

Поток по случайным процессам

Выберите опцию...

Базовый

Теоретический

Прикладной

Вернуться на 2-й курс

Далее

Случайные процессы ПМИ

Прикладной поток

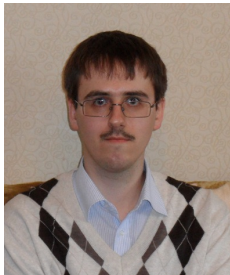
Семинар 1

ФИБТ МФТИ

1. О курсе

Страница курса: http://ru.discrete-mathematics.org/?page_id=3766

Лекции



Шабанов Дмитрий
Александрович

Пн, 12:20, 123 ГК

Семинары



Волков Никита Алексеевич

Пн, 17:05, 430 ГК

Виды деятельности

- Теоретические задания (в среднем π задач в неделю)
- Практические задания (небольшие, но каждую неделю)
- Контрольные работы (адекватные)
- Экзамен (как у всех)

Правила и система оценивания

Еще не определены...

Будут адекватными...

Наверное...

Примерная программа

- Ветвящиеся процессы
- Марковские цепи
- **Скрытые марковские модели**
- Пуассоновские процессы: однородные / **неоднородные**
- Гауссовские процессы. Винеровский процесс.
- Стационарные процессы.
- **Временные ряды.**
- Марковские моменты.
- Мартингалы.
- **Задача обнаружения разладки.**

2. Введение

Что такое случайный процесс?

$X : \Omega \rightarrow E$ — случайный элемент

$X : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ — случайная величина

$X : \Omega \times T \rightarrow E$ — случайная функция $X_t(\omega)$

$X_t(\omega)|_{t=t_0}$ — случайный элемент

$X_t(\omega)|_{\omega=\omega_0}$ — траектория

$T \subset \mathbb{R} \implies X_t$ — случайный процесс

t — время

$T = \mathbb{R}, \mathbb{R}_+, (a, b) \implies X_t$ — процесс с непрерывным временем

$T \subset \mathbb{Z} \implies X_t$ — процесс с дискретным временем

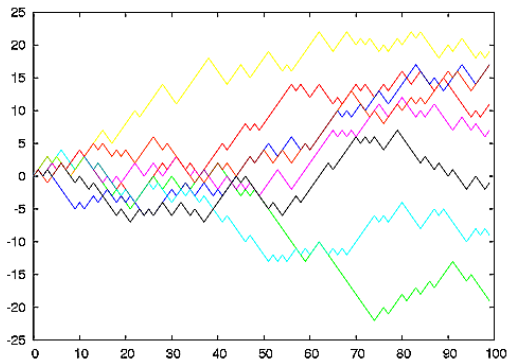
$T \subset \mathbb{R}^d, d > 1 \implies X_t$ — случайное поле

Примеры

1. $(X_n, n \in \mathbb{N})$ — выборка

2. $(\xi_n, n \in \mathbb{N})$ — выборка, $S_n = \sum_{i=1}^n \xi_i$

$(S_n, n \in \mathbb{Z}_+)$ — случайное блуждание



Ветвящиеся процессы Гальтона-Ватсона

Пусть $\{\xi_k^{(n)}\}_{k,n=1}^{\infty}$ — независимые одинаково распределенные случайные величины со значениями в \mathbb{Z}_+ .

0. В нулевом поколении была одна частица: $X_0 = 1$

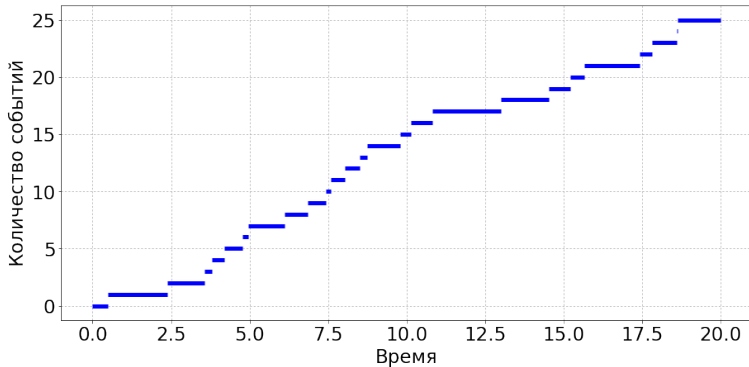
1. Она порождает следующее поколение: $X_1 = \xi_1^{(1)}$

...

n . Формула для n -го поколения:
$$X_n = \sum_{k=1}^{X_{n-1}} \xi_k^{(n)}$$

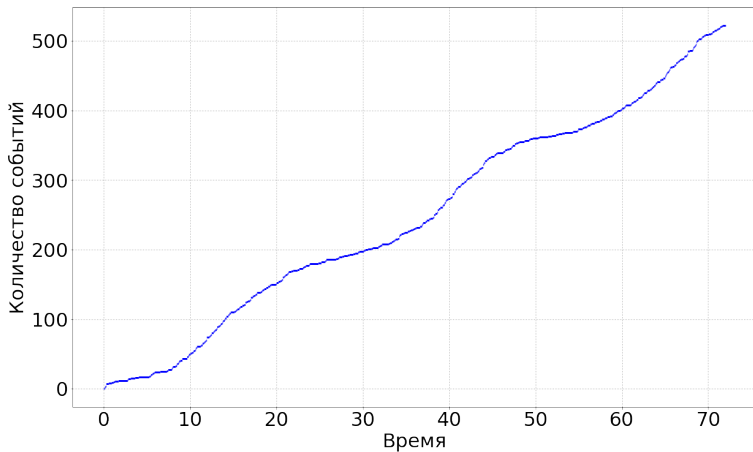
Пуассоновский процесс

Количество событий, произошедших к моменту времени t .



Неоднородный пуассоновский процесс

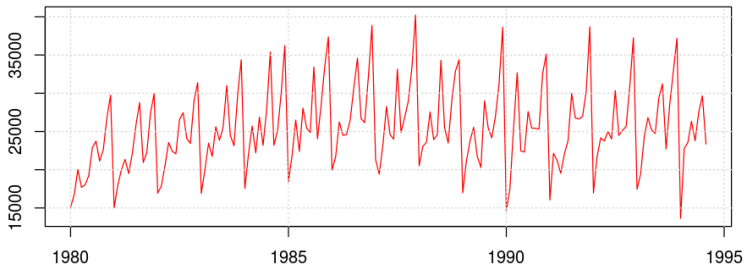
Количество событий, произошедших к моменту времени t .



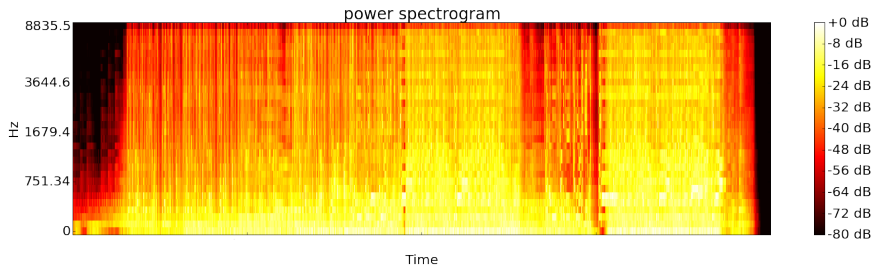
Курс китайского юаня к российскому рублю



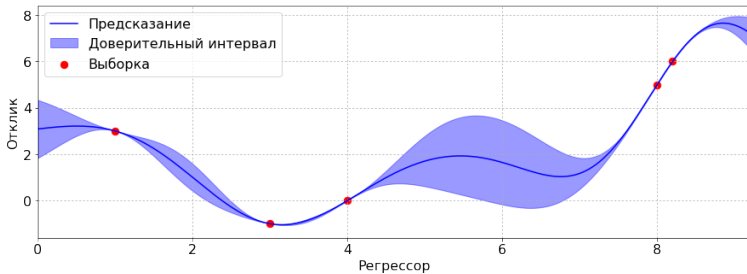
Продажи австралийского вина



Музыкальный трек



Регрессия на основе гауссовских процессов



3. Домашнее задание

Постановка задачи

Задача: с помощью моделирования исследовать процесс вымирания фамилий.

Модель: ветвящиеся процессы

Данные: выгрузка с сайта [wikitree.com](https://www.wikitree.com) — сайт, создающий генеалогические деревья. На данный момент содержит 15,086,228 профилей различных людей, живших в различное время.



Пример профиля: <https://www.wikitree.com/wiki/Romanov-29>

Первый этап: оценить закон размножения.

Формат выдаваемых данных:

*generation name gender birthday deathdate parents siblings
spouses children*

Как решать задачу?

$X_1, \dots, X_n \in \mathbb{Z}_+$ — количество сыновей у каждого человека.

Проблема: данные неполные, да и вообще кривые :)

Обычно у человека указаны либо все дети, либо не указаны вообще.

Делим выборку на две: поле детей заполнено (в т.ч. если их нет), поле детей незаполнено. Распределение оценим по первой части.

Неизвестно: размер выборки, количество нулей.

Известно: количество положительных значений. По ним и оценим.

Математическая постановка задачи

P_θ — неизвестное распределение на \mathbb{Z}_+ .

X_1, \dots, X_n — выборка из распределения P_θ , причем n и количество нулей в выборке неизвестны.

Y_1, \dots, Y_s — положительная подвыборка, в которой уже все известно.

Оценка методом максимального правдоподобия:

$$\prod_{i=1}^s P_\theta(Y_i | Y_i > 0) \rightarrow \max_{\theta}$$

В задании нужно попробовать пуассоновское и геометрическое распределения. Проверку принадлежности данному семейству провести с помощью критерия хи-квадрат.