



B2 4-1 比例式



溫故知新 ① 認識比與比值



已知：1 枝中性筆 30 元，1 枝鉛筆 5 元，請問：

① 1 枝中性筆的價格是 1 枝鉛筆的_____倍？

怎麼計算幾倍？

② 1 枝中性筆的價格與 1 枝鉛筆價格比為_____。

比值為_____。

怎麼計算比值？

③ 如果 3 枝中性筆的錢可以買到_____枝鉛筆？

為什麼？

★甲是乙的幾倍？

⇒

★甲：乙的比值

□

⇒

發現



牛刀小試 ①

1. 已知 1 瓶牛奶 30 元，1 個餅乾 10 元，請問：

(1) 1 瓶牛奶價格與 1 個餅乾價格
比為_____，比值為_____。

(2) 表示 1 瓶牛奶價格是 1 個餅乾的_____
倍。

(3) 2 瓶牛奶可以買到_____個餅乾。

2. 已知 1 塊雞排 80 元，1 個飯糰 20 元，試問：

(1) 1 塊雞排價格與 1 個飯糰價格
比為_____，比值為_____。

(2) 1 塊雞排價格是 1 個飯糰價格的_____
倍。

(3) 3 個雞排可以買到_____個飯糰。

3. 已知人頭髮壽命約 36 個月，睫毛壽命約 3 個月。

(1) 頭髮壽命與睫毛壽命比為_____，
比值為_____。

(2) 表示頭髮壽命是睫毛壽命的_____倍。

4. 有一長方形，長是寬的 5 倍。

長和寬的比為_____，比值為_____。



比

a 和 b 兩數的比記為_____，其中 a 叫做_____，

b 叫做_____，而且_____

比值

$a : b$ 的比值為_____。

也就是_____。

☆ a 是 b 的幾倍怎麼算？

所以

★ $2 : 3$ 的比值是 $\frac{2}{3}$

可以寫成 $2 : 3 = \frac{2}{3}$ 嗎？

★後項為甚麼不能是 0？



牛刀小試 2

1. 寫出下列比的比值並化成最簡分數

(1) $4 : 9$ 的比值 = _____

(2) $3 : 2$ 的比值 = _____

(3) $12 : 18$ 的比值 = _____

(4) $15 : 5$ 的比值 = _____

2. 寫出下列比的比值並化成最簡分數

(1) $4 : (-7)$ 的比值 = _____

(2) $(-5) : (-9)$ 的比值 = _____

(3) $0.3 : 1.3$ 的比值 = _____

(4) $\frac{1}{2} : \frac{1}{5}$ 的比值 = _____



概念

② 相等的比



假設蘋果園中的每一個蘋果產量都相同，已知：

1 棵蘋果樹可以產出 10 顆蘋果。

2 棵蘋果樹可以產出_____顆蘋果。

3 棵蘋果樹可以產出_____顆蘋果。

⋮

17 棵蘋果樹可以產出_____顆蘋果。

你發現什麼？

★若 $b \neq 0, m \neq 0$ 則

① $a : b = (a \times m) : (b \times m)$

〈例〉

② $a : b = (a \div m) : (b \div m)$

〈例〉



牛刀小試 3

1. 利用比的性質，完成各題

(1) $\boxed{3} : 2 = \boxed{12} : \underline{\hspace{2cm}}$
 $\xrightarrow{\text{一起} \times 4}$

(2) $\boxed{-4} : 3 = \boxed{8} : \underline{\hspace{2cm}}$
 $\xrightarrow{\text{一起} \times (-2)}$

(3) $\frac{5}{3} : \frac{1}{6} = \underline{\hspace{2cm}} : \boxed{1}$
 $\xrightarrow{\text{一起} \times 6}$

(4) $7 : 4 = \underline{\hspace{2cm}} : 16$

2. 利用比的性質，完成各題

(1) $16 : \boxed{12} = \underline{\hspace{2cm}} : \boxed{3}$
 $\xrightarrow{\text{一起} \div 4}$

(2) $(-30) : \boxed{27} = \underline{\hspace{2cm}} : \boxed{(-9)}$
 $\xrightarrow{\text{一起} \div (-3)}$

(3) $24 : 21 = 8 : \underline{\hspace{2cm}}$

(4) $(-20) : 4 = \underline{\hspace{2cm}} : 2$



比值

$$\frac{2}{3} = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square} = \dots\dots$$

比

$$2:3 =$$

最簡整數比

要符合 ① 前項和後項都是_____

② 前項和後項的_____

最簡整數比就好像是_____

★哪些是最簡整數比

① $3:5$

② $\frac{2}{3}:5$

③ $(-3):5$

④ $(-5):(-3)$

⑤ $1.5:0.7$

⑥ $6:8$



牛刀小試 4

1. 下列哪些比和 $2:3$ 相等，請打勾

☐ $3:2$

☐ $6:9$

☐ $0.2:0.3$

☐ $\frac{1}{3}:\frac{1}{2}$

☐ $1:\frac{2}{3}$

因為和 $2:3$ 相等的比太多了，因此我們統一用 $2:3$ 最簡整數比來表示。

2. 下列的比是最簡整數比，請打勾

☐ $(-5):(-12)$

☐ $\frac{7}{4}:3$

☐ $0.3:1.6$

☐ $5:9$

☐ $(-8):4$

☐ $12:18$

☐ $4:(-5)$

**例題****① 將下列各比化為最簡整數比**

① $24 : 6$

② $\frac{7}{2} : 5$

③ $3.6 : 2.4$

★化為最簡整數比

$1\frac{2}{3} : \frac{15}{2}$

**牛刀小試 5****1. 將下列各比化為最簡整數比**

(1) $30 : 5 =$

(2) $24 : 21 =$

(3) $1.2 : 1.8 =$

(4) $\frac{7}{2} : 4 =$

(5) $\frac{1}{2} : \frac{1}{3} =$

2. 將下列各比化為最簡整數比

(1) $14 : 28 =$

(2) $0.3 : 1.5 =$

(3) $3 : \frac{5}{2} =$

(4) $(-15) : 3 =$

(5) $1\frac{1}{2} : \frac{2}{5} =$



概念

4 比例式的意義



1 2 : 5 的比值是_____。

6 : 15 的比值是_____。

所以，

2 當 $a : b$ 和 $c : d (b \neq 0, d \neq 0)$ 兩個比相等時，可以

寫成

稱為

其中_____是外項，_____是內項。

3 從 $2 : 5 = 6 : 15$ 我們發現☆比例式的內項乘積 = 外項乘積，也就是說 $a : b = c : d \Rightarrow$

★為什麼

$$a : b = c : d$$

$$ad = bc ?$$

★交叉相乘



牛刀小試 6

1. (1) 4 : 5 的比值是_____

(2) 8 : 10 的比值是_____

(3) 4 : 5 和 8 : 10 的比相等嗎？為什麼？

(4) 承(3)若兩個比相等，要如何表示？

2. 請寫下列比例式的內項與外項

$$4 : 5 = 8 : 10$$

(____項) (____項) (____項) (____項)

3. 比例式 $\boxed{4} : 5 = 8 : \boxed{10}$ (1) 兩個外項乘積 $4 \times 10 =$ _____(2) 兩個內項乘積 $5 \times 8 =$ _____(3) 承(1)(2)，發現 $4 \times \underline{\hspace{1cm}} = 5 \times \underline{\hspace{1cm}}$ 4. 比例式 $\boxed{5} : 3 = 15 : \boxed{9}$ (1) 兩個外項乘積 $5 \times 9 =$ _____(2) 兩個內項乘積 $3 \times 15 =$ _____(3) 承(1)(2)，發現 $5 \times \underline{\hspace{1cm}} = 3 \times \underline{\hspace{1cm}}$ (4) 比例式 $4 : 3 = 8 : 6$ 則 $4 \times \underline{\hspace{1cm}} = 3 \times \underline{\hspace{1cm}}$ (5) 比例式 $a : 2 = 9 : 6$ 則 $\underline{\hspace{1cm}} \times \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} \times \underline{\hspace{1cm}}$

**例題****②****利用比例式的性質求解**

① $3:5=7:x$

② $x:\frac{3}{5}=10:1$

★ $3:5=7:x$

比值 \Rightarrow

③ $(x+2):(3x+1)=4:7$

**牛刀小試 7****1.** 求下列比例中的 x 值

(1) $x:3=4:1$, $x=$ _____

(2) $6:x=3:2$, $x=$ _____

(3) $5:x=3:2$, $x=$ _____

(4) $4:7=9:x$, $x=$ _____

(5) $\frac{1}{2}:6=x:12$, $x=$ _____

2. 求下列比例式中的 x 值

(1) $(2x+1):5=3:1$

(2) $(2x-5):5=3:2$

(3) $(x+1):(x+2)=1:2$

(4) $(3x-2):(2x+1)=4:5$



例題 ③ 比例式應用



① 已知 8 年愛班男生和女生人數比為 $6:5$ ，若男生 18 人，則女生有幾人？

② 已知桌子長度和寬度的比為 $4:3$ ，若寬度為 45 公分，則長度為多少公分？



牛刀小試 8

1. (1) 小明的父親和母親月收入比為 $5:4$ 。
若父親這個月收入為 45000 元，則母親這個月收入為_____元

(2) 假設國旗的長與寬比為 $3:2$ ，若長為 90 公分，則寬為_____公分。

(3) 已知蜂蜜水和檸檬汁的比為 $2:3$ ，
若檸檬汁有 300c.c.，則蜂蜜水要_____c.c.

2. (1) 甲、乙兩人口袋錢數比為 $7:8$ ，若甲有 63 元，則乙有_____元。

(2) 巴黎艾菲爾鐵塔和模型高度比為 $8:1$ ，若模型高度為 40 公尺，則艾菲爾鐵塔高度為_____公尺。

(3) 已知電子地圖上的線段長和實際長度比為 $1:5000$ ，若電子地圖上的線段長 5cm，則實際的長度為_____cm。



甲的 5 倍是乙的 2 倍，則甲：乙 = ？

★甲的 5 倍是乙的 2 倍。

$$\text{甲} \times 5 = \text{乙} \times 2$$

$$\Rightarrow \frac{\text{甲}}{\text{乙}} = \frac{\square}{\square}$$



牛刀小試 9

1. (1) 甲的 4 倍是乙的 3 倍，
則甲：乙 = _____。

- (2) 丙的 2 倍是丁的 7 倍，
則丙：丁 = _____。

- (3) 戊的 3 倍是庚的 5 倍，
則戊：庚 = _____。

2. (1) 小明今年年齡的 6 倍恰好是老師今年年齡的 2 倍，則今年小明和老師的年齡比為_____。

- (2) 小強今年年齡的 7 倍恰好是媽媽今年年齡的 3 倍，則今年小強與媽媽的年齡比為_____。

- (3) 一面長方形旗子，長的 2 倍剛好是寬的 3 倍，則長與寬的比為_____。



概念

⑥ 甲：乙 = 2：5 的意義



$$\text{甲} : \text{乙} = 2 : 5$$

我們可以說：甲是____，乙是____，一共____

所以可以假設：甲 = _____

乙 = _____ ()

2 甲是_____；3 乙是_____

2 甲：3 乙 = _____

$$\star \text{甲} : \text{乙} = 2 : 5$$

甲是 2 嗎？_____

乙是 5 嗎？_____



牛刀小試 10

1. (1) 甲：乙 = 3：2，則 3 甲：5 乙 = _____。

(2) 丙：丁 = 4：3，則 5 丙：7 丁 = _____。

(3) 戊：己 = 5：7，則 4 戊：3 己 = _____。

2. (1) $a : b = 1 : 2$ ，則 $3a : b =$ _____。

(2) $x : y = 2 : 3$ ，則 $5x : 3y =$ _____。

(3) $a : b = 3 : 4$ ， $5a : 2b =$ _____。

**例題****4**

$\square a = \star b$

若 $2a=3b$ ，則：

① $a:b=$ _____

② 我們可以假設 $a=$ _____

$b=$ _____

③ $3a:4b=$ _____

④ $(a+b):(2a-b)=$ _____

★ $a:b=3:2$ ，請問：

① a 一定是 3 嗎？

② b 一定是 2 嗎？

③ $(a+1):(b+1)=$ ？

**牛刀小試 11**

計算下列各式並用最簡整數比表示

1. 已知 $a=2b$ ($b \neq 0$)

(1) $a:b=$ _____。

(2) $2a:3b=$ _____。

(3) $(3a-b):4b=$ _____。

2. 已知 $4a=3b$ ($b \neq 0$)

(1) $a:b=$ _____。

(2) $5a:2b=$ _____。

(3) $(2a+b):(5a-b)=$ _____。

3. 已知 $3a=7b$

(1) $a:b=$ _____。

(2) $2a:5b=$ _____。

(3) $(a+3b):(a-b)=$ _____。

4. 已知 $2a=7b$

(1) $a:b=$ _____。

(2) $(a-b):(a-2b)=$ _____。



例題 5 利用比例式的性質求解



若 $(x+2y):(2x+y)=2:3$ ，則：

① $x:y=$ _____

② 假設 $x=$ _____， $y=$ _____

③ $(x+y):(x-y)=$ _____

④ $x^2:y^2=$ _____

★提醒

① 先求_____

② 把 x _____

把 y _____



牛刀小試 12

計算下列各題，並用簡分數表示。

1. 已知 $(2a-b):(a+b)=3:4$

(1) $a:b=$ _____。

(2) $(2a+b):(a-b)=$ _____。

(3) $a^2:b^2=$ _____。

2. 已知 $(2x-y):(3x+2y)=2:5$

(1) $x:y=$ _____。

(2) $(x+y):(x-y)=$ _____。

(3) $x^2:y^2=$ _____。

3. 已知 $(4x-5y):(x-y)=3:2$

(1) $x:y=$ _____。

(2) $(x+y):(x-y)=$ _____。

(3) $x^2:y^2=$ _____。

4. 已知 $(a-b):(a-3b)=1:4$

(1) $a:b=$ _____。

(2) $2a:5b=$ _____。

(3) $(a+b):(5a-b)=$ _____。



牛刀小試 1

- (1) $3:1, 3$
(2) 3
(3) 6
- (1) $4:1, 4$
(2) 4
(3) 12
- (1) $12:1, 12$
(2) 12
- (1) $5:1$
(2) 5

牛刀小試 2

- (1) $\frac{4}{9}$ (2) $\frac{3}{2}$ (3) $\frac{2}{3}$
(4) 3
- (1) $-\frac{4}{7}$ (2) $\frac{5}{9}$ (3) $\frac{3}{13}$
(4) $\frac{5}{2}$

牛刀小試 3

- (1) 8 (2) -6 (3) 10 (4) 28
- (1) 4 (2) 10 (3) 7 (4) -10

牛刀小試 4

- ☒ $6:9$
☒ $0.2:0.3$
☒ $\frac{1}{3}:\frac{1}{2}$
- ☒ $(-5):(-12)$
☒ $5:9$
☒ $4:(-5)$

牛刀小試 5

- (1) $6:1$
(2) $8:7$
(3) $2:3$
(4) $7:8$
(5) $3:2$
- (1) $1:2$
(2) $1:5$
(3) $6:5$
(4) $(-5):1$
(5) $15:4$

牛刀小試 6

- (1) $\frac{4}{5}$ (2) $\frac{4}{5}$
(3) 因為比值相等，所以比相等
(4) $4:5=8:10$
- $4:5=8:10$
(外項) (內項) (內項) (外項)
- (1) 40 (2) 40
(3) $4 \times 10 = 5 \times 8$
- (1) 45 (2) 45
(3) $5 \times 9 = 3 \times 15$
- $4 \times 6 = 3 \times 8$
- $ax6 = 2 \times 9$

牛刀小試 7

- (1) 12 (2) 4 (3) $\frac{10}{3}$
(4) $\frac{63}{4}$ (5) 1
- (1) 7 (2) $\frac{25}{4}$ (3) 0
(4) 2

牛刀小試 8

- (1) 36000
(2) 60
(3) 200
- (1) 72
(2) 320
(3) 25000

牛刀小試 9

- (1) $3:4$
(2) $7:2$
(3) $5:3$
- (1) $1:3$
(2) $3:7$
(3) $3:2$

牛刀小試 10

- (1) $9:10$
(2) $20:21$
(3) $20:21$
- (1) $3:2$
(2) $10:9$
(3) $15:8$

牛刀小試 11

- (1) $2:1$ (2) $4:3$ (3) $5:4$
- (1) $3:4$ (2) $15:8$
(3) $10:11$
- (1) $7:3$ (2) $14:15$
(3) $4:1$
- (1) $7:2$ (2) $5:3$

牛刀小試 12

- (1) $7:5$ (2) $19:2$ (3) $49:25$
- (1) $9:4$ (2) $13:5$ (3) $81:16$
- (1) $7:5$ (2) $6:1$ (3) $49:25$
- (1) $1:3$ (2) $2:15$ (3) $2:1$