Билет 51

Теорема Лагранжа

Теорема Лагранжа

f непрерывна на $[a;b]$ и дифференцируема на $(a;b)$

$$\exists\gamma \in (a;b) : f'(\gamma)(b-a) = f(b) - f(a)$$

Доказательство

$$F(x) := f(x) - \lambda x \wedge F(a) = F(b)$$
$$F(a) = F(b) \Rightarrow f(a) - \lambda a = f(b) - \lambda b \Rightarrow \lambda = \frac{f(b)-f(a)}{b-a}$$

F непрерывна на $[a;b]$ и дифференцируема на $(a;b)$, тк f непрерывна на $[a;b]$ и дифференцируема на $(a;b)$. Тогда, по теореме Ролля:

$$\exists\gamma \in (a;b) : F'(\gamma) = 0 \Rightarrow f'(\gamma) - \lambda = 0 \Rightarrow f'(\gamma)(b-a) = f(b) - f(a)\ \square.$$