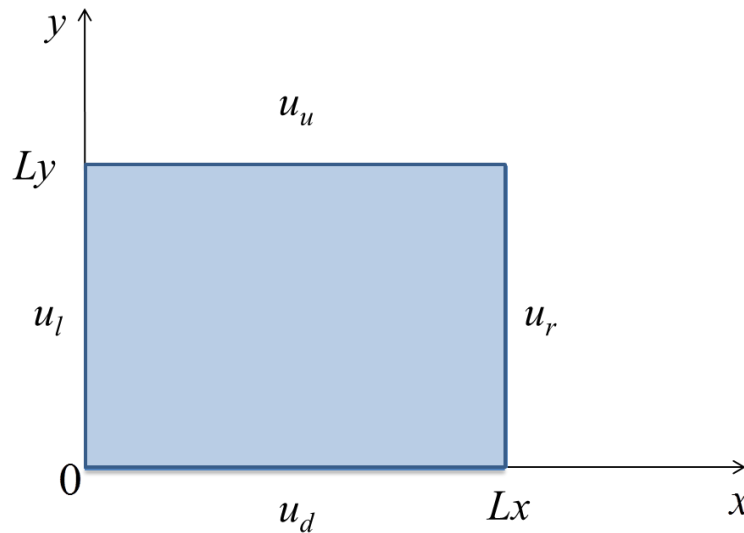


Задача №3а

(Решение двумерного однородного уравнения теплопроводности)

Постановка задачи.



Медная пластина с размерами $Lx = Ly = 0,5$ м. На верхней границе поддерживается постоянная температура $u_u = 100$ °С, на нижней – температура $u_d = 0$ °С. На вертикальных границах поддерживаются постоянные температуры $u_l = 80$ °С и $u_r = 30$ °С. Начальная температура пластины $u_0 = 5$ °С.

Необходимо решить двумерное однородное уравнение теплопроводности вида

$$\rho c \frac{\partial u}{\partial t} = \lambda \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right), \quad 0 < x < Lx, \quad 0 < y < Ly,$$

где $\rho = 8960$ кг/м³ – плотность меди, $c = 380$ Дж/(кг·°С) – теплоемкость меди, $\lambda = 401$ Вт/(м·°С) – коэффициент теплопроводности меди. Коэффициент температуропроводности $k = \lambda / (\rho c)$.

Для решения уравнения используется явная разностная схема с расщеплением по пространственным координатам:

$$v_{i,j} = u_i^n + \frac{k\tau}{h^2} (u_{i+1,j}^n - 2u_{i,j}^n + u_{i-1,j}^n) - \text{промежуточное решение},$$

$$u_{i,j}^{n+1} = v_{i,j} + \frac{k\tau}{h^2} (v_{i,j+1} - 2v_{i,j} + v_{i,j-1}) - \text{окончательное решение.}$$

Начальное условие: $u(x, y, 0) = u_0$.

Граничные условия на вертикальных границах:

$$u(0, y, t) = u_l, u(Lx, y, t) = u_r.$$

Граничные условия на горизонтальных границах:

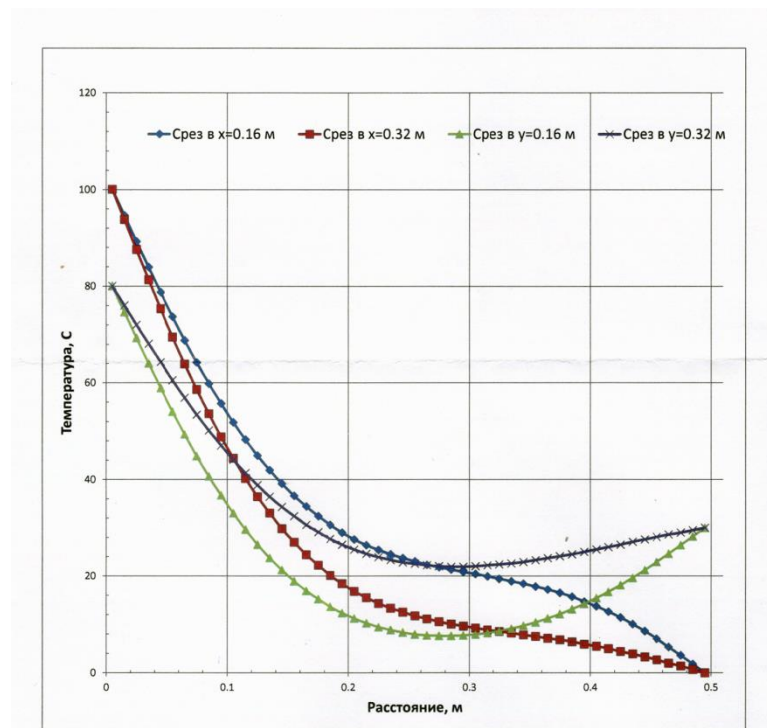
$$u(x, 0, t) = u_d, u(x, Ly, t) = u_u.$$

Задание:

1) Получить распределение температуры на поверхности пластины на момент времени $T = 60$ с, используя следующие параметры: $h = 0,01$, $dt = ?$ (см. замечание 1). Построить графики температуры вдоль срезов $x=0,16$ м, $x=0,32$ м, $y=0,16$ м, $y=0,32$ м. По желанию можно построить трехмерную поверхность распределения температуры по пластине.

2) Сравнить полученные графики температуры с реперными (учесть, что координаты центра расчетных ячеек вычисляются согласно $i \cdot h - h/2$):

Должно получиться что-то вроде такого:



3) Построить график зависимость ускорения S и эффективности E (эффективность – это отношение S / p) от количества процессов p , где $p = 1, 2, 3, \dots, 8-12$ (см. замечание 2).

Замечания:

1) Подумать над значением шага по времени.

2) Если график не получается (нет прироста ускорения), подумать над мелкостью разбиения расчетной области и тем, как загрузить вычислительные ядра.

3) Подумать, каким образом следует организовать пересылку сообщений между процессами посредством блокирующих функций приема/передачи, чтобы суммарное время передачи в конце каждого шага по времени было $O(1)$ (а не $O(p)$). Реализовать оба варианта. Сравнить графики ускорения в этих двух вариантах.