Complejidad computacional de buscar árboles generadores con una sucesión de grados específica

Maria Elena Martinez Cuero

Universidad Autónoma Metropolitana-Iztapalapa

27 de febrero de 2020

XXXV Coloquio Víctor Neumann-Lara de Teoría de las Gráficas, Combinatoria y sus Aplicaciones

Definiciónes

Definición

Objetivo de la plática

Teorema

Sean $n \geq 4$ *un número entero,* G *una gráfica etiquetada con el conjunto de vértices* $V(G) = \{w_1, w_2, \ldots, w_n\}$ *y* $\sigma = d_1, d_2 \ldots, d_n$ *una sucesión de grados arbórea, donde* $d_1 \leq d_2 \leq \cdots \leq d_n$*. El problema de decidir si* G *tiene un árbol generador* T *tal que* $d_T(w_i) = d_i$*, con* $1 \leq i \leq n$*, es* *NP-completo*.

Estrategia usual

- Mostrar que el problema esta en la clase NP

Estrategia usual

- Mostrar que el problema esta en la clase *NP*

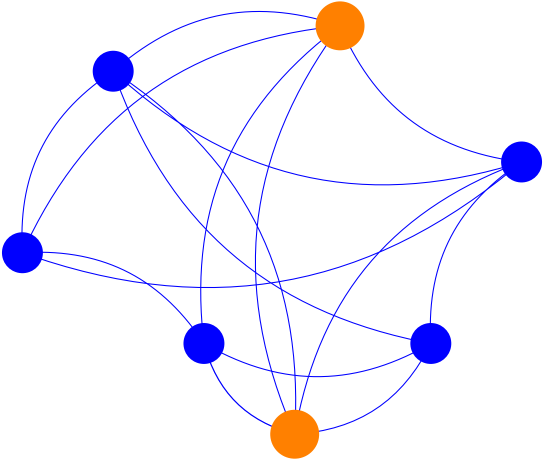
- $A \leq_p B$

Estrategia usual.Punto número uno

- Mostrar que el problema esta en la clase *NP*

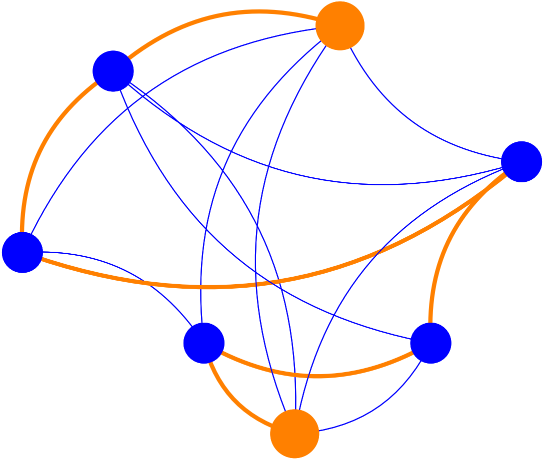
Estrategia usual. Punto número dos

- $A \leq_p B$



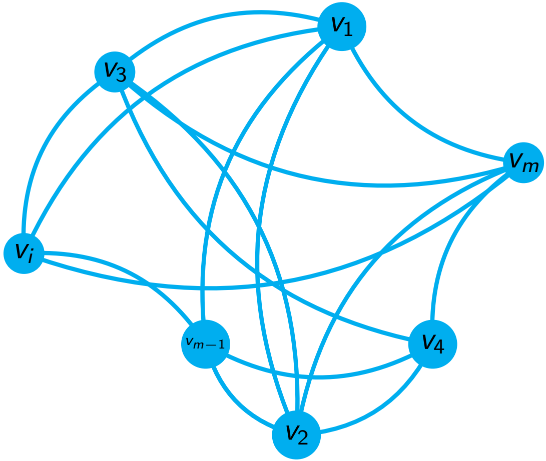
Estrategia usual. Punto número dos

- $A \leq_p B$

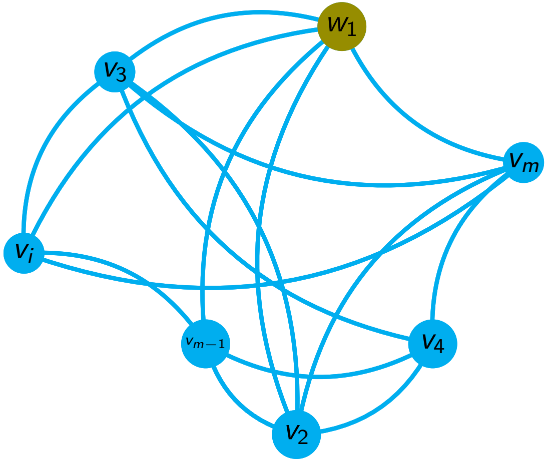


Transformación.

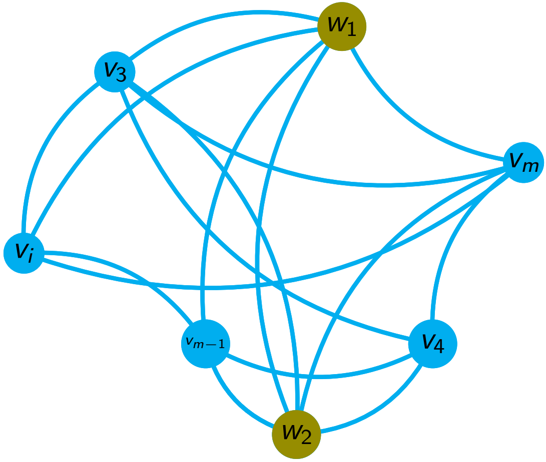
Transformación $f : G_m \to G_n$



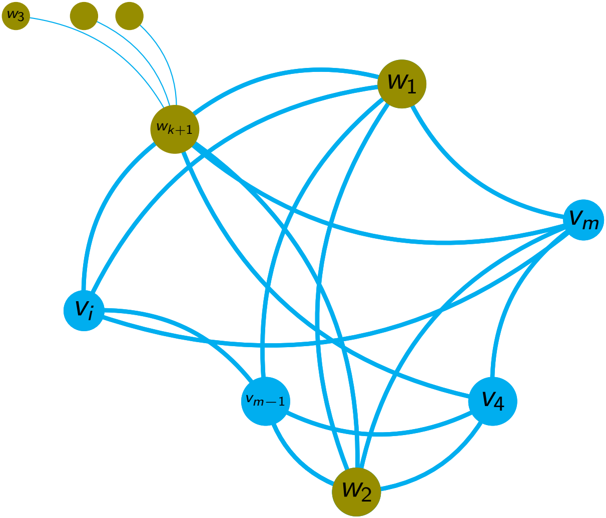
Transformación $f : G_m \to G_n$



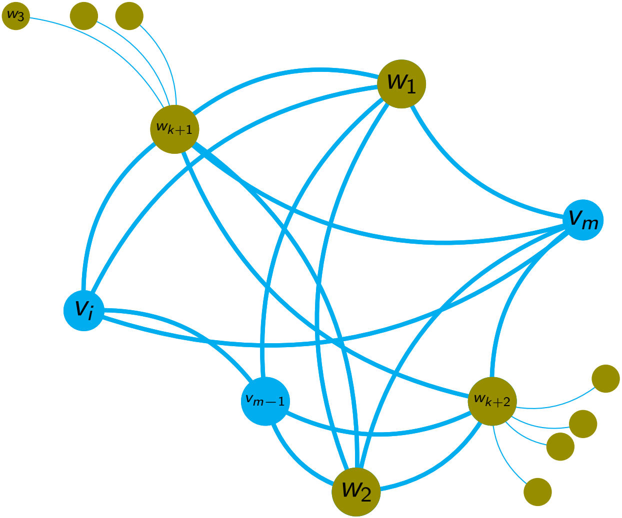
Transformación $f : G_m \to G_n$



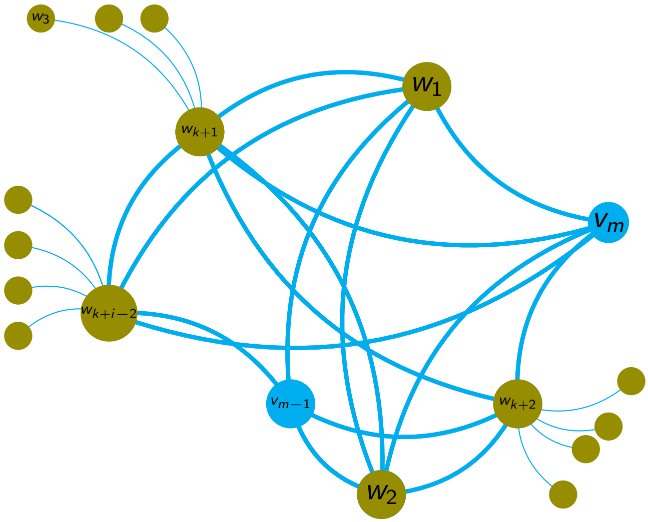
Transformación $f : G_m \to G_n$



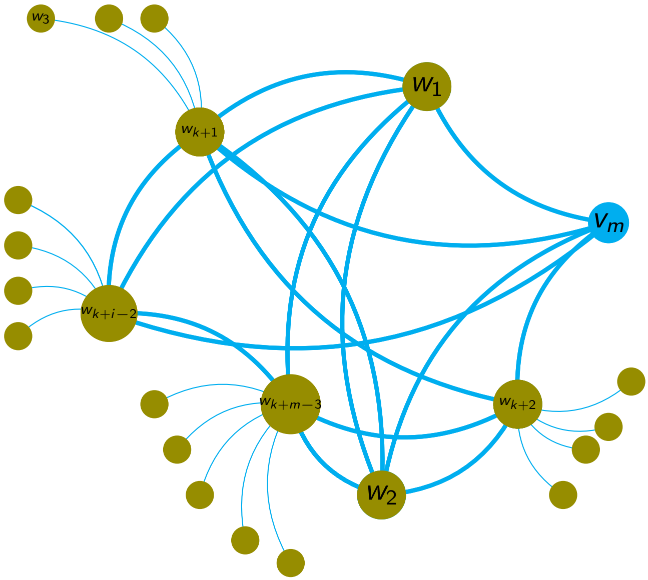
Transformación $f : G_m \to G_n$



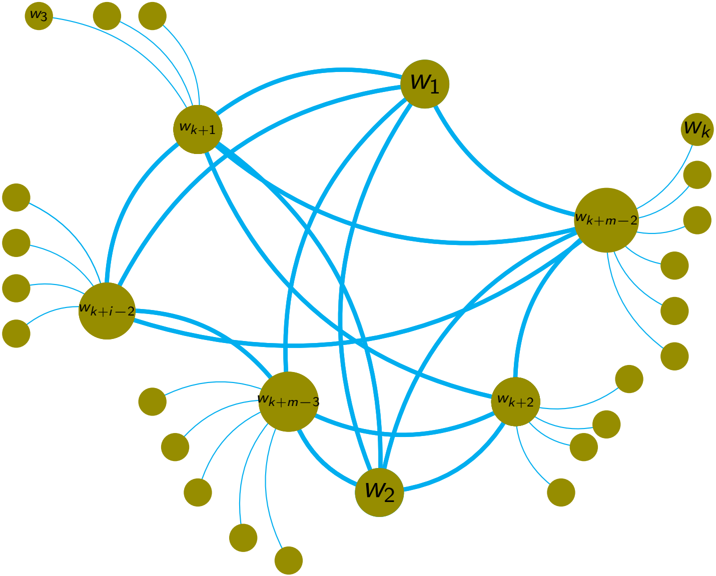
Transformación $f : G_m \to G_n$



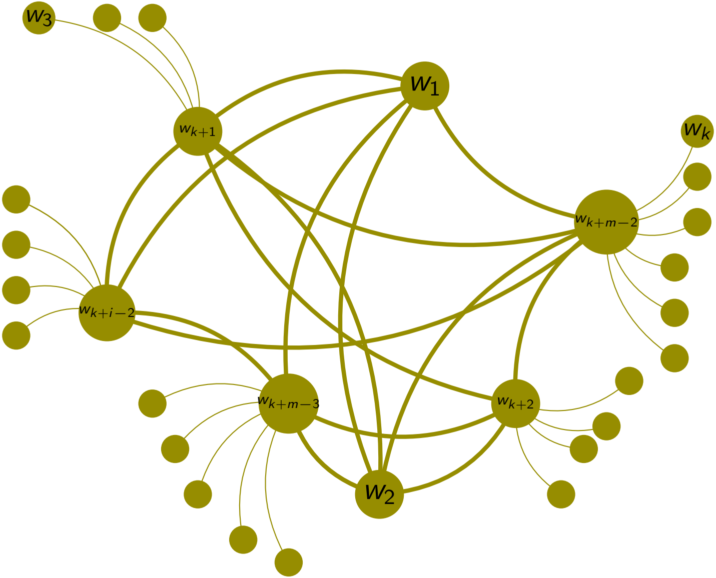
Transformación $f : G_m \to G_n$



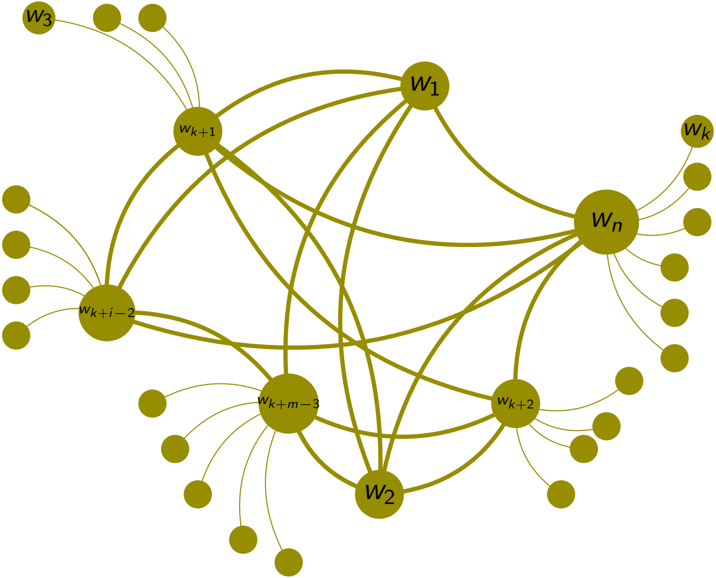
Transformación $f : G_m \to G_n$



Transformación $f : G_m \to G_n$

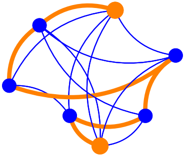


Transformación $f : G_m \to G_n$



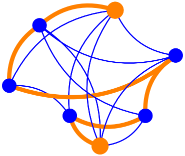

Demostración.

Demostración



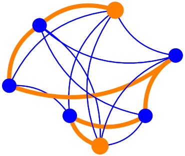
Si la gráfica G_m tiene una trayectoria hamiltoniana con vértice inicial v_1 y vértice final v_2,

Demostración



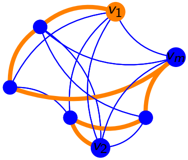
Si la gráfica G_m tiene una trayectoria hamiltoniana con vértice inicial v_1 y vértice final v_2, entonces la gráfica G_n tiene un árbol generador T tal que $d_T(w_i) = d_i$ con $1 \leq i \leq n$.

Demostración

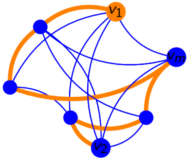


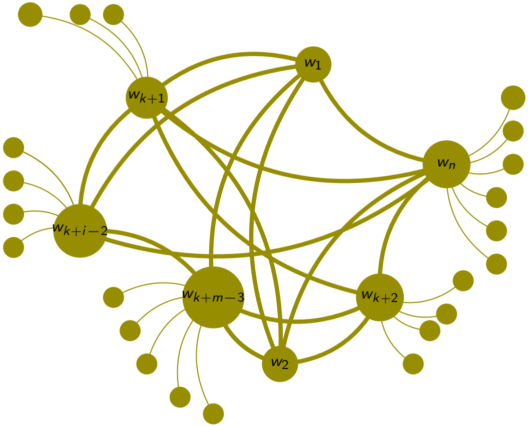
Si la gráfica G_m tiene una trayectoria hamiltoniana con vértice inicial v_1 y vértice final v_2, entonces la gráfica G_n tiene un árbol generador T tal que $d_T(w_i) = d_i$ con $1 \leq i \leq n$.

Demostración. F subgráfica de G_n y $F \cong G_m$

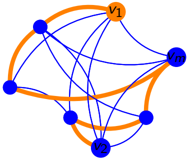


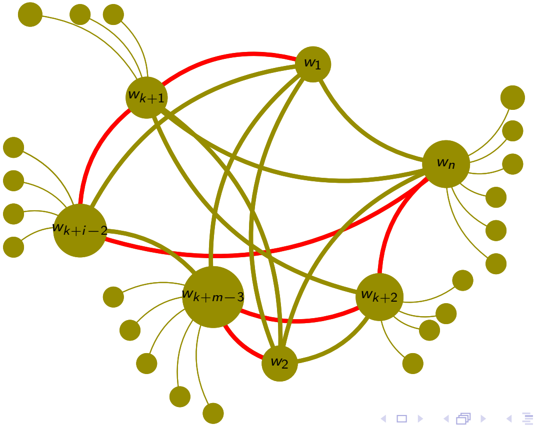
Demostración. F subgráfica de G_n y $F \cong G_m$





Demostración. F subgráfica de G_n y $F \cong G_m$



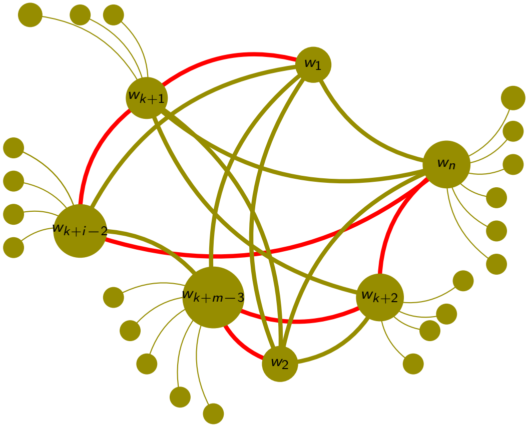


Demostración

$T = H_{w_1 w_2} \cup (E(G) \backslash E(F))$ subgráfica de G_n es el árbol generador deseado de G_n

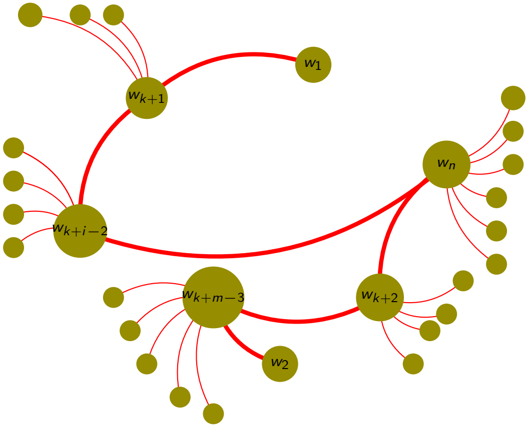
Demostración

$T = H_{w_1 w_2} \cup (E(G) \backslash E(F))$ subgráfica de G_n es el árbol generador deseado de G_n



Demostración

$T = H_{w_1 w_2} \cup (E(G) \backslash E(F))$ subgráfica de G_n es el árbol generador deseado de G_n



Si la gráfica G con $V(G) = \{w_1, w_2, w_3, \ldots, w_n\}$ tiene un árbol generador T tal que $d_T(w_i) = d_i$ con $1 \leq i \leq n$, entonces la gráfica G^* tiene una trayectoria hamiltoniana con vértice inicial v_1 y vértice final v_2.

Finalmente, veamos que al hacer $G_n = f(G_m)$, $k - 2 = |G_n| \backslash |G_m|$ es el número de vértices que se le pega a G_m y dado que cada uno de estos vértices nuevos es adyacente a un v_i de G_m con $3 \leq i \leq m$ se usan $k - 2 = |E(G_n)| \backslash |E(G_m)|$ aristas para hacer esto y el número de vértices que se reetiquetan son m. Por lo cual el trabajo que realiza la tranformación f es $2(k - 2) + m \leq 2n$ en un tiempo lineal.

Gracias.