(1 - \frac{2}{x})}{\cancel{x}\sqrt{1 + \frac{2}{x} - \frac{4}{x^2}}} \quad |x| = x : \text{ يكون } x > 0 \\ &= \frac{1 - \frac{2}{x}}{\sqrt{1 + \frac{2}{x} - \frac{4}{x^2}}} \quad ; x \neq 0 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \frac{1}{2} + \frac{1}{2} &\because \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x} - \frac{4}{x^2}\right) = \lim_{x \rightarrow \infty} 1 + \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{x} - \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4}{x^2} \\ &= 1 + 0 - 0 = 1 , 1 > 0 \end{aligned}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \because \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{1 + \frac{2}{x} - \frac{4}{x^2}} = \sqrt{\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x} - \frac{4}{x^2}\right)} = \sqrt{1} = 1 , 1 \neq 0$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2}{x}\right) = \lim_{x \rightarrow \infty} 1 - \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{x} = 1 - 0 = 1$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} &\therefore \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - \frac{2}{x}}{\sqrt{1 + \frac{2}{x} - \frac{4}{x^2}}} = \frac{\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2}{x}\right)}{\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{1 + \frac{2}{x} - \frac{4}{x^2}}} \\ &= \frac{1}{1} = 1 \end{aligned}$$



تابع السؤال الأول:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 3x}{|x|} & : x \neq 0 \\ -3 & : x = 0 \end{cases}$$

(b) ابحث اتصال الدالة f عند $x = 0$ حيث

(7 درجات)

الحل:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} + \frac{1}{2} & \quad \frac{x^2 - 3x}{|x|} = \begin{cases} \frac{x^2 - 3x}{x} & : x > 0 \\ \frac{x^2 - 3x}{-x} & : x < 0 \end{cases} \\ \frac{1}{2} + \frac{1}{2} & \quad = \begin{cases} \frac{x(x-3)}{x} & : x > 0 \\ \frac{x(x-3)}{-x} & : x < 0 \end{cases} \\ \frac{1}{2} + \frac{1}{2} & \quad \therefore f(x) = \begin{cases} x-3 & : x > 0 \\ -x+3 & : x < 0 \\ -3 & : x = 0 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\frac{1}{2} \quad f(0) = -3$$

$$1 \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (-x+3) = 3$$

$$1 \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (x-3) = -3$$

$$\frac{1}{2} \quad \therefore \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$$

$\frac{1}{2}$ $\therefore \lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ليست موجودة

$\frac{1}{2}$ \therefore الدالة f ليست متصلة عند $x = 0$



كتاب الاسم العلمي
للجنة التقديرية للدرجات



السؤال الثاني : (15 درجة)

• $y' = \frac{dy}{dx}$ لتكن : $y = x + x^2y^5$ ، أوجد (1) (a)

(8 درجات)

الحل :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dx}{dx} + \frac{d(x^2y^5)}{dx}$$

$$y' = 1 + y^5 \frac{d(x^2)}{dx} + x^2 \frac{d(y^5)}{dx}$$

$\frac{1}{2}$ $y' = 1 + 2x y^5 + 5x^2 y^4 y'$

$\frac{1}{2}$ $y' - 5x^2 y^4 y' = 1 + 2x y^5$

$\frac{1}{2}$ $y'(1 - 5x^2 y^4) = 1 + 2x y^5$

$\frac{1}{2}$ $y' = \frac{1 + 2x y^5}{1 - 5x^2 y^4}$



للجنة تقرر الدرجات
لคณะกรรม المقام العلمي

لتكن : (2) $y = u^2 + 4u - 3$ ، $u = 2x^3 + x$

أوجد : $y' = \frac{dy}{dx}$ باستخدام قاعدة التسلسل .

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \times \frac{du}{dx}$$

الحل :

$\frac{1}{1}$ $\frac{dy}{du} = 2u + 4$

$\frac{1}{1}$ $\frac{du}{dx} = 6x^2 + 1$

$\frac{1}{2}$ $\frac{dy}{dx} = (2u + 4) \times (6x^2 + 1)$

$\frac{1}{2}$ $= (2(2x^3 + x) + 4) \times (6x^2 + 1)$

$\frac{1}{2}$ $= (4x^3 + 2x + 4) \times (6x^2 + 1)$

$\frac{1}{2}$ $= 24x^5 + 16x^3 + 24x^2 + 2x + 4$



تابع السؤال الثاني :

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + x & : x \leq -1 \\ x^2 - x - 2 & : x > -1 \end{cases}$$

(7 درجات)

أوجد إن أمكن $f'(-1)$ الحل:

$$f'_-(-1) = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{f(x) - f(-1)}{x + 1}$$

$$1 \quad f'_-(-1) = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x^2 + x - 0}{x + 1}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \quad = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x(x+1)^{\frac{1}{1}}}{x+1}$$

$$\frac{1}{2} \quad = \lim_{x \rightarrow -1^-} (x) = -1$$

$$\therefore f'_-(-1) = -1$$



$$f'_+(-1) = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{f(x) - f(-1)}{x + 1}$$

$$1 \quad = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x^2 - x - 2 - 0}{x + 1}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \quad = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{(x^{\frac{1}{1}} + 1)(x - 2)}{x + 1}$$

$$\frac{1}{2} \quad = \lim_{x \rightarrow -1^+} (x - 2) = -3$$

$$\therefore f'_+(-1) = -3$$

$$1 \quad \because f'_-(-1) \neq f'_+(-1)$$

1 غير موجودة



السؤال الثالث : (15 درجة)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{1 - \cos x} \quad \text{أوجد : (a)}$$

(8 درجات)

الحل :

$$1 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{1 - \cos x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{1 - \cos x} \times \frac{1 + \cos x}{1 + \cos x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin^2 x}{(1 - \cos x)(1 + \cos x)} \cdot (1 + \cos x) \right)$$

$$1 \quad = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin^2 x}{1 - \cos^2 x} \cdot (1 + \cos x) \right)$$

$$1 \quad = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin^2 x}{\sin^2 x} \cdot (1 + \cos x) \right)$$

$$1 \quad = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\overset{1}{\sin^2 x}}{\sin^2 x} \cdot (1 + \cos x) \right)$$

$$1 \quad = \lim_{x \rightarrow 0} (1 + \cos x)$$



$$1 \quad = \lim_{x \rightarrow 0} (1) + \lim_{x \rightarrow 0} \cos x$$

$$1 \quad = 1 + 1$$

$$1 \quad = 2$$



تابع السؤال الثالث :

(b) عداد موجبان مجموعهما 100 ، ومجموع مربعيهما أصغر ما يمكن،
ما العدادان ؟
الحل :

$\frac{1}{2}$ $0 < x < 100$ حيث x بفرض أن أحد العددين x

$\frac{1}{2}$ \therefore العدد الآخر هو $100 - x$.

$\frac{1}{2}$ مجموع مربعيهما هو: $f(x) = x^2 + (100 - x)^2$

1 $f'(x) = 2x + 2(100 - x)(-1)$

$f'(x) = 2x - 200 + 2x$

$\frac{1}{2}$ $f'(x) = 4x - 200$

$f'(x) = 0$ نضع :



$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ $4x - 200 = 0 \Rightarrow x = 50$

$\frac{1}{2}$ \therefore توجد نقطة حرجة $(50, f(50))$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ $f''(x) = 4$ ، $4 > 0$

$\frac{1}{2}$ $x = 50$ قيمة صغرى مطلقة عند $f(50)$ \therefore

$\frac{1}{2}$ \therefore العدد الأول هو: $x = 50$

$\frac{1}{2}$ العدد الثاني هو: $100 - x = 100 - 50 = 50$

\therefore العدادان هما: $50, 50$





كتاب المعلم
بجامعة تقدير الدرجات

(9 درجات)

السؤال الرابع: (15 درجة)

$$(a) \text{ لتكن الدالة } f : f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 4$$

(1) أوجد النقاط الحرجة للدالة.

(2) أوجد الفترات التي تكون الدالة f متزايدة أو متناقصة عليها.

(3) أوجد فترات التغير ونقاط الانعطاف.

(4) ارسم بيان الدالة.

الحل:

(1) f دالة كثيرة حدود مجالها \mathbb{R}

f دالة كثيرة حدود قابلة للاشتغال على مجالها

$$\frac{1}{2} \quad f'(x) = 3x^2 - 12x + 9 = (x - 3)(3x - 3)$$

$f'(x) = 0$ نضع :

$$\frac{1}{2} \quad 3x^2 - 12x + 9 = 0 \Rightarrow 3(x - 3)(x - 1) = 0$$

$$\frac{1}{2} \quad x = 3, \quad x = 1$$

$$f(3) = -4, \quad f(1) = 0$$

$\frac{1}{2} \quad \therefore$ نقطتان حرستان $(1, 0), (3, -4)$

(2) نكون جدول لدراسة إشارة f'

	$-\infty$	1	3	∞
f' إشارة	+++	---	+++	
سلوك الدالة	متزايدة	متناقصة	متزايدة	
f	$-\infty$ ↗	↘	↗ ∞	

$\frac{1}{2}$ الدالة متزايدة على كل من الفترة $(-\infty, 1)$ والفترة $(3, \infty)$

$\frac{1}{2}$ ومتناقصة على الفترة $(1, 3)$



تابع السؤال الرابع (a) :

$$\frac{1}{2} \quad (3) \quad f''(x) = 6x - 12 = 6(x - 2)$$

$f''(x) = 0$: نضع

$$\frac{1}{2} \quad 6(x - 2) = 0 \Rightarrow x = 2$$

$$f(2) = -2$$

لجدول

الفترات	$(-\infty, 2)$	$(2, \infty)$
f'' إشارة	---	++
التغير	↑	↑

نحوئ جدول لدراسة إشارة f''



كتاب العلم

منحنى الدالة مقعر لأسفل على الفترة $(-\infty, 2)$ ومقعر لأعلى على الفترة $(2, \infty)$
و $(2, -2)$ نقطة انعطاف

$$\frac{1}{2} \quad (4) \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 = -\infty$$

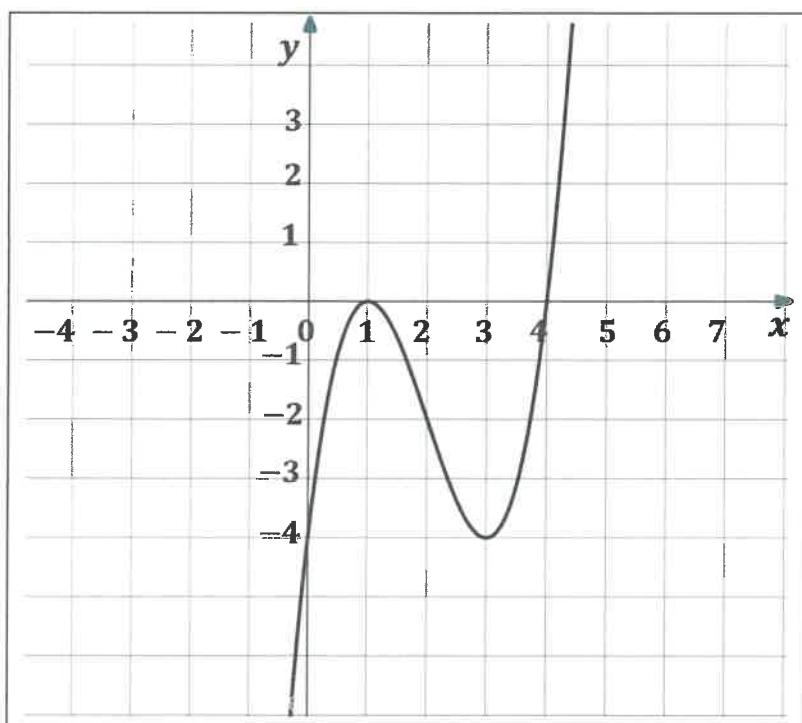
ال نهايات عند الحدود المفتوحة

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} x^3 = \infty$$

نقاط إضافية

x	0	1	2	3	4
$f(x)$	-4	0	-2	-4	0
	نقطة إضافية محلية	نقطة عظمى محلية	نقطة انعطاف	نقطة صغرى محلية	نقطة إضافية محلية

2



تابع السؤال الرابع:

(b) أخذت عينة عشوائية من مجتمع طبيعي حجمها $n = 25$ ، فإذا كان الانحراف المعياري للعينة (S) يساوي 10 ومتوسطها الحسابي (\bar{x}) يساوي 15، استخدم مستوى ثقة 95 % لإيجاد:

(1) هامش الخطأ.

(2) فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي μ

(6 درجات)

الحل:

$$\frac{1}{2} \quad n \leq 30 \quad (1) \quad \therefore \sigma^2 \text{ غير معلوم ،}$$

$$\therefore n = 25$$

$$\frac{1}{2} \quad n - 1 = 25 - 1 = 24$$

$$1 - \alpha = 95\%$$

$$\frac{1}{2} \quad \therefore 1 - \alpha = 0.95 \Rightarrow \alpha = 0.05$$

$$\frac{1}{2} \quad \therefore \frac{\alpha}{2} = 0.025$$

من جدول توزيع t تكون قيمة $2.064 = t_{0.25}$ مناظرة للعدد



كتاب المعلم العلوي
لتحصيل الدرجات

. t . نستخدم توزيع

.. درجات الحرية:

.. مستوى الثقة:

$$\frac{1}{2} \quad E = t_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}} \quad \text{هامش الخطأ:}$$

$$\frac{1}{2} \quad = 2.064 \times \frac{10}{\sqrt{25}} = 4.128$$

.. هامش الخطأ = 4.128

$$\frac{1}{2} \quad (\bar{x} - E, \bar{x} + E) \quad \text{فترة الثقة : (2)}$$

$$1 \quad = (15 - 4.128, 15 + 4.128)$$

$$1 \quad = (10.872, 19.128)$$



القسم الثاني : البنود الموضوعية



- أولاً: في البنود من (1) إلى (3) عبارات ظلل
 إذا كانت العبارة صحيحة (a)
 إذا كانت العبارة خاطئة (b)

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} (2x - |x| + 2) = 3 \quad (1)$$

(2) ميل مماس منحنى الدالة $f : f(x) = x^2$ عند $x = -2$ هو 4

(3) الدالة $f : f(x) = x + \sqrt{x^2} + 2$ ليست قابلة للاشتباك عند $x = 0$ لوجود ركن.

ثانياً : في البنود من (4) إلى (10) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{2x^2 - 5x + 2} \quad (4)$$

(a) 1

(b) 0

(c) $\frac{1}{2}$

(d) $\frac{1}{3}$

(5) إذا كانت الدالة $f(x) = \sqrt{x^2 - a}$: f يمكن أن تساوي :

(a) 4

(b) 9

(c) 16

(d) 25

(6) عدد النقاط الحرجة للدالة : $y = 3x^3 - 9x - 4$ على الفترة $(0, 2)$ هو :

(a) 3

(b) 2

(c) 1

(d) 0

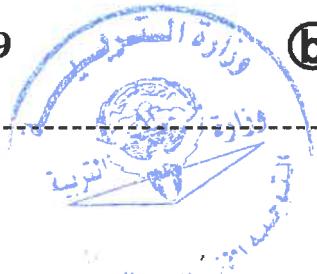
(7) ميل الناظم لمنحنى الدالة : $y = x^3 - 3x + 1$ عند النقطة $(2, 3)$ هي:

(a) 9

(b) 3

(c) $-\frac{1}{3}$

(d) $-\frac{1}{9}$



(8) الدالة $f(x) = \frac{2x-1}{\sqrt{x^2-25}}$ متصلة على :

- (a) $(-\infty, \frac{1}{2}]$
- (b) $(5, \infty)$
- (c) \mathbb{R}
- (d) $(-5, 5)$

(9) إذا كانت y' تساوي : $y = \frac{1}{\sin x}$

- (a) $\cot x \cdot \csc x$
- (b) $\cos x$
- (c) $-\cot x \cdot \csc x$
- (d) $-\cos x$

(10) أي من الدوال التالية ليس لها نقطة انعطاف:

- (a) $f(x) = x^3 + 5x$
- (b) $f(x) = 4x^2 - 2x^4$
- (c) $f(x) = x^3$
- (d) $f(x) = (x - 2)^4$

"انتهت الأسئلة"



كتاب العلم
لجنة تقييم الدرجات



ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الإجابة			
(1)	a	b		
(2)	a	b		
(3)	a	b		
(4)	a	b	c	d
(5)	a	b	c	d
(6)	a	b	c	d
(7)	a	b	c	d
(8)	a	b	c	d
(9)	a	b	c	d
(10)	a	b	c	d

لكل بند درجة واحدة فقط

10



كتاب العلم
بحبة تفريج الدرجات



قوانين الإحصاء

$$Z_{\frac{\alpha}{2}} = Z_{\frac{1-\alpha}{2}} ; \quad -Z_{\frac{\alpha}{2}} = -Z_{\frac{1-\alpha}{2}}$$

(القيمة الحرجة)

$$\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

(الخطأ المعياري للمجتمع)

$$E = Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

(هامش الخطأ - توزيع طبيعي)

$$(\bar{x} - E, \bar{x} + E)$$

فترة الثقة للمتوسط الحسابي

$$t_{\frac{\alpha}{2}} = t_{1-\frac{\alpha}{2}}$$

(التوزيع t)

$$E = t_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}}$$

(هامش الخطأ - توزيع t الانحراف المعياري S غير معروف)

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$$

(المقياس الإحصائي - توزيع طبيعي)

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$$

(المقياس الإحصائي - توزيع طبيعي - الانحراف المعياري S غير معلوم)

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$$

(المقياس الإحصائي - توزيع t - الانحراف المعياري S غير معروف)

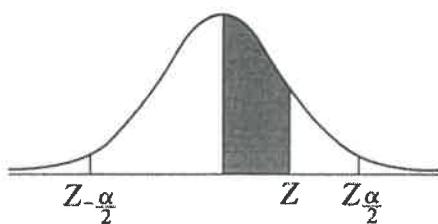


كتاب العلم
جامعة تقدير الدرجات



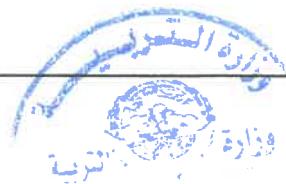


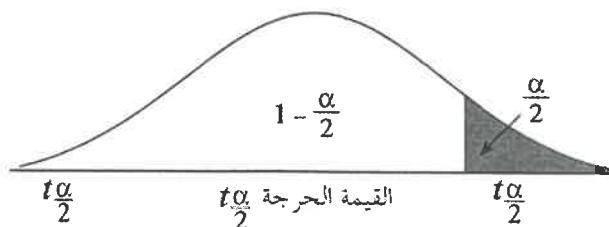
كتاب التعليم
لتحقيق المعرفة



جدول التوزيع الطبيعي المعياري (Z)

Z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
2.9	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986
3.0	0.4987	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989	0.4989	0.4990	0.4990
3.10	0.4999									
أكبر										

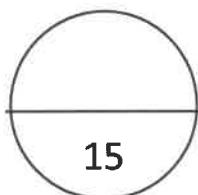




كتاب القدر العلمي
لجنة تقييم الدرجات

جدول التوزيع t

درجات الحرية ($n - 1$)	$\frac{\alpha}{2}$					
	0.005	0.01	0.025	0.05	0.10	0.25
1	63.657	31.821	12.706	6.314	3.078	1.000
2	9.925	6.965	4.303	2.920	1.886	0.816
3	5.841	4.541	3.182	2.353	1.638	0.765
4	4.604	3.747	2.776	2.132	1.533	0.741
5	4.032	3.365	2.571	2.015	1.476	0.727
6	3.707	3.143	2.447	1.943	1.440	0.718
7	3.500	2.998	2.365	1.895	1.415	0.711
8	3.355	2.896	2.306	1.860	1.397	0.706
9	3.250	2.821	2.262	1.833	1.383	0.703
10	3.169	2.764	2.228	1.812	1.372	0.700
11	3.106	2.718	2.201	1.796	1.363	0.697
12	3.054	2.681	2.179	1.782	1.356	0.696
13	3.012	2.650	2.160	1.771	1.350	0.694
14	2.977	2.625	2.145	1.761	1.345	0.692
15	2.947	2.602	2.132	1.753	1.341	0.691
16	2.921	2.584	2.120	1.746	1.337	0.690
17	2.898	2.567	2.110	1.740	1.333	0.689
18	2.878	2.552	2.101	1.734	1.330	0.688
19	2.861	2.540	2.093	1.729	1.328	0.688
20	2.845	2.528	2.086	1.725	1.325	0.687
21	2.831	2.518	2.080	1.721	1.323	0.686
22	2.819	2.508	2.074	1.717	1.321	0.686
23	2.807	2.500	2.069	1.714	1.320	0.685
24	2.797	2.492	2.064	1.711	1.318	0.685
25	2.787	2.485	2.060	1.708	1.316	0.684
26	2.779	2.479	2.056	1.706	1.315	0.684
27	2.771	2.473	2.052	1.703	1.314	0.684
28	2.763	2.467	2.048	1.701	1.313	0.683
29	2.756	2.462	2.045	1.699	1.311	0.683
30 وأكثر	2.575	2.327	1.960	1.645	1.282	0.675



القسم الأول : أسئلة المقال

تراعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال

السؤال الأول :

$$y = x + x^2 y^5 \quad \text{حيث : } \frac{dy}{dx} \quad \text{(a) أوجد :}$$

(7 درجات)

الحل :

$\frac{1}{2}$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dx}{dx} + d \frac{(x^2 y^5)}{dx}$$

2

$$y' = 1 + y^5 \frac{d}{dx}(x^2) + x^2 \frac{d}{dx}(y^5)$$

$1 + 1$

$$y' = 1 + 2xy^5 + 5x^2y^4y'$$

1

$$y' - 5x^2y^4y' = 1 + 2xy^5$$

$\frac{1}{2}$

$$y'(1 - 5x^2y^4) = 1 + 2xy^5$$

1

$$y' = \frac{1 + 2xy^5}{1 - 5x^2y^4}$$



تابع / السؤال الأول :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \cos x} \quad \text{أوجد : (b)}$$

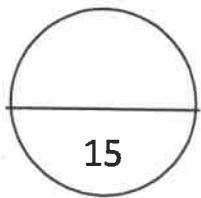
(8 درجات)

الحل :

$$\begin{aligned}
 &= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x^2}{1 - \cos x} \times \frac{1 + \cos x}{1 + \cos x} \right) \\
 &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{(1 - \cos x)(1 + \cos x)} \cdot (1 + \cos x) \\
 &= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x^2}{(1 - \cos^2 x)} \cdot (1 + \cos x) \right) \\
 &= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x^2}{\sin^2 x} \cdot (1 + \cos x) \right) \\
 &= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\left(\frac{x}{\sin x} \right)^2 \cdot (1 + \cos x) \right) \\
 &= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x}{\sin x} \right)^2 \cdot \lim_{x \rightarrow 0} (1 + \cos x) \\
 &= \left(\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x} \right)^2 \cdot \lim_{x \rightarrow 0} (1 + \cos x) \\
 &= (1)^2 \times \left(\lim_{x \rightarrow 0} (1) + \lim_{x \rightarrow 0} \cos x \right) \\
 &= 1 \times 2 = 2
 \end{aligned}$$



السؤال الثاني :



- (a) لتكن الدالة $f(x) = x^3 - 12x - 4$. أوجد كلاً مما يلى :
- النقاط الحرجية للدالة.
 - الفترات التي تكون الدالة f متزايدة أو متناقصة عليها.
 - القيم القصوى المحلية.
- (8 درجات)

الحل :



دالة كثيرة حدود (a)

$\therefore f$ متصلة وقابلة للإشتقاق عند كل $x \in R : x \in R$

نوجد النقاط الحرجية

$$f'(x) = 3x^2 - 12$$

$$f'(x) = 0 \rightarrow 3x^2 - 12 = 0$$

$$3(x-2)(x+2) = 0 \rightarrow x = 2, x = -2$$

النقاط الحرجية هي : $(-2, 12), (2, -20)$

(b) نكون الجدول لدراسة إشارة f'

الفترات	$(-\infty, -2)$	$(-2, 2)$	$(2, \infty)$
إشارة f'	+++	---	+++
سلوك الدالة f	متزايدة ↗	متناقصة ↘	متزايدة ↗

نلاحظ من الجدول : الدالة متزايدة على الفترة $(-\infty, -2)$ والفترة $(2, \infty)$ ومتناقصة على الفترة $(-2, 2)$

(c) القيمة الصغرى المحلية عند $x = 2$ هي $f(2) = -20$



و القيمة العظمى المحلية عند $x = -2$ هي $f(-2) = 12$

تابع : السؤال الثاني :

(b) لتكن $g(x) = \sqrt{x}$, $f(x) = x^2 + 5$:

ابحث اتصال الدالة gof عند $x = -2$

(7 درجات)

الحل :

1 (1) \leftarrow دالة متصلة عند $x = -2$ دالة f

2 $f(-2) = (-2)^2 + 5 = 9$

1 $x \in R^+$ ، دالة متصلة عند كل $g(x) = \sqrt{x}$

1 $x = 9$ دالة متصلة عند g ∵

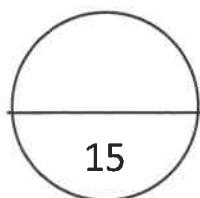
1 (2) أي أن g دالة متصلة عند $x = f(-2)$

من (1),(2) نجد أن :

1 $x = -2$ متصلة عند (gof)



السؤال الثالث :



(a) أوجد فترات التغير ونقطة الانعطاف لمنحنى الدالة f :

$$f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 1$$

(7 درجات)

الحل :

دالة كثيرة حدود f ::

قابلة للاشتغال على R f ::

$$f'(x) = 6x^2 + 6x$$

$$f''(x) = 12x + 6$$

$$f''(x) = 0$$

$$\frac{1}{2} \quad 12x + 6 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} \quad \therefore f\left(-\frac{1}{2}\right) = 2\left(-\frac{1}{2}\right)^3 + 3\left(-\frac{1}{2}\right)^2 - 1 = -\frac{1}{4} + \frac{3}{4} - 1 = -\frac{1}{2}$$



نكون حدول لدراسة اشارة f'' :

	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	∞
$\frac{1}{2}$ الفترات	$\left(-\infty, -\frac{1}{2}\right)$	$\left(-\frac{1}{2}, \infty\right)$	
1 اشارة f''	---	++	
1 بيان الدالة f	↑ مقعر لأسفل	↓ مقعر لأعلى	

$\frac{1}{2}$ بيان الدالة f مقعر لأسفل على الفترة $\left(-\infty, -\frac{1}{2}\right)$

$\frac{1}{2}$ بيان الدالة f مقعر لأعلى على الفترة $\left(-\frac{1}{2}, \infty\right)$

$\frac{1}{2}$ نقطة الانعطاف هي : $\left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$



$$f(x) = \begin{cases} x + 3 & : x \leq -1 \\ \frac{4}{x+3} & : x > -1 \end{cases}$$

تابع: السؤال الثالث

(b) لتكن الدالة f :

ادرس اتصال الدالة f على مجالها

(8 درجات)

$\frac{1}{2}$ مجال الدالة f هو : الحل

$\frac{1}{2}$ نفرض أن : $g(x) = x + 3$

$\frac{1}{2}$ دالة كثيرة حدود متصلة على R

$\frac{1}{2}$ $\therefore f(x) = g(x) \quad \forall x \in (-\infty, -1]$

$\frac{1}{2}$ (1) f دالة متصلة على $(-\infty, -1]$ \therefore

$\frac{1}{2}$ نفرض أن : $h(x) = \frac{4}{x+3}$

$\frac{1}{2}$ h دالة حدودية نسبية متصلة لكل $x \in R - \{-3\}$

$\frac{1}{2}$ $\therefore f(x) = h(x) \quad \forall x \in (-1, \infty)$

$\frac{1}{2}$ (2) f دالة متصلة على $(-1, \infty)$ \therefore

ندرس اتصال الدالة f عند $x = -1$ من جهة اليمين .

$\frac{1}{2}$ $f(-1) = 2$

$\frac{1}{2}$ حيث نهاية المقام $\neq 0$ ،

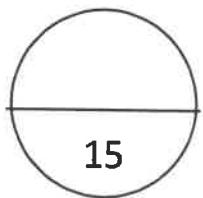
$\frac{1}{2}$ $\therefore f(-1) = \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$

$\frac{1}{2}$ (3) f متصلة عند $x = -1$ من جهة اليمين

من (1), (2), (3)

$\frac{1}{2}$ \therefore الدالة f متصلة على الفترة $(-\infty, \infty)$

$\therefore f$ متصلة على R



السؤال الرابع :

$$y = \frac{8}{4 + x^2}$$

(a) أوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة
عند النقطة (2, 1)

(8 درجات)

الحل :

$$f'(x) = \frac{(4+x^2)(8) - (8)(4+x^2)}{(4+x^2)^2}$$

$$f'(x) = \frac{(4+x^2)(0) - (8)(2x)}{(4+x^2)^2}$$

$$f'(x) = \frac{-16x}{(4+x^2)^2}$$

$$f'(2) = \frac{-16 \times 2}{(4+4)^2} = \frac{-32}{64} = -\frac{1}{2}$$

$$-\frac{1}{2} \quad \therefore \text{ميل المماس يساوي}$$

$$y - f(a) = f'(a)(x - a) \quad \text{معادلة خط المماس}$$

$$y - 1 = -\frac{1}{2}(x - 2)$$

$$y = -\frac{1}{2}x + 2$$



تابع / السؤال الرابع :

(b) عينة عشوائية حجمها 36 ، فإذا كان المتوسط الحسابي للعينة 60 وتبينها 16

باستخدام مستوى ثقة 95%

(1) أوجد هامش الخطأ .

(2) أوجد فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي μ .

(3) فسر فترة الثقة .

(7 درجات)

الحل :

حجم العينة : $n = 36$ ، المتوسط الحسابي : $\bar{x} = 60$

البيان : $S^2 = 16$ ، الانحراف المعياري : $S = 4$

\therefore مستوى الثقة 95% (1)

$$\therefore Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1.96$$

$n > 30$ ، σ^2 غير معلوم

$$E = Z_{\frac{\alpha}{2}} \times \frac{S}{\sqrt{n}}$$

$$= 1.96 \times \frac{4}{\sqrt{36}}$$

$$= 1.3066$$

\therefore هامش الخطأ ≈ 1.3067

فترة الثقة هي : (2)

$$(60 - 1.3067, 60 + 1.3067)$$

$$(58.6933, 61.3067)$$

(3) عند اختيار 100 عينة عشوائية ذات الحجم ذات نفسه ($n = 36$) وحساب حدود فترة الثقة لكل عينة فإننا نتوقع أن 95 فترة تحوي القيمة الحقيقية للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي μ

القسم الثاني (البنود الموضوعية)

أولاً : في البنود من (1) إلى (3) عبارات ظلل في ورقة الإجابة: (a) إذا كانت العبارة صحيحة
(b) إذا كانت العبارة خاطئة

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{x^2 - x}}{x} = -2 \quad (1)$$

(2) الدالة $f(x) = x|x|$ غير قابلة للإشتقاق . $\forall x \in R$

(3) إذا كانت $f''(c) = 0$ فإن لمنحنى الدالة f نقطة انعطاف هي $(c, f(c))$

**ثانياً : في البنود من (4) إلى (10) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط منها صحيح
ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الاختيار الصحيح**

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x}{\sin x} \text{ يساوي : } \quad (4)$$

(a) 0

(b) ∞

(c) -2

(d) 2

$$, x = a \quad g(x) = \begin{cases} x + 1 & : x > a \\ 3 - x & : x \leq a \end{cases} \quad \text{لتكن الدالة } g \quad (5)$$

فإن $a \in \mathbb{Z}$:

(a) 0

(b) 1

(c) 2

(d) -1

$$\lim_{x \rightarrow -2} (x^2 + f(x)) = 7 \quad \text{وكانت } x = -2 \quad (6)$$

فإن $f(-2)$ تساوي :

(a) 3

(b) 5

(c) 9

(d) 11

(7) إذا كانت $f''(x) = (1 + 6x)^{\frac{2}{3}}$ فإن $f(x)$ تساوي :

(a) $\frac{8}{27}(1 + 6x)^{-\frac{4}{3}}$

(b) $8(1 + 6x)^{-\frac{4}{3}}$

(c) $-8(1 + 6x)^{-\frac{4}{3}}$

(d) $-64(1 + 6x)^{-\frac{4}{3}}$

(8) إذا كانت $y = \frac{1}{x} + 5\sin x$ فإن y' تساوي :

(a) $\frac{1}{x^2} + 5\cos x$

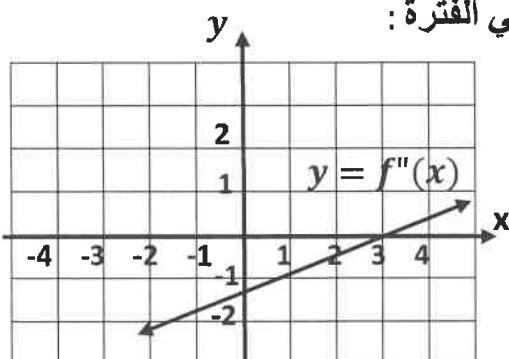
(b) $-\frac{1}{x^2} - 5\cos x$

(c) $\frac{1}{x^2} - 5\cos x$

(d) $-\frac{1}{x^2} + 5\cos x$

(9) إذا كانت f دالة كثيرة حدود من الدرجة الثالثة والشكل المقابل

يوضح بيان f'' فإن منحنى الدالة f مقعرًا للأسفل في الفترة :



(a) $(-1, 4]$

(b) $(3, \infty)$

(c) $(-\infty, 3)$

(d) $(3, 5)$

(10) مستطيل مساحته 36 cm^2 فإن أبعاده التي تعطي أصغر محيط هي :

(a) $6 \text{ cm}, 6 \text{ cm}$

(b) $12 \text{ cm}, 3 \text{ cm}$

(c) $9 \text{ cm}, 4 \text{ cm}$

(d) $18 \text{ cm}, 2 \text{ cm}$



انتهت الأسئلة

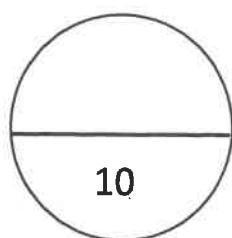


جدول إجابة البنود الموضوعية



(1)	(a)	(b)	(c)	(d)
(2)	(a)	(b)	(c)	(d)
(3)	(a)	(b)	(c)	(d)
(4)	(a)	(b)	(c)	(d)
(5)	(a)	(b)	(c)	(d)
(6)	(a)	(b)	(c)	(d)
(7)	(a)	(b)	(c)	(d)
(8)	(a)	(b)	(c)	(d)
(9)	(a)	(b)	(c)	(d)
(10)	(a)	(b)	(c)	(d)

لكل بند درجة واحدة



الدرجة:

القسم الأول – أسئلة المقال

تراعي الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال

السؤال الأول : (15 درجة)

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x-3} - 1}{x-2} \quad (a) \text{ أوجد}$$

(8 درجات)

الحل :

عند التعويض المباشر عن $x = 2$ في كل من البسط والمقام نحصل على صيغة غير معينة

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{2x-3} - 1}{x-2} &= \frac{\sqrt{2x-3} - 1}{x-2} \times \frac{\sqrt{2x-3} + 1}{\sqrt{2x-3} + 1} \\ &= \frac{2x-3-1}{(x-2)(\sqrt{2x-3} + 1)} \\ &= \frac{2(x-2)}{(x-2)(\sqrt{2x-3} + 1)} \\ &= \frac{2}{\sqrt{2x-3} + 1}, \quad x \neq 2 \end{aligned}$$



$$\lim_{x \rightarrow 2} (2x-3) = 1, \quad 1 > 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} (\sqrt{2x-3} + 1) = \lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{2x-3} + \lim_{x \rightarrow 2} 1$$

$$= \sqrt{\lim_{x \rightarrow 2} (2x-3)} + 1 = 1 + 1 = 2, \quad 2 \neq 0$$



$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x-3} - 1}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2}{\sqrt{2x-3} + 1}$$

$$= \frac{\lim_{x \rightarrow 2} 2}{\lim_{x \rightarrow 2} (\sqrt{2x-3} + 1)} = \frac{2}{2} = 1$$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

تابع السؤال الأول:

(b) أوجد معادلة المماس عند النقطة $f\left(1, \frac{2}{3}\right)$ لمنحنى الدالة f

(7 درجات)

$$f(x) = \frac{x^3 + 1}{x^2 + 2} \quad \text{حيث}$$

الحل :

نوجد f' عند $x = 1$

$$f'(x) = \frac{(x^2 + 2)(x^3 + 1)' - (x^3 + 1)(x^2 + 2)'}{(x^2 + 2)^2}$$

$$3 \quad f'(x) = \frac{(x^2 + 2)(3x^2) - (x^3 + 1)(2x)}{(x^2 + 2)^2}$$

$$1 + 1 \quad f'(1) = \frac{(1^2 + 2)(3(1)^2) - (1^3 + 1)(2(1))}{(1^2 + 2)^2} = \frac{5}{9} \quad \text{ومنه الميل :}$$

معادلة المماس :

$$y - f(a) = f'(a)(x - a)$$

1

$$y - f(1) = f'(1)(x - 1)$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$y - \frac{2}{3} = \frac{5}{9}(x - 1)$$

$$y = \frac{5}{9}x - \frac{5}{9} + \frac{2}{3}$$

$$y = \frac{5}{9}x + \frac{1}{9}$$



اللواحة الفنية للمواد الدراسية



السؤال الثاني : (15 درجة)

(a) ادرس اتصال الدالة f على مجالها حيث :

$$f(x) = \begin{cases} x + 3 & : x \leq -1 \\ \frac{4}{x+3} & : x > -1 \end{cases}$$

(8 درجات)

الحل :

$D_f = (-\infty, -1] \cup (-1, \infty) = \mathbb{R}$ مجال الدالة f

ندرس اتصال الدالة f على مجالها :
نفرض : $g(x) = x + 3$

دالة كثيرة حدود متصلة على \mathbb{R} g

$$\therefore f(x) = g(x) \quad \forall x \in (-\infty, -1]$$

(1) f متصلة على $(-\infty, -1]$

$$h(x) = \frac{4}{x+3} \quad \text{نفرض}$$

$x \in \mathbb{R} - \{-3\}$ دالة حدودية نسبية متصلة لكل h

$$\therefore f(x) = h(x) \quad \forall x \in (-1, \infty)$$

(2) f متصلة على $(-1, \infty)$

ندرس اتصال الدالة f عند $x = -1$ من جهة اليمين

$f(-1) = 2$

$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{4}{x+3} = 2$ حيث نهاية المقام $\neq 0$

$$\therefore f(-1) = \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$$

الدالة f متصلة عند $x = -1$ من جهة اليمين

من (1), (2), (3)

الدالة f متصلة على الفترة $(-\infty, \infty)$

الدالة f متصلة على \mathbb{R}

تابع السؤال الثاني :

$$f(x) = \frac{2x + 1}{x} \quad (x \neq 0), \quad g(x) = x^2 + 1$$

أوجد (1) باستخدام قاعدة السلسلة $(f \circ g)'(x)$ (2 درجات)
 $(f \circ g)'(1)$

الحل:

$\frac{1}{2}$

$$(f \circ g)'(x) = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

$1 + 1$

$$f'(x) = \frac{2x - (2x + 1)}{x^2} = \frac{-1}{x^2}, \quad g'(x) = 2x$$

1

$$f'(g(x)) = f'(x^2 + 1) = \frac{-1}{(x^2 + 1)^2}$$

1

$$\therefore (f \circ g)'(x) = \frac{-1}{(x^2 + 1)^2} \cdot 2x$$

1

$$= \frac{-2x}{(x^2 + 1)^2}$$

$1 + \frac{1}{2}$

$$(f \circ g)'(1) = \frac{-2(1)}{((1)^2 + 1)^2} = \frac{-2}{4} = \frac{-1}{2}$$



السؤال الثالث: (15 درجة)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \cos x} \quad (a) \text{ أوجد}$$

(7 درجات)

الحل:

$$\begin{aligned}
 & \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \cos x} = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x^2}{1 - \cos x} \cdot \frac{1 + \cos x}{1 + \cos x} \right) \\
 & = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x^2(1 + \cos x)}{1 - \cos^2 x} \right) \\
 & = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x^2(1 + \cos x)}{\sin^2 x} \right) \\
 & = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\left(\frac{x^2}{\sin^2 x} \right) \cdot (1 + \cos x) \right) \\
 & = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\left(\frac{x}{\sin x} \right)^2 \cdot (1 + \cos x) \right) \\
 & = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x}{\sin x} \right)^2 \cdot \lim_{x \rightarrow 0} (1 + \cos x) \\
 & = \left(\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x} \right)^2 \cdot \left(\lim_{x \rightarrow 0} (1) + \lim_{x \rightarrow 0} \cos x \right) \\
 & = (1)^2 \times (1 + 1) \\
 & = 1 \times 2 = 2
 \end{aligned}$$



تابع السؤال الثالث :

(b) للمنحنى الذي معادلته $x^2 - y^2 + yx - 1 = 0$

أوجد y' ثم أوجد ميل المماس لهذا المنحنى عند النقطة $(1, 1)$

(8 درجات)

الحل :

3

$$2x - 2y y' + y + xy' - 0 = 0$$

1

$$-2y y' + xy' = -2x - y$$

1

$$y'(-2y + x) = -2x - y$$

1

$$y' = \frac{-2x - y}{x - 2y}$$

1 + 1

$$y' = \frac{-2(1) - (1)}{(1) - 2(1)} = \frac{-3}{-1} = 3$$

بالتعميض بـ $(1, 1)$

.. ميل المماس = 3



السؤال الرابع : (15 درجة)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 9}{x - 3} & : x > 3 \\ 7 & : x \leq 3 \end{cases}$$

(6 درجات)

ابحث اتصال الدالة f عند $x = 3$

الحل:

$\frac{1}{2}$

$$f(3) = 7$$

1

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} 7 = 7$$

$\frac{1}{2}$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x^2 - 9}{x - 3}$$

$\frac{1}{2}$

$$= \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{(x - 3)(x + 3)}{x - 3}$$

$\frac{1}{2}$

$$= \lim_{x \rightarrow 3^+} (x + 3) = 3 + 3 = 6$$

1

$$\because \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$$

1

ليست موجودة $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$

1

الدالة f ليست متصلة عند $x = 3$



تابع السؤال الرابع:

(b) لتكن الدالة f : $f(x) = x^3 - 12x - 5$

أوجد كلا مما يلي :

(1) النقاط الحرجة للدالة

(2) الفترات التي تكون الدالة f متزايدة أو متناقصة عليها

(3) القيم القصوى المحلية

الحل:

(1) f دالة كثيرة حدود

$\therefore f$ متصلة و قابلة للاشتغال عند كل $x \in \mathbb{R}$:

$f'(x) = 3x^2 - 12$ نوجد النقاط الحرجة :

$$f'(x) = 0$$

$$3x^2 - 12 = 0 \Rightarrow 3(x - 2)(x + 2) = 0$$

$$x = 2, x = -2$$

\therefore النقاط الحرجة هي :

$$(-2, f(-2)) = (-2, 11)$$

$$(2, f(2)) = (2, -21)$$

(2) نكون الجدول لدراسة إشارة f'

	$-\infty$	-2	2	∞
فترات	$(-\infty, -2)$	$(-2, 2)$	$(2, \infty)$	
إشارة f'	+++	---	+++	
سلوك الدالة f	متزايدة ↗	متناقصة ↘	متزايدة ↗	

الدالة متزايدة على الفترة $(-2, \infty)$ ، الفترة $(2, \infty)$

و متناقصة على الفترة $(-2, 2)$

(3) توجد قيمة عظمى محلية عند $x = -2$ وهي $f(-2) = 11$

توجد قيمة صغرى محلية عند $x = 2$ وهي $f(2) = -21$



القسم الثاني: البنود الموضوعية

أولاً: في البنود من (1) إلى (3) عبارات ظلل في ورقة الإجابة **(a)** إذا كانت العبارة صحيحة
(b) إذا كانت العبارة خاطئة

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x - 7}{\sqrt{4x^2 - 8x + 5}} = \frac{3}{2} \quad (1)$$

$$x = 3 \quad \text{متصلة عند} \quad f(x) = \frac{\sqrt[3]{3x - 1}}{x^2} : \text{الدالة } f \quad (2)$$



(3) أصغر محيط ممكن لمستطيل مساحته 16 cm^2 هو 16 cm

ثانياً : في البنود من (4) إلى (10) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{x + 3} \quad \text{يساوي :} \quad (4)$$

(a) ∞

(b) $-\infty$

(c) 1

(d) 0

(5) لتكن الدالة f : $f(x) = \sqrt{x^2 + 7}$ فإن $(f \circ g)(0)$ يساوي

(a) -1

(b) -4

(c) 1

(d) 4

$$f(x) = \frac{2x - 1}{\sqrt{x^2 - 25}} : \text{الدالة } f \quad (6)$$

(a) $(-\infty, \frac{1}{2})$

(b) $(5, \infty)$

(c) R

(d) $(-5, 5)$



(7) إذا كانت الدالة $y = \frac{1}{x} + 5 \sin x$ فإن $\frac{dy}{dx}$ تساوي :

- | | |
|-------------------------------|------------------------------|
| Ⓐ $-\frac{1}{x^2} - 5 \cos x$ | Ⓑ $\frac{1}{x^2} + 5 \cos x$ |
| Ⓒ $-\frac{1}{x^2} + 5 \cos x$ | Ⓓ $\frac{1}{x^2} - 5 \cos x$ |

(8) إذا كانت f' ، فإن الدالة $f'(x) = -x^2$:

- | | |
|---|--|
| Ⓐ متزايدة على مجال تعريفها | Ⓑ متناقصة على مجال تعريفها |
| Ⓒ متزايدة على الفترة $(0, -\infty)$ فقط | Ⓓ متناقصة على الفترة $(0, \infty)$ فقط |

(9) عدد النقاط الحرجة للدالة $y = 3x^3 - 9x - 4$ على الفترة $(0, 2)$ هو

- | | | | |
|-----|-----|-----|-----|
| Ⓐ 3 | Ⓑ 0 | Ⓒ 1 | Ⓓ 2 |
|-----|-----|-----|-----|

(10) إذا كانت f دالة كثيرة حدود ، $(c, f(c))$ نقطة انعطاف لها فإن:

- | | |
|----------------|---------------|
| Ⓐ $f''(c) = 0$ | Ⓑ $f'(c) = 0$ |
| Ⓒ $f(c) = 0$ | Ⓓ غير موجودة |



انتهت الأسئلة



إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الاجابة			
(1)	<input type="radio"/> a	<input checked="" type="radio"/> b		
(2)	<input checked="" type="radio"/> a	<input type="radio"/> b		
(3)	<input checked="" type="radio"/> a	<input type="radio"/> b		
(4)	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input checked="" type="radio"/> c	<input type="radio"/> d
(5)	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input checked="" type="radio"/> c	<input checked="" type="radio"/> d
(6)	<input type="radio"/> a	<input checked="" type="radio"/> b	<input checked="" type="radio"/> c	<input type="radio"/> d
(7)	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input checked="" type="radio"/> c	<input type="radio"/> d
(8)	<input type="radio"/> a	<input checked="" type="radio"/> b	<input checked="" type="radio"/> c	<input type="radio"/> d
(9)	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input checked="" type="radio"/> c	<input type="radio"/> d
(10)	<input checked="" type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> d

لكل بند درجة واحدة فقط

10



القسم الأول – أسئلة المقالتراعي الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقالالسؤال الأول : (14 درجة)

(7 درجات)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \cos x} \quad \text{أوجد (a)}$$

الحل :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \cos x} = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x^2}{1 - \cos x} \cdot \frac{1 + \cos x}{1 + \cos x} \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x^2(1 + \cos x)}{1 - \cos^2 x} \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x^2(1 + \cos x)}{\sin^2 x} \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\left(\frac{x^2}{\sin^2 x} \right) \cdot (1 + \cos x) \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\left(\frac{x}{\sin x} \right)^2 \cdot (1 + \cos x) \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x}{\sin x} \right)^2 \cdot \lim_{x \rightarrow 0} (1 + \cos x)$$

$$= \left(\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x} \right)^2 \cdot \left(\lim_{x \rightarrow 0} (1) + \lim_{x \rightarrow 0} \cos x \right)$$

$$= (1)^2 \times (1 + 1)$$

$$= 1 \times 2 = 2$$



تابع السؤال الأول :

(7 درجات)

(b) ابحث اتصال الدالة f عند $x = 0$ حيث :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 3x}{|x|} & : x \neq 0 \\ -3 & : x = 0 \end{cases}$$

الحل :

1

$$\frac{x^2 - 3x}{|x|} = \begin{cases} \frac{x(x-3)}{x} & : x > 0 \\ \frac{x(x-3)}{-x} & : x < 0 \end{cases}$$

1

$$\therefore f(x) = \begin{cases} x-3 & : x > 0 \\ -x+3 & : x < 0 \\ -3 & : x = 0 \end{cases}$$

$f(0) = -3$

1

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (x-3) = -3$$

1

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (-x+3) = 3$$

1

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$$

1

ليست موجودة $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

1

الدالة f ليست متصلة عند $x = 0$:



السؤال الثاني : (14 درجة)

(7 درجات)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-2}{\sqrt{x^2 + 2x - 4}} \quad \text{(a) أوجد}$$

$$f(x) = \frac{x-2}{\sqrt{x^2 + 2x - 4}} \quad \text{بفرض أن}$$

الحل:

1

$$f(x) = \frac{x-2}{\sqrt{x^2 + 2x - 4}} = \frac{x\left(1 - \frac{2}{x}\right)}{\sqrt{x^2\left(1 + \frac{2}{x} - \frac{4}{x^2}\right)}}$$

$\frac{1}{2}$

$$= \frac{x\left(1 - \frac{2}{x}\right)}{|x|\sqrt{1 + \frac{2}{x} - \frac{4}{x^2}}}$$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$$= \frac{x\left(1 - \frac{2}{x}\right)}{x\sqrt{1 + \frac{2}{x} - \frac{4}{x^2}}} \quad |x| = x \text{ يكون } x > 0 \quad \text{عندما}$$

$\frac{1}{2}$

$$= \frac{1 - \frac{2}{x}}{\sqrt{1 + \frac{2}{x} - \frac{4}{x^2}}} \quad x \neq 0 \text{ بشرط}$$

$\frac{1}{2}$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x} - \frac{4}{x^2}\right) = \lim_{x \rightarrow \infty} 1 + \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{x} - \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4}{x^2}$$

$$= 1 + 0 - 0 = 1 \quad , \quad 1 > 0$$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

1

$$\therefore \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{1 + \frac{2}{x} - \frac{4}{x^2}} = \sqrt{\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x} - \frac{4}{x^2}\right)} = \sqrt{1} = 1 \quad , \quad 1 \neq 0$$

$\frac{1}{2}$

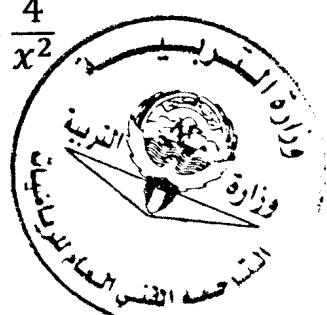
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2}{x}\right) = \lim_{x \rightarrow \infty} 1 - \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{x} = 1 - 0 = 1$$

$\frac{1}{2}$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - \frac{2}{x}}{\sqrt{1 + \frac{2}{x} - \frac{4}{x^2}}} = \frac{\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2}{x}\right)}{\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{1 + \frac{2}{x} - \frac{4}{x^2}}}$$

$\frac{1}{2}$

$$= \frac{1}{1} = 1$$



تابع السؤال الثاني :

(b) أوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة $y = \frac{8}{4+x^2}$ عند $x = 2$ (7 درجات)

الحل :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx} \left(\frac{8}{4+x^2} \right)$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-8(2x)}{(4+x^2)^2} = \frac{-16x}{(4+x^2)^2}$$

$$\left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=2} = \left[\frac{-16x}{(4+x^2)^2} \right]_{x=2} = \frac{-16(2)}{(4+(2)^2)^2} = \frac{-1}{2}$$

ميل المماس لمنحنى الدالة يساوي $\frac{-1}{2}$

$$\because x = 2 , \quad \therefore y = \frac{8}{4+(2)^2} = 1$$

معادلة المماس لمنحنى الدالة : $y - y_1 = \left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=2} \cdot (x - x_1)$

$$y - 1 = \left(\frac{-1}{2} \right) (x - 2)$$

$$y - 1 = \frac{-1}{2} x + 1$$

$$y = \frac{-1}{2} x + 2$$



السؤال الثالث : (14 درجة)

(7 درجات)

(a) لتكن الدالة f : $f(x) = x^3 - 12x - 5$

أوجد كلا مما يلي :

- (1) النقاط الحرجة للدالة
- (2) الفترات التي تكون الدالة f متزايدة أو متناقصة عليها
- (3) القيم القصوى المحلية

الحل :

(1) $\because f$ دالة كثيرة الحدود

$\therefore f$ متصلة و قابلة للاشتقاق عند كل $x \in \mathbb{R}$

$f'(x) = 3x^2 - 12$ نوجد النقاط الحرجة :

$$f'(x) = 0$$

$$3x^2 - 12 = 0 \Rightarrow 3(x-2)(x+2) = 0$$

$$x = 2, x = -2$$

\therefore النقاط الحرجة هي :

$$(-2, f(-2)) = (-2, 11)$$

$$(2, f(2)) = (2, -21)$$

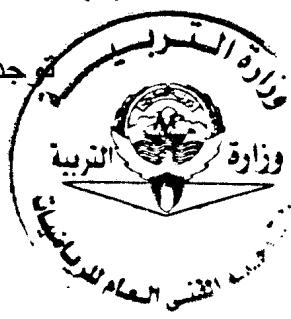
(2) نكون الجدول لدراسة إشارة f'

الفترات	$(-\infty, -2)$	$(-2, 2)$	$(2, \infty)$
إشارة f'	+++	---	+++
سلوك الدالة f	متزايدة ↗	متناقصة ↘	متزايدة ↗

الدالة متزايدة على الفترة $(-\infty, -2)$ و $(2, \infty)$ و متناقصة على الفترة $(-2, 2)$

(3) توجد قيمة عظمى محلية عند $x = -2$ و هي 11

توجد قيمة صغرى محلية عند $x = 2$ و هي -21



تابع السؤال الثالث :

(b) بين أن الدالة $f(x) = x + \frac{1}{x}$ تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على الفترة $\left[\frac{1}{2}, 2 \right]$ ثم أوجد قيمة c التي تنبئ به النظرية ، فسر اجابتك

الحل : (7 درجات)

لتكن الدالة $g(x) = x$:

الدالة g دالة كثيرة حدود متصلة على \mathbb{R}

الدالة $h(x) = \frac{1}{x}$:

الدالة h حودية نسبية متصلة على $\mathbb{R} - \{0\}$

\therefore دالة الجمع f حيث $f(x) = g(x) + h(x)$ هي دالة متصلة على $\mathbb{R} - \{0\}$

\therefore الدالة f متصلة على $\left(\frac{1}{2}, 2 \right]$ و قابلة للاشتقاق على $\left(\frac{1}{2}, 2 \right]$

\therefore شروط نظرية القيمة المتوسطة محققة على الفترة $\left[\frac{1}{2}, 2 \right]$

\therefore يوجد على الأقل $c \in \left(\frac{1}{2}, 2 \right)$ بحيث

$$= \frac{f(2) - f\left(\frac{1}{2}\right)}{2 - \frac{1}{2}}$$



$$f(2) = \frac{5}{2}, f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{5}{2}$$

$$f'(x) = 1 - \frac{1}{x^2} \rightarrow f'(c) = 1 - \frac{1}{c^2}$$

$$1 - \frac{1}{c^2} = \frac{\frac{5}{2} - \frac{5}{2}}{2 - \frac{1}{2}} \rightarrow 1 - \frac{1}{c^2} = 0 \quad \therefore c^2 = 1 \Rightarrow c = \pm 1$$

$$c = 1 \in \left(\frac{1}{2}, 2 \right), \quad c = -1 \notin \left(\frac{1}{2}, 2 \right)$$

التفسير: يوجد مماس لمنحنى الدالة f عند $x = 1$ يوازي القاطع المار بال نقطتين $\left(2, \frac{5}{2}\right)$ ، $\left(\frac{1}{2}, \frac{5}{2}\right)$

السؤال الرابع : (14 درجة)

(a) لتكن الدالة f دالة متصلة على مجالها

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & : x \leq 2 \\ 4x - 3 & : x > 2 \end{cases}$$

(8 درجات)

أوجد $f'(x)$ إن أمكن

الحل :

$\frac{1}{2}$ $D_f = (-\infty, 2] \cup (2, \infty) = \mathbb{R}$

مجال الدالة :

$\frac{1}{2}$ $f'(x) = \begin{cases} 2x & : x < 2 \\ \text{بحث} & : x = 2 \\ 4 & : x > 2 \end{cases}$

$\frac{1}{2}$ $f(2) = 2^2 + 1 = 5$

$\frac{1}{2}$ $f'_-(2) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$ (إن وجدت)

$\frac{1}{2}$ $= \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2 + 1 - 5}{x - 2}$

$\frac{1}{2}$ $= \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$

1 $= \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{(x - 2)(x + 2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} (x + 2) = 4$

$\frac{1}{2}$ $f'_(2) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$ (إن وجدت)

$\frac{1}{2}$ $= \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{4x - 3 - 5}{x - 2}$

$\frac{1}{2}$ $= \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{4x - 8}{x - 2}$

1 $= \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{4(x - 2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} 4 = 4$

$\frac{1}{2}$ $f'_-(2) = f'_(2) = 4$

$\frac{1}{2}$ $\therefore f'(2) = 4$

$\frac{1}{2}$ $\therefore f'(x) = \begin{cases} 2x & : x \leq 2 \\ 4 & : x > 2 \end{cases}$



تابع السؤال الرابع:

(b) إذا كانت : (6 درجات) $n = 20, \bar{x} = 40, S = 7$

اختر الفرض بأن $\mu = 35$ عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$

الحل:

$$n = 20, \bar{x} = 40, S = 7$$

(1) صياغة الفروض :

$$H_1: \mu \neq 35 \quad \text{مقابل} \quad H_0: \mu = 35$$

$\therefore \sigma$ غير معلومة ، $n < 30$ (2)

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}} \quad \text{نستخدم المقياس الاحصائي } t : t$$

$$t = \frac{40 - 35}{\frac{7}{\sqrt{20}}} \approx 3.194$$

$$n - 1 = 20 - 1 = 19 \quad \text{درجات الحرية} \quad \therefore n = 20 \quad (3)$$

$$\therefore \alpha = 0.05 \rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.025 \quad \text{مستوى المعنوية } \alpha :$$

$$\therefore t_{\frac{\alpha}{2}} = 2.093 \quad \text{من جدول توزيع } t :$$

$$(4) \text{ منطقة القبول هي : } (-2.093, 2.093)$$

$$(5) \text{ اتخاذ القرار الإحصائي : } (3.194 \notin (-2.093, 2.093)) \therefore$$

\therefore القرار رفض فرض العدم $\mu = 35$ و نقبل الفرض البديل $\mu \neq 35$



القسم الثاني: البنود الموضوعية

أولاً: في البنود من (1) إلى (4) عبارات ظلل في ورقة الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة
(b) إذا كانت العبارة خاطئة



$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{|2x-3|} = \frac{1}{2} \quad (1)$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{10}{x^2} \csc^2\left(\frac{2}{x}\right) \quad \text{إذا كانت } y = 5 \cot\left(\frac{2}{x}\right) \quad (2)$$

(3) أكبر مساحة لمستطيل قاعدته على محور السينات و رأساه العلويان على القطع المكافئ
الذي معادلته $y = 12 - x^2$ ، هي 24 units^2

(4) إن القيمة الحرجة $Z_{\frac{\alpha}{2}}$ لدرجة الثقة 96% هي 2.055

ثانياً : في البنود من (5) إلى (14) كل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^3 + 9x^2 + 9x}{x+3} \quad \text{يساوي} \quad (5)$$

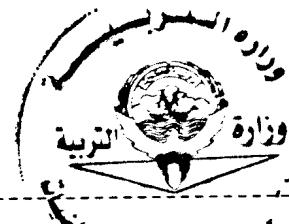
- (a) -9 (b) -3 (c) 0 (d) 9

(6) لتكن الدالة $f \circ g$: $f(x) = \sqrt{x^2 + 7}$: $f(g(0))$ يساوي

- (a) 1 (b) -1 (c) 4 (d) -4

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^2 + bx + 3}{2x + 5} = 3 \quad \text{إذا كان} \quad \text{فإن قيم } a, b \text{ هي} \quad (7)$$

- | | |
|--------------------|---------------------|
| (a) $a = 0, b = 6$ | (b) $a = 0, b = -6$ |
| (c) $a = 6, b = 0$ | (d) $a = -6, b = 0$ |



$$f(x) = \frac{2x-1}{\sqrt{x^2-25}} \quad \text{متصلة على} \quad (8)$$

- | | | | |
|---|-------------------|---------|---------------|
| (a) $\left(-\infty, \frac{1}{2}\right)$ | (b) $(5, \infty)$ | (c) R | (d) $(-5, 5)$ |
|---|-------------------|---------|---------------|

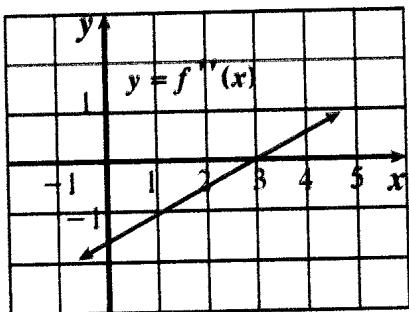
(9) أي من الدوال التالية ليس لها نقطة انعطاف

(a) $f(x) = x^3 + 5x$

(b) $f(x) = 4x^2 - 2x^4$

(c) $f(x) = x^3$

(d) $f(x) = (x - 2)^4$



(10) إذا كانت f دالة كثيرة حدود من الدرجة الثالثة والشكل المقابل يوضح بيان f' فإن منحنى f مقعر للأسفل في الفترة

(a) $(-\infty, 3)$

(b) $(3, \infty)$

(c) $(-1, 4)$

(d) $(3, 5)$

(11) الدالة $k(x) = -|x^2 - 4|$ لها

نقطتان حرجتان فقط

قيمة صغرى مطلقة

قيمة عظمى مطلقة

ليس أيا مما سبق

(12) إن الدالة $f : f(x) = x + \sqrt{x^2 + 2}$ ليست قابلة للاشتتقاق عند $x = 0$ و السبب هو

(a) ناب

(b) ركن

(c) مماس عمودي

(d) غير متصلة

(13) ميل الخط العمودي على المماس (الناظم) عند النقطة $A(3,2)$ على منحنى $x^2 - y^2 - 2xy = -7$ هو

(a) -5

(b) $\frac{-1}{5}$

(c) $\frac{1}{5}$

(d) 5

(14) لتكن الدالة f : $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x & : x \geq 1 \\ 4x - 1 & : x < 1 \end{cases}$ فإن مجال f هو

(a) $\{1\}$

(b) $[1, \infty)$

(c) \mathbb{R}

(d) $\mathbb{R} - \{1\}$

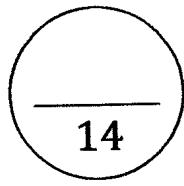


انتهت الأسئلة



ورقة إجابة البنود الموضوعية

(1)	(a)		(c)	(d)
(2)		(b)	(c)	(d)
(3)	(a)		(c)	(d)
(4)		(b)	(c)	(d)
(5)	(a)	(b)	(c)	
(6)	(a)	(b)		(d)
(7)		(b)	(c)	(d)
(8)	(a)		(c)	(d)
(9)	(a)	(b)	(c)	
(10)		(b)	(c)	(d)
(11)	(a)	(b)		(d)
(12)	(a)		(c)	(d)
(13)		(b)	(c)	(d)
(14)	(a)	(b)		(d)



القسم الأول : أسئلة المقال

أجب عن الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها:

14

(6 درجات)

السؤال الأول :

(a) أوجد

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x+1)^2 - 9}{x^2 - 2x}$$

الحل :

عند التعويض المباشر عن $x = 2$ في كل من البسط والمقام نحصل على صيغة غير معينة

$$1 + \frac{1}{2}$$

$$\frac{(x+1)^2 - 9}{x^2 - 2x} = \frac{(x+1-3)(x+1+3)}{x(x-2)}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$= \frac{(x-2)(x+4)}{x(x-2)}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$= \frac{x+4}{x}, \quad x \neq 2$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x+1)^2 - 9}{x^2 - 2x} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+4}{x}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 2} x = 2, \quad 2 \neq 0$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+4}{x} = \frac{\lim_{x \rightarrow 2} (x+4)}{\lim_{x \rightarrow 2} x}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$= \frac{2+4}{2} = 3$$

تراهى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال

(1)



(8 درجات)

تابع السؤال الأول :

$$f(x) = 2x + 1 , \quad g(x) = x^3 \quad : (b)$$

$$(g \circ f)'(x) \quad (1)$$

(2) أوجد معادلة المماس للدالة $(g \circ f)(x)$ عند النقطة $A(0, 1)$

الحل :

$$1 \quad (g \circ f)'(x) = g'(f(x)) \cdot f'(x) \quad (1)$$

$$1 \quad g'(x) = 3x^2$$

$$1 \quad g'(f(x)) = 3(2x + 1)^2$$

$$1 \quad f'(x) = 2$$

$$(g \circ f)'(x) = 3(2x + 1)^2 \quad (2)$$

$$1 \quad = 6(2x + 1)^2$$

(2) ميل المماس للدالة $(g \circ f)(x)$ عند $x = 0$

$$1 \quad (g \circ f)'(0) = 6(0 + 1)^2 = 6$$

∴ معادلة المماس هي :

$$\frac{1}{2} \quad y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \quad y - 1 = 6(x - 0)$$

$$6x - y + 1 = 0$$



(2)



14

السؤال الثاني:

(7 درجات)

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 7x + 10} : \quad (a) \text{ لتكن}$$

أوجد مجال الدالة f ثم ادرس اتصال الدالة f على $[-1, 1]$

الحل :

نفرض أن

$\frac{1}{2}$

$$f(x) = \sqrt{g(x)} \quad , \quad g(x) = x^2 - 7x + 10$$

$\frac{1}{2}$

$$D_f = \{ x : g(x) \geq 0 \}$$

$\frac{1}{2}$

$$x^2 - 7x + 10 \geq 0$$

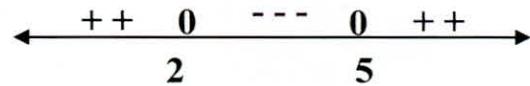
: المعادلة المنشورة

$$x^2 - 7x + 10 = 0$$

$$(x - 2)(x - 5) = 0$$

1

$$x = 2 , x = 5$$



1

∴ مجال الدالة f هو $(-\infty, 2] \cup [5, \infty)$

لدراسة اتصال الدالة f على $[-1, 1]$

$\frac{1}{2}$

$$g(x) \geq 0 \quad \forall x \in (-\infty, 2] \cup [5, \infty)$$

$\frac{1}{2}$

∴ D_f مجموعة جزئية من $[-1, 1]$

1

$$\therefore g(x) \geq 0 \quad \forall x \in [-1, 1] \quad (1)$$

1

(2) الدالة $g(x) = x^2 - 7x + 10$: g متصلة على $[-1, 1]$ من (1) و (2)

$\frac{1}{2}$

متصلة على $[-1, 1]$

(3)



(7 درجات)

تابع السؤال الثاني:

(b) إذا كانت:

$$y = \frac{\sin x}{\sin x + \cos x}$$

$$y' = (y \cdot \csc x)^2$$

أثبت أن

الحل :

١+ ١ + ١ + $\frac{1}{2}$

$$y' = \frac{(\sin x)' (\sin x + \cos x) - (\sin x)(\sin x + \cos x)'}{(\sin x + \cos x)^2}$$

$$= \frac{\cos x (\sin x + \cos x) - \sin x (\cos x - \sin x)}{(\sin x + \cos x)^2}$$

١

$$= \frac{\cos x \cdot \sin x + \cos^2 x - \sin x \cdot \cos x + \sin^2 x}{(\sin x + \cos x)^2}$$

$\frac{1}{2}$

$$= \frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{(\sin x + \cos x)^2}$$

$\frac{1}{2}$

$$= \frac{1}{(\sin x + \cos x)^2}$$

١

$$(y \cdot \csc x)^2 = \left(\frac{\sin x}{(\sin x + \cos x)} \cdot \frac{1}{\sin x} \right)^2$$

$\frac{1}{2}$

$$= \frac{1}{(\sin x + \cos x)^2}$$

$$= y'$$



(4)



14

السؤال الثالث:

أوجد (a)

(8 درجات)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-5}{\sqrt{x^2 - 2x - 3}}$$

الحل :

$$\begin{aligned}
 f(x) &= \frac{x-5}{\sqrt{x^2 - 2x - 3}} \\
 &= \frac{x \left(1 - \frac{5}{x}\right)}{\sqrt{x^2 \left(1 - \frac{2}{x} - \frac{3}{x^2}\right)}} \\
 &= \frac{x \left(1 - \frac{5}{x}\right)}{|x| \sqrt{1 - \frac{2}{x} - \frac{3}{x^2}}} \\
 &\quad |x| = x : x > 0 \\
 &= \frac{x \left(1 - \frac{5}{x}\right)}{x \sqrt{1 - \frac{2}{x} - \frac{3}{x^2}}} \\
 &= \frac{1 - \frac{5}{x}}{\sqrt{1 - \frac{2}{x} - \frac{3}{x^2}}} \quad : x \neq 0 \\
 \therefore \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2}{x} - \frac{3}{x^2}\right) &= \lim_{x \rightarrow \infty} 1 - \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{x} - \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3}{x^2} \\
 &= 1 - 0 - 0 = 1 , 1 > 0 \\
 \therefore \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{\left(1 - \frac{2}{x} - \frac{3}{x^2}\right)} &= \sqrt{\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2}{x} - \frac{3}{x^2}\right)} = \sqrt{1} = 1 , 1 \neq 0 \\
 \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{5}{x}\right) &= \lim_{x \rightarrow \infty} 1 - \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5}{x} = 1 - 0 = 1 \\
 \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - \frac{5}{x}}{\sqrt{1 - \frac{2}{x} - \frac{3}{x^2}}} = \frac{\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{5}{x}\right)}{\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{1 - \frac{2}{x} - \frac{3}{x^2}}} = \frac{1}{1} = 1
 \end{aligned}$$

(5)



تابع السؤال الثالث:

(6 درجات)

(b) أثبت أن من بين المستطيلات التي محيطها 8 cm واحداً منها يعطى أكبر مساحة ويكون مربعاً؟

الحل :

$$\frac{1}{2} \quad \begin{array}{l} \text{بفرض طول البعد الأول للمستطيل هو } x \text{ وطول البعد الثاني } y \\ \text{المحيط} = 2x + 2y \longrightarrow 8 = 2x + 2y \end{array}$$

$$\frac{1}{2} \quad 4 = x + y \rightarrow y = 4 - x$$

\therefore طول البعد الثاني للمستطيل هو

$$\frac{1}{2} \quad 0 < x < 4 \quad x \text{ لا يمكن أن تزيد على 4 أي :}$$

$$\frac{1}{2} \quad \begin{array}{l} \text{مساحة المستطيل} = \text{حاصل ضرب البعدين} \\ s(x) = x \cdot (4 - x) \end{array}$$

$$= 4x - x^2$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \quad s'(x) = 4 - 2x$$

نضع $s'(x)$

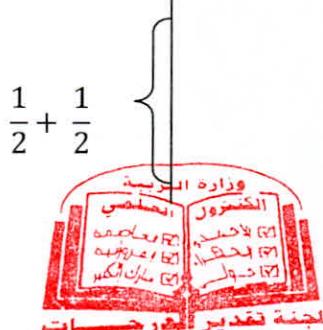
$$\frac{1}{2} \quad \begin{array}{l} 4 - 2x = 0 \\ x = 2 \in (0, 4) \end{array}$$

$\therefore (2, s(2))$ نقطة حرجة

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \quad s''(x) = -2, \quad -2 < 0$$

\therefore توجد قيمة عظمى مطلقة عند $x = 2$

$\frac{1}{2} \quad \therefore$ أكبر مساحة ممكنة للمستطيل عند $x = 2$



\therefore البعد الأول للمستطيل هو $x = 2 \text{ cm}$
والبعد الثاني هو $4 - x = 4 - 2 = 2 \text{ cm}$
 \therefore المستطيل يصبح مربع لأن بعدها متساويان

(6)



14

السؤال الرابع:

(a) ادرس تغير الدالة $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 1$: ثم ارسم بيانها

الحل :

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{2} && f \text{ دالة كثيرة الحدود مجالها } \mathbb{R} \\
 & \frac{1}{2} \left\{ \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} 2x^3 = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} 2x^3 = \infty \end{array} \right. && \text{نوجد النهايات عند الحدود المفتوحة} \\
 & \frac{1}{2} + \frac{1}{2} && \text{نوجد النقاط الحرجة حيث } f \text{ دالة قابلة للإشتقاق على مجالها} \\
 & \frac{1}{2} && f'(x) = 6x^2 + 6x \\
 & \frac{1}{2} + \frac{1}{2} && f'(x) = 0 \\
 & && 6x^2 + 6x = 0 \\
 & && 6x(x + 1) = 0 \\
 & && 6x = 0 \rightarrow x = 0 \quad \text{أو} \quad x + 1 = 0 \rightarrow x = -1 \\
 & && f(0) = -1, f(-1) = 0 \\
 & && \text{النقاط الحرجة } (0, -1), (-1, 0) \\
 & && \text{نكون جدول التغير لدراسة اشارة } f' \\
 & && \begin{array}{c|ccc} \text{الفترات} & (-\infty, -1) & (-1, 0) & (0, \infty) \\ \hline \text{اشارة } f' & + + + & - - - & + + + \\ \text{سلوك الدالة } f & \text{متزايدة} \nearrow & \text{متناقصة} \downarrow & \text{متزايدة} \nearrow \end{array}
 \end{aligned}$$

	$-\infty$	-1	0	∞
الفترات	$(-\infty, -1)$	$(-1, 0)$	$(0, \infty)$	
اشارة f'	+ + +	- - -	+ + +	
سلوك الدالة f	متزايدة \nearrow	متناقصة \downarrow	متزايدة \nearrow	

الدالة f متزايدة في الفترة $(0, \infty)$ وال فترة $(-\infty, -1)$

الدالة f متناقصة في الفترة $(-1, 0)$

للدالة f قيمة عظمى محلية عند $x = -1$ وقيمة صغرى محلية عند $x = 0$

$\frac{1}{2}$

$$f''(x) = 12x + 6$$

نضع

$$f''(x) = 0$$

$$12x + 6 = 0 \rightarrow x = -\frac{1}{2}$$

(7)



1

	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	∞
الفترات	$(-\infty, -\frac{1}{2})$	$(-\frac{1}{2}, \infty)$	
إشارة f''	---	+++	
النوع	↙	↗	

منحنى الدالة مقعر للأسفل على الفترة $(-\infty, -\frac{1}{2})$

منحنى الدالة مقعر للأعلى على الفترة $(-\frac{1}{2}, \infty)$

$$f\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2}$$

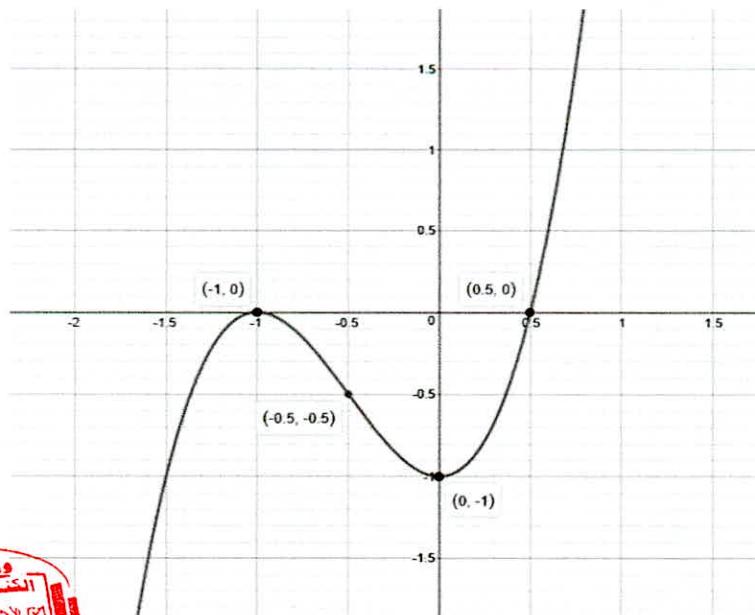
$\frac{1}{2}$

نقطة انعطاف $\left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right) \therefore$

نقاط اضافية

x	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1
$f(x)$	-5	0	$-\frac{1}{2}$	-1	0	4

$1\frac{1}{2}$



(8)



(5 درجات)

تابع السؤال الرابع:

(b) أجريت دراسة لعينة من الإناث حول معدل النبض لديهن فإذا كان حجم عينة الإناث $n = 40$ والانحراف المعياري لمجتمع الإناث $\sigma = 12.5$ ، والمتوسط الحسابي للعينة $\bar{x} = 76.3$.

استخدم مستوى ثقة 95% لإيجاد:

(1) هامش الخطأ

(2) فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي μ

الحل :

95% :: مستوى الثقة (1)

1 .
∴ القيمة الحرجة : نستخدم توزيع $Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1.96$

نلاحظ أن σ معلومة

$$\therefore n = 40 , \sigma = 12.5 , \bar{x} = 76.3$$

1
1 .
 $\therefore E = Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ هامش الخطأ هو :

$$= (1.96) \cdot \frac{12.5}{\sqrt{40}} \approx 3.87379$$

هامش الخطأ ≈ 3.8738

($\bar{x} - E , \bar{x} + E$) فترة الثقة هي : (2)

$$2 .\quad = (76.3 - 3.8738 , 76.3 + 3.8738)$$

$$= (72.4262 , 80.1738)$$



(9)



القسم الثاني (البنود الموضوعية) :

أولاً : في البنود (1-4) ظلل في ورقة الإجابة : (a) إذا كانت العبارة صحيحة
(b) إذا كانت العبارة خاطئة

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x^2 + 5\sin^2 x}{3x^2} = 3 \quad (1)$$

$$a = -3, b = -2 \quad \text{فإن} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax^3 + bx^2 + 4}{3x^2 - 2x + 1} = -1 \quad \text{إذا كانت} \quad (2)$$

(3) الدالة $f(x) = x|x|$: قابلة للاشتاقاق $\forall x \in \mathbb{R}$

(4) الدالة $f(x) = \sqrt[3]{x-1}$ تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة في الفترة $[2, -1]$

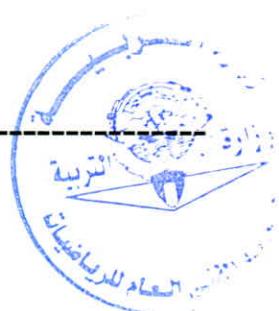
ثانياً : في البنود (14-5) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الاختيار الصحيح

$$(5) \text{ إذا كانت الدالة } f : f'(1) \text{ تساوي} \quad f'(1) = \frac{3}{\sqrt{2x-1}}$$

- (a) $-\frac{3}{2}$ (b) $\frac{3}{2}$ (c) -3 (d) 3

(6) ميل الناظم لمنحنى الدالة $f : f(x) = \frac{2}{x}$ عند $x = -2$ هي :

- (a) -2 (b) $-\frac{1}{2}$ (c) $\frac{1}{2}$ (d) 2



(7) للدالة $f(x) = -3x + 1$: قيمة عظمى مطلقة في $[0, 3]$ عند

- (a) $x = 3$ (b) $x = 1$ (c) $x = 0$ (d) $x = -8$

(8) الدالة $f(x) = \frac{x+1}{25-x^2}$ متصلة على :

- (a) \mathbb{R} (b) $[-5, 5]$
 (c) $\mathbb{R} \setminus \{-5, 5\}$ (d) $(-\infty, 25)$

(9) إذا كانت الدالة f متصلة عند $x = -2$ وكانت $\lim_{x \rightarrow -2} (x^2 + f(x)) = 7$ فإن $f(-2)$ تساوي :

- (a) 3 (b) 5 (c) 9 (d) 11

(10) إذا كان $\frac{dy}{dx}$ تساوي $x^2 + y^2 = 25$ ، فإن

- (a) $\frac{x}{y}$ (b) $\frac{-x}{y}$ (c) $2x + 2y$ (d) $-x$

(11) عدد النقاط الحرجية للدالة $y = 3x^2 - 9x - 4$ على الفترة $(-2, 0)$ هو :

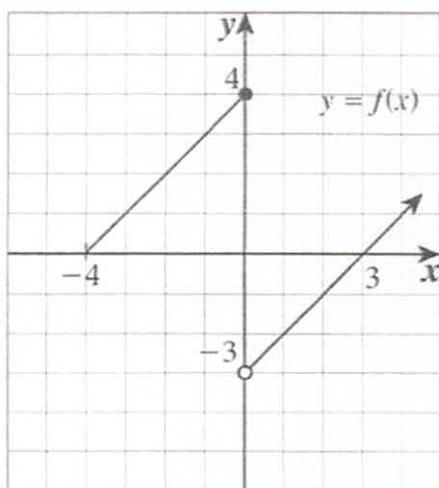
- (a) 3 (b) 2 (c) 1 (d) 0



(11)



(12) إذا كان الشكل المقابل هو بيان دالة f فإن العبارة الصحيحة في ما يلي هي :



- (a) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 4$
- (b) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 4$
- (c) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -3$
- (d) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -3$

(13) أي منحنيات الدوال التالية يكون مقعرًا للأسفل في $(-1, 1)$:

- | | |
|------------------|-------------------|
| (a) $f(x) = x^3$ | (b) $f(x) = -x^3$ |
| (c) $f(x) = x^2$ | (d) $f(x) = -x^2$ |

(14) إذا كان القرار قبول فرض العدم ، وفترة الثقة $(1.96, -1.96)$ فإن قيمة الإختبار Z يمكن أن تكون :

- | | | | |
|------------|----------|-----------|------------|
| (a) -2.5 | (b) -2 | (c) 1.5 | (d) 1.99 |
|------------|----------|-----------|------------|

انتهت الأسئلة



(12)



جدول إجابة البنود الموضوعية

(1)	(a)	(b)		
(2)	(a)	(b)		
(3)	(a)	(b)		
(4)	(a)	(b)		
(5)	(a)	(b)	(c)	(d)
(6)	(a)	(b)	(c)	(d)
(7)	(a)	(b)	(c)	(d)
(8)	(a)	(b)	(c)	(d)
(9)	(a)	(b)	(c)	(d)
(10)	(a)	(b)	(c)	(d)
(11)	(a)	(b)	(c)	(d)
(12)	(a)	(b)	(c)	(d)
(13)	(a)	(b)	(c)	(d)
(14)	(a)	(b)	(c)	(d)

14

..... الدرجة:

(13)



القسم الأول : أسئلة المقال

أجب عن الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها:

14

(7 درجات)

السؤال الأول :

(a) أوجد

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \cos x}$$

الحل :

$$1 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \cos x} = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x^2}{1 - \cos x} \cdot \frac{1 + \cos x}{1 + \cos x} \right)$$

$$\frac{1}{2} \quad = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2(1 + \cos x)}{1 - \cos^2 x}$$

$$1 \quad = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{\sin^2 x} \cdot (1 + \cos x)$$

$$\frac{1}{2} \quad = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\left(\frac{x}{\sin x} \right)^2 \cdot (1 + \cos x) \right)$$

$$1 \quad = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x}{\sin x} \right)^2 \cdot \lim_{x \rightarrow 0} (1 + \cos x)$$

$$\frac{1}{2} \quad = \left(\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x} \right)^2 \cdot \left(\lim_{x \rightarrow 0} 1 + \lim_{x \rightarrow 0} \cos x \right)$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \quad = (1)^2 \cdot (1 + 1)$$

$$\frac{1}{2} \quad = \quad 2$$

(7 درجات)

تابع السؤال الأول :

(b) للمنحنى الذي معادلته $2\sqrt{y} + y = x$ أوجد: y' (1)

(2) ميل المماس لهذا المنحنى عند النقطة (1 , 3)

الحل :

$\frac{1}{2}$

$$2y^{\frac{1}{2}} + y = x$$

بالاستقاق الضمني

3

$$2 \cdot \frac{1}{2} y^{-\frac{1}{2}} y' + y' = 1$$

$\frac{1}{2}$

$$\frac{y'}{y^{\frac{1}{2}}} + y' = 1$$

$\frac{1}{2}$

$$y' \left(\frac{1}{\sqrt{y}} + 1 \right) = 1$$

$\frac{1}{2}$

$$y' = \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{y}} + 1}$$

1

$$y' = \frac{\sqrt{y}}{1 + \sqrt{y}}$$

بالتعميض بـ (3 , 1)

1

$$\therefore y' = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$$

\therefore ميل المماس = $\frac{1}{2}$

14

السؤال الثاني:
(a) أوجد

(7 درجات)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2x^2 - x}}{x + 1}$$

الحل :



$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{\sqrt{2x^2 - x}}{x + 1} \\ &= \frac{\sqrt{x^2(2 - \frac{1}{x})}}{x(1 + \frac{1}{x})} \\ &= \frac{|x| \sqrt{2 - \frac{1}{x}}}{x(1 + \frac{1}{x})} \end{aligned}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$1$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow \infty} (2 - \frac{1}{x}) = \lim_{x \rightarrow \infty} 2 - \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} = 2 - 0 = 2 , \quad 2 > 0$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{(2 - \frac{1}{x})} = \sqrt{\lim_{x \rightarrow \infty} (2 - \frac{1}{x})} = \sqrt{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right) = \lim_{x \rightarrow \infty} 1 + \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} = 1 + 0 = 1 , \quad 1 \neq 0$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{(2 - \frac{1}{x})}}{\left(1 + \frac{1}{x}\right)} = \frac{\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{(2 - \frac{1}{x})}}{\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)} = \frac{\sqrt{2}}{1} = \sqrt{2}$$

عندما $x > 0$ يكون $|x| = x$

(7 درجات)

(b) أوجد عددين موجبين مجموعهما 20 وناتج ضربهما أكبر ما يمكن

الحل :

$\frac{1}{2}$
 $\frac{1}{2}$

بفرض أن أحد العددين x حيث $0 < x < 20$

\therefore العدد الآخر هو $20 - x$

\therefore حاصل ضربهما هو :

1
 $\frac{1}{2}$

$$f(x) = x(20 - x)$$

$$f(x) = 20x - x^2$$

$$f'(x) = 20 - 2x$$

$$f'(x) = 0$$

$\frac{1}{2}$

$$\therefore 20 - 2x = 0$$

$$x = 10$$

بوضع

\therefore توجد نقطة حرجة عند $x = 10$

1
 $\frac{1}{2}$

$$f''(x) = -2$$

$$f''(10) = -2, \quad -2 < 0$$

$\frac{1}{2}$

\therefore توجد قيمة عظمى مطلقة عند $x = 10$

$\frac{1}{2}$
 $\frac{1}{2}$

\therefore العدد الأول هو :

العدد الثاني هو : $20 - x = 20 - 10 = 10$

\therefore العددان هما 10 و 10



السؤال الثالث:

14

$$f(x) = 1 - x^3 \quad : f$$

(9 درجات)

ثم ارسم بيانها

الحل :

f دالة كثيرة حدود مجالها \mathbb{R}

نوجد النهايات عند الحدود المفتوحة

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (-x^3) = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} (-x^3) = -\infty$$

نوجد النقاط الحرجة حيث f دالة قابلة للاشتاقاق على مجالها \mathbb{R}

$$f'(x) = -3x^2$$

$$f'(x) = 0$$

$$\therefore -3x^2 = 0$$

$$x = 0$$

$$f(0) = 1$$

نضع

$\therefore (0, 1)$ نقطة حرجة

نكون جدول التغير لدراسة إشارة f'

	$-\infty$	0	∞
f' إشارة	---	متناقصة ∞	متناقصة
سلوك الدالة f		\searrow	\searrow

الدالة f متناقصة على الفترة $(-\infty, 0)$ وعلى الفترة $(0, \infty)$

لا توجد نقاط محلية عظمى أو نقاط محلية صغرى

نكون جدول التغير لدراسة إشارة f''

$$f''(x) = -6x$$

$$f''(x) = 0$$

$$-6x = 0 \rightarrow x = 0$$

$$f(0) = 1$$

نضع

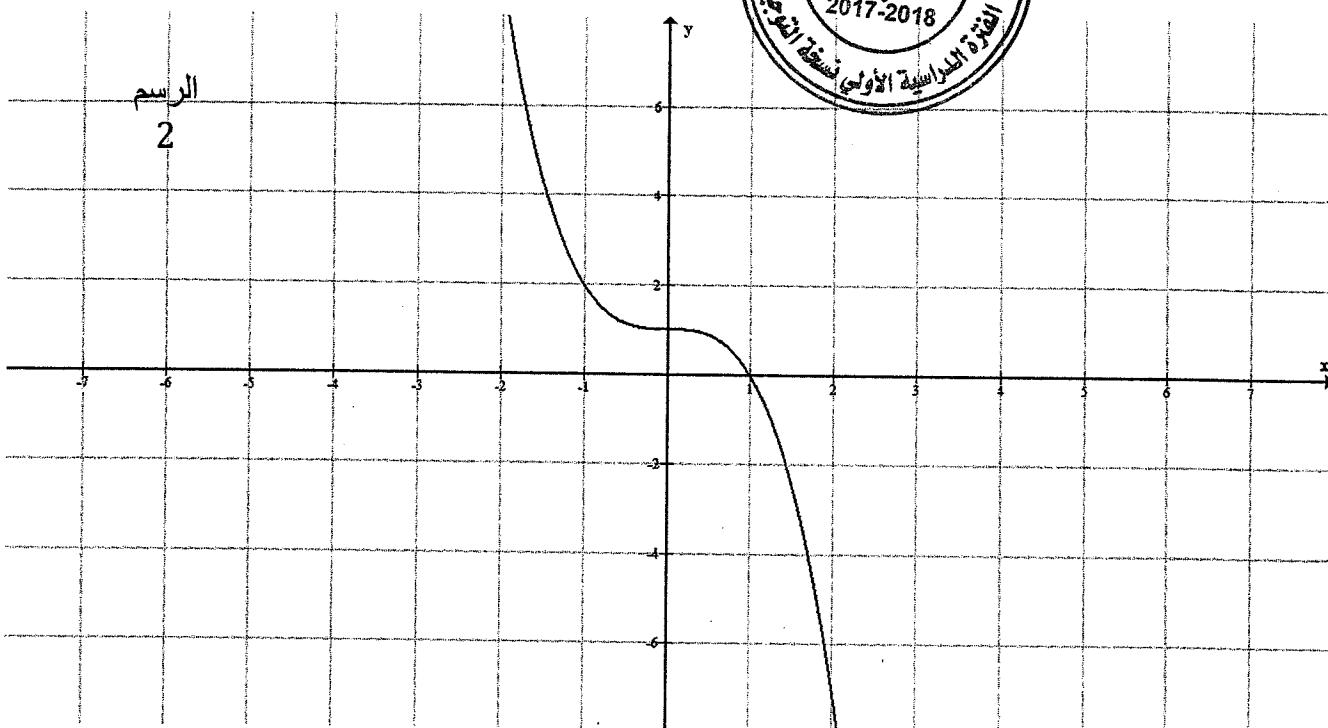
	$-\infty$	0	∞
f'' إشارة	+++	- - -	
التقرر	\cup	تقرر لأعلى	تقرر لأسفل

$\therefore (0, 1)$ نقطة انعطاف

إجابة امتحان نهاية الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر علمي 2017 / 2018 م
المجال الدراسي / الرياضيات

نقاط اختيارية

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	9	2	1	0	-7



(6)

(5 درجات)

(b) أخذت عينة عشوائية من مجتمع طبيعي حجمها $n = 25$ ، فإذا كان الانحراف المعياري للعينة (s) يساوي 10 ، ومتوسطها الحسابي (\bar{x}) يساوي 15 ، استخدم مستوى ثقة 95% لإيجاد:

1) هامش الخطأ

2) فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي μ

الحل :

$$n \leq 30 \quad \therefore \sigma^2 \text{ غير معلوم} , \quad (1)$$

\therefore نستخدم توزيع t

$$\therefore n = 25$$

$$\frac{1}{2} \quad n - 1 = 25 - 1 = 24 \quad \text{درجات الحرية}$$

$$1 - \alpha = 0.95 \quad \therefore \text{مستوى الثقة}$$

$$\frac{1}{2} \quad \therefore \alpha = 0.50 \quad \rightarrow \quad \frac{\alpha}{2} = 0.025$$

$$1 \quad t_{\frac{\alpha}{2}} = 2.064 \quad \text{من جدول توزيع } t \quad \text{هامش الخطأ :}$$

$$E = t_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}$$

$$1 \quad = (2.064) \cdot \frac{10}{\sqrt{25}} = 4.128$$

$$2 \quad (\bar{x} - E, \bar{x} + E) \quad \text{فترة الثقة :} \quad (2)$$

$$= (15 - 4.128, 15 + 4.128)$$

$$= (10.872, 19.128)$$

14

السؤال الرابع:

$$f(x) = \sqrt{4 - x^2} \quad : f \text{ (a)}$$

ادرس اتصال الدالة f على $[-2, 2]$ (7 درجات)

الحل :

$$\frac{1}{2} \quad f(x) = \sqrt{g(x)} : g(x) = 4 - x^2 \quad \text{بفرض أن}$$

$$\frac{1}{2} \quad D_f = \{x : g(x) \geq 0\}$$

$$\frac{1}{2} \quad 4 - x^2 \geq 0$$

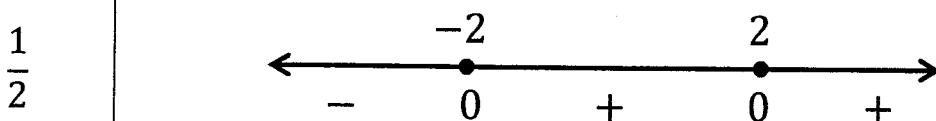
$$\frac{1}{2} \quad 4 - x^2 = 0$$

$$(2 - x)(2 + x) = 0$$

$$\frac{1}{2} \quad x = 2 \quad \text{أو} \quad x = -2$$



المعادلة الم対اظرة لـ f هي $4 - x^2 \geq 0$



1 $\quad [-2, 2] \quad$ مجال الدالة هو :

1 $\quad \because g(x) \geq 0 \quad \forall x \in [-2, 2],$

1 $\quad g$ متصلة على $[-2, 2]$

1 $\quad \therefore$ الدالة f متصلة على $[-2, 2]$.

(7 درجات)

تابع السؤال الرابع:

(b) لتكن الدالة f :

$$f(x) = \begin{cases} x - \frac{4}{x} & : x \geq 2 \\ x^2 - 4 & : x < 2 \end{cases}$$

أوجد $f'(x)$ وعِين مجالها

الحل :

$$\frac{1}{2} D_f = [2, \infty) \cup (-\infty, 2) = \mathbb{R}$$

$$\frac{1}{2} f'(x) = \begin{cases} 1 + \frac{4}{x^2} & : x > 2 \\ \text{نبحث} & : x = 2 \\ 2x & : x < 2 \end{cases}$$

$$\frac{1}{2} f(2) = 2 - 2 = 0$$

$$\frac{1}{2} f'_-(2) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$$

$$\frac{1}{2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2 - 4 - 0}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{(x - 2)(x + 2)}{(x - 2)}$$

$$\frac{1}{2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} (x + 2) = 4 \rightarrow (1) ,$$

$$\frac{1}{2} f'_+(2) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x - \frac{4}{x} - 0}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - 4}{x(x - 2)}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(x - 2)(x + 2)}{x(x - 2)} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x + 2}{x} = 2 : \lim_{x \rightarrow 2^+} x = 2 \neq 0$$

$$\frac{1}{2} \therefore f'_-(2) \neq f'_+(2)$$

غير موجودة

$$\frac{1}{2} \therefore f'(x) = \begin{cases} 1 + \frac{4}{x^2} & : x > 2 \\ 2x & : x < 2 \end{cases}$$

مجال f' هو $\mathbb{R} - \{2\}$



مجال f

إن وجدت

إن وجدت

القسم الثاني (البنود الموضوعية) :

أولاً : في البنود (1-2) ظلل في ورقة الإجابة: (a) إذا كانت العبارة صحيحة
(b) إذا كانت العبارة خاطئة



$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{x^2} - x}{x} = -2 \quad (1)$$

- (2) متوسط عمر الإطارات في أحد المصانع $\mu = 25000$ من خلال دراسة لعينة عشوائية تبيّن أن المتوسط الحسابي هو $\bar{x} = 27000$ مع انحراف معياري $S = 5000$ إذا كان المقياس الإحصائي $Z = 2$ فإن حجم العينة : $n = 20$

ثانياً : في البنود (10-3) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الاختيار الصحيح

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \left(\frac{3}{x-2} \right)^5 = \quad (3)$$

- (a) 0 (b) 2 (c) $-\infty$ (d) ∞

(4) لتكن $y = |x|$ فإن الدالة y

- (a) لها قيمة صغرى مطلقة فقط
(b) لها قيمة عظمى مطلقة فقط
(c) لها قيمة عظمى مطلقة و قيمة صغرى مطلقة
(d) ليس لها قيمة صغرى مطلقة وليس لها قيمة عظمى مطلقة

(5) ليكن منحني الدالة f : $f(x) = x^2 - 4x + 3$ فإن النقطة التي يكون مماس المنحني عندها أفقيا هي :

- (a) (3, 0) (b) (1, 0) (c) (2, -1) (d) (2, 1)

(6) إذا كانت الدالة f فإن $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & : x \geq 2 \\ \frac{x^2 - 4}{x - 2} & : x < 2 \end{cases}$

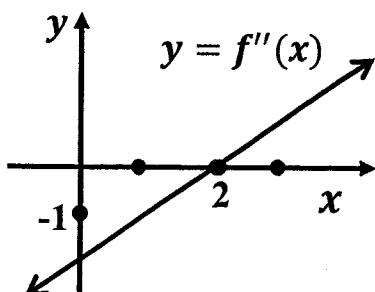
- (a) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 4$ (b) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 4$ (c) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ موجودة (d) $x = 2$ متصلة عند f

(7) إذا كانت g دالة متصلة عند $x = 1$ فيما يلي هي

تساوي

- (a) $\sqrt{g(x)}$ (b) $\frac{1}{g(x)}$ (c) $\frac{g(x)}{x - 1}$ (d) $|g(x)|$

(8) إذا كانت f دالة كثيرة حدود من الدرجة الثالثة والشكل المقابل يوضح بيان f'' فإن منحنى f مقعرًا أسفل في الفترة



- (a) $(-\infty, 2)$ (b) $(0, \infty)$ (c) $(0, 2)$ (d) $(2, \infty)$

(9) للدالة $f(x) = \sqrt[3]{x - 1}$: f مماس رأسي معادلته

- (a) $x = 0$ (b) $y = 0$ (c) $x = 1$ (d) $y = 1$

(10) إذا كانت $y = \sin^{-5}x - \cos^3x$ تساوي $\frac{dy}{dx}$ فإن

- (a) $5\sin^{-6}x \cos x - 3\cos^2 x \sin x$ (b) $5\sin^{-6}x \cos x + 3\cos^2 x \sin x$
(c) $-5\sin^{-6}x \cos x + 3\cos^2 x \sin x$ (d) $-5\sin^{-6}x \cos x - 3\cos^2 x \sin x$

انتهت الأسئلة

جدول إجابة البنود الموضوعية



(1)	(a)	(b)	(c)	(d)
(2)	(a)	(b)	(c)	(d)

..... = 1 × الدرجة:

(3)	(a)	(b)	(c)	(d)
(4)	(a)	(b)	(c)	(d)
(5)	(a)	(b)	(c)	(d)
(6)	(a)	(b)	(c)	(d)
(7)	(a)	(b)	(c)	(d)
(8)	(a)	(b)	(c)	(d)
(9)	(a)	(b)	(c)	(d)
(10)	(a)	(b)	(c)	(d)

..... = 1.5 × الدرجة:

14

..... الدرجة:

القسم الأول : أسئلة المقال :

أجب عن الأسئلة التالية موضحا خطوات الحل في كل منها :

14

السؤال الأول :

(a) أوجد :

(6 درجات)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x + 3x \cos 4x}{5x}$$

أصل :

$$\frac{\tan 2x + 3x \cos 4x}{5x} = \frac{\tan 2x}{5x} + \frac{3x \cos 4x}{5x} \quad [2]$$

$$= \frac{\tan 2x}{5x} + \frac{3}{5} \cos 4x \quad , \quad x \neq 0 \quad [0.5]$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\tan 2x}{5x} \right) = \frac{2}{5} \quad [1]$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{3x \cos 4x}{5x} \right) = \frac{3}{5} \lim_{x \rightarrow 0} \cos 4x = \frac{3}{5} (1) = \frac{3}{5} \quad [1]$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\tan 2x + 3x \cos 4x}{5x} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\tan 2x}{5x} + \frac{3}{5} \cos 4x \right) \quad [0.5]$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\tan 2x}{5x} \right) + \frac{3}{5} \lim_{x \rightarrow 0} (\cos 4x) \quad [0.5]$$

$$= \frac{2}{5} + \frac{3}{5} = 1 \quad [0.5]$$

(تراعي الخطوات الصحيحة الأخرى في جميع الأسئلة المقالية)



تابع السؤال الأول :

(8 درجات)

: أوجد (b)

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{3x^2 - 5x + 1}}{3x - 5}$$

: احل :

$$f(x) = \frac{\sqrt{3x^2 - 5x + 1}}{3x - 5} = \frac{\sqrt{x^2(3 - \frac{5}{x} + \frac{1}{x^2})}}{x(3 - \frac{5}{x})} \quad [1]$$

$$= \frac{|x| \sqrt{3 - \frac{5}{x} + \frac{1}{x^2}}}{x(3 - \frac{5}{x})} , \quad |x| = -x \text{ يكون } x < 0 \quad [0.5]$$

$$= \frac{-x \sqrt{3 - \frac{5}{x} + \frac{1}{x^2}}}{x(3 - \frac{5}{x})} = - \frac{\sqrt{3 - \frac{5}{x} + \frac{1}{x^2}}}{3 - \frac{5}{x}} , \quad x \neq 0 \quad [1]$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(3 - \frac{5}{x} + \frac{1}{x^2} \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} 3 - \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5}{x} + \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^2} = 3 - 0 + 0 = 3 , \quad 3 > 0 \quad [1.5]$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{3 - \frac{5}{x} + \frac{1}{x^2}} = \sqrt{\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(3 - \frac{5}{x} + \frac{1}{x^2} \right)} = \sqrt{3} \quad [1]$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(3 - \frac{5}{x} \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} 3 - \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5}{x} = 3 - 0 = 3 , \quad 3 \neq 0 \quad [1.5]$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{3x^2 - 5x + 1}}{3x - 5} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\sqrt{3 - \frac{5}{x} + \frac{1}{x^2}}}{3 - \frac{5}{x}}$$

$$= \frac{-\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{3 - \frac{5}{x} + \frac{1}{x^2}}}{\lim_{x \rightarrow -\infty} (3 - \frac{5}{x})} = \frac{-\sqrt{3}}{3} = \frac{-1}{\sqrt{3}} \quad [1.5]$$



14

السؤال الثاني

(أ) إدرس إتصال الدالة f على $[1, 3]$ حيث :

(7 درجات)

$$f(x) = \begin{cases} -2 & : x = 1 \\ x^2 - 3 & : 1 < x < 3 \\ 5 & : x = 3 \end{cases}$$

الحل:

$$f(x) = x^2 - 3 \quad : x \in (1, 3)$$

$$\forall c \in (1, 3), \quad f(c) = c^2 - 3 \quad [0.5]$$

$$\lim_{x \rightarrow c} f(x) = \lim_{x \rightarrow c} (x^2 - 3) = c^2 - 3 \quad [0.5]$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow c} f(x) = f(c) \quad \forall x \in (1, 3) \quad [0.5]$$

$$(1) \dots \dots \dots \quad (1, 3) \text{ متصلة على } f \quad \therefore \quad [0.5]$$

ندرس إتصال الدالة f عند $x = 1$ من اليمين

$$f(1) = -2 \quad [0.5]$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (x^2 - 3) \quad [0.5]$$

$$= 1 - 3 = -2 = f(1) \quad [0.5]$$

$$(2) \dots \dots \dots \quad \text{الدالة } f \text{ متصلة عند } x = 1 \text{ من اليمين} \quad [0.5]$$

ندرس إتصال الدالة f عند $x = 3$ من اليسار

$$f(3) = 5 \quad [0.5]$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} (x^2 - 3) \quad [0.5]$$

$$= 9 - 3 = 6 \neq f(3) \quad [0.5]$$

$$(3) \dots \dots \dots \quad \text{الدالة } f \text{ غير متصلة عند } x = 3 \text{ من اليسار} \quad [0.5]$$

[1, 3] من (1, 2, 3) f ليست متصلة على [1, 3] ولكنها متصلة على



تابع السؤال الثاني :

y = x sin x إذا كانت : (b)

() 7 درجات

فأثبت أن : y'' + y - 2 cos x = 0

أصل :

$$y = x \sin x$$

$$y' = \sin x \cdot (x)' + x \cdot (\sin x)' = \sin x + x \cos x \quad [3]$$

$$y'' = \cos x + \cos x \cdot (x)' + x \cdot (\cos x)' \quad [1.5]$$

$$= \cos x + \cos x + x \cdot (-\sin x) = 2 \cos x - x \sin x \quad [1]$$

$$y'' + y - 2 \cos x = 2 \cos x - x \sin x + x \sin x - 2 \cos x \quad [1]$$

$$= 0 \quad [0.5]$$



14

السؤال الثالث :

- (a) بين أن الدالة $f : f(x) = x^3 - 3x + 2$ تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على الفترة $[0, 4]$ ثم أوجد قيمة c التي تنبع بها النظرية

أحل :

f دالة كثيرة حدود متصلة على \mathbb{R} وبالتالي فهي متصلة على الفترة $[0, 4]$ [0.5]

وقابلة للاشتقاق على $(0, 4)$ [0.5]

\therefore شروط نظرية القيمة المتوسطة محققة على الفترة $[0, 4]$ $c \in (0, 4)$ بحيث :

$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a} \quad [0.5]$$

$$= \frac{f(4) - f(0)}{4 - 0}$$

$$\therefore f(4) = (4)^3 - 3(4) + 2 = 54 \quad [0.5]$$

$$f(0) = (0)^3 - 3(0)^2 + 2 = 2 \quad [0.5]$$

$$f'(x) = 3x^2 - 3, f'(c) = 3c^2 - 3 \quad [0.5]$$

$$\therefore 3c^2 - 3 = \frac{54 - 2}{4} \quad [0.5]$$

$$3c^2 - 3 = 13 \Rightarrow 3c^2 = 16 \Rightarrow c^2 = \frac{16}{3} \quad [0.5]$$

$$\Rightarrow c = \frac{\pm 4}{\sqrt{3}}$$

$$c = \frac{-4}{\sqrt{3}} \notin (0, 4)$$

$$\therefore c = \frac{4}{\sqrt{3}} \in (0, 4) \quad [0.5]$$



تابع السؤال الثالث :
 (b) إدرس تغير الدالة f : $f(x) = 2x^2 - x^4 + 5$
 وإرسم بيانها
 (9 درجات)

الحل :

f دالة كثيرة حدود مجالها $\mathbb{R} = (-\infty, \infty)$

نوجد النهايات عند الحدود المفتوحة

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (-x^4) = -\infty , \quad \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} (-x^4) = -\infty \quad [0.5]$$

نوجد النقاط الحرجة للدالة f

f دالة كثيرة حدود فهي متصلة على \mathbb{R} وقابلة للاشتقاق على \mathbb{R}

$$f'(x) = 4x - 4x^3$$

[0.5]

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 4x - 4x^3 = 0 \Rightarrow 4x(1 - x^2) = 0 \Rightarrow 4x(1 - x)(1 + x) = 0$$

$$4x = 0 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow f(0) = 2(0)^2 - (0)^4 + 5 = 5$$

نقطة حرجة $(0, 5) \therefore [0.5]$

$$x = 1 \Rightarrow f(1) = 2(1)^2 - (1)^4 + 5 = 6$$

نقطة حرجة $(1, 6) \therefore [0.5]$

$$x = -1 \Rightarrow f(-1) = 2(-1)^2 - (-1)^4 + 5 = 6$$

نقطة حرجة $(-1, 6) \therefore [0.5]$

نكون الجدول لدراسة إشارة f' :

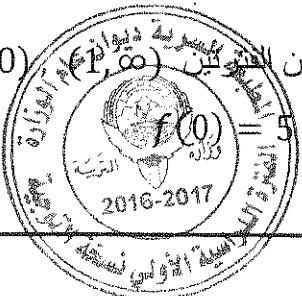
الفترات	$(-\infty, -1)$	$(-1, 0)$	$(0, 1)$	$(1, \infty)$
إشارة f'	+++	- - -	+++	- - -
سلوك الدالة	↗↗	↘	↗↗	↘

من الجدول :

f متزايدة على كلا من الفترتين $(0, 1)$, $(-\infty, -1)$, f متناقصة على كلا من الفترتين $(1, \infty)$, $(-1, 0)$

نستطيع أن نلاحظ من الجدول أنه توجد قيمة صغرى محلية عند $x = 0$ وقيمتها 5

وتوجد قيمة عظمى محلية عند $x = -1$ وقيمتها 6



وتوجد قيمة عظمى محلية عند $x = 1$ وقيمتها $f(1) = 6$

نكون الجدول لدراسة إشارة f'' :

$$f''(x) = 4 - 12x^2 \quad [0.5]$$

$$f''(x) = 0 \quad \text{نضع}$$

$$4 - 12x^2 = 0 \Rightarrow 12x^2 = 4 \Rightarrow x^2 = \frac{4}{12} \Rightarrow x^2 = \frac{1}{3} \Rightarrow x = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$x = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow f\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = 2\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 - \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^4 + 5 = 5\frac{5}{9} \quad [0.5]$$

$$x = -\frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow f\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = 2\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 - \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^4 + 5 = 5\frac{5}{9} \quad [0.5]$$

	$-\infty$	$\frac{-1}{\sqrt{3}}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	∞
الفترات	$(-\infty, \frac{-1}{\sqrt{3}})$	$(\frac{-1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}})$	$(\frac{1}{\sqrt{3}}, \infty)$	
إشارة f''	-	+	-	
بيان الدالة f	↑↑↑ تغير لأعلى	↓↓↓ تغير لأسفل	↑↑↑ تغير لأعلى	↓↓↓ تغير لأسفل

[1.5]

من الجدول نجد أن :

بيان الدالة f مقعر على الفترتين $(-\infty, -\frac{1}{\sqrt{3}})$, $(\frac{1}{\sqrt{3}}, \infty)$ لأسفل

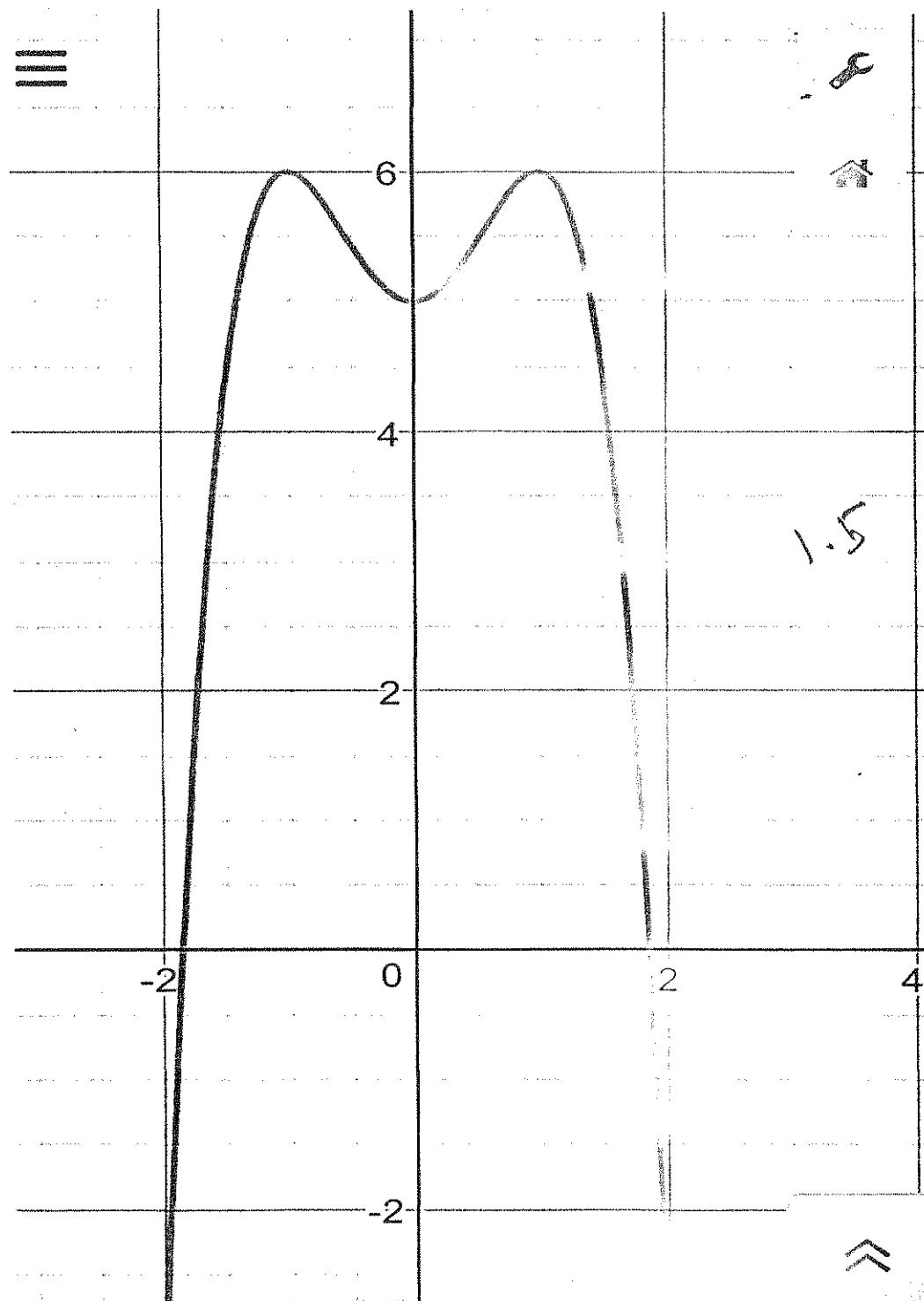
بيان الدالة f مقعر على الفترة $(-\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}})$ لادي

النقطة $(5\frac{5}{9}, -)$ نقطة انعطاف

النقطة $(\frac{1}{\sqrt{3}}, 5\frac{5}{9})$ نقطة انعطاف



ورقة الرسم البياني



السؤال الرابع

14) $x = 0$ عند $f(x) = \frac{3x-4}{x+2}$: f أوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة
(8 درجات)

الحل:

$$f(0) = \frac{0 - 4}{0 + 2} = \frac{-4}{2} = -2 \quad [0.5]$$

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{(x+2) \cdot (3x-4)' - (x+2)' \cdot (3x-4)}{(x+2)^2} \\ &= \frac{(x+2) \cdot (3) - (3x-4) \cdot (1)}{(x+2)^2} \\ &= \frac{10}{(x+2)^2} \end{aligned} \quad [3]$$

[1]

ميل المماس :

$$m = f'(a) = f'(0) = \frac{10}{(0+2)^2} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2} \quad [1.5]$$

ف تكون معادلة المماس هي

$$y - f(a) = f'(a)(x - a) \quad [1]$$

$$y - (-2) = \frac{5}{2}(x - 0) \quad [0.5]$$

$$2y + 4 = 5x \quad [0.5]$$

$$2y - 5x + 4 = 0$$



تابع السؤال الرابع :

(b) يعتقد مدير شركة أن متوسط رواتب المستخدمين لديه 290 دينار ، فإذا أخذت عينة عشوائية من 10 مستخدمين وتبين أن متوسطها الحسابي $\bar{x} = 283$ دينار وإنحرافها المعياري $S = 32$ دينار . فهل يمكن الاعتماد على هذه العينة لتأكيد ما افترضه باستخدام مستوى ثقة 95 % (عما بأن المجتمع يتبع التوزيع الطبيعي)

(6 درجات)

أجل :

$$S = 32, n = 10, \bar{x} = 283$$

صياغة الفروض الإحصائية ①

$$H_0: \mu = 290 \quad \text{مقابل}$$

$$H_1: \mu \neq 290$$

[0.5]

نوجد المقياس الإحصائي ②

$$\therefore t = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}} = \frac{283 - 290}{\frac{32}{\sqrt{10}}} \approx -0.6917$$

[0.5] [1.5]

$$\therefore n = 10$$

③

.. درجات الحرية :

$$n - 1 = 10 - 1 = 9 \quad [0.5]$$

مستوى الثقة 95 %

$$\therefore 1 - \alpha = 0.95$$

$$\therefore \alpha = 0.05 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.025 \quad [0.5]$$

من جدول توزيع t نجد :

$$t_{\frac{\alpha}{2}} = t_{0.025} = 2.262 \quad [0.5]$$

$$(-t_{\frac{\alpha}{2}}, t_{\frac{\alpha}{2}}) = (-2.262, 2.262) \quad [1] \quad \text{④ منطقة القبول :}$$

اتخاذ القرار الإحصائي ⑤

$$\because -0.6917 \in (-2.262, 2.262) \quad [0.5]$$

.. القرار بقبول فرض عدم $\mu = 290$ [0.5]



القسم الثاني (الأسئلة الموضوعية) :

أولاً : في البنود (2 - 1) ظلل في جدول الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة .

(1) إذا كانت الدالة f متصلة على $[-3, 1]$ ، g دالة متصلة على $[-1, 3]$ فإن $f + g$ هي دالة متصلة عند $x = 0$

(2) إذا كانت الدالة f : $f'(1) = \frac{1}{4}$ فإن $f(x) = \sqrt{x+3}$

ثانياً : في البنود (10 - 3) لكل بند أربع اختيارات واحد منها فقط صحيح اختر الإجابة الصحيحة ثم ظلل في جدول الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة :

- | | |
|-----|--|
| (3) | $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{5}{(x-3)} =$ |
| b | (a) ∞ |
| | (b) $-\infty$ |
| c | (c) 5 |
| | (d) 0 |

إذا كانت :

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^2 + bx + 3}{2x + 5} = 3$$

فإن قيم الثابتين a, b هما :

- | | |
|--------------------|---------------------|
| (a) $a = 0, b = 6$ | (b) $a = 0, b = -6$ |
| (c) $a = 0, b = 2$ | (d) $a = 0, b = -2$ |

الدالة المتصلة عند $x = 2$ فيما يلي هي

- | | |
|----------------------------|--------------------------------|
| (a) $f(x) = \sqrt{x-2}$ | (b) $g(x) = x-2 $ |
| (c) $h(x) = \frac{1}{x-2}$ | (d) $k(x) = \frac{x-2}{x^2-4}$ |

إذا كانت الدالة f : $f(x) = 3x + \tan x$ ، فإن $f'(0)$ تساوي

- | | |
|-------|-------|
| (a) 0 | (b) 1 |
| (c) 3 | (d) 4 |



الدالة $f : f(x) = |x^2 - 1|$ لها : (7)

- (a) قيمة صغرى مطلقة (b) قيمة عظمى مطلقة
(c) نقطتان حرجتان فقط (d) ليس أيا مما سبق

إذا كانت الدالة $f' : f'(x) = -3x$ فإن الدالة (8)

- (a) متزايدة على الفترة $(0, \infty)$
(b) متزايدة على مجال تعريفها
(c) متزايدة على الفترة $(-\infty, 0)$ ، متناقصة على الفترة $(0, \infty)$
(d) متناقصة على الفترة $(-\infty, 0)$

للدالة $f : f(x) = \sqrt[3]{x-1}$ مماس رأسي معادلته : (9)

- (a) $x = 0$ (b) $x = 1$
(c) $y = 0$ (d) $y = 1$

في دراسة لمجتمع احصائي تبين أن متوسطه الحسابي $\mu = 125$ أخذت عينة من هذا المجتمع حجمها $n = 36$ فتبين أن متوسطهما الحسابي $\bar{x} = 130$ إذا كان المقياس الإحصائي $Z = 3.125$ فإن الانحراف المعياري σ تحت مستوى ثقة 95% يساوي (10)

- (a) -9.6 (b) 6.9
(c) 9.6 (d) -6.9

انتهت الأسئلة ..

$$\frac{Z}{\sigma} = \frac{130 - 125}{\sigma} = \frac{5}{\sigma} = 3.125 \Rightarrow \sigma = \frac{5}{3.125} = 1.6$$



جدول الإجابة

(1)	<input checked="" type="checkbox"/>	(b)	(c)	(d)
(2)	<input checked="" type="checkbox"/>	(b)	(c)	(d)

..... = 1 × : الدرجة

(3)	(a)	<input checked="" type="checkbox"/>	(c)	(d)
(4)	<input checked="" type="checkbox"/>	(b)	(c)	(d)
(5)	(a)	<input checked="" type="checkbox"/>	(c)	(d)
(6)	(a)	(b)	(c)	<input checked="" type="checkbox"/>
(7)	<input checked="" type="checkbox"/>	(b)	(c)	(d)
(8)	(a)	(b)	<input checked="" type="checkbox"/>	(d)
(9)	(a)	<input checked="" type="checkbox"/>	(c)	(d)
(10)	(a)	(b)	<input checked="" type="checkbox"/>	(d)

..... = 1.5 × : الدرجة

14

..... : الدرجة



القسم الأول : أسئلة المقال :
أجب عن الأسئلة التالية موضحا خطوات الحل في كل منها :

10

السؤال الأول :

(a) أوجد :

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 - 3x}}{x - 3}$$

(6 درجات)



الحل :

1

$$\frac{\sqrt{x^2 - 3x}}{x - 3} = \frac{\sqrt{x^2(1 - \frac{3}{x})}}{x(1 - \frac{3}{x})} = \frac{|x| \sqrt{1 - \frac{3}{x}}}{\cancel{x}(1 - \frac{3}{x})} \quad (1)$$

عندما $x > 0$ يكون $|x| = x$

1

$$\frac{\cancel{x} \sqrt{1 - \frac{3}{x}}}{x(1 - \frac{3}{x})} = \frac{\sqrt{1 - \frac{3}{x}}}{(1 - \frac{3}{x})} \quad (2)$$

1

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{3}{x}\right) = \lim_{x \rightarrow \infty} 1 - \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3}{x} = 1 - 0 = 1 \quad (3), 1 \neq 0$$

1

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{3}{x}\right) = 1 \quad (4), \quad 1 > 0 \quad (5)$$

0.5

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{1 - \frac{3}{x}} = \sqrt{\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{3}{x}\right)} = \sqrt{1} = 1$$

1.5

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 - 3x}}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{1 - \frac{3}{x}}}{(1 - \frac{3}{x})} = \frac{\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{1 - \frac{3}{x}}}{\lim_{x \rightarrow \infty} (1 - \frac{3}{x})} = \frac{1}{1} = 1 \quad (6)$$

تراعى الحلول الصحيحة الأخرى في جميع الأسئلة المقالية

تابع السؤال الأول :

(b) أوجد ميل المماس ($\frac{dy}{dx}$) للمنحنى الذي معادلته :
 $A(1, 0) \quad 2y = x^2 - \cos y$

الحل :

(4 درجات)

$$\begin{aligned} & 2y = x^2 - \cos y \\ 2 & \quad 2y' = 2x - y'(-\sin y) \\ & 2y' = 2x + y'\sin y \\ & 2y' - y'\sin y = 2x \\ 0.5 & \quad y'(2 - \sin y) = 2x \\ 0.5 & \quad y' = \frac{2x}{2 - \sin y} \end{aligned}$$



ميل المماس للمنحنى عند النقطة (1 , 0) هو :

$$m = y' \Big|_{x=1, y=0} = \frac{2}{2 - \sin 0} = 1$$

أول

$$2y' = 2(1) + y'\sin(0) \quad ①$$

$$2y' = 2 + 0 \quad ②$$

$$y' = 1 \quad ③$$

10

السؤال الثاني
أوجد : (a)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin x}{\cos x - 1}$$

الحل :

0.5 درجات) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x \sin x}{\cos x - 1} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\left(\frac{x \sin x}{\cos x - 1} \right) \left(\frac{\cos x + 1}{\cos x + 1} \right) \right)$

0.5 $= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x \sin x (\cos x + 1)}{\cos^2 x - 1} \right)$

0.5 $= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x \sin x (\cos x + 1)}{-\sin^2 x} \right)$

0.5 $= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\left(\frac{-x}{\sin x} \right) (\cos x + 1) \right)$

0.5 $= -\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x}{\sin x} \right) \cdot \lim_{x \rightarrow 0} (\cos x + 1)$

0.5 + 0.5 = $-1 \cdot \left(\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x) + \lim_{x \rightarrow 0} (1) \right)$

0.5 $= -1(1 + 1)$



تابع السؤال الثاني :

$$f(x) = 2x^3 - 6x + 1 : f \text{) إدرس تغير الدالة } f$$

ثم ارسم بيانها

(6 درجات)

أصل :

f دالة كثيرة حدود مجالها \mathbb{R}

نوجد النهايات عند الحدود المفتوحة

0.5 $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (2x^3) = -\infty$

$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} (2x^3) = \infty$

نوجد النقاط الحرجة للدالة f

0.5 $f'(x) = 6x^2 - 6$ f دالة كثيرة حدود قابلة للاشتغال على مجالها

0.5 $f'(x) = 0$

0.5 $6x^2 - 6 = 0 \Rightarrow 6(x^2 - 1) = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = 1, x = -1$

$x = 1 \Rightarrow f(1) = -3$

$x = -1 \Rightarrow f(-1) = 5$

نقطة حرجة $\therefore (1, -3)$

نقطة حرجة $\therefore (-1, 5)$

نكون الجدول لدراسة إشارة f' :



الفترات	$(-\infty, -1)$	$(-1, 1)$	$(1, \infty)$
إشارة f'	+++	- - -	+++
سلوك الدالة f	↗↗	↘↘	↗↗

منحنى الدالة f متناقص على الفترة $(-1, 1)$

و متزايد على كل من الفترة $(1, \infty)$ و الفترة $(-\infty, -1)$

(-1, 5) نقطة عظمى محلية

(1, -3) نقطة صغرى محلية

0.5

نكون الجدول لدراسة إشارة f'' :

$$f''(x) = 12x$$

$$f''(x) = 0$$

$$12x = 0$$

$$x = 0$$

$$f(0) = 1$$

الفترات	$(-\infty, 0)$	$(0, \infty)$
إشارة f''	- - -	+++
النوع	مقعر لأسفل	مقعر لأعلى

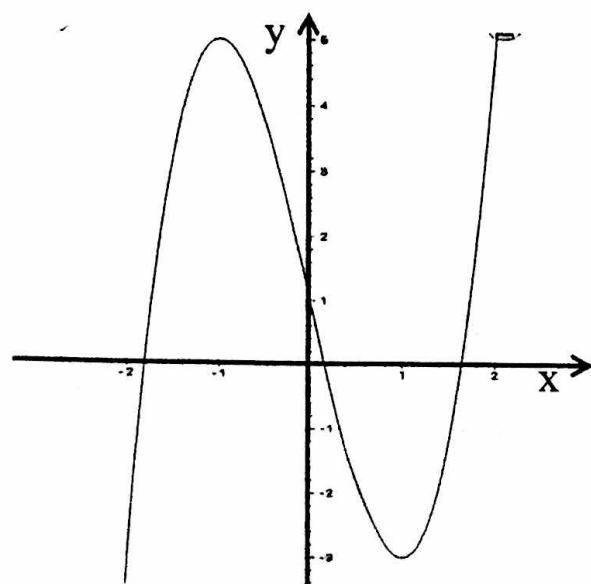
من الجدول نجد أن :

بيان الدالة f مقعر للأعلى على الفترة $(0, \infty)$ ، بيان الدالة f مقعر للأسفل على الفترة $(-\infty, 0)$.

النقطة $(0,1)$ نقطة انعطاف

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	-3	5	1	-3	5
	نقطة إضافية محليه	نقطة عظمى محليه	نقطة إنعطاف	نقطة صغرى محليه	نقطة إضافية محليه

1



10

السؤال الثالث :

(a) لتكن الدالة $f : f(x) = x^2 - 3x$ ، الدالة $g(x) = \sqrt{x}$

ابحث إتصال الدالة (gof) عند $x = -1$

(4 درجات)

الحل:

0.5

0.5

0.5

1

0.5

0.5

0.5

①

الدالة f كثيرة حدود متصلة على \mathbb{R}

الدالة f متصلة عند $x = -1$ (1)

$$f(-1) = 1 - 3(-1) = 4$$

• الدالة g دالة جذر تربيعية متصلة على $[0, \infty)$

$\therefore g$ دالة متصلة عند $x = 4$

أي أن g متصلة عند $f(-1)$ (2)

من (1) ، (2) نجد أن الدالة $g \circ f$ متصلة عند $x = -1$



حل آخر

$$(g \circ f)(x) = g[x^2 - 3x] = \sqrt{x^2 - 3x}$$

$$\{x : x^2 - 3x \geq 0, x \in \mathbb{R}\} \quad \text{حال بدل هو}$$

$$x[x - 3] \geq 0$$



حال هو $R - (0, 3)$

$$(g \circ f)(x) = \sqrt{h(x)} \quad \text{طبع}$$

$x = -1$ متصلة عند $h(x) = x^2 - 3x$

على كل من $(-\infty, 0]$ و $[3, \infty)$

$$h(-1) > 0 \iff h(-1) = 4$$

$$\therefore (g \circ f)(x)$$

$x = -1$ متصلة عند

تابع السؤال الثالث :

(b) إذا كانت الدالة f متصلة على $[1,4]$: $f(x) = x + \frac{4}{x}$

أوجد القيم القصوى المطلقة للدالة في الفترة $[1,4]$

(6 درجات)

الحل :

\therefore الدالة متصلة على $[1,4]$

\therefore الدالة لها قيم قصوى مطلقة في هذه الفترة

نوجد قيم الدالة عند النقاط الطرفية $x = 1, x = 4$.

$f(4) = 4 + 1 = 5$

$f(1) = 1 + 4 = 5$

$f(x) = x + \frac{4}{x}$

$f'(x) = 1 - \frac{4}{x^2}$

$f'(x) = 0$

$1 - \frac{4}{x^2} = 0 \Rightarrow \frac{4}{x^2} = 1 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = 2, x = -2$

$x = -2 \notin (1,4)$

$x = 2 \in (1,4)$

$f(2) = 4$



\therefore النقطة $(2,4)$ نقطة حرجة.

x	1	4	2
$f(x)$	5	5	4

من الجدول :

أكبر قيمة للدالة f في الفترة $[1,4]$ هي 5

\therefore 5 قيمة عظمى مطلقة.

أصغر قيمة للدالة f في الفترة $[1,4]$ هي 4

\therefore 4 قيمة صغرى مطلقة.

10

السؤال الرابع

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & : x < 1 \\ 2\sqrt{x} & : x \geq 1 \end{cases}$$

دالة متصلة على مجالها ، أوجد $f'(x)$ إن أمكن

(6 درجات)

الحل :

$$D_f = (-\infty, 1) \cup [1, \infty) = \mathbb{R}$$

$$f'(x) = \begin{cases} 2x & : x < 1 \\ \frac{1}{\sqrt{x}} & : x > 1 \end{cases}$$

$$f(1) = 2\sqrt{1} = 2$$

$$f'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 + 1 - 2}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(x-1)(x+1)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} (x+1)$$

$$f'_-(1) = 2 \dots \dots \dots (1)$$

$$f'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2\sqrt{x} - 2}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2(\sqrt{x} - 1)}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \sqrt{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} (\sqrt{x} + 1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \sqrt{x} + \lim_{x \rightarrow 1^+} (1) = 1 + 1 = 2, 2 \neq 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2}{(\sqrt{x} + 1)} = \frac{\lim_{x \rightarrow 1^+} (2)}{\lim_{x \rightarrow 1^+} (\sqrt{x} + 1)} = \frac{2}{2} = 1$$

$$f'_+(1) = 1 \dots \dots \dots (2)$$

من (1) و (2) نجد : $f'(1)$ غير موجودة

$f'_+(1) \neq f'_-(1)$

$$f'(x) = \begin{cases} 2x & : x < 1 \\ \text{غير موجودة} & : x = 1 \\ \frac{1}{\sqrt{x}} & : x > 1 \end{cases}$$

$$f'(x) = \begin{cases} 2x & : x < 1 \\ \frac{1}{\sqrt{x}} & : x > 1 \end{cases}$$

ومنه :

القسم الثاني (الأسئلة الموضوعية) :

أولاً : في البنود (1-3) ظلل في جدول الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة

(1) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{|2x-3|} = \frac{1}{2}$



(2) إذا كانت f دالة متصلة على $[2, 3]$ فإن $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = f(2)$

(3) إذا كانت الدالة f فإن مجال f' هو \mathbb{R} فبأن $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x & : x \geq 1 \\ 4x - 1 & : x < 1 \end{cases}$

ثانياً : في البنود (4-10) لكل بند أربع إختيارات واحد منها فقط صحيح اختر الإجابة الصحيحة ثم ظلل في جدول الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة :

(4) هي $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x}-2}{x-4}$

(a) 0

(b) $-\frac{1}{4}$

(c) $\frac{1}{4}$

غير موجوده (d)

(5) فإن a تساوي
 $x = 0$: $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+4} - 2}{x} & : x \neq 0 \\ a & : x = 0 \end{cases}$ إذا كانت الدالة f متصلة عند 0

(a) 4

(b) $-\frac{1}{4}$

(c) -4

(d) $\frac{1}{4}$

(6) إن الدالة $f : f(x) = x + \sqrt{x^2} + 2$ ليست قابلة للإشتقاق عند $x = 0$ لوجود

(a) مماس عمودي

(b) إنفصال

(c) ناب

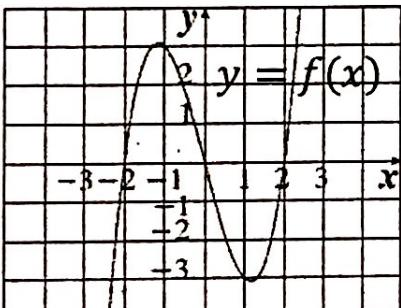
(d) ركن

إذا كانت $\frac{dy}{dt}$ تساوي $y = \frac{4}{3\pi} \sin 3t - \frac{4}{5\pi} \cos 5t$: (7)

- (a) $\frac{4}{\pi} \cos 3t + \frac{4}{\pi} \sin 5t$ (b) $\frac{4}{\pi} \sin 3t - \frac{4}{\pi} \cos 5t$
 (c) $\frac{4}{\pi} \cos 3t - \frac{4}{\pi} \sin 5t$ (d) $\frac{4}{\pi} \cos 3t - \frac{4}{\pi} \sin 3t$

عدد النقاط الحرجة للدالة : $y = 3x^3 - 9x - 4$ على الفترة $(0, 2)$ يساوي (8)

- (a) 0 (b) 1
 (c) 2 (d) 3



إذا كان بيان الدالة f ممثلا بالشكل المقابل :
فإن $f''(x) < 0$ في الفترة (9)

- (a) $(-\infty, 0)$ (b) $(0, \infty)$
 (c) $(-1, 1)$ (d) $(-\infty, 1)$

إذا كان القرار رفض فرض عدم و كانت فترة الثقة هي : $(-1.96, 1.96)$ فإن قيمة الإختبار z يمكن أن تكون : (10)

- (a) 1.5 (b) 1.87
 (c) -1.5 (d) -2.5

انتهت الأسئلة ..

القسم الثاني (الأسئلة الموضوعية) :

جدول الإجابة



(1)	(a)	(b)	(c)	(d)
(2)	(a)	(b)	(c)	(d)
(3)	(a)	(b)	(c)	(d)
(4)	(a)	(b)	(c)	(d)
(5)	(a)	(b)	(c)	(d)
(6)	(a)	(b)	(c)	(d)
(7)	(a)	(b)	(c)	(d)
(8)	(a)	(b)	(c)	(d)
(9)	(a)	(b)	(c)	(d)
(10)	(a)	(b)	(c)	(d)

.....
10

الدرجة :

القسم الأول : أسئلة المقال :
أجب عن الأسئلة التالية موضحا خطوات الحل في كل منها :

10

لجزء بـ

السؤال الأول :

(a) أوجد :

(5 درجات)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(3+x)^3 - 27}{x}$$

الحل :

$\frac{1}{2}$

عند التعويض المباشر $x = 0$ في حل هذه المسألة

وأطماهم نحصل على صيغة غير معينه

$\frac{1}{2}$

$$\frac{(3+x)^3 - 27}{x} = \frac{(3+x-3)((3+x)^2 + 3(3+x) + 9)}{x}$$

$\frac{1}{2}$

$$= \frac{x(x^2 + 6x + 9) + 9 + 3x + 9}{x}$$

$\frac{1}{2}$

$$= \frac{x^2 + 9x + 27}{x}$$

$\frac{1}{2}$

$$= x^2 + 9x + 27 \quad , \quad x \neq 0$$

1

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(3+x)^3 - 27}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} (x^2 + 9x + 27)$$

$$= 0^2 + 9(0) + 27$$

$$= 27$$



تراعي الحلول لا لأثر عن من يسجلون

تابع السؤال الأول :

(5 درجات)

(b) أوجد قيمة a, b بحيث تكون الدالة f متصلة على مجالها حيث :

نحوذع الراجحة

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & : x < 1 \\ 3x + a & : x > 1 \\ b & : x = 1 \end{cases}$$

الحل :

١/٢ $(-\infty, 1) \cup (1, \infty) \cup \{1\} = \mathbb{R}$; f دالة متصلة على المجال \mathbb{R}

$\therefore f$ دالة متصلة على المجال \mathbb{R}

$\therefore f$ متمدة عند $x = 1$

١/٢ $\therefore \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1)$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = f(1)$$

$$f(1) = b$$

١/٢ $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} x^2 = 1$

$$\Rightarrow b = 1$$

١/٢ $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (3x + a)$

$$= 3 + a$$

$$3 + a = 1$$

$$\Rightarrow a = -2$$



ermanny المدرسة الثانوية في كل الأفراد من يجمع لـ

السؤال الثاني

10

(a) ادرس تغير الدالة $f(x) = x^3 - 3x$: وارسم بيانها

(7 درجات)

مذكرة لرضا

R

الحل : f دالة كثيرة درجة ثالثة مع عامل

$\frac{1}{2}$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} x^3 = \infty$$

$\frac{1}{2}$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 = -\infty$$

فوجه التقاطع الموجب
دالة كثيرة درجة ثلاثة لها ثنتين على عجل

$\frac{1}{2}$

$$f'(x) = 3x^2 - 3$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 3x^2 - 3 = 0 \Rightarrow 3(x-1)(x+1) = 0$$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$$\Rightarrow x = 1 \quad \text{و} \quad x = -1$$

$$f(1) = 1 - 3 = -2$$

$\frac{1}{2}$

$$f(-1) = -1 + 3 = 2$$

نقطتان صربتها



ملخص بدل لرضا

f'	$-\infty$	-1	1	∞
f متزايدة سلواناً f	$+$ $+$ $+$	$-$ $-$ $-$	$+$ $+$ $+$	∞

الدالة متزايدة على الفترة $(-\infty, -1)$ والفراغ $(1, \infty)$

متناقصة على الفترة $(-1, 1)$

$\frac{1}{2}$

$$f''(x) = 6x$$

$f''(x) = 0$ نصلح

$\frac{1}{2}$

$$6x = 0 \Rightarrow x = 0, f(0) = 0$$

$\frac{1}{2}$

f''	$-\infty$	0	∞
التفصيل	$-$ $-$ $-$	$+$ $+$ $+$	

النقطة $(0, 0)$ نقطة انعطاف

نقطة اضطراب

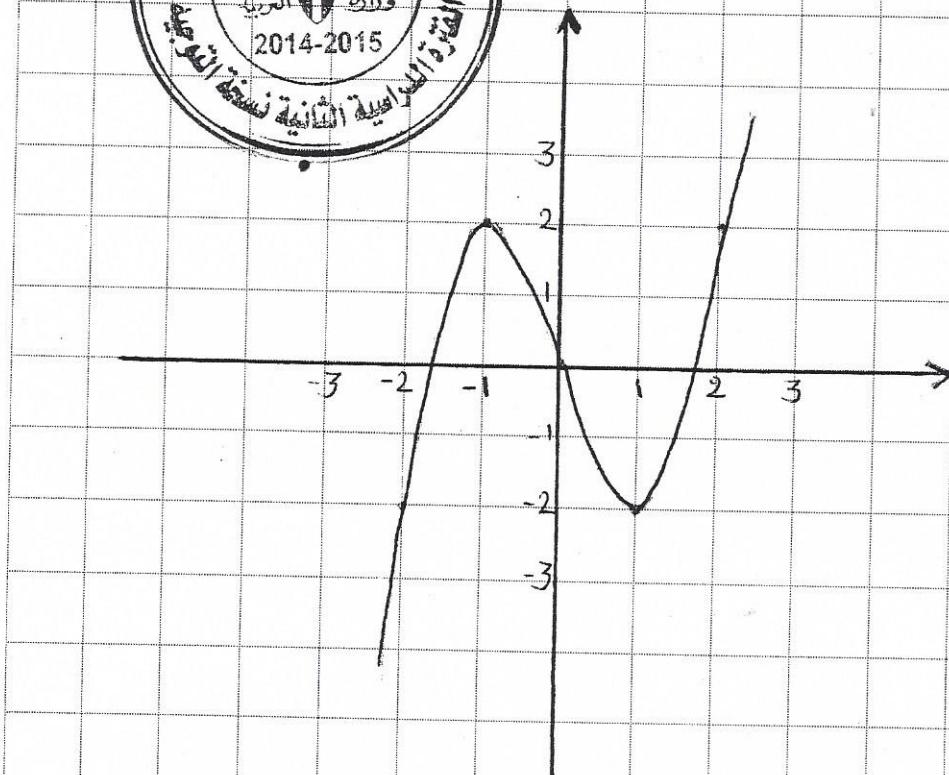
$\frac{1}{2}$

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	-2	2	0	-2	2

تربيع الكلمة الرأسية 3 خصائص

ورقة الرسم البياني

مجزئ الحجم



تابع السؤال الثاني :

- (b) يعتقد مدير شركة دراسات إحصائية أن متوسط الإنفاق الشهري على الطعام في منازل مدينة معينه يساوي 290 ديناراً كويتياً ، فإذا أخذت عينة عشوائية مكونة من 10 منازل فتبين أن متوسطها الحسابي $\bar{x} = 283$ وإنحرافها المعياري $s = 32$
- فهل يمكن الاعتماد على هذه العينة لتأكيد ما افترضه المدير
إستخدم مستوى ثقة 95% (علماً بأن المجتمع يتبع التوزيع الطبيعي)
- (3 درجات)

الحل :

$$n = 10 \quad \bar{x} = 283 \quad s = 32$$

① هل يختلف المجموع المعاشر عن المعاشر المعاشر

$H_1: \mu \neq 290$ مقابل $H_0: \mu = 290$

○ غير معلوم ، $n = 10 < 30$

نختبر المعاشر المعاشر

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

$$t = \frac{283 - 290}{\frac{32}{\sqrt{10}}}$$

$$t \approx -0.6917$$

$$n = 10 \quad \text{درجة الحرارة} \quad ③$$

مستوى الثقة 95%

$$1 - \alpha = 0.95$$

$$\alpha = 0.05 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.025$$

$$t_{0.025} = 2.262 \quad \text{مدى بدل توزيع t}$$

$$(-2.262, 2.262) \quad ④$$

$$-0.6917 \in (-2.262, 2.262) \quad ⑤$$

$$\therefore \text{القرار يقبل فرضية عدم} \quad \mu = 290$$

ترابع الحلول الأفراد من جميع الأسلوب

السؤال الثالث :

10

$$f(x) = \frac{5x-7}{x^2-2} : f \quad (a) \quad \text{أوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة}$$

(5 درجات)

مکونی

عند النقطة $A(1, 2)$

اکمل:

$$f'(x) = \frac{(x^2 - 2)(5x - 7)' - (x^2 - 2)'(5x - 7)}{(x^2 - 2)^2}$$

2

$$= \frac{(x^2 - 2)(5) - (2x)(5x - 7)}{(x^2 - 2)^2}$$

$$= \frac{5x^2 - 10 - 10x^2 + 14x}{(x^2 - 2)^2}$$

$$= \frac{5x^2 - 10 - 10x^2 + 14x}{(x^2 - 2)^2}$$

$$= \frac{-5x^2 + 14x - 10}{(x^2 - 2)^2}$$

1

$$f'(1) = \frac{-5 + 14 - 10}{(-2)^2} = -1$$

$$f'(1) = -1 \text{ : مطابق}$$

112

$$y - f(a) = f'(a) \cdot (x-a)$$

$$y - f(1) = f'(1)(x - 1)$$

15

$$y - 2 = (-1) \cdot (x - 1)$$

$$y - 2 = 1 - x$$

$$y = -x + 3$$



الرابع الطول الآخر في منه يجمع الى سنته

تابع السؤال الثالث :

(b) تعطى الدالة $V(h) = 2\pi(-h^3 + 36h)$ حجم أسطوانه بدلالة ارتفاعها h
أوجد الارتفاع h (cm) للحصول على أكبر حجم للأسطوانه ثم رجع برجاً
(5 درجات)



$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$V'(h) = -6\pi h^2 + 72\pi h$$

$$\frac{1}{2}$$

$$V'(h) = 0$$

$$\therefore -6\pi h^2 + 72\pi = 0$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow h^2 = 12 \quad \therefore h = \pm 2\sqrt{3}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$h = 2\sqrt{3} \quad \text{أو} \quad h = -2\sqrt{3}$$

نفرض $h = 2\sqrt{3}$

$$\frac{1}{2}$$

$$V''(h) = -12\pi h$$

$$\frac{1}{2}$$

$$V''(2\sqrt{3}) = -12\pi(2\sqrt{3})$$

$$\frac{1}{2}$$

$$= -24\pi\sqrt{3} < 0$$

$$\frac{1}{2}$$

\therefore أكبر حجم للأسطوانه عند

$$V(2\sqrt{3}) = 2\pi \left[-(2\sqrt{3})^3 + 36(2\sqrt{3}) \right]$$

$$= 2\pi (-24\sqrt{3} + 72\sqrt{3})$$

$$\frac{1}{2}$$

$$= 96\sqrt{3}\pi$$

نهاية المحلول الآخر في جميع الأسئلة

السؤال الرابع

10

$$g(x) = \begin{cases} (x-2)^2 & , \quad x \leq 1 \\ 3x-2 & , \quad x > 1 \end{cases} : g(a)$$

(5 درجات)

مُرْجِع لِرَجَاء

أوجد إن أمكن $g'(1)$.

الحل :

$\frac{1}{2}$

$$g'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{g(x) - g(1)}{x - 1}$$

$\frac{1}{2}$

$$= \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(x-2)^2 - 1}{x - 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(x-2-1)(x-2+1)}{x - 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(x-3)(x-1)}{(x-1)}$$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$$= \lim_{x \rightarrow 1^-} (x-3) = 1-3 = -2 \quad x \neq 1 \quad \therefore g'_-(1) = -2$$

$\frac{1}{2}$

$$g'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{g(x) - g(1)}{x - 1}$$

$\frac{1}{2}$

$$= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{3x-2 - 1}{x - 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{3x-3}{x-1}$$

$\frac{1}{2}$

$$= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{3(x-1)}{(x-1)}$$

$\frac{1}{2}$

$$= \lim_{x \rightarrow 1^+} 3 = 3 \quad x \neq 1$$



$$\therefore g'_+(1) = 3$$

$\frac{1}{2}$

$$\therefore g'_-(1) \neq g'_+(1)$$

$\frac{1}{2}$

غير مصححة $g'(1)$

تراعي الحلول الأخرى من جميع الأسلوبات

تابع السؤال الرابع :

(b) أوجد :



$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{\sin^2 x}$$

$$1 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{\sin^2 x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{\sin^2 x} \times \frac{1 + \cos x}{1 + \cos x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - \cos x)(1 + \cos x)}{\sin^2 x (1 + \cos x)}$$

$$1 \quad = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 x}{\sin^2 x (1 + \cos x)}$$

$$\frac{1}{2} \quad = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{\sin^2 x (1 + \cos x)}$$

$$\frac{1}{2} \quad = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{1 + \cos x}, \sin^2 x \neq 0$$

$$\frac{1}{2} \quad \therefore \lim_{x \rightarrow 0} (1 + \cos x) = \lim_{x \rightarrow 0} 1 + \lim_{x \rightarrow 0} \cos x$$

$$\frac{1}{2} \quad = 1 + 1 = 2, 2 \neq 0$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{\sin^2 x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{1 + \cos x}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \quad = \frac{\lim_{x \rightarrow 0} 1}{\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \cos x)} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{\sin^2 x} = \frac{1}{2}$$

ترابع الكلول الأرضي في جميع الأسئلة

القسم الثاني (الأسئلة الموضوعية) :

أولاً : في البنود (3-1) ظلل في ورقة الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{1}{(3-x)^9} = -\infty \quad (1)$$

$$f'(x) = 2 \cos 2x : \text{فإن } f(x) = \sin 2x \quad (2)$$

(3) إذا كانت f دالة متصلة عند $x=c$ فإن الدالة $g(x) = \sqrt{f(x)}$ متصلة عند $x=c$

ثانياً في البنود (4-10) لكل بند أربع إختيارات واحد منها فقط صحيح اختر الإجابة الصحيحة ثم

ظلل دائرة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة :

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2x}{\sqrt{4x^2 - x + 3}} = \quad (4)$$

(a) - 1

$$(b) \frac{-1}{2}$$

(c) $\frac{1}{2}$

(d) 1

$$(5) \quad \text{لتكن الدالتين} \quad g(x) = 5x + 1 \quad , \quad f(x) = x^2 + 3$$

فإن $(g \circ f)(x)$ تساوي:

(a) $5x^2 + 16$

(b) $25x^2 + 10x + 4$

(c) $10x$

(d) $50x + 10$

(6) الدالة التي تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على الفترة $[-2, 3]$ هي $f(x) =$

(a) $\sqrt[3]{x}$

(b) $\tan x$

(c) $\sqrt{9 - x^2}$

(d) $\frac{1}{x}$

(7) إذا كانت $f''(x)$ فإن $f(x) = (1 + 6x)^{\frac{2}{3}}$ يساوي

(a) $-8(1 + 6x)^{-\frac{4}{3}}$

(b) $-64(1 + 6x)^{-\frac{4}{3}}$

(c) $-8(1 + 6x)^{\frac{4}{3}}$

(d) $-64(1 + 6x)^{\frac{4}{3}}$

(8) إذا كانت : $\frac{dy}{dx} = x^2 - 3y^2 + 2xy = 0$

(a) $\frac{y-x}{3y-x}$

(b) $\frac{y+x}{3y-x}$

(c) $\frac{x-y}{3y-x}$

(d) $\frac{y-x}{3y+x}$

(9) إذا كانت f دالة كثيرة حدود ، $(c, f(c))$ نقطة إنعطاف لها فإن :

(a) $f''(c)=0$

(b) $f'(c) = 0$

(c) $f(c) = 0$

(d) $f''(c)$ غير موجودة

(10) القيمة الحرجية $Z_{\frac{\alpha}{2}}$ المناظرة لمستوى ثقة 96.6% هي :

(a) 2.21

(b) 2.17

(c) 21.2

(d) 2.12

لوزع لرجم

جدول الإجابة

(1)	(a)	(b)	(c)	(d)
(2)	(a)	(b)	(c)	(d)
(3)	(a)	(b)	(c)	(d)
(4)	(a)	(b)	(c)	(d)
(5)	(a)	(b)	(c)	(d)
(6)	(a)	(b)	(d)	(d)
(7)	(a)	(b)	(c)	(d)
(8)	(a)	(b)	(c)	(d)
(9)	(a)	(b)	(c)	(d)
(10)	(a)	(b)	(c)	(d)



الدرجة :
.....

صل بدر حسنه داهر