

ДЗ №3, ФЯ

Шеремеев Андрей

2.10.2021

Задача 1

а: Если взять $u = a^n, v = b^n \rightarrow a^nabb^n$ (условия что $|v| = |u|$ соблюдены), то у нас разбиение получится такое $xy = a^n$, тк есть ограничение $|xy| \leq n$ поэтому строка имеет вид $a^h a^k b b^n$, где $a^k = y$. Тогда нужно проверить такую строку $xy^m z = a^h a^{mk} b b^n$ на принадлежность языку. Но заметим, что это не так, поскольку по условиям $h + k = n$, однако мы оцениваем $h + mk$, где $h > 0 \Rightarrow h + mk > n \Rightarrow |v| \neq |u|$, тк левая часть больше, а правая все так же n . Язык не регулярный.

б: Аналогично, для простоты будем считать, что $k = n$, тогда строка $a^n c 2n + 1 e^n$. Из-за ограничений на размерность получается, что $x = a^h, y = a^k$. Тогда проверяем такую строку $a^h a^k c^{2n+1} e^n \rightarrow a^h a^{mk} c^{2n+1} e^n$. При этом $h + k = n$, но $\exists k$ такое, что эта строка не будет лежать в языке, например $k > 1, k! = \frac{m+1}{m}$, в таком случае получится, что $h + mk > n + 1$, а значит никак $2n + 1$ у нас не получится. Значит язык не регулярный.

с: Теории про простых близнецов еще не доказаны точно, есть только забавная константа Бруна, которую тоже никто не умеет вычислять. Ну тогда 2 случая – их бесконечно много и их конечно количество.

Если их бесконечное количество, тогда подойдет такая регулярка a^* . Язык регулярный. End.

Конечное. Тут у меня началась шиза и я не могу определиться с решением. С одной стороны – у нас конечно количество элементов в нашем языке, а значит мы их можем перечислить и считать регуляркой вида a^1, \max_count .

С другой стороны – возьмем последний элемент вида a^n , принадлежащий языку, это значит, что a^{n+1} уже не принадлежит, это значит что для него не существует таких простых чисел близнецов, больших его, а тогда язык не регулярный по лемме о накачке, тк для ее отрицания мы требуем условий $\forall n \exists w |w| \geq n \forall x, y, z, \dots, \exists k > 0 : xy^k z \notin L$. Ну мы можем всегда взять k такое большое, что длина у нас получится большой и из-за ограниченности мы не найдем нужное простое число.

Короче тут у меня дилема, буду рад если хелпанешь, но мне кажется что первый вариант про их конечность более правильный =)