ディープラーニングの仕組みを知ろう！

第 3 回　人工知能勉強会

Shion MORISHITA

July 3, 2024

目次

はじめに

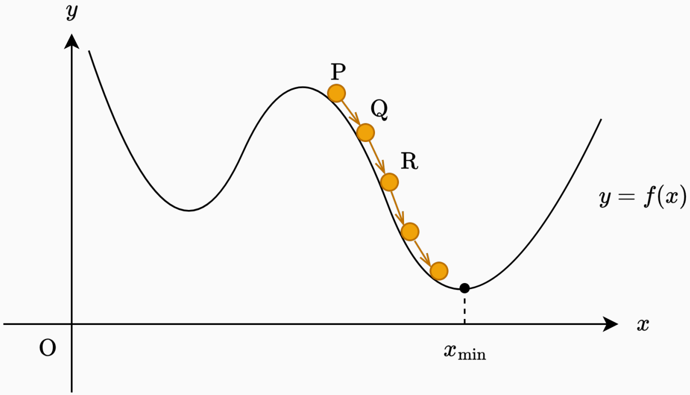
目的

-

勾配降下法の復習

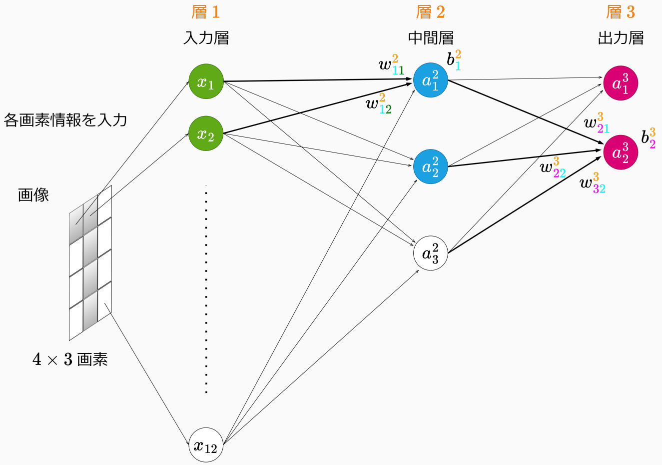
勾配降下法のイメージ

ボールが転がる方向に向かってパラメータ（ここでは x）を更新



ニューラルネットワークのパラメータ

$w^2_{11},\dots,w^3_{11},\dots,b^2_1,\dots,b^3_1,\dots$ がパラメータ



ニューラルネットワークへの勾配降下法の適用

$$\begin{bmatrix} \Delta w_{11}^2 \\ \vdots \\ \Delta w_{11}^3 \\ \vdots \\ \Delta b_1^2 \\ \vdots \\ \Delta b_1^3 \\ \vdots \end{bmatrix} = -\eta \begin{bmatrix} \dfrac{\partial C_{\mathrm{T}}}{\partial w_{11}^2} \\ \vdots \\ \dfrac{\partial C_{\mathrm{T}}}{\partial w_{11}^3} \\ \vdots \\ \dfrac{\partial C_{\mathrm{T}}}{\partial b_1^2} \\ \vdots \\ \dfrac{\partial C_{\mathrm{T}}}{\partial b_1^3} \\ \vdots \end{bmatrix}$$

を用いて、

$$\begin{bmatrix} w_{11}^2 \\ \vdots \\ w_{11}^3 \\ \vdots \\ b_1^2 \\ \vdots \\ b_1^3 \\ \vdots \end{bmatrix}$$

を

$$\begin{bmatrix} w_{11}^2 + \Delta w_{11}^2 \\ \vdots \\ w_{11}^3 + \Delta w_{11}^3 \\ \vdots \\ b_1^2 + \Delta b_1^2 \\ \vdots \\ b_1^3 + \Delta b_1^3 \\ \vdots \end{bmatrix}$$

へ更新を繰り返す。

※正の小さな定数 η を**学習係数**といい、モデル作成者が自由に設定する。

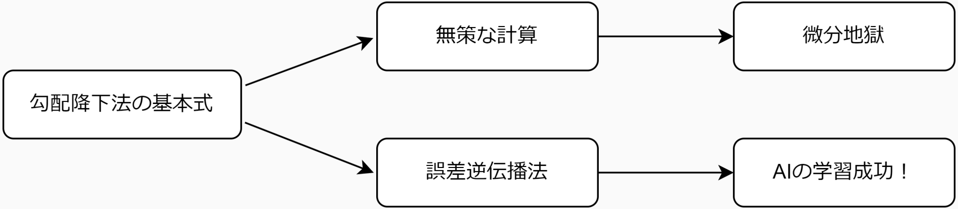
勾配降下法の問題点

微分を実際に計算するのは大変

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial C_{\mathrm{T}}}{\partial w_{11}^{2}} &= \sum_{k=1}^{64} \frac{\partial C_k}{\partial w_{11}^{2}} \\
&= \sum_{k=1}^{64} \left\{ \frac{\partial C_k}{\partial a_1^3[k]} \frac{\partial a_1^3[k]}{\partial z_1^3[k]} \frac{\partial z_1^3[k]}{\partial a_1^2[k]} \frac{\partial a_1^2[k]}{\partial z_1^2[k]} \frac{\partial z_1^2[k]}{\partial w_{11}^{2}} + \frac{\partial C_k}{\partial a_2^3[k]} \frac{\partial a_2^3[k]}{\partial z_2^3[k]} \frac{\partial z_2^3[k]}{\partial a_1^2[k]} \frac{\partial a_1^2[k]}{\partial z_1^2[k]} \frac{\partial a_1^2[k]}{\partial w_{11}^{2}} \right\}.
\end{aligned}
$$

微分地獄の解決策

誤差逆伝播法 の導入



誤差逆伝播法

誤差逆伝播法

ユニットの誤差

誤差逆伝播法とは？

特徴

- 煩雑な微分計算を、数列の漸化式に置き換える
- ユニットの誤差（error）と呼ばれる変数 δ_j^l を用いる

ユニットの誤差 δ_j^l の導入

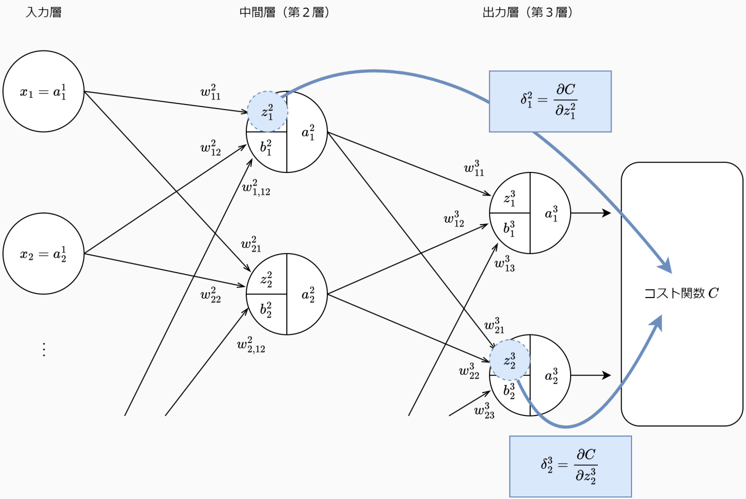
ユニットの誤差 δ_j^l を次のように定義する：

$$\delta_j^l \triangleq \frac{\partial C}{\partial z_j^l} \tag{1}$$

なぜこれを導入したか？

- 微分の計算から漸化式の計算へ変えることができるから

ユニットの誤差 δ^l_j のイメージ



重み・バイアスに関する 2 乗誤差の偏微分を δ_j^l で表現

<u>2 乗誤差の重みやバイアスに関する偏微分は、δ_j^l と密接な関係で結ばれている</u>

<u>**例**</u> $\dfrac{\partial C}{\partial w_{11}^2}$ **を** δ_j^l **で表してみる。**

偏微分の連鎖律より、

$$\frac{\partial C}{\partial w_{11}^2} = \frac{\partial C}{\partial z_1^2}\frac{\partial z_1^2}{\partial w_{11}^2}. \tag{2}$$

z_1^2 **は**

$$z_1^2 = w_{11}^2 x_1 + \cdots + w_{1,12}^2 x_{12} + b_1^2$$

と表されるので、

$$\frac{\partial z_1^2}{\partial w_{11}^2} = x_1. \tag{3}$$

式 (2) **と式** (3) **より、**

$$\frac{\partial C}{\partial w_{11}^2} = \delta_1^2 x_1. \tag{4}$$

重み・バイアスに関する 2 乗誤差の偏微分を δ_j^l で表現（イメージ）