Билет 22

Вещественная функция одного вещественного аргумента, её график. Примеры. Убывающие и возрастающие функции. *Билет не проверен*

Определение

Если область значений Y функции $f(x)$ есть числовая ось $\mathbb{R}$ (расширенная числовая ось $(-\infty, +\infty)$), то $f(x)$ называют числовой функцией или функцией вещественногО аргумента.

Определение

Графиком функции $f(x)$ с областью определения X и областью значений Y назовем подмножество прямого произведения $P(x, y)$, состоящее из тех пар (x, y), для которых $y = f(x)$, то есть $P(x, f(x))$.

Существует несколько способов задания функции:

1. аналитический (формулой)
2. графический (задаются специальные функции. Например, функция Дирихле)
3. табличный (задаёт функцию таблицей, содержащей значения аргумента x и соответствующие значения функции , например, таблица логарифмов)
4. графический (состоит в изображении графика функции – множества точек (x,y))

Определение

Функция возрастает, если значение $f(x)$ увеличивается с ростом значения x. Функция убывает, если значение $f(x)$ уменьшается с ростом значения x

Определение

Функция f, определенная на множестве E, называется строго возрастающей (строго убывающей), если для любых двух чисел $x_1 \in E$, $x_2 \in E$ таких, что $x_1 < x_2$, выполняется неравенство $f(x_1) < f(x_2)$ (соответственно $f(x_1) > f(x_2)$). Функция, строго возрастающая или строго убывающая, называется строго монотонной.

Определение

Функции: линейная $y = C$ (C постоянная), степенная $y = x^a$, где $a \in \mathbb{R}$, показательная $x = a^x$, $a > 0$, логарифмическая $y = log_a x, a > 0, a \geq 1$, тригонометрические $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \operatorname{tg} x$, $y = \operatorname{ctg} x$ и обратные тригонометрические функции $y = \arcsin x$, $y = \arccos x$, $y = \operatorname{arctg} x$, $y = \operatorname{arcctg} x$ называются основными элементарными функциями.

Всякая функция f, которая может быть задана с помощью формулы $y = f(x)$, содержащий лишь конечное число арифметических операций над основными элементарными функциями и композиций, называется элементарной функцией.

В множестве элементарных функций выделяются следующие классы:

1. Полиномы (многочлены) - функции вида

$$P(x) = a_n x^n + ... + a_1 x + a_0$$

   Если $a_n \geq 0$, то целое неотрицательное число n называется степенью многочлена $P(x)$. Функция, тождественно равная нулю, является в силу данного определения многочленом, ей будем (это не общепринято) приписывать степень ноль.

2. Рациональные функции - функции $f(x)$ представимые в виде

$$f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)},$$

   где P и Q - многочлены (Q - ненулевой многочлен). Функция f определена во всех точках R, кроме тех, в которых знаменатель Q обращается в ноль.

3. Иррациональные функции, т. е. такие функции, не являющиеся рациональными, которые могут быть заданы композицией конечного числа рациональных функций, степенных функций с рациональными показателями и четырех арифметических действий. Например, функция

$$f(x) = \sqrt[5]{\frac{x-1}{x^2+\sqrt{x}}}$$

   является иррациональной функцией.

4. Трансцендентные функции - элементарные функции не являющиеся рациональными или иррациональными. Все прямые и обратные тригонометрические функции являются трансцендентными.