ディープラーニングの仕組みを知ろう！

第 3 回　人工知能勉強会

Shion MORISHITA

July 4, 2024

目次

はじめに

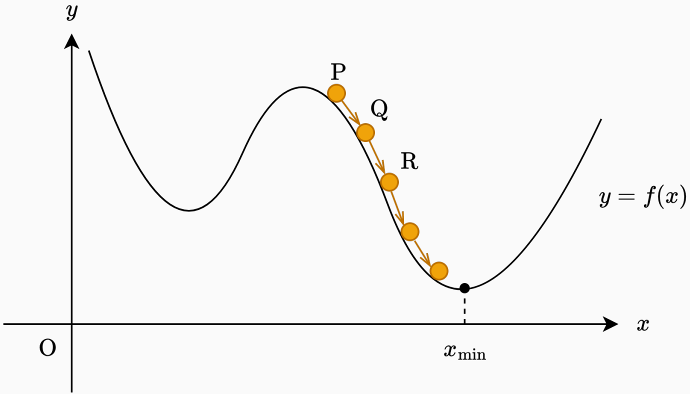
目的

-

勾配降下法の復習

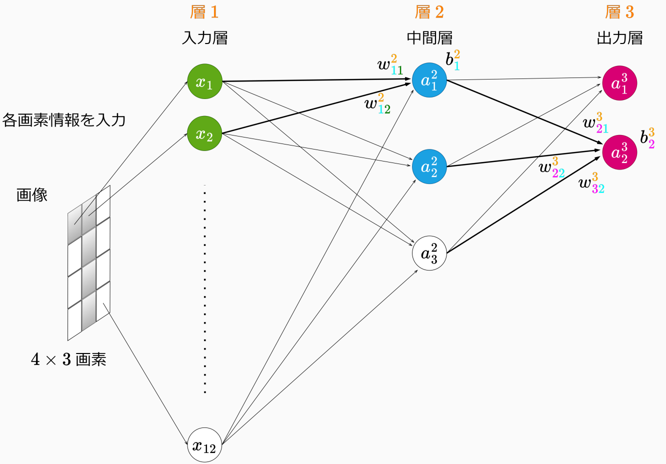
勾配降下法のイメージ

ボールが転がる方向に向かってパラメータ（ここでは x）を更新



ニューラルネットワークのパラメータ

$w^2_{11}, \ldots, w^3_{11}, \ldots, b^2_1, \ldots, b^3_1, \ldots$ がパラメータ



ニューラルネットワークへの勾配降下法の適用

$$\begin{bmatrix} \Delta w_{11}^2 \\ \vdots \\ \Delta w_{11}^3 \\ \vdots \\ \Delta b_1^2 \\ \vdots \\ \Delta b_1^3 \\ \vdots \end{bmatrix} = -\eta \begin{bmatrix} \dfrac{\partial C_\mathrm{T}}{\partial w_{11}^2} \\ \vdots \\ \dfrac{\partial C_\mathrm{T}}{\partial w_{11}^3} \\ \vdots \\ \dfrac{\partial C_\mathrm{T}}{\partial b_1^2} \\ \vdots \\ \dfrac{\partial C_\mathrm{T}}{\partial b_1^3} \\ \vdots \end{bmatrix}$$

を用いて、

$$\begin{bmatrix} w_{11}^2 \\ \vdots \\ w_{11}^3 \\ \vdots \\ b_1^2 \\ \vdots \\ b_1^3 \\ \vdots \end{bmatrix}$$

を

$$\begin{bmatrix} w_{11}^2 + \Delta w_{11}^2 \\ \vdots \\ w_{11}^3 + \Delta w_{11}^3 \\ \vdots \\ b_1^2 + \Delta b_1^2 \\ \vdots \\ b_1^3 + \Delta b_1^3 \\ \vdots \end{bmatrix}$$

へ更新を繰り返す。

※正の小さな定数 η を**学習係数**といい、モデル作成者が自由に設定する。

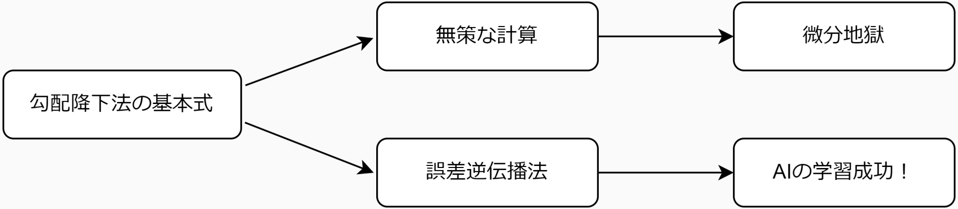
勾配降下法の問題点

微分を実際に計算するのは大変

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial C_{\mathrm{T}}}{\partial w_{11}^2} &= \sum_{k=1}^{64} \frac{\partial C_k}{\partial w_{11}^2} \\
&= \sum_{k=1}^{64} \left\{ \frac{\partial C_k}{\partial a_1^3[k]} \frac{\partial a_1^3[k]}{\partial z_1^3[k]} \frac{\partial z_1^3[k]}{\partial a_1^2[k]} \frac{\partial a_1^2[k]}{\partial z_1^2[k]} \frac{\partial z_1^2[k]}{\partial w_{11}^2} + \frac{\partial C_k}{\partial a_2^3[k]} \frac{\partial a_2^3[k]}{\partial z_2^3[k]} \frac{\partial z_2^3[k]}{\partial a_1^2[k]} \frac{\partial a_1^2[k]}{\partial z_1^2[k]} \frac{\partial a_1^2[k]}{\partial w_{11}^2} \right\}.
\end{aligned}
$$

微分地獄の解決策

誤差逆伝播法 の導入



誤差逆伝播法

誤差逆伝播法

ユニットの誤差

誤差逆伝播法とは？

特徴

- 煩雑な微分計算を、数列の漸化式に置き換える
- ユニットの誤差（error）と呼ばれる変数 δ_j^l を用いる

ユニットの誤差 δ_j^l の導入

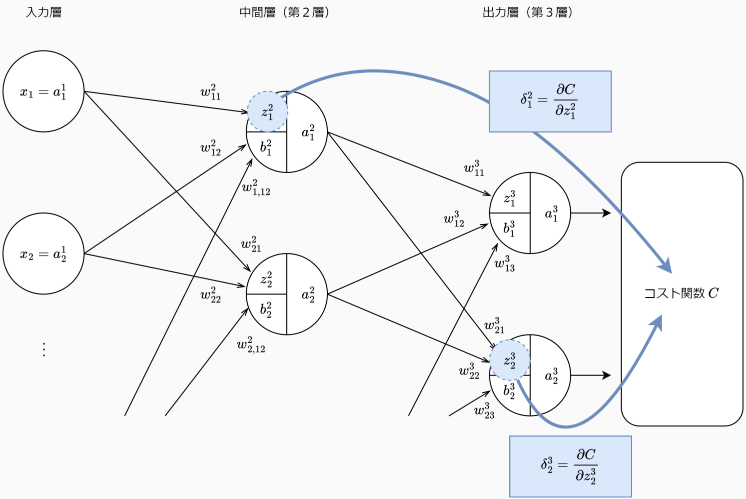
ユニットの誤差 δ_j^l を次のように定義する：

$$\delta_j^l \triangleq \frac{\partial C}{\partial z_j^l} \tag{1}$$

なぜこれを導入したか？

- 微分の計算から漸化式の計算へ変えることができるから

ユニットの誤差 δ_j^l のイメージ



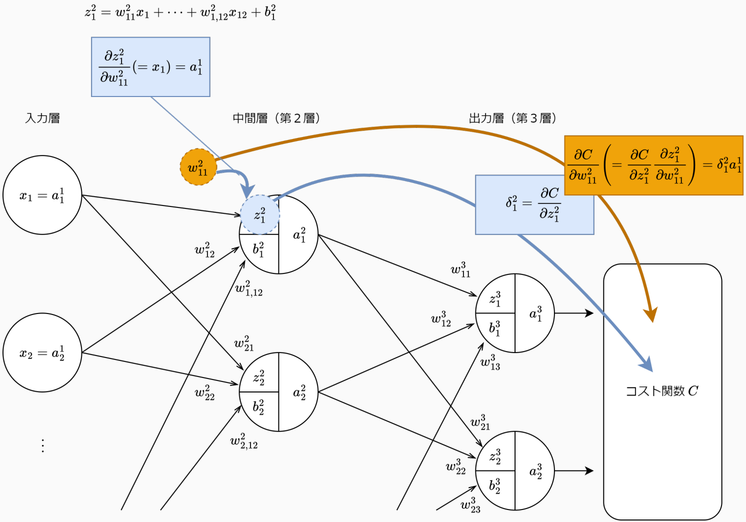
重みに関する 2 乗誤差の偏微分を δ_j^l で表現

重みに関する偏微分をユニットの誤差 δ_j^l を用いて次にように表すことができる：

$$\frac{\partial C}{\partial w_{ji}^l} = \delta_j^l a_i^{l-1} \quad (l \geq 2). \tag{2}$$

ポイント

- δ_j^l の値さえ計算できれば、$\dfrac{\partial C}{\partial w_{ji}^l}$ を偏微分の計算なしで求めることができる！
  - a_i^{l-1} はユニットの出力値なので、普通に計算できる



$z_1^2 = w_{11}^2 x_1 + \cdots + w_{1,12}^2 x_{12} + b_1^2$
$\frac{\partial z_1^2}{\partial w_{11}^2} (= x_1) = a_1^1$
入力層
中間層（第 2 層）
出力層（第 3 層）
$\frac{\partial C}{\partial w_{11}^2} \left(= \frac{\partial C}{\partial z_1^2} \frac{\partial z_1^2}{\partial w_{11}^2} \right) = \delta_1^2 a_1^1$
$\delta_1^2 = \frac{\partial C}{\partial z_1^2}$
w_{11}^2
$x_1 = a_1^1$
$x_2 = a_2^1$
z_1^2 a_1^2 b_1^2
z_2^2 a_2^2 b_2^2
w_{12}^2 $w_{1,12}^2$ w_{21}^2 w_{22}^2 $w_{2,12}^2$
z_1^3 a_1^3 b_1^3
z_2^3 a_2^3 b_2^3
w_{11}^3 w_{12}^3 w_{13}^3 w_{21}^3 w_{22}^3 w_{23}^3
コスト関数 C

バイアスに関する 2 乗誤差の偏微分を δ_j^l で表現

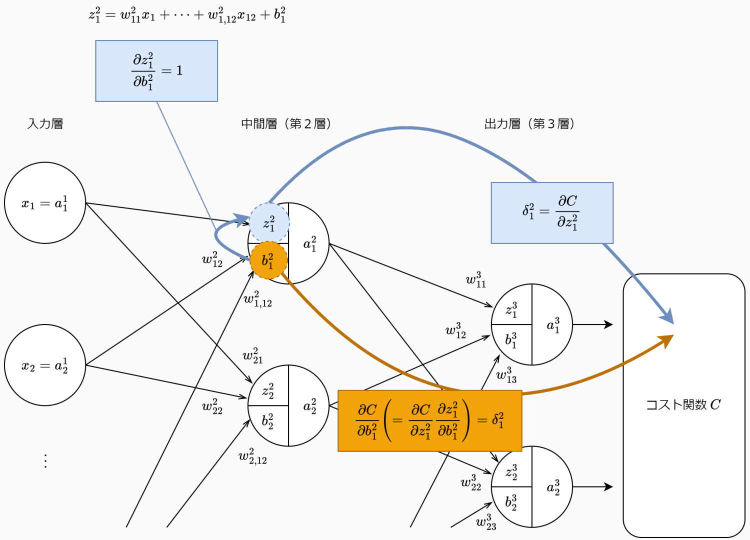
バイアスに関する偏微分をユニットの誤差 δ_j^l を用いて次にように表すことができる：

$$\frac{\partial C}{\partial b_j^l} = \delta_j^l \quad (l \geq 2). \tag{3}$$

ポイント

- δ_j^l の値さえ計算できれば、$\dfrac{\partial C}{\partial b_j^l}$ を偏微分の計算なしで求めることができる！

バイアスに関する2乗誤差の偏微分のイメージ



で、δ_j^l はどう計算するの？

ここでようやく漸化式の考え方が役立つ！

1. 出力層（第 L 層）のユニットの誤差 δ_j^L を計算する
2. l 層と $l+1$ 層のユニットの誤差の漸化式を用いて、出力層側のユニットの誤差から入力層側のユニットの誤差を計算する

つまり、δ_j^L が計算できれば、$\delta_j^{L-1}, \delta_j^{L-2}, \ldots, \delta_j^2$ とすべて計算できることになる

出力層の δ_j^L を算出