מדידות:

* **עבור d=2**
  + מס' השוואות עבור m=1000: 16846
  + מס' השוואות עבור m=10,000: 235319
  + מס' השוואות עבור m=100,000: 3018433
* **עבור d=3**
  + מס' השוואות עבור m=1000: 16419
  + מס' השוואות עבור m=10,000: 226562
  + מס' השוואות עבור m=100,000: 2896582
* **עבור 4d=**
  + מס' השוואות עבור m=1000: 17610
  + מס' השוואות עבור m=10,000: 242803
  + מס' השוואות עבור m=100,000: 3076609

ניתוח אסימפטוטי:

בתחילה אנו מבצעים arrayToHeap: במהלך הפעולה אנחנו מבצעים O(n) פעולות heapify down.  
במהלך פעולת heapify down מבצעים d השוואות (d-1 ע"מ למצוא את הבן המינימלי ועוד השוואה עם האבא).  
כל פעולה עשוייה להמשיך בworst case עד לשורש כלומר בין 1 ל (גובה העץ).

מס' האיברים ברמה האחרונה < n

מס' האיברים ברמה הלפני אחרונה >

*לאחר מכן אנו מבצעים n פעולות delete-min כאשר כל פעולה עשויה בworst-case לקחת (h פעולות heapify down).*

וקיבלנו:

נראה כי החסם הדוק:

נבנה מערך סדרתי מ1 עד n כך שנקבל ערימה מלאה לגמרי

בפעולת הheapify down נבצע O(n) פעולות

לאחר מכן נבצע delete-min:

ברמה האחרונה יש איברים כאשר כלומר לפחות איברים

נבצע מס' מחיקות השווה לכמות האיברים ברמה האחרונה

על כל מחיקה נעביר איבר מהתחתית לראש הערימה ונבצע heapify down אשר ימשך לפחות עד הרמה הלפני אחרונה

כלומר נקבל : פעולות

כלומר חסם הדוק:

מדידות:

* **עבור d=2**
  + מס' השוואות עבור x=1: 100000
  + מס' השוואות עבור x=100: 152831
  + מס' השוואות עבור x=1000: 303431
* **עבור d=3**
  + מס' השוואות עבור x=1: 100000
  + מס' השוואות עבור x=100: 130869
  + מס' השוואות עבור x=1000: 213115
* **עבור 4d=**
  + מס' השוואות עבור x=1: 100000
  + מס' השוואות עבור x=100: 123001
  + מס' השוואות עבור x=1000: 181228

במהלך decrease-key אנחנו מבצעים heapify up במהלכו מתבצעת השוואה אחת לכל רמה כאשר הפעולה עשויה לעלות את כל גובה העץ

כלומר: לאחר n decrease-key נבצע לכל היותר nh השוואות.

ובסה"כ

נראה כי חסם זה הדוק:

נבנה ערימה ובכל שלב נפחית את המפתח של האיבר האחרון בערימה כך שהוא קטן מהאיבר המינימלי ונקבל שביצענו nh פעולות השוואה

ונקבל סה"כ לפחות:

כלומר ניתן להסיק כי decrease key רצה ב