

# Случайные процессы. Прикладной поток.

## Теоретическое задание 1.

Ветвящиеся процессы Гальтона-Ватсона.

1. Найдите производящую функцию числа частиц в  $n$ -м поколении ветвящегося процесса, если производящая функция числа потомков одной частицы равна  $1 - p(1 - z)^\alpha$ ,  $\alpha \in (0, 1)$ .
2. Найдите вероятности вырождения для ветвящихся процессов с производящей функцией числа потомков одной частицы а)  $1 - p(1 - z)^\alpha$ ,  $\alpha \in (0, 1)$ , б)  $(1 + z + z^2 + z^3)/4$ .
3. Пусть  $(X_n, n \in \mathbb{Z}_+)$  — ветвящийся процесс с законом размножения частиц  $\xi$ . Обозначим через  $Y_n = X_n + \dots + X_0$  — общее число частиц в процессе за время  $n$ , а через  $\varphi_{Y_n}(z)$  — его производящую функцию. Докажите, что

$$\varphi_{Y_n}(z) = z\varphi_\xi(\varphi_{Y_{n-1}}(z)).$$

4. Пусть ветвящийся процесс Гальтона-Ватсона построен по случайной величине  $\xi$ , имеющей производящую функцию  $\varphi(s) = 1 - \frac{1}{2}\sqrt{1 - s}$ . Найдите
  - (а) вероятность вырождения процесса;
  - (б) производящую функцию общего числа частиц процесса;
  - (в) вероятность того, что в процессе было всего 10 частиц.